

CONTENTA.

Don Juan de Rojas

VTCVNQVE NOSTER VALVIT LABOR conciliata ſunt hæc omnia, ad ſtudioſorum non paruam (quam optamus) vtilitatem: id Magnifico D. FRANCISCO Briconneto poſtulãte. Si hæc beneuole ſuſcipiãtur, & fructum adferãt quẽ captimus: alia eiuſdẽ authoris opera prodibũt in lucẽ, ſucceſſum præſtãte deo, & adiutoribus (vbivbi gẽtiũ ſint) ad bonarũ literarũ inſtitutionẽ probe affectis Gallis, Italis, Germanis, Hiſpanis, Anglis. quibus omnibus proſpera imprecamur: & puram pro dignitate veramq; cognitionis lucem.

PARISIIS in officina Henrici Stephani e regione ſcholæ Decretorum.

FRANCISCO BRICONNETO CLARISSIMO VIRO, D. SVO PRAESTANTISSIMO, IACOBVS FABER S. D.



Vm gubernacula regni adhuc moderaretur incly-
tissim9 Rex LVDOVICVS XII, tu vero came-
ræ ærarij regij magistratū gereres: efflagitasti Ge
nerose Francisce commentarios in Geometriam
Euclidis Megarēsis, viri sane omnium in hoc ex-
ercitij genere cōsummatissimi, tuo fauore recogno
sci. Quam petitionem tuam, eo libētius amplecte-
bar: quo mihi multis eras carior, vt qui admodū
iuuenis (ita instituēte Nobilissimo Patre tuo. D.
eo, mihi q̄dē & oībus q̄ eū nouerūt pietissimę mēoriæ, Petro Bricōneto
quite aurato, & fidelissimo regni generali Exquestore) mecū in philoso-
hicis te exercueras, post nostri Pauli Aemilij ferulā, sub quo tūc appri-
e, tū in lingua latina, tum in historia profeceras. Excitabat me id insu-
r: q̄ olim decem primorum librorum ipsius Euclidis demonstrationes
Campano, recognouerā, quę res mihi fiduciā pariebat: residui minuē-
laboris. Cæterum vtilitas quam bonarū literarū studiosis accessuram
baugurabar: omnem leuabat laborē. nā veræ doctrinæ perceptio: vani-
tum & errorum detectio est, eiectioq̄ insulsorū dogmatū. Nouit enim
eometria Dędalias fabrefacere labyrinthos: quibus ineluctabiliter cū
lante Minotauro, perpetuo relegatos (si vsq̄ erunt) occludat sophi-
s, adaperta veræ Philosophiæ ianua. Hæc siquidem: mea mēs fuerat.
rū lōge secus euenit: atq̄ mihi proposuerā. Nam eo tēpore (certa im-
llente causa) Reuerendus in Christo P. Dominus meus Episcopus
douensis Patruelis tuus, Narbonam proficiscitur, visurus Reueren-
simum Dominū Cardinalem Narbonēsem, Patruum tuum: qui pau-
poit (sic enim eunt res humanæ: etiam illustriores) lachrymas & desi-
rium sui multis relinquens/ex hac incerti momēti luce (sed mea sentē-
, feliciter) migrauit ad Dominum. Nam adeo sancte & religiose (ipse
is aderam) vt non tam lugendus, q̄ reuera beatus ex ipso trāsitu præ-
andus videatur. Igitur R. Dominum meū, cui super omnes viros de-
am ac debeo, secutus: totum negocium cōmisi nostro Michaeli Pon-
o, qui tunc mecum cōmunes habebat ædes, in recognoscēdis & emit-
dis libris quos prodesse posse arbitrabamur, adiutor. eius eni ingeniū
eram: & in intelligentia magnitudinum ac numerorum, perspicacita-
. Ille vero prouinciam suscepit admodum lubens: quia te iam agnosce
benefactorem, cui præ cęteris mortalibus cupiebat, in aliquo morē ge
o, gratificari posse. Quos quidem commentarios, non Campani mo
ed & Theonis Alexādrini, Bartholamęo Zāberto Veneto interpre
bi recognouit: se totū obligauit officinæ, durissimam profecto versans
ā, vt labores suos tibi offerat, et per te cęteris literatis. Igitur illū in fu

turũ agnoſces, agnoſces quidẽ tuum: & propenſiſſimũ eius in te, obſequendi animũ. Et vtinã ſtudioſi cognoſcerẽt: quãtũ fructus decerpere poſſunt ex authorũ fideliter traditis opib⁹. Vna qdẽ in oib⁹ relucet veritas q̃ lucẽ habitat inacceſſam: ad quã per ea tãq̃ per certos gradus ſcãditur, & maxime ſi analogiarũ & aſſurrectionũ nõ ignoretur modus. Verũ id: mun⁹ dei eſt. Sed q̃ (obſecro) prõptiores, abſtractiores, puriores ad diuina ſurgẽdi ꝑbere poſſint analogias, q̃ nullius fœdi, nulliuſq; rei carnalis pręſe ferãt veſtigiũ: q̃ literæ Mathematicæ? Id haud ĩpẽdio difficile ĩtelligẽt: q Analytica nũerorũ Odonis, & eiuſdẽ de Triade libellũ, libroſq; Cardinalis Cuſę legerĩt, quales ſũt ij quos de Docta ignorãtia, de Cõiecturis, de Beryllo ĩtitulat, & ſimiles. Et hic philoſophãdi modus: vetuſtiſſimus fuit, ante etiã Pythagorã, Platonem, & Ariſtotelẽ, vt vel ex antiquitate: cognoſcatur auguſtior. Et hanc philoſophiæ partem, Geometriã dico (quantũ memoriæ proditũ eſt) primi omniũ Phœnices & Aegyptij reperere. Deinde Thales Mileſius, Ameriſtus, Pythagoras, Anaxagoras Clazomeni⁹, Oenopides & Hippocrates Chij, Theodorus, Plato, Cleodamas, Architas, Theætetus, his poſteriores Eratoſthenes, Archimedes, Neocles, Leon, Eudoxus, Amyclas, Hermotimus, Theon, Pappus, Hypſicles: hi omnes & pleriq; alij, magnifice hanc laudibus & ſcriptis honeſtauere. Sed & ipſa manet laudibus ſuperior: maxime ſcientibus ea ipſa ad diuinorum inueſtigationem vti. Arithmetice enim ex vnius noti luce: omnia patefacere poteſt. Vnum vero ignotum: haud paruipendendum in Geometria potidus habet. deus vnus, notus pariter & ignotus: a quo oĩs lux cognitionis pendet, & per quẽ noſcũtur õnia. Per vnũ notũ, rationaliter: per vnũ ignotũ, ſupra rationẽ philoſophamur. Inuẽtio quadraturæ circuli (modo ad omnẽ circulũ, ſurdum nõ ſit omne quadratum) ſupra rationem eſt, & vnũ expoſcit ignotum. Neq; adhuc aliter inter quæuis duo deſignata extrema, poſſe duo media proportionalia conſtituere repertum eſt: q̃ per vnum ignotum. Quo fit vt ꝑexercitari in ea parte Arithmetices quæ de vno ignoto, numero, plano, latere cũ tetragonico tum cubico, tetragono, cubo, tetragono tetragoni, cuboq; cubi tractat, & horũ ĩuicẽ adiectione, ſubſtractione, ductione, ſubductione, nunc ſimpliciter, nũc per plus atq; minus, nõ paruũ Geometræ adferat adminiculũ. Cũ enĩ exploratũ tibi ſit, per 47 primi huius operis, diametrũ quadrati, duplũ poſſe ad latus eiuſdem: quo pacto agnoſces, diametrũ actu adijcere lateri (niſi excidit memoria) latus tetragonicũ ſenarij, minus latere tetragonico 32, id eſt duorum ſupra triginta, ſi ignoraueris latus tetragonicũ binarij a binario ſiue a latere tetragonico quaternarij quod idẽ eſt, per minus ſubſtrahere? Sed plura ſuper his differere: breuitas nõ ſinit epiſtolaris. Vale igitur & me, tuũq; Michaelẽ ſolita proſequere beniuolẽtia ac humanitate. Pariſijs. Anno M. D. X V I. poſtridie Epiphaniæ Domini: qui & ſæculi noſtri & poſteritatis, proſpere ſtudijs inſulgeat.

Iterum feliciter Vale.

Odo.
Cuſa.

Thales.
Ameriſtus.
Pythagoras.
Anaxagoras.
Oenopides.
Hippocrates
Theodorus.
Plato.
Cleodamas.
Architas.
Theætetus.
Eratoſthenes
Archimedes.
Neocles.
Leon.
Eudoxus.
Amyclas.
Hermotimus
Theon.
Pappus.
Hypſicles.

ℭEVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq́ facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

ℭEX Campano: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

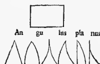


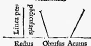
1 Vnctus: eſt cuius pars non eſt.
2 ℭLinea: eſt longitudo ſine latitudine.
3 ℭCuius quidem extremitates: ſunt duo puncta.
4 ℭLinea recta: eſt ab vno puncto ad aliud breuiſſima extenſio / in extremitates ſuas eas recipiens.
5 ℭSuperficies: eſt quæ longitudinē et latitudinem tantum / habet.
6 ℭCuius quidem termini: ſunt lineæ.
7 ℭSuperficies plana: eſt ab vna linea ad aliam breuiſſima extenſio / in extremitates ſuas eas recipiens.
8 ℭAngulus planus: eſt duarum linearum alternus cōtactus / quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem / applicatioq́ non directa.
9 ℭQuando autem angulum cōtinent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.
10 ℭQuando recta linea ſuper rectam ſteterit / duoque anguli vtrobiq́ fuerint æquales: eorum vterq́ rectus erit, lineaq́ lineæ ſuperſtans: ei cui ſuperſtat perpendicularis vocatur.
11 ℭAngulus vero qui recto maior eſt: obtuſus dicitur.
12 ℭAngulus vero minor recto: acutus appellatur.
13 ℭTerminus: eſt quod vniuſcuiuſq́ finis eſt.
14 ℭFigura: eſt quæ termino vel terminis continetur.
15 ℭCirculus: eſt figura plana vna quidem linea contenta quæ circunferētia nominatur / in cuius medio punctus eſt / a quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiā exeuntes / ſibi inuicē ſunt æquales.
16 ℭEt hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.
17 ℭDiameter circuli: eſt linea recta quæ ſuper eius centrū trāſiens / extremitateſq́ ſuas circunferentię applicans / circulum in duo media diuidit.

Punctus







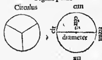


Terminus
Punctus Linea Superficies
Lineæ Sperficiei Corporis
F i g u ræ



Figuræ planæ

Circulus





Rectilineæ



Trilateræ

Aequilater9

Duū ęqualiū laterū

Triū inæqualiū laterum

Orthogoniū oxygoniū amblygoniū

Quadrilateræ

Quadratū Tetragon9 lōg9 Helmuayn



Similis helmuayn Helmuariphe



Aequidistantes

¶Semicirculus: ē figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 15

¶Portio circuli: est figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta: semicirculo quidem aut maior aut minor. 19

¶Rectilineæ figuræ: sunt quæ rectis lineis continentur. 20

¶Quarum quædā trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 21

¶Quædā quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 22

¶Quædā multilateræ: quæ pluribus q̄ quatuor rectis lineis continentur. 23

¶Figurarum trilaterarum: alia / est triangulus habens tria latera equalia. 24

¶Alia: triangulus duo habens ęqualia latera. 25

¶Alia: triangulus trium inæqualium laterum. 26

¶Harum iterum alia est orthogonium: vnū scilicet rectum angulum habens. 27

¶Alia est amblygonium: aliquem obtusum āgulū habens. 28

¶Alia est oxygonium: in qua tres anguli sunt acuti. 29

¶Figurarum autem quadrilaterarum: alia est quadratum/ quod est æquilaterum atq; rectangulum. 30

¶Alia est tetragonus longus: quę est figura rectangula/ sed equilatera non est. 31

¶Alia est helmuayn: quæ est ęquilatera / sed rectangula non est. 32

¶Alia est similis helmuayn: quæ opposita latera habet æqualia atq; oppositos angulos æquales / idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus cōtinetur. 33

¶Præter has autē omnes / quadrilaterę figuræ: helmuariphe nominantur. 34

¶Aequidistantes lineæ: sunt quæ in eadem superficie collocatæ: atq; in alterutram partē protractę non conueniunt / etiam si in infinitum protrahantur. 35

Secundum Petitiones.



¶A quolibet puncto in quemlibet punctum: rectam lineam ducere. atq; lineam definitam: in continuum rectumq; quantumlibet protrahere. 1

¶Super centrum quodlibet / quantumlibet occupādo spacium: circulum designare. 2

¶Omnes rectos angulos: sibiinuicem esse æquales. 3



¶Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit / duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint: istas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniunctum iri. 4

¶Duas lineas rectas: superficiem nullam concludere. 5

¶ Tertium. Communes animi conceptiones.

1 ¶ Quæ vni & eidẽ ſunt æqualia: & ſibi inuicẽ ſunt æqualia.
2 ¶ Et ſi æqualibus æqualia addãtur: tota quoq; fient æqualia.
3 ¶ Et ſi ab ęqualibus ęqualia auferantur: quæ relinquuntur erunt æqualia.
4 ¶ Et ſi ab inæqualibus æqualia demas: quæ relinquũtur erũt inæqualia.
5 ¶ Et ſi inæqualibus æqualia addas: ipſa quoq; fiẽt īæqualia.
6 ¶ Si fuerint duę res vni duplices: ipſæ ſibi inuicem erunt æquales
7 ¶ Si fuerint duæ res quarum vtraq; vnius eiuſdem fuerit dimidium: vtraq; erit æqualis alteri.
8 ¶ Si aliqua res alicui ſuperponatur/applicetur q; ei/ nec excedat altera alteram: illæ ſibi inuicem erunt æquales.
9 ¶ Omne totum: eſt maius ſua parte.

¶ CAMPANVS. ¶ Sciẽdum eſt autem: q; pręter has cõmunes animi conceptiones/ſiue cõmunes ſententias/multas alias quæ numero ſunt incompræhenſibiles/prętermiſit Euclides. quarum: hæc eſt vna.

¶ Si duæ quantitates æquales/ ad quamlibet tertiam eiuſdẽ generis comparentur: ſimul erunt aut vtræ illa tertia aut æque maiores/aut æque minores/ aut ſimul æquales.

¶ Item alia. Quanta eſt aliqua quãtitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis: tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiuſdem generis.

¶ In quantitatibus continuis hoc vniuerſaliter verum eſt: ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus/ſiue minores. magnitudo enim: decreſcit in infinitum. in numeris autẽ: non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi: erit quilibet terius æque ſubmultiplex alicuius quarti. quoniam numerus creſcit in infinitum: ſicut in infinitum minuitur.

¶ Euclidis Megarensis Græci philosophi Bartholomęo Zāberto Veneto interprete: triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.



Ignum: est cuius pars nulla. 1

¶ Linea vero: longitudo illatabilis. 2

¶ Lineæ autem limites: sunt signa. 3

¶ Recta linea: est quę ex ęquali sua interiacet signa. 4

¶ Superficies: est quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet. 5

¶ Superficiei extrema: sunt lineæ. 6

¶ Plana superficies: est quę ex ęquali suas interiacet lineas. 7

¶ Planus angulus: est duarum linearum in plano sese tāgentiū & non in directo iacentiū, ad alterutrā inclinatio. 8

¶ Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint: rectilineus angulus nuncupatur. 9

¶ Cum vero recta linea super rectam consistens lineā, vtrobiq; angulos æquales adinuicem fecerit: rectus est vterq; æqualium angulorū. ☙ quæ superstat recta linea: perpendicularis vocitatur, super quam steterit. 10

¶ Obtusus angulus: maior est recto. 11

¶ Acutus vero: minor est recto. 12

¶ Terminus: est quod cuiusq; finis est. 13

¶ Figura: sub aliquo, vel aliquibus terminis cōpræhenditur. 14

¶ Circulus: est figura plana vna linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab vno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineæ in ipsiusq; circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales. 15

¶ Centrum vero: ipsius circuli signum appellatur. 16

¶ Dimetiēs circuli: est recta quædam linea per centrū acta, et ex vtraq; parte in circuli circunferentiam terminata, quæ circulum bifariam dispescit. 17

¶ Semicirculus: est figura quæ sub dimetiente & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia sublata est, continetur. 18

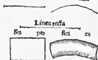
¶ Sectio circuli: est figura quæ sub recta linea & circuli circūferentia aut maiore aut minore semicirculo, continetur. 19

¶ Rectilineæ figuræ: sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

¶ Trilaterę figuræ: sunt quę sub tribus rectis continentur lineis 21

¶ Quadrilaterę figuræ: sunt quæ sub quatuor compræhenduntur rectis lineis. 22

¶ Multilaterę figuræ: sunt quę sub pluribus q̄ quatuor, rectis lineis compręhenduntur. 23











Figuræ planæ







24 ¶Trilaterarum porro figurarum: æquilaterum/est triangulum sub tribus ęqualibus lateribus contentum.
25 ¶Isosceles autē: est quod sub binis tantum æqualibus lateribus continetur.
26 ¶Scalenum vero: est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur.
27 ¶Amplius trilaterarum figurarum: rectangulum triangulū/ est quod rectum angulum habet.
28 ¶Amblygonium autem: quod obtusum angulum habet.
29 ¶Oxygonium vero: quod tres habet acutos angulos.
30 ¶Quadrilaterarum autem figurarum: quadratum quidem/ est quod & æquilaterum ac rectangulum est.
31 ¶Altera parte longius: est quod rectangulū quidē/ at æquilaterum non est.
32 ¶Rhombus: est quæ æquilatera/ sed rectangula non est.
33 ¶Rhomboides vero: est quæ ex opposito latera & angulos habens ęquales/ neq; ęquilatera neq; rectangula est.
34 ¶Præter hęc autē: reliqua quadrilatera/ trapezia appellātur
35 ¶Parallelæ: rectæ lineæ sunt quæ in eodē existentes plano/ & ex vtraq; parte in infinitum productæ/ in nulla parte cōcurrunt.















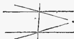




Secundum. Postulata.

1 ¶Ab omni signo in omne signum: rectam lineam ducere.
2 ¶Rectam lineam terminatam: in continuum rectumq; producere.
3 ¶Omni centro & interuallo: circulum describere.
4 ¶Omnes angulos rectos: adinuicem æquales esse.
5 ¶Si in duas rectas lineas recta linea incidens/ interiores & ī eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.





Tertium. Communes sententiæ.

1 ¶Quæ eidem æqualia: & ad inuicem sunt æqualia.
2 ¶Et si æqualibus æqualia adiiciantur: omnia erūt æqualia.
3 ¶Et si ab æqualibus æqualia auferantur: quæ relinquuntur æqualia erunt.
4 ¶Et si inæqualibus æqualia adiungantur: omnia erunt inæqualia.
5 ¶Et si ab inæqualibus æqualia auferantur: reliqua inæqualia erunt.
6 ¶Quæ eiusdem duplicia sunt: adinuicem sunt æqualia.
7 ¶Et quæ eiusdem sunt dimidium: æqualia sunt adinuicem.
8 ¶Et quæ sibimetipsis conueniunt: æqualia sunt adinuicem
9 ¶Totum: est sua parte maius.
10 ¶Duæ rectæ lineæ: superficiem non concludunt.

ℭ Euclidis Megarensis Geometrica elementa: ex Campano.

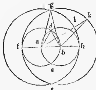
ℭ Primi libri propositio prima.



Triangulum æquilaterum: supra datam lineã rectam collocare. 1

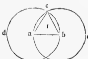
ℭ Esto data linea recta: a b. volo: super ipsam/ triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatem scilicet in puncto a, ponã pedem circini immobilem/ & alterum pedem mobilem extendam vsq; ad b: et describam secundum quantitatem ipsius lineæ datę/ per secũdã petitionẽ circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem scilicet pũctum b faciã centrũ: & per eãdem petitionem & secundũ eiusdẽ quantitatem/ lineabo circulum c a d h. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionum sicut sectionẽ d/ cõtinuabo cum ambabus extremitatibus datę lineæ: protractis lineis d a, d b, per primam petitionem. Quia ergo a pũcto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b vsq; ad eius circũferentiam: ipsæ erunt ęquales/ per diffinitionem circuli. Similiter quoq;. quia a puncto b quod est centrũ circuli c a d h/ protractæ sunt lineæ b a & a d vsq; ad eius circunferentiam: ipsæ erunt etiam ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a d, b d, ęqualis est lineæ a b/ vt probatum est: ipsæ erunt ęquales inter se/ per primam communem animi cõceptionem. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulũ æquilaterũ. quod est propositum.

ℭ CAMPANI additio. ℭ Si autẽ super eandem lineã libeat collocare reliquas duas triangulorũ species/ scilicet triangulũ duũ æqualiũ laterũ/ & triangulũ triũ inęqualiũ laterũ: protrahatur linea a b, in vtrãq; partẽ/ vsq; quo occurret circũferentijs amborũ circulorũ super duo pũcta f & h. Et posito centro in pũcto a: lineetur circulus e h g/ secundum quantitatẽ lineæ a h. Item posito centro in puncto h: lineetur circulus e f g, secundũ quantitatem lineę b f. Hi autem circuli: intersecabũt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datę lineę cum altera dictarum sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineę a b, & a f, exeunt a centro circuli c d f, ad eius circunferentiam: ipsæ erunt ęquales. Similiter quoq; a b & b h quia exeunt a centro circuli c a d h vsq; ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt ęquales. Quia ergo vtraq; duarum linearum a f & b h ęqualis est lineę a b: ipsę erunt inter se ęquales. ergo posita a b cõmuni: erit b f ęqualis a h. sed b f ęqualis ipsi b g: quia ambæ exeunt a centro circuli e f g, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; a h: est ęqualis ipsi a g. & vtraq; earum est maior a b: eoq; vtraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum ęqualium laterum. ℭ Triangulum etiam trium inęqualium laterum super eandem lineã collocabimus: si aliquod pũctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorum quod non sit in altera duarum sectionum/ & cui non obuiet f h/ cum in vtrãlibet partem producta fuerit in continuum et directũ/ coniunxerimus per duas lineas rectas cũ ambabus extremitatibus datę lineę. Sit enim pũctus k signatus in circunferentia circuli e f g: et nõ sit in altera sectionum/ nec occurrat ei f h, cũ protraheretur in continuum et directum eius vsq; ad circunferentiam. protraham ergo lineas a k et b k. et secabit linea a k: circunferentiã circuli e h g. secet ergo in pũcto l. eritq; b k per. 1. cõmunẽ animi conceptionem æqualis a l: quia b k per diffinitionem circuli est æqualis b g, et a l ęqualis a g. quare a k: est maior b k. Sed & b k: est maior a b. triangulus ergo a b k: est trium inęqualium laterum. Si igitur super datam lineam rectam: omnes triãgulorum species collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

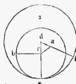
1 ¶Super data recta linea terminata: triangulum æquilaterũ constituere.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta terminata linea: a b. Oportet super a b: triangulum æquilaterũ constituere. Centro quidem a, spacio vero a b, circulus describatur b c d: per 3 postulatũ. & rursus per idẽ/ centro quidẽ b, spacio vero b a, alter circulus describatur a c e. Et per 1 postulatũ/ a signo c, in quo se circuli adinuicẽ secant; ad a, b, signa connectãtur rectæ lineæ c a, c b. Et quoniã a, signũ/ centrũ est circuli c b d: æqualis est per 15 diffinitionẽ, a c ipsi a b. Rursus quoniam b signũ/ cẽtrũ est circuli c a e: æqualis est b c ipsi b a, per 15 diffinitionẽ. At ostensa est linea a c: ipsi a b æqualis. vtraq; igitur & c a & c b: ipsi a b est æqualis. Quæ autem eidem æqualia: & adinuicẽ sunt æqualia/ per 1 cõmunẽ sententiam. & c a igitur: ipsi c b est æqualis. Tres igitur lineæ, c a, a b, b c, æquales adinuicẽ sunt. Aequilaterum igitur est triangulum a b c, & constitutum super data recta linea terminata a b: quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

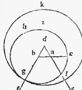
2 Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propositæ ęquam rectam lineam ducere.



¶CAMPANVS. ¶Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. volo a puncto a, ducere lineam vnã æqualẽ lineæ b c: in quãcũq; partẽ contingat. Coniungã ergo punctũ a: cum altera extremitate lineæ b c: cum qua voluero. et coniungam ipsum a, cũ extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterũ secundũ doctrinã præcedentis/ qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua cõiunxi punctũ datũ/ a scilicet: in extremitate c ponã pedem circini immobilẽ. describamq; super ipsum per 3 petitionẽ/ circulum secũdum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato/ scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti vsq; ad eius circunferentiã: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quãtitatem/ lineabo circulum/ posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a vsq; ad circũferentiã huius vltimi circuli: & occurrat circũferẽtiæ ipsius in pũcto f. Dico igitur q; a f: est æqualis b c. quã bc & c e sunt æquales: quia exeunt a centro circuli e b, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales: quia exeũt a centro circuli e f, ad circũferentiam. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales: erũt residua quæ sũt a f & c e, æqualia. Quia ergo vtraq; duarũ linearum a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicẽ sunt æquales. Quare a puncto a, protraximus lineã a f æqualẽ b c: quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. propositio 2.

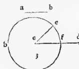
2 ¶Ad datum signum: datæ rectæ lineæ æquam rectam lineã ponere.



¶THEON ex Zã. ¶Sit datũ signũ, a: data aũt recta linea, b c. oportet ad ipsum a: ipsi b c rectæ lineæ æquã rectã lineã ponere. Ducaturq; ab a, signo in b signũ/ recta linea a b: per 1 postulatũ. & cõstituatur per 1 propositionẽ/ triangulũ æquilaterũ: sitq; illud/ d a b. & producãtur per 2 postulatũ in rectũ, d a, d b: sintq; a e, b f. & per 3 postulatũ/ cẽtro b/ spacio vero b c: circulus describatur c g h. et rursus per idem/ cẽtro d/ spacio vero d g: circulus describatur g k l. Quoniam igitur b signũ/ cẽtrũ est circuli c g h: æqualis est per xv diffinitionem/ b c ipsi b g. et quoniam d signũ cẽtrum est circuli g k l: ęqualis est per eãdem/ d l ipsi d g/ quatũ d a ipsi d b/ est æqualis per pręcedentem. reliqua igitur a l: reliquæ b g per 3 cõmunẽ sentẽtiam est æqualis. Ostensum est autem: q; b c ipsi b g est ęqua

lis. vtraq; igitur & a l & b c : ipsi b g est æqualis. Quæ autē eidem æqualia: per primam cōmunem sententiā & adinuicem sunt æqualia. & linea a l igitur: ipsi b c est æqualis. Ad datum igitur signum, a: datæ rectæ lineę b c æqua recta linea collocata est a l. quod fecisse oportuit

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

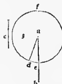


PRopositis duabus lineis inęqualibus: de longiori earum / breuiori æqualem abscindere. 3

ℭCAMPANVS. ℭSint duæ lineæ a b & c d: & sit a b minor. volo ex c d abscindere vnam: quæ sit æqualis a b. Duco primo a pūcto c, vnā lineam æqualē a b, secundū quod docuit præcedens: quæ sit c e. posito ergo centro in puncto c: describā circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d. sit ergo vt secet eā in puncto f. eritq; linea c f, æqualis lineæ c e: quia ambæ exeunt a centro eiusdem circuli ad circūferentiam. & quia vtraq; duarū linearum a b & c f est æqualis c e: ipsæ per 1 cōmunē animi conceptionē sunt inter se ęquales. quod est propositum.

Eucli ex Zamb. Problema 3. propositio 3.

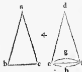
ℭDuabus datis rectis lineis inæqualibus: a maiori / minori æqualem rectam lineam abscindere. 3



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, a b, c: quarum maior sit a b. oportet ab ipsa a b maiore: ipsi c minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur per secundā propositionē ad signum a, lineæ vero rectæ c, æqualis a d. et cētro quidem a, interuallo vero a d: per 3 postulatum circulus describatur d e f. Et quoniam a signum / centrū est circuli d e f: æqualis est a e ipsi a d. At linea c: ipsi a d est æqualis. vtraq; igitur & a e, & c: ipsi a d est æqualis. quare & linea a e: ipsi c est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus a b, c: ab ipsa a b maiore / ipsi c minori æqualis abscisa est a e. quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

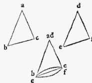
OMnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius æqualia fuerit / duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri: latera quoq; illorū reliqua sese respicientia æqualia / reliqui vero anguli vnius reliquis angulis alterius æquales erunt / ac totus triangulus toti triangulo æqualis. 4



ℭCAMPANVS. ℭSint duo trianguli a b c, d e f. sitq; latus a b, æquale lateri d e: & latus a c, æquale lateri d f. & angulus a: æqualis angulo d. Tūc dico: ꝙ basis b c, est æqualis basi e f. & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c: æqualis angulo f. & totus triangulus a b c: toti triāgulo d e f. quod probatur. Supponā triangulum a b c, triangulo d e f: ita ꝙ angulus a, cadat super angulū d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autē per penultimam conceptionē / ꝙ nec anguli nec latera sese excedent: eo ꝙ angulus a, est æqualis angulo d. & latera superposita: ijs, quibus superponūtur / per hypothesin. puncta ergo b c, cadent super puncta e, f. Si ergo linea b c cadit super lineā e f: patet propositū. quia cū linea b c superposita lineę e f, non excedat eā nec excedatur ab ea: est ei æqualis per conuersionem penultimæ conceptionis. Eadē ratione erit angulus b, æqualis angulo e: & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f: tunc duæ lineæ rectæ concludunt superficiem. quod est contra vltimam petitionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

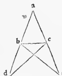
4 ¶ Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ & angulum angulo æqualẽ sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt. & triangulum triangulo æquum erit. ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri: sub quibus æqualia latera subtenduntur.



¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera videlicet a b, a c, duobus lateribus hoc est d e, d f, æqualia habentia alterũ alteri scilicet a b ipsi d e & a c ipsi d f, & angulũ b a c angulo e d f ęqualem. Dico ꝗ & basis b c: basi e f est æqualis. & triangulum a b c triangulo d e f ęquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur/ hoc est a b c ipsi d e f, & a c b ipsi d f e. Congruente namq; triangulo a b c ipsi d e f triangulo, ac posito signo a super d, & a b recta linea super d e: congruit & signum b super signo e, ex eo quia linea a b ipsi d e est æqualis per hypothesin. Et congruente linea a b ipsi lineæ d e, congruit & linea recta a c ipsi lineæ d f: quoniam angulus b a c, angulo d e f est æqualis per hypothesin. At quoniam linea recta a c, ipsi d f est æqualis per hypothesin: signum igitur c, ipsi signo f congruit. Rursus quoniã c signũ ipsi f signo cõgruit/ at b signũ ipsi e signo congruit: basis igitur b c, basi e f congruit. Si eni congruente b ipsi e, & c ipsi f, basis b c basi e f non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt. quod per 10 communem sententiã est impossibile. Congruit ergo basis b c, basi e f: & ei est æqualis. Quare totum triangulum a b c, toti triangulo d e f congruit per 8 communem sententiam: & ei est æquale. Et reliqui anguli per eandem reliquis angulis cõgruent/ & eis erunt ęquales: hoc est angulus a b c angulo d e f, & angulus a c b angulo d f e. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ & angulum angulo ęquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoq; basi æqualem habebunt. & triãgulum triangulo æquum erit. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Omnis trianguli duum æqualium laterum angulos qui super basin sunt: æquales esse necesse est. Q? si eius duo latera directe protrahantur: fient quoq; sub basi duo anguli inuicem æquales.

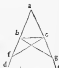


¶ CAMPANVS. ¶ Sit triangulus a b c: cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico ꝗ angulus a b c: est æqualis angulo a c b. Q? si protrahantur a b & a c vsq; ad d & e: fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiã propositionem/ lineam a d æqualem lineæ a e: & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d: quos probabo esse æquales/ & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d: & angulus a, communis vtriq;. ergo per præmissam/ basis b e est æqualis basi d c: & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos trianguos d b c & e c b: quos similiter probabo esse æquilateros & æqangulos. Nã duo latera b d & d c triãguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b triãguli c e b: & ãgulus d, angulo e. ergo per præmissam basis basi: & reliqui anguli reliqs angulis. ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b. Et est secundum propositum: scilicet ꝗ anguli sub basi sunt æquales) et angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a

b e: est æqualis toti a c d, vt probatum fuit supra. ergo angulus a b c residuus/ est per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo: quorum vterq; est supra basin. Et hoc est primum propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5.

¶ Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli: adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis / qui sub basi sunt anguli: adinuicem æquales erunt. 5



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulũ isosceles a b c, æquũ habens latus a b lateri a c: & pducãtur per 2 postulatũ/ in rectũ ipsis a b, a c, rectæ lineæ b d, c e. Dico q angulus a b c, angulo a c b est æqualis: & angulus c b d, angulo b c e. Capiatur in linea b d, cõtingens signum sitq; illud f: & auferatur per 3 propositionẽ a linea a e maiori/ ipsi a f minori æqualis/ sitq; illa a g. & cõnectantur f c & g b. Quoniam a f ipsi a g, & a b ipsi a c, sunt æquales: duæ igitur f a, a c, duabus g a, a b, sunt æquales altera alteri. & cõmunem angulũ concludunt: qui sub f a g continetur. Basis igitur f c: basi g b per 4 propositionẽ est æqualis. & triangulum a f c: triangulo a g b erit æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt/ sub quibus latera æqualia explicãtur: hoc est angulus a c f angulo a b g, & angulus a f c angulo a g b. Et quoniam tota a f toti a g est æqualis/ quarum linea a b lineæ a c est æqualis: reliqua igitur b f reliquę c g per 3 cõmunem sentẽtiã est æqualis. Ostensum est autem: q f c ipsi b g est æqualis. Duæ autẽ b f, f c: duabus c g, g b, æquales sunt altera alteri. & angulus b f c: angulo c g b per 4 propositionẽ est ęqualis. & b c basis eorũ: cõmunis est. Triangulum igitur b f c, triangulo c g b erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt / sub quibus æqualia latera subtenduntur/ per eandẽ. Angulus igitur f b c, angulo g c b, & angulus b c f angulo c b g sunt æquales. Quoniã igitur totus angulus a b g toti angulo a c f (vt ostensum est) æqualis est/ quorũ c b g angulo b c f est æqualis: reliquus igitur angulus a b c reliquo angulo a c b per 3 cõmunem sententiam est æqualis/ & ad basin sunt trianguli a b c. Ostensum est autem q angulus f b c anglo g c b est æqualis/ & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorũ qui ad basin anguli sunt: ęquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis / anguli qui sub basi existunt: æquales erunt adinuicẽ. quod demõstrãdum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

SI duo ãguli alicui9 triãguli ęquales fuerit: duo quoq; latera eius illos angulos respiciẽtia ęqualia erũt. 6



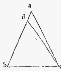
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc est conuersa præmissæ: quantũ ad primã partẽ ipsius. Sit enim triangulus a b c: cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico q latus a b: est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia: erit alterum maius. sitq; a b maius/ quod resecetur ad æqualitatem a c per 3 propositionẽ: vt superfluum sit a d ad partẽ a. & resecetur in puncto d: sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c: quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b: & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesin. ergo basis d c est æqualis basi a b per 4 propositionem: & angulus d c b ęqualis angulo a b c. Sed angulus a c b: est æqualis angulo a b c per hypothesin. ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b: pars videlicet toti. quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6

¶ Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos subtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt. 6

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: æquum habẽs angulum a b c, ãgulo a c b. Dico q & latus a b: æquũ est lateri a c. Si enim est inæquale latus a b ipsi lateri a c: alterum eorũ erit maius. Sit maius a b.

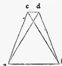
Et auferatur per 3 propositionem ab ipso a b maiori/ ipsi a c minori linea æqualis: sitq; illa/ d b. protrahatur linea d c: per 3 postulatum. Igitur qm̃ latus d b est æquale lateri a c, cõmunis vero linea b c: duo igitur d b, b c, latera duobus lateribus a c & c b sunt æqualia alterum alteri. & angulus d b c: angulo a c b per hypothesin. Basis igitur d c, p 4. propositionẽ basis a b est æqualis: & triangulũ d b c, per eande triangulo a c b æquũ erit minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur a b: lateri a c nõ est inæquale, æquale igitur. Si triãguli ergo duo ãguli æq̃les adinuicẽ fuerĩt: æquales quoq; angulos subtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt, quod fuerat ostẽdẽdũ.

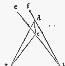


Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI a duobus pũctis aliquã lineã terminãtibus/ duę lineę ad pũctu vnũ cõcurrẽtes exierint: ab eisdẽ pũctis alias duas lineas singulas suis cõterminalibus ęquales q ad aliũ pũctũ cõcurrãt/ in eãdẽ partẽ educi est ĩpossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: a cuius extremitatibus a & b, protrahãtur duæ lineæ in partẽ vnã q̃ concurrãt in eodẽ pũcto, vt sint lineæ a c & b c: q̃ concurrãt in puncto c. Dico q in eandẽ parte non protrahẽtur aliæ duę ab extremitatibus lineę a b, q̃ cocurrãt ad aliu pũctũ: ita q illa quæ egredietur a pũcto a sit æqualis a c, & quæ egredietur a pũcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile, protrahãtur alię duę lineę in eandẽ partẽ/ quæ cõcurrãt in puncto d, & sit a d æqualis lineę a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo pũctus d cadet intra triãgulũ a b c: aut extra, nam in altetum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra: aut altera linearũ a d & b d secabit alterami linearũ a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alterã: & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c per 5 propositionẽ. Similiter quia in triãgulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandẽ æquales. Et q a angulus b d c est maior angulo a d c: sequitur ãgulũ b c d esse maiorẽ angulo a c d, partẽ scilicet toto, q̃d est ĩpossibile. Si autẽ d cadat extra triangulũ a b c, ita q lineæ se nõ secent: protrahã lineã d c, & producã b d & b c sub basi vsq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sunt æquales: erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. similiter quia b c & b d sunt æquales: erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partẽ eiusdẽ. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconuenientes: si d punctus cadat intra triangulum a b c.

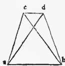




Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 7.

7 Super eadẽ recta linea duabus eisdem rectis lineis alię duæ rectę lineę ęq̃les altera alteri nõ constituẽtur/ ad aliud atq; aliud signũ/ ad easde ptes: eosdẽ fines primis rectis lineis possidẽtes.

THEON ex Zab. Si enĩ est possibile: super eadẽ recta linea a b, duabus rectis lineis a c, c b, aliæ duæ rectæ lineæ a d, d b, æquales altera alteri cõstituãtur ad aliud atq; aliud signũ hoc est c & d, ad easdẽ pres sc; c d, eosdẽ fines hoc est a, b, possideres. Qm̃ æqualis est c a ipsi d a eũdẽ finẽ habẽs hoc est a, & c b ipsi d b eundẽ fine habẽs hoc est b: conectatur c d per 1 postulatũ. Quoniã igitur a c æqualis est ipsi a d: æqualis erit quoq; angulus a c d, angulo a d c. Minor igitur est ãgulus a c d: angulo b d c, multo minor igitur est angulus b c d angulo b d c. Rursus quoniã c b ipsi d b est ęqualis: æquus est igitur & angulus b c d angulo c d b. Ostensum est autem q admodũ minor, quod est impossibile. Super igitur eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atq; aliud signũ/ ad easdem partes: eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

OMnium duorum triangulorum quorum duo latera 8
vnius duob⁹ lateribus alterius fuerint ęqualia/basisq́
vnius basi alterius æqualis: duos angulos æquis late-
ribus contentos/æquales esse necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli a b c, d e f: sitq́ a c æqualis d f, & b c
æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q̄ angulus c est æqualis angulo f,
& angulus a ãgulo d, & angulus b ãgulo e. Supponã basin a b, basi d e: q̄ cũ
sint æquales/ neutra excedit alterã p cõuersionẽ penultimæ cõceptionis. Aut
ergo pũctus c cadet sup pũctũ f: aut nõ. Si sic: tũc q̄a ãgulus c suppositus est
ãgulo f, & neuter excedit alterum eo q̄ a c super d f & b c super e f cadunt/
ipsi sunt ęquales per eandẽ conceptionẽ. Similiter argue reliquos angulos
esse æquales. Si autẽ pũctus c nõ cadat super f: cadat super quẽlibet aliũ qui
sit pũctus g, q̄a e g est æqualis b c imo eadẽ/ itẽq́ q̄a d g est ęq̄lis a c: erit d g
æqualis d f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 8

¶Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alte- 8
ri æqualia habuerint/ & basin quoq́ basi æqualẽ: ãgulũ quoq́
angulo sub æqualibus rectis lineis cõtentũ æqualem habebũt.

¶THEON ex Zamb. ¶Sint bina triãgula a b c, d e f, duo latera a b, a c,
duobus lateribus d e, d f, æqualia habẽtia alterũ alteri/ hoc est a b ipsi d e & a
c ipsi d f: habeantq́ basin b c basi e f æqualẽ. Dico q̄ angulus b a c: angulo
e d f est æqualis. Cõgruẽte enĩ triãgulo a b c ipsi triãgulo d e f, & positu qui-
dẽ b signo sup e signũ: & recta linea b c super e f: congruit quoq́ signũ c ipsi
f signo/ q̄m b c æqualis est ipsi e f. Congruente vero b c ipsi e f: congruunt
quoq́ & b a a c ipsis e d, d f. Si enim basis b c basi e f congruit at b a, a
c, latera lateribus e d, d f, non congruent/ sed differẽt sicut e g, g f: consti-
tuẽtur super eadem recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ li-
neæ æquales altera alteri/ ad aliud & aliud signũ ad easdẽ partes / eosdẽq́
fines possidentes. Nõ cõstituũtur autẽ per 7 propositionẽ. Nõ igitur / con-
gruẽte basi b c basi e f, nõ cõgruũt quoq́ & b a, a c, latera ipsis e d, d f, lateri
bus. congruunt igitur. Quare & angulus b a c, angulo e d f cõgruet: & eidẽ
æqualis erit. Si bina igitur triãgula duo latera duobus lateribus alterum alte
ri æqualia habuerint/ basinq́ basi æqualem: angulum quoq́ angulo sub ęqua
libus rectis lineis contentum æqualem habebunt. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

DAtum angulum: per æqualia secare. 9

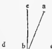
¶CAMPANVS. ¶Sit datus ãgulus quẽ oportet diuidere: ãgu
lus a b c. Lineas ipsũ cõtinẽtes q̄ sunt a b & b c, ponã æquales
p 3 propositionẽ. & producã lineã a c: sup quã cõstituã triangulũ
æq̄laterũ a d c per 1 propositionẽ. & protrahã lineã b d. Dico q̄ ipsa diuidit
datũ angulũ p æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d. duo latera
a b & b d triãguli a b d sũt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b
d: & basis a d basi c d, ergo per præcedentem angulus a b d est æqualis an-
gulo c b d. quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

¶Datum angulum rectilineum: bifariam secare. 9

¶THEON ex Zãberto. ¶Sit datus rectilineus ãgulus b a c. Oportet ipsũ
bifariã secare. Suscipiatur super linea a b existens signũ: sitq́ illud/ d. & ali-
nea a c, per 3 propositionẽ auferatur a e: ipsi a d æqualis. & p 1 postulatũ cõ
nectatur linea d e: cõstituaturq́ per 1 propositionẽ sup d e, triãgulũ æq̄late-
rũ sitq́ illud d f e. & cõnectatur per 1 postulatũ: linea d f. Dico q̄ ãgulus b a
c: a linea a f bifariã secatur. Q̄m a d est æqualis ipsi a e, cõmunis vero a f: bi-
næ igitur d a, a f, duab⁹ e a, a f sũt altera alteri æquales. At basis d f: basi e f
per 1 propositionẽ est æqualis. angulus igitur d a f, angulo f a e per 8 propo
sitionẽ est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub b a c: bifariam
sectus est a recta linea a f, quod fecisse oportuit.

THEON ex Zã. Recta enim linea quędã a b, super rectã lineã c d consistens: angulos efficiat c b a & a b d. Dico q̃ c b a & a b d anguli: aut duo recti sunt/aut duobus rectis æquales. At si angulus c b a, est æqualis angulo a b d: iam duo recti sunt. At si non: excitetur per 11 propositionẽ a dato signo b lineæ c d, ad angulos rectos linea b e. anguli igitur c b e, e b d: per 10 diffinitionẽ sunt recti. At quoniam angulus c b e, duobus c b a, a b e angulis est æqualis; communis ponatur angulus e b d. igitur anguli c b e, e b d: tribus angulis hoc est c b a, a b e, e b d, sũt æquales. Rursus quoniã ãgulus d b a duobus angulis d b e, e b a est æqualis: cõmunis ponatur angulus a b c. Igitur anguli d b a, a b c, tribus angulis d b e, e b a, a b c, sunt æquales. Ostensũ est autẽ q̃ anguli c b e, e b d: eisdem tribus sunt æquales. quæ autẽ eidẽ sunt æqualia: per primam communẽ sententiam & sibi inuicem sunt æqualia. Igitur anguli c b e, e b d, sũt duo recti: & anguli d b a, a b c, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam/angulos fecerit: aut duos rectos aut duobus rectis æquales efficiet. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

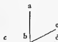
14 SI duæ lineę a puncto vnius lineæ in diuersas partes exierint/duosq; circa se angulos/rectos aut duobus rectis æquales fecerint: illæ duæ lineæ sibi directe cõiunctæ sunt/et linea vna.

CAMPANVS. Sit vt a pũcto b lineæ a b, exeãt duæ lineę in oppositas partes/quæ sint b c & b d: & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis. tunc dico q̃ duę lineæ c b & d b: sunt sibi inuicem directe coniunctæ & linea vna. Hęc est quasi cõuersa prioris. Quia si non fuerint linea vna: tunc protrahatur c b in continuum & directũ. quę quia non est linea vna cum d b: trãsibit super eã vt b e, aut sub ea vt b f. Quia ergo super lineã rectam quę est c b e, cadit linea a b: erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per pręcedẽtẽ. & quia omnes recti sũt adinuicẽ æquales per 3 petitionẽ/ãguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin: erunt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a. ergo dẽpto cõmuni angulo c b a: erit ãgulus e b a æqualis ãgulo d b a, pars toti. quod est impossibile. Similiter linea c b protracta/probabis angulum d b a esse æqualem angulo f b a: si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.

Eucli ex Zamb. Theorema 7. propositio 14.

14 Si ad aliquã rectã lineã atq; ad eius signũ duæ rectæ lineæ non ad easdẽ partes ductæ/vtrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerit: ipsæ in directũ rectæ lineæ adinuicem erunt.

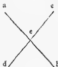
THEON ex Zã. Ad aliquã enĩ rectã lineã a b, signũq; eius b, duę rectæ lineæ b c, b d non ad easdẽ partes ductæ: vtrobiq; ãgulos a b c, a b d, duobus rectis ęquos efficiant. Dico q̃ ipsi c b, recta linea b d in directũ est constituta. Si enim ipsi c b recta linea b d nõ est in directũ: sit ipsi c b recta linea b e in directum constituta. Quoniam igitur recta linea a b super rectam lineam c b e stetit: anguli igitur a b c, a b e, duobus rectis sunt æquales per 13 propositionem. At anguli a b c & a b d: duobus rectis sunt æquales. anguli ergo c b a, a b e: angulis c b a, a b d sunt æquales. Communis auferatur angulus c b a. reliquus igitur angulus a b e: reliquo angulo a b d est æqualis/minor maiori. quod est impossibile. Linea igitur b e: ipsi c b in directum minime est. Similiter quoq; ostẽdemus: q̃ nec aliqua præter lineam b d. In directum igitur est ipsi c b: linea b d. Si ad aliquã igitur rectam lineam/ad signumq; eius duę rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ/vtrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum ipsę rectę lineę sibi inuicem erunt. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 15.



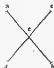
OMni umduarum linearum se inuicem secantiũ: omnes anguli contra se positi sunt æquales. Unde manifestum est / cum duæ lineæ rectæ se inuicem secãt: quatuor qui fiunt angulos / quatuor rectis esse æquales. 15



¶CAMPANUS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: se inuicẽ secantes in puncto e. dico q̃ ãgulus d e b est æqualis ãgulo a e c: et angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erunt enim per 13 / duo anguli a e c & c e b æquales duobus rectis: itemq; duo ãguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem. quare duo primi sunt æquales duobus postremis: eo q̃ omnes recti sunt adinuicem æquales per 4 petitionem. dempto ergo cõmuni angulo qui est c e b: erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur: angulũ c e b esse æqualẽ angulo a e d. quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. propositio 15.

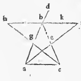
¶Si duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: angulos qui circa verticem sunt / æquos adinuicem efficient. 15



¶THE. ex Zãb. ¶Duę rectę lineę a b & c d: se adinuicẽ secẽt ĩ signo e. Dico q̃ ãgulus a e c: æqualis est ãgulo d e b. Quoniã eni recta linea a e super rectam lineã c d stetit / angulos efficiens c e a & a e d: igitur anguli c a e, a e d, duobus rectis sunt æquales per 13 propositionẽ. Rursus quoniã recta linea d e super rectã lineam a b stetit / angulos efficiens a e d, d e b: igitur anguli a e d, d e b, duobus rectis sunt æquales per eandẽ 13 propositionem. Ostensum autem est / q̃ anguli c e a, a e d: duobus rectis sunt æquales. anguli igitur c e a, a e d: angulis a e d, d e b, sunt æquales. Cõmunis anferatur a e d. reliquus igitur angulus c e a: reliquo angulo d e b, est æqualis. Similiterq; ostendetur q̃ & anguli c e b, d e a, sũt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint: angulos qui circa verticem sunt / adinuicem æquales efficient. quod oportuit demõstrasse.

Eucli. ex Camp Propositio 16.

SI quodlibet laterum trianguli directe protrahatur: faciet angulum extrinsecum vtroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem. 15



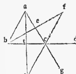
¶CAMP. ¶Sit vt trianguli a b c, latus a b protrahatur vsq; ad d. dico q̃ ãgulus d b c, maior ẽ vtroq; duorũ ãgulorũ intrinsecorũ sibi oppositorũ: qui sũt b a c et b c a. Diuidã eni p 10 propositionẽ / lineã c b p æqualia in puncto e: & protraham a e vsq; ad f, ita vt e f fiat æqualis a e. & protrahã lineã f b. Intelligo duos triãgulos: c e a et b e f. & quia duo latera a e & e c trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e vnius est æqualis angulo e alterius per premissam / quia sunt anguli cõtra se positi: erit per 4 propositionem angulus e c a, æqualis ãgulo e b f. & ideo angulus e b d: maior erit ãgulo b c a. Similiter quoq; probabitur q̃ est maior angulo c a b. Nã diuidam a b per æqualia in puncto g: per 10 propositionem. & protraham lineam g h: æqualem lineæ c g per 3 propositionem. postea protraham h b k. eruntq; duorum triangulorum qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi: & angulus g vnius, angulo g alterius per 15. ergo per 4 angulus g c a: est æqualis angulo g b h. quare per 15: & angulo k b d. Et quia angulus c b d est maior angulo k b d: erit etiam maior angulo b a c. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propositio 16.

¶Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus v- 16

triusq; interioribus & ex opposito/maior est.

¶THEON ex Zã. ¶Sit triãgulũ a b c:& producatur ipsius latus vnũ/ (sitq; illud b c)vsq; in d.Dico q; exterior angulus a c d: maior est vtriusq; interioribus & ex opposito constitutis/hoc est angulis c b a & b a c.Secetur linea a c per 10 propositionem/in signo e:& protracta linea b e per secundum postulatum/extendatur in signum f.collocetur q; ipsi b e:per secundam propositionem æqualis lineae f.& connectatur per primum postulatũ f c.& extendatur per secũdum postulatum:linea a c vsq; in g. Quoniam igitur a e æqualis est ipsi e c,& b e ipsi e f:duæ igitur a e & e b,duabus c e & e f sunt ęquales altera alteri.& angulus a e b:per 15 propositionem angulo f e c est æqualis.circa verticem enim.Basis igitur a b:basi f c per 4 propositionem est æqualis.& triangulum a b e:triangulo f e c est æquale.& reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur.Angulus igitur b a e: angulo e c f est æqualis.At angulus e c d:angulo e c f maior est.maior igitur est angulus a c d:angulo b a c.Similiter quoq; si secetur bifariam linea b c:ostẽdetur & angulus b c g hoc est a c d,maior ãgulo a b c.Omnis igitur trianguli vno latere producto:exterior ãgulus vtriusq; interioribus et ex opposito/maior est.quod fuerat ostendendum.



Eucli.ex Camp. Propositio 17.

17 OMnis trianguli duo quilibet anguli: duobus rectis sunt minores.

¶CAMPANVS.¶Sit triãgulus a b c.dico q; duo quilibet eius anguli:duobus rectis sunt minores.protrahatur enim vnum latus eius/vt b c: vsq; ad d.eritq; per præcedẽtem/angulus c extrinsecus:maior a et maior b.sed c extrinsecus cum c intrinseco:est æqualis duobus rectis per 13.ergo anguli b & c intrinseci/siue anguli a & c intrinseci: sunt minores duobus rectis.Similiter si protrahatur latus b a:probabitur q; duo anguli a & b sunt minores duobus rectis.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 10.Propositio 17.

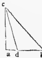
17 ¶Omnis trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores: omnifariam sumpti.

¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulũ a b c.dico q; ipsius a b c triãguli duo anguli:duobus rectis omnifariã sumpti/sunt minores. Producatur enim per 2 postulatum:b c,vsq; in d.Et quoniã trianguli a b c per precedentem exterior angulus qui est a c d, interiore maior est et ex aduerso/angulo a b c:cõmunis admittatur angulus a c b.Anguli igitur a c d, a c b:angulis a b c,b c a sunt maiores.sed anguli a c d , a c b:per 13 propositionem duobus rectis sunt æquales.anguli igitur a b c,b c a:duobus rectis sunt minores.Similiter quoq; ostẽdemus q; anguli b a c,a c b: duobus rectis sunt minores/ et etiam anguli a c b,a b c. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores:quomodocunq; assumpti.Quod demonstrasse oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 18.

18 OMnis trianguli longius latus:maiori angulo oppositum est.

¶CAMPANVS.¶Sit vt in triangulo a b c angulus a sit maior angulo c.dico q; latus c b: maius erit latere a b. Si enim sit æquale:erit per 5 angulus a equalis angulo c.quod est contra hypothesin.Si autem a b sit maius: resecetur ad æqualitatem c b,per 3/sitq; d b ęquale c b.erit ergo per 5/angulus d c b:æqualis angulo b d c.sed b d c est maior ãgulo b a c per 16.ergo b c d:est maior b a c,quare multo fortius maior ãgulo a c b,pars toto.quod est ĩpossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propositio 18.

Omnis triãguli maius latus: sub maiori angulo subtẽditur 18

THEON ex Zam. Sit enim triangulũ a b c: habens latus a c maius latere a b. Dico q & angulus a b c: angulo b c a maior est. Quoniam a c maius est a b: ponatur ipsi a b per 3 propositionem æqualis linea a d. et connectatur per 1 postulatũ: linea b d. At quoniam trianguli b d c ãgulus exterior a d b, per 16 propositionem maior est interiore & opposito angulo d c b, æqualis autem est per 5 propositionem angulus a d b angulo a b d, quoniam latus a b ipsi a d est æquale: maior est igitur angulus a b d angulo a c b. multo maior est igitur angulus a b c: angulo a c b. Omnis igitur trianguli maius latus: sub maiori subtenditur angulo. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

Omnis trianguli maior angulus: longiori lateri op- 19
positus est.

CAMP. Sit vt in triãgulo a b c: latus b c sit maius latere a b. dico q ãgulus a: erit maior ãgulo c. Hęc est cõuersa pręcedẽtis. Si enĩ sit ęqualis: tũc per 6 / latus a b est ęquale lateri b c. quod est cõtra hypothesin. Si autẽ c sit maior: tunc per pręcedentẽ / latus a b est maius latere b c. quod est cõtra hypothesin. Quare astruitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

Omnis triãguli maior ãgulus: sub maiori latere subtẽditur 19

THEON ex Zamb. Sit triangulũ a b c: maiorẽ habens angulum a b c angulo b c a. Dico q latus a c: maius est latere a b. Si autẽ non: aut est æquale latus a c lateri a b, aut eo minus. æquale quidem minime est latus a c: ipsi a b. æqualis nanq; esset per 5 propositionem angulus a b c: ãgulo a c b. non est autem, latus igitur a c: lateri a b minime est æquale. At latus a c: latere a b minus non est, nam angulus a b c: ãgulo a c b minor esset. at non est. latus igitur a c: latere a b minus minime est. Maius igitur est latus a c: latere a b. Omnis igitur trianguli maior ãgulus sub maiori latere subtenditur. Quod demõstrasse oportuit.

Eucli ex. Zamb. Propositio 20.

Omnis trianguli duo quælibet latera simul iuncta: 20
reliquo sunt longiora.

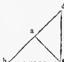
CAMPANVS. Sit triangulus a b c. dico q duo latera a b & a c: sunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a vsq; ad d: ita vt a d sit æqualis a c. & protrahatur c d. per 5 propositionem erit angulus a c d: ęqualis ãgulo d. quare ãgulus b c d est maior ãgulo d. ergo per 18 latus b d: est maius latere b c. sed b d: ẽ æquale a b & a c. quare b a & a c simul iuncta: sunt maiora b c.

Eucli. ex Camp. Theorema 13. propositio. 20.

Omnis trianguli duo latera: reliquo sunt maiora quomo- 20
docunq; assumpta.

THEON ex Zamber. Sit triangulum a b c. Aio ipsius a b c trianguli bina latera: reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta. hoc ẽ b a, a c: ipso b c. & a b, b c: ipso a c. & b c, c a: ipso a b. Producatur nanq; per 2 postulatũ b a ad d signũ. & ponatur per secũdã propositionẽ ipsi a c ęqualis a d: cõnectaturq; d c. Quoniã igitur d a ipsi a c ẽ æquale: ãgulus igitur a d c per 5 propositionẽ angulo a c d est æqualis. Sed angulus b c d: angulo a c d maior est. igitur angulus b c d: angulo a d c maior est. Et quoniã triangulũ est d c b, maiorẽ habẽs angulũ b c d angulo a d c, atq; maiorẽ angulũ maius latus explicat per 18 propositionem: ergo d b ipso b c maius est. Aequa-

le autem est d b: ipsis a b, a c. maiora igitur sunt latera b a & a c: latere b c. equale autem est d a ipsi a c. maiora igitur sunt latera b a, a c, ipso b c. Similiter vero demõstrabimus ꝙ etiã latera a b & b c: ipso c a sunt maiora. Sed b c, c a: ipso a b. Omnis igitur trianguli bina latera: reliquo maiora sunt/quoquo modo assumpta. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

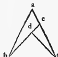
21 SI de duobus punctis terminalibus vnius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes/intra triangulum ipsum ad punctum vnũ conueniant: eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiroes erunt/& maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit vt in triangulo a b c: ab extremitatibus lateris b c concutrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico ꝙ ipsæ lineæ b d et c d simul iunctæ/sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis: & ꝙ angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d: vsqꝫ quo secet latus a c in puncto e. eruntqꝫ per 20 propositionẽ b a & a e simul iũctę: maiores b e. ergo b a et a c: sunt maiores b e & e c. At vero d e & e c simul iunctæ: per eandem sunt maiores d c. quare b e & e c sunt maiores b d & d c. & quia b a et a c sunt maiores b e & e c, vt probatum est prius: erũt multo fortius b a & a c maiores b d et d c. quod est i propositum. At quoniam angulus b d c est maior augulo d e c per 16 propositionẽ/& angulus d e c est maior angulo c a b per eãdem: erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c. quod est secundum propositum.

Eucli ex Zamb. Theorema 14. propositio 21.

21 Si trianguli a limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur/reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt/maioremqꝫ angulum continebunt.

THEON ex Zamberto. Triãguli enim a b c super latere b c: a terminis ipsius b c, duæ rectæ lineæ interius constituantur b d et c d. Dico ꝙ b d & c d, reliquis trianguli lateribus b a & a c sunt minores: angulũqꝫ maiorem hoc est b d c ipso a b c, comprehendunt. Producatur enim per 2 postulatum: linea b d ad e. Et per 20 propositionẽ quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli ergo a b e per 20 propositionem duo latera a b & a e, ipso b e sunt maiora. Cõmunis ponatur linea e c. lineæ igitur b a & a c: lineis b e & e c sunt maiores. Rursus quoniam per eandem trianguli c e d bina latera e c & e d ipso d c sunt maiora: cõmunis ponatur d b. lineę igitur c e & e b: lineis c d & d b sunt maiores. Sed ostensum est ꝙ b a & a c: sunt maiores ipsis b e & e c. lõge igitur maiores sunt b a & a c lineæ: ipsis b d et d c. Rursus quoniam per 16 propositionem omnis trianguli exterior angulus interiore et opposito maior est: trianguli ergo c d e, angulus b d c exterior: maior est ãgulo c e d. quare et triãguli a b e, ãgulus c e b exterior: maior est ãgulo b a c. Sed ostẽsũ est ꝙ ãgulus b d c: eo qui sub c e b, est maior. lõge igitur maior est ãgulus b d c: ãgulo b a c. Si triãguli ergo a limitibus vnius lateris binę rectæ lineæ introrsum constituãtur: quæ constituẽtur/reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt/maioremqꝫ angulum continebũt. quod ostendere oportuit.

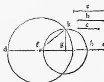


Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 PRopositis tribus lineis rectis quarum duæ qualibet simul iunctæ reliqua sint longiores: de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum constituere.



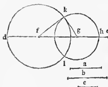
CAM. Sint tres lineę rectę propositę: a, b, c, & sint q̃libet duę simul



iũctę lõgiores reliqua. aliter enim ex illis/tribus datis æqualib9:triangulus non posset constitui/per 20 propositionẽ. Cũ ergo ex illis tribus prędictis volo constituere triangulum:sumo lineam rectam quę sit d e, cui non pono a parte e determinatum finem. de qua sumo per 3 propositionem:d f æqulem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c. factoq́ꝫ puncto f, centro:describo secundum quantitatem lineę f d, circulũ d k. itemq́ꝫ facto g, centro:describo secundum quantitatem lineę g h, circulum k h. qui circuli intersecabũt se in duobus pũctis:quorum vnũ sit k. alioquin sequeretur:vnam dictarũ linearũ esse æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis. quod est contrarium positioni. Dico ergo lineã k f & k g. eritq́ꝫ triãgulus k f g:cõstitutus ex tribus lineis ęqualibus datis lineis a, b, c. sunt enim f d & f k æquales:quoniam sunt a centro ad circunferentiam. quare f k: est æqualis a. Similiterq́ꝫ g h & g k sunt ęquales:quia exeunt a centro ad circũferentiam. quare g k: est æqualis c. & quia g f sumpta fuit æqualis b:patet propositum manifeste.

Euch. ex Zamb. Problema 8. propositio 22.

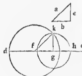
¶Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales:triangulum construere. Oportet autem duo latera reliquo esse maiora quomodocunq́ꝫ assumpta:quoniam omnis trianguli bina latera quomodocunq́ꝫ assumpta reliquo sũt maiora. 22



¶THEON ex Zam. ¶Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c:quarũ duę reliqua sint maiores quomodocunq́ꝫ assumptæ. hoc est, a, b: ipsa c. & a, c: ipsa b. et b, c: ipsa a. oportet iã ex tribus lineis rectis/ipsis a, b, c ęqualibus:triãgulũ cõstruere. Propo[nitur] recta linea determinata in signo d: infinita vero in signo e. ponaturq́ꝫ per 3 propositionẽ/ipsi a æqualis linea d f, ipsi vero b: linea f g. ipsi vero c: linea g h. Et centro quidẽ f, spacio vero f d: per 3 postulatum circulus describatur d k l. rursus cẽtro quidem g, spacio vero g h: per idem/circulus describatur h k l. & cõnectãtur per 1 postulatũ: k f & k g. Dico q̃ ex tribus rectis lineis ęqualibus ipsis a, b, c: triangulum k l g cõstituitur. Quoniam f signũ/centrũ est circuli d k l: æqualis est per 15 diffinitionẽ/f k ipsi f d. Sed a: ipsi f d est æqualis. & k f igitur: per primã cõmunem sententiam est ipsi a æqualis. Rursus quoniã g signum/centrum est circuli k h l: æqualis est per eãdem diffinitionẽ/g k ipsi g h. sed c ipsi g h est æqualis. et k g igitur per 1 cõmunẽ sentẽtiam ipsi c est æqualis. At f g: ipsi b est æqualis per hypothesin. tres igitur rectę lineę k f, f g, g k: ipsis tribus a, b, c, sunt ęquales. Ex tribus igitur rectis lineis hoc est k f, f g, g k, quę tribus datis rectis lineis hoc est a, b, c, sunt æquales: triãgulum k f g constructũ est. quod fecisse oportuit.

Euch. ex Camp. Propositio 23.

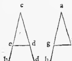
DAta recta linea:super terminum eius/cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. 23



¶CAMPANVS. ¶Sit data linea f e: quę ẽ in superiori figura. & sint lineæ b, a: continentes angulum datũ. cui subtẽdã basin c. Super punctum f lineæ e f, iuberem facere ęqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a. & ex f e sumo f g æqualem b. & ex g e sumo g h æqualem c. & super puncta f & g describo duos circulos d k & k h secundum quantitatem duarum linearum f d & g h: intersecantes se in puncto k sicut docuit præcedẽs. ductisq́ꝫ lineis k f & k g: erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b triãguli a b c: & basis g k æqualis basi c. ergo p 8 angulus k f g: equalis erit angulo contento sub a & b. quod est propositum.

Euch. ex Zamb. Problema 9. propositio 23.

¶Ad datam rectam lineam/ad datumq́ꝫ in ea signum: dato 23

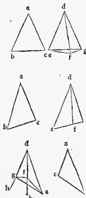


angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum cõstituere.

¶THEON ex Zam. ¶Sit data recta linea a b: datũq; in ea signũ sit a. datus autem angulus rectilineus: sit d c h. Oportet ad datam rectam lineam a b, ad datumq; in ea signum a: dato angulo rectilineo d c h, æqualẽ angulum rectilineum collocare. Sint in vtrisq; lineis & c d & c h, contingentia signa sintq; illa d e, & connectatur per primã postulatum: d, e. Et ex tribus rectis lineis a f, f g, g a, quæ tribus datis rectis lineis hoc est c d, d e, e c, sunt æquales: per præcedentem/ triangulum construatur/ sitq; illud f a g. Quoniam igitur linea c d æqualis est lineæ a f/ & linea c e æqualis est ipsi a g, & insuper quoniã linea d e ipsi f g est æqualis/ & quoniam duæ lineæ d c & c e duabus lineis hoc est f a & a g sunt æquales altera alteri/ & basis d e per hypothesin basi f g: angulus igitur d c e, angulo f a g per 8 propositionem est æqualis. Ad datam igitur rectã lineam a b, ad datumq; in ea signum a: dato angulo rectilineo d c e, æqualis angulus rectilineus f a g collocatus est. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 Mnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alteri⁹ fuerint æqualia/ si fuerit angulorũ sub illis æquis lateribus cõtentorum alter altero maior: basisquoq; eiusdẽ/ basi alterius maior erit.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli: a b c, & e d f, sintq; duo latera a b & a c: æqualia duobus lateribus d e & d f, & vnumquodq; suo correlatiuo: dextrum scilicet dextro/ sinistrumq; sinistro, sitq; angulus a: maior angulo d dato. Dico q basis b c: maior erit basi e f. Faciam enim iuxta doctrinã præcedẽtis: ãgulũ e d g æqualẽ angulo a, eritq; angul⁹ e d f: ps anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut transibit supra e f: vt secet lineam d f, aut super e f: vt sit secũ linea vna, aut infra. ¶Trãseat ergo primo supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g/ & angulus a angulo d totali: erit per 4 propositionem, basis b c æqualis basi e g. At vero quia d g & d f sunt æquales (nam vtraq; est æqualis a c) erit per 5 propositionem angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g: maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e, ergo per 18 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f, quod est propositũ. ¶Si vero e g transeat super e f & sit secũ linea vna: tũc e f erit pars e g, per vltimã ergo conceptionem patet propositũ. ¶Si vero e g transeat infra e f: protrahantur duæ lineæ d f & d g quæ sunt æquales vt probatum est/ vsq; ad k & ad h, fietq; per secũdam partem 5 propositionis sub basi f g: anguli k f g & f g h æquales, quare angulus e f g maior erit angulo f g e, ergo per 18 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f, quod est propositum. Istud vltimũ mẽbrum posset etiam probari per 21 propositionem, per ipsam enim erũt in dispositione tertia duę lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc q ambę sunt ęquales a c: erit e g maior e f, quare et b c maior ef, quod ẽ ppositum. Melius tamen est demonstrare priori modo vt in omni dispositione arguatur per quintam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 24.

24 ¶Si bina triãgula/ duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ angulum vero angulo maiorem sub ęquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera hoc est a b, a c, duobus lateribus hoc est d e, d f, æqualia habentia/ alterum alteri hoc est latus a b lateri d e, et latus a c lateri d f. angulus vero qui sub b a c: ãgulo e d f esto maior. Dico q̃ et basis b c: basi e f maior est. Quoniam angulus b a c maior est angulo e d f: collocetur per 23 propositionem ad rectam lineam d e, ad datumq; in ea signum d, dato angulo b a c æquus angulus e d g. Et ponatur vtriq;/ hoc est lineæ a c et d f: æqualis ipsa d g. et cõnectãtur per 1 postulatũ g e et f g. Quoniã a b æqualis est ipsi d e, et a c ipsi d g: binæ lineæ b a et a c duabus lineis e d et d g sunt ęquales altera alteri, et ãgulus b a c per 23 propositionẽ ãgulo e d g est ęqualis. basis igitur b c: per 4 propositionẽ/ basi e g est æqualis. Rursus quoniam æqualis est d g ipsi d f: angulus igitur d g f, ãgulo d f g est æqualis. Angulus igitur d f g: ãgulo e g f maior est. longe maior igitur est ãgulus e f g: angulo e g f. At quoniã triangulum est e f g habens angulum e f g maiorem angulo e g f, maiorem autem angulũ per 18 propositionẽ latus maius explicat: maius igitur est latus e g latere e f. Aequale autem est latus e g: lateri b c. latus igitur b c. maius est latere e f. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint: & quæ sequuntur reliqua vt in propositione. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

OMnium duorum triangulorum quorum duo la- 25
tera vnius duob⁹ lateribus alterius fuerint æqualia/ basis vero vnius basi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus/ angulo alterius se respiciente maior.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli: a b c, d e f. sintq; duo latera a b et a c primi: æqualia duobus lateribus d e & d f secundi/ vnũquodq; suo correlatiuo. sitq; basis b c: maior basi e f. dico q̃ angulus a: maior erit angulo d. Hęc est cõuersa pręcedentis. Aequalis quidẽ nõ erit. Sic enim esset per 4. basis: b c æqualis basi e f. quod est contra hypothesin. Sed nec minor. quia sic esset d maior. et ita per pręcedẽtẽ basis e f erit maior basi b c. quod ẽ cõtrariũ positioni. quare maior erit. Sicq; propositũ astruitur

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

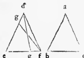
¶Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum al- 25.
teri æqualia habuerint/ basin vero basi maiorẽ: angulũ quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum/ angulo maiorem habebunt

¶THEON ex Zam. ¶Sint duo triangula b c d, d e f, duo latera hoc ẽ a b, & a c, duobus lateribus hoc est d e & d f æqualia habentia alterum alteri/ a b scilicet ipsi d e, & a c ipsi d f. basis autem b c: basi e f maior esto. dico q̃ angulus b a c: maior est angulo e d f. Si autem non: aut ei est æqualis/ aut eo minor. Aequalis autem non est angulus b a c: angulo e d f. si enĩ ęqualis esset: basis quoq; b c per 4. propositionẽ basi e f esset æqualis. at nõ est. ãgulus igitur b a c: angulo e d f ęqualis minime est. Neq; etiã minor ẽ ãgulus b a c: eo qui sub e d f. nã b basis c: basi e f minor esset. at nõ est. minor igitur nõ ẽ ãgulus b a c: eo qui sub e d f. ostẽsum autẽ est q̃ neq; æqualis. maior igitur ẽ ãgulus b a c: ãgulo e d f. Si bina igitur triangula/ duo latera duobus lateribus: & quæ sequũtur reliqua/ vt theoremate. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 26.

OMnium duorum triangulorum quorum duo angu 26
li vnius duobus angulis alterius & vterq; se respicienti æquales fuerint/ latus quoq; vnius lateri alteri-

us æquale/ fueritq; latus illud aut inter duos angulos æquales aut vni eorum oppositum: erunt quoq; duo vnius reliqua latera duobus reliquis alterius triãguli lateribus/ vnũquodq; se respicienti æqualia/ angulusq; reliquus vnius angulo reliquo alterius æqualis.

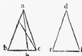


¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli: a b c, d e f. sitq; angulus b, ęqualis angulo e: et angulus c, ęqualis angulo f. sitq; latus b c ęquale lateri e f: aut alterum duorum laterum a b & a c, ęquale alteri duorũ laterum d e & d f. ita q; a b sit æquale d e: aut a c, d f. Dico q; reliqua duo latera vnius/ erũt æqualia reliquis duobus lateribus alterius: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, ãgulus videlicet a angulo d. Ponam ergo primo vt latus b c, super quod iacent anguli b, c: sit æquale lateri e f super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tũc dico: q; latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b nõ sit æquale lateri d e: alterum erit maius. sit ergo maius d e. quod resecabo ad æqualitatẽ a b: sitq; g e æquale a b. Producã lineã g f. eritq; per 4 propositionẽ angulus g f e: æqualis angulo a c b. quare & ãgulo d f e, pars toti: quod est impossibile. Erit ergo d e: æquale a b. ergo per 4/ d f æquale a c: et angulus d æqualis angulo a. quod est primum mẽbrũ diuisionis propositæ. ¶Sint rursus vt prius/ duo anguli b & c: æquales duobus angulis e et f. sitq; latus a b quod opponitur angulo c: æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico: q; latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & ãgulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c: erit alterum maius. sit ergo e f maius. ponatur itaq; e g æquale b c. producã lineã d g. eritq; per 4 propositionẽ angulus d g e: æqualis angulo a c b. quare et ãgulo d f e, extrinsecus videlicet intrinseco: quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c. ergo per 4 propositionem/ latus d f æquale lateri a c: & angulus d totalis angulo a. quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propositio 26.

26 ¶Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterũ alteri æquales habuerint/ vnumq; latus vni lateri æquale: aut quod æquis adiacet angulis aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri/ & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

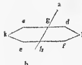
¶Sint bina triangula a b c, d e f: duos angulos hoc est a b c & b c a æquales habentia duobus angulis hoc est d e f & e f d, alterum alteri hoc est angulum a b c angulo d e f, & angulum b c a angulo e f d. vnumq; latus vni lateri æquum: primum enim quod æquis adiacet angulis/ hoc est latus b c lateri e f. Aio q; & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri. hoc est latus a b: lateri d e. & latus a c: lateri d f. & reliquum angulum reliquo angulo æqualem: hoc est b a c ipsi e d f. Si enim a b ipsi d e est inæqualis: earum altera maior est. esto maior a b. & collocetur per 3 propositionem/ ipsi d e æqualis linea g b: & cõnectatur g c. Quoniam g b æqualis est ipsi d e, et b c ipsi e f: duæ igitur lineæ g b & b c, duabus d e et e f altera alteri sunt æquales. et angulus g b c: angulo d e f æquus est. basis igitur g c: per 4 propositionem/ basi d f est æqualis, & triangulum g e b triangulo d e f æquum est. & reliqui anguli reliquis angulis erunt ęquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. æqualis igitur est angulus g c b: angulo d f e. Sed angulus d f e ipsi b c a supponitur æqualis. angulus igitur b c g: per primam cõmunem sententiam angulo b c a est æqualis, minor maiori. Quod est impossibile.



Inæqualis igitur non est a b: ipsi d e, æqualis igitur. Est autẽ et b c: ipsi e f æqualis, duę iam a b et b c: duabus d e et e f sunt altera alteri æquales, et angulus qui sub a b c: angulo qui sub d e f, est æqualis. Basis igitur a c: per 4 propositionem / basi d f est æqualis, et reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f est ęqualis. ¶Rursus sint ad angulos æquos latera subtẽsa / ęqualia: sintq; a b et d e. Dico rursus q; reliqua latera reliquis lateribus ęqualia erunt / hoc est latus a c lateri d f, et latus b c lateri d f: et insuper reliquus angulus b a c, reliquo angulo e d f æqualis erit. Si enim b c ipsi e f inæquale est: alterum eorum maius erit, sit igitur (si possibile est) maius latus b c. & ponatur per 3 propositionẽ: ipsi e f æqualis linea b h. et connectatur per 1 postulatum: a h. Et quoniam æqualis est b h ipsi e f, & a b ipsi d e: duę igitur a b & b h, duabus d e & e f sunt æquales altera alteri / et angulos æquos continent. Basis igitur a h: per quartam propositionem basi d f est æqualis, et triangulum a b h: triangulo d e f est æquale. et reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia subtẽduntur latera. angulus igitur b h a: angulo e f d est æqualis. Sed angulus e f d: angulo b c a est æqualis. Angulus igitur b h a. ãgulo b c a est æqualis. triãguli igitur a h c angulus exterior b h a: interiori angulo b c a est æqualis & opposito. quod per 16 propositionẽ est impossibile. Latus igitur e f: ipsi b c inæquale non est. æquale igitur. Est autẽ a b: ipsi d e æqualis. duæ igitur a b & b c: duabus d e & e f sunt æquales altera alteri / et angulos æquos continent. Basis igitur a c: per 4 propositionem basi d f est æqualis. & triangulũ a b c: triangulo d e f est æquale. & reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis: et quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostẽdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 27.

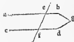
SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit / duosq; angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit: illæ duæ lineæ erunt æquidistantes. 27



¶CAMPANVS. ¶Sit vt linea a b cadat super duas lineas c d, e f: et secet lineã c d in pũcto g, et lineam e f in pũcto h. sitq; ãgulus d g h ęqualis angulo e h g. dico q; lineę c d et e f: sunt ęquidistantes. Si enim non: concurrant aut ad partẽ c, e, super punctũ k, aut ad partem d, f, super pũctũ l, et qualitercũq; fuerit: accidet impossibile. per 16 videlicet angulũ extrinsecũ: esse ęqualẽ intrinseco & opposito. nam vnus dictorum angulorum coalternorũ qui positi sunt ęquales / erit extrinsecus: et reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cõcurrere / in alterutram partem protractas: ipsę per vltimã diffinitionẽ erũt æquidistantes. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propositio 27.

¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea / alternatim ãgulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicẽ ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

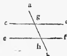


¶THEON ex Zamb. ¶In binas enim rectas lineas a b, c d, recta incidens linea e f: alternatim ãgulos a e f et e f d æquales adinuicẽ efficiat. Dico q; parallelus est a b: ipsi c d. Si autem nõ: productæ cõcurrunt aut ad partes b, d, aut ad a, c. producantur igitur: et concurrãt ad partes b, d, in signo g, si est possibile. Triãguli ergo g e f, ãgulus a e f exterior: ęqualis est ãgulo e f g interiori et opposito. quod per 16 propositionẽ est impossibile. Igitur a b et c d productę: ad partes b, d, minime concurrunt. similiter quoq; ostendetur: q; neq; ad partes a, c. Quę autem in nulla parte concurrunt: parallelę sunt per vltimã diffinitionem. Parallelus igitur est a b: ipsi c d. Si in binas igitur rectas lineas et quę sequũtur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

28 SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit/fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis/aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis æquales: illæ duæ lineæ æquidistantes erunt.

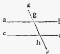
¶¶CAMPA. ¶Sit vt linea a b: secet duas lineas c d & e f, in pūctis g & h. sitq; angulus g extrinsecus/æqualis angulo h intrinseco ex eadē parte sumpto; aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti/sint æquales duobus angulis rectis. Dico ꝙ duę lineæ c d & e f sunt ęquidistantes. Sit ergo primo angulus d g a æqualis angulo f h g. erit quoq; per 15 propositionem angulus c g h: æqualis eidem angulo f h g. quare per præmissam/c d & e f: sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g: ęquales duobus rectis. & quia per 13 propositionē duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis: erit angulus c g h æqualis angulo f h g. quare per præmissam c d & e f: erunt æquidistantes. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. propositio. 28.

28 ¶Si in binas rectas lineas recta incidens linea/exteriorem angulum interiori et opposito ad easdem partes æqualem fecerit. aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

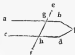
¶THEON ex Zamb. ¶In binas inquā rectas lineas a b & c d, recta linea incidens e f, angulum exteriorē e g b, angulo interiori g h d et opposito, æqualē efficiat: aut interiores & ad easdem partes/hoc est b g h, g h d, duobus rectis æquales. Dico ꝙ parallelus est a b: ipsi c d. Quoniā angulus e g b/per hypothesin æqualis est angulo g h d, & angulus e g b per 15 æqualis est āgulo a g h: āgulus igitur a g h æqualis ē āgulo g h d. & sunt alterni. per 27 propositionem igitur parallelus est a b, ipsi c d. Rursus quoniā anguli b g h & g h d per hypothesin duobus rectis sunt æquales/& āguli a g h et b g h p 13 propositionē duobus rectis sūt ęquales: anguli ergo a g h & b g h, angulis b g h & g h d sunt ęquales. Communis auferatur angulus b g h. reliquus igitur a g h: reliquo g h d est æqualis. & sunt alterni. Parallelus igitur est a b: ipsi c d. Si recta igitur linea in duas incidens: & quæ sequūtur reliqua. quod ostēdendū fuerat.



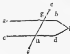
Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 SI duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit: duo anguli coalterni æquales erunt/angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis/ itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineę a b & c d ęquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h. dico ꝙ anguli g & h coalterni sunt ęquales, & ꝙ angulus g extrinsecus est ęqualis angulo h intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & ꝙ anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt ęquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarū præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g: alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus c h g. & quia duo āguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis: ergo per 15 propositionem erūt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis. ergo per quartā petitionem/duæ lineę a b & c d si protrahantur: concurrēt in parte b & d, ad punctum aliquem vt ad k. non ergo sunt æquidistantes per vltimam

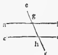


diffinitionē. quod est contra hypothesin. & quia hoc est impossibile: erunt q
duo anguli coalterni b g h & c h g æquales. quod est primum proposi
tum. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionem angulus
b g h æqualis angulo a g e. ergo angulus a g e: erit æqualis angulo c h
g, extrinsecus videlicet intrinseco. quod est secundum propositū. Ex h
rursus patet tertiū. Sunt enim per 13 propositionē duo anguli a g e & a
g h: æquales duobus rectis. ergo duo anguli a g h & c h g: erunt etiā
quales duobus rectis/qui sunt duo intrinseci ex eadē parte sumpti. quod
est tertium propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. propositio 29.

¶In parallelos rectas lineas recta incidens linea: & altern
tim angulos adinuicem æquales/& exteriorē interiori & op
posito & ad easdem partes æqualem/ et interiores & ad ea
dem partes duobus rectis æquales efficit.



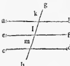
¶THEON ex Zamb. ¶In parallelos enim rectas lineas a b & c d:
cta incidat linea e f. Dico q & alternos angulos a g h & g h d æq
efficit/& exteriorem angulū e g b interiori & opposito & ad easdē p
tes hoc est ipsi g h d æqualem/& interiores & ad easdem partes hoc
b g h & g h d duobus rectis æquales. Si enim inæqualis est a g h
g h d: alter eorum maior est. Sit maior a g h. Quoniam igitur a g h,
ior est ipso g h d: cōmunis ponatur angulus b g h. anguli ergo a g h
b g h: maiores sunt ipsis b g h & g h d. Sed anguli a g h & h g b: pe
propositionem/duobus rectis sunt æquales. anguli igitur b g h & g
duobus rectis sunt minores. quæ autē a minoribus duobus rectis
ducuntur in infinitum: concurrunt/per primum postulatū. Rectæ ig
lineæ a b & c d: in infinitum productæ/concurrunt. non cōcurrunt a
quoniam paralleli/per hypothesin. Angulus igitur a g h: angulo g
inæqualis non est. æqualis igitur sed angulus a g h: angulo e g b pe
propositionem est æqualis. angulus igitur e g b: per 1 communem
tentiam/angulo g h d est æqualis. cōmunis ponatur b g h. anguli e
& b g h igitur: angulis b g h & g h d sunt æquales. Sed anguli e
& b g h: duobus rectis sunt æquales/per 13 propositionem. & anguli
h & g h d: duobus rectis sunt æquales. In parallelos igitur rectas lin
& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio



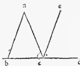
I fuerint duæ lineæ vni æquidistantes: eædem
bi inuicem æquidistantes erunt.

¶CAMP. ¶Sint duæ lineæ a b & c d: quarum vtr
æquidistet lineæ e f. Dico illas duas videlicet a b & c d:
se æquidistantes. Hoc autē est vniuersaliter verum: siue d
lineę a b & c d sint in vna superficie cum linea e f, siue non. hic tam
non intelligitur: nisi secundum q omnes sunt in superficie vna. secū
enī q sunt in diuersis superficiebus: probatur in 9 vndecimi libri/q
ęquidistantes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem
neam g h: secantem lineas a b, e f, & c d, in pūctis k, l, m. Et quia a b
quidistat e f: erit angulus b k l ęqualis angulo e l k per primam part
pręcedētis/cū illi sint coalterni. at quia c d æquidistat e f: erit angulus
l e extrinsecus æqualis angulo l m c intrinseco/per secundam partē p
cedentis. ergo angulus b k l: est ęqualis angulo c m l. qui cum sint coalt
ni: erunt per 27/lineę a b & c d æquidistantes. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio

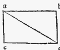
¶Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt par
leli.



erunt quoniam parallelus est a b ipsi c e, & in ipsas incidit linea a c: alter-
oposi anguli b a c & a c e, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam pa-
igulullelus est a b ipsi c e, & in eas incidit recta linea b d: exterior angulus e
lo c d, per vicesimamseptimam/ vicesimamoctauam/ & vicesimamnonã
Ex hii positiones/æqualis est angulo a b c interiori & opposito. patuit autẽ
; e & a c e: ipsi b a c est æqualis. Totus igitur exterior angulus a c d: æqualis
rtiã & duobus interioribus & oppositis/hoc est ipsis b a c & a b c. Commu-
.quis ponatur: a c b angulus. igitur a c d & a c b: tribus angulis a b c, b c a
b a c, sunt æquales. Sed a c d & a c b: duobus rectis/per 13 propositionẽ
29, nt æquales. ãguli a c b & c a b & c b a igitur: duobus rectis sunt æqua-
s. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate.
uod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

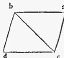
S I in summitatibus duarum linearum æquidistantium et æqualis quantitatis/aliæ duæ lineæ coniũgantur: ipsæ quoq; æquales et æquidistãtes erunt.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & quidistantes: quarum extremitates contingã per lineas a c & b d. Quas ico esse æquales & æquidistantes. protraham enim lineam a d. Et quia neæ a b & c d sunt æquidistantes: erit angulus b a d æqualis angulo a c, per primam partem vicesimænonæ propositionis. Quare erunt uo latera a b & a d trianguli a b d: æqualia duobus lateribus d c & d a anguli d c a. & angulus a primi: æqualis angulo d secundi. ergo per quarta propositio [illegible] basis b d primi/ est æqualis basi a c secundi: & an- a d b [illegible] lis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c [...]ni: erunt lineæ b d & a c æquidistantes/ per vicesi- mamnonam [...] quia prius probatũ est ipsas esse æquales: patet pro- positum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propositio 33.

Aequas et parallelos ad easdem partes/rectæ lineę coniũgentes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

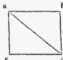


THEON ex Zamberto. Sint æquales rectæ lineæ & paralleli: a b & c d. & ipsas coniungant ad easdem partes: rectę lineæ a c & b d. dico q a c & b d: æquales & paralleli sunt. Connectatur enim per primum postulatum b c. Quoniam parallelus est a b ipsi c d, & in eas incidit b c: alterni anguli a b c & b c d adinuicem sunt æquales/ per vicesimamnonã propositionem. Et quoniam æqualis est a b ipsi c d, communis autem b c: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d sunt æquales. & angulus a b c: angulo *b c d est* æqualis. Basis igitur b d: per quartam propositionem basi a c est æqualis. & triangulum a b c: triangulo ei quod sub b c d, æquum est. & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri/ sub quibus *æqualia latera subtenduntur.* Angulus igitur a c b: æqualis est ei qui sub c b d. & angulus b a c: ei qui sub b d c. Et quoniam in duas rectas lineas a c & b d, recta linea incidit b c, alternos angulos hoc est a c b & c b d æquales adinuicem efficiens: parallelus igitur est a c ipsi b d, per vicesimamseptimam propositionem. Ostensum autem est: q & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectę: & ipsæ ęquales & paralleli sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.



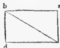
OMnis superficies æquidistantibus contenta lateribus: lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet æquales / diametro diuidente eam per medium.



¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a b c d æquidistantium laterum: itaq; linea a b ęquidistet c d,& a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d: esse æquales. similiter dico angulum a esse ęqualem angulo d:& angulum b angulo c. Protraham diametrum a d: quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cũ a b & c d sint ęquidistãtes: erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni: ęquales per vicesimam nonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes: erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c. & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt ęquales duobus angulis d & a trianguli d a c,& latus a d super quod iacent illi anguli in vtroq; triangulo/est commune; erit per vicesimam sextam propositionem latus a b æquale lateri c d,& latus a c lateri b d,& angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem: totum propositum cum correlario liquet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. propositio 34.

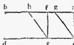
¶Parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito/& 34.
anguli: æqualia sunt adinuicem/et dimetiens ea bifariã secat.



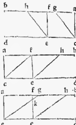
¶THEON ex Zam. ¶Sit parallelogrãmus locus a c d b: dimetiensq; illius esto b c. Dico φ parallelogrammi a c d b latera & anguli ex opposito/adinuicem sunt æqualia:& illud/ dimetiẽs bifariam secat. Quoniã parallelus est a b ipsi c d,& in eas incidit recta linea b c: per 29 propositionem/alterni anguli a b c & b c d sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est a c ipsi b d,& in eas incidit recta linea b c: ãguli alterni hoc est a c b & c b d æquales sunt adinuicẽ. Bina igitur triangula sunt a b c & b c d: duos angulos qui sub a b c & a c b, duobus angulis b c d & c b d æquales habentia alterum alteri & vnum latus vni lateri æquale ad angulos æquos / & commune eorum b c. & reliqua latera igitur per 26 propositionẽ / reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri:& reliquis angulus reliquo angulo æqualis. latus igitur a b est æquale lateri c d,& c a ipsi b d:& angulus b a c ãgulo b d c est æqualis. Et quoniã angulus a b c æqualis est angulo b c d,& angulus c b d ei qui sub a c b: totus igitur angulus a b d toti angulo a c d, per 2 communem sententiam est æqualis. Ostensum est autem: φ angulus b a c angulo c d b est æqualis. Parallelogrammorum igitur locorum ãguli & latera ex opposito: adinuicem sunt æqualia. Dico etiam: φ dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim a b æquum est ipsi c d,& b c communis est: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d sunt altera alteri æquales. et angulus a b c angulo b c d est æqualis. basis igitur a c: per 4 propositionem basi b d est æqualis/& triangulum a b c triangulo b c d est æquale. Dimetiens igitur b c: bifariam secat parallelogrammum a b c d. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propoítio. 35.


Mnes superficies æquidistantium laterum super 35.
vnam basin atq; in eisdem alternis lineis constitutæ: æquales esse probantur.



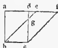
¶CAMPANVS. ¶Sint duę linęę a b & c d æquidistãtes. inter quas fiat a c f e superficies ęquidistantiũ laterum super basin c e.& super eandem basin/et inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e: similiter æquistantiũ laterum. dico duas prædictas superficies: esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineam a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. ¶Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f: vt in prima figuratione apparet.



Et quia vtraq; duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ e e per præcedentem: vna earum erit æqualis alteri. dempta ergo linea f g cõmuni: remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secundam partem 29/videlicet extrinsecus intrinseco: erit per 4. triangulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita vtriq; erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e. quod est propositum. ¶ Secet secũdo modo linea c g lineã a b in puncto f: vt in secunda figuratione apparet. eruntq; simili argumẽtatione priori/ duo trianguli a c f & f c h: æquales. quare vtrobiq; addito triangulo f c e: patet propositũ. ¶ Secet tertio modo linea c g lineã a b inter duo pũcta, f, b: vt in tertia figuratione apparet. secabitq; lineam f e, sit vt in puncto k. & quia simili argumentatione priori/linea a f est æqualis lineæ g h: facta communi linea g f, erit a g æqualis f h. & triangulus a g c: æqualis triãgulo f e h. Addito ergo vtriq;/triangulo c k e, & detracto ab vtroq; triãgulo f k g: erit superficies a c f e æqualis superficiei g e h e. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. propositio 35.

35 ¶ Parallelogramma in eadẽ basi et in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.



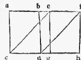
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint parallelogrãma a b c d & e b c f: in eadẽ basi existẽtia hoc est b c, & in eisdẽ parallelis hoc est a f & b c. Dico q͛ parallelogrammum a b c d: æquale est parallelogrãmo e b c f. Quoniam enĩ parallelogrãmũ est a b c d: æqualis est a d ipsi b c p 34. propositionẽ, & id propterea igitur: & e f ipsi b c. quare & a d: ipsi e f est æqualis. & cõmunis d e. tota igitur a e: toti d f est æqualis. At a b: ipsi d c est æqualis. duæ igitur e a & a b: duabus f d & d c sunt altera alteri æquales. & angulus f d c: angulo e a b est æqualis/exterior interiori. Basis igitur e b: per quartam propositionem/basi f c est æqualis. & triangulum e a b: triangulo f d c est æquale. Commune auferatur triangulum d g e. reliquũ igitur trapezium a b g d: trapezio e g c f est æquale. Commune autem ponatur triangulum g b c. totum igitur parallelogrammum a b c d: toti parallelogrammo e b c f est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

36



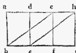
Mnia parallelogramma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta: æqualia esse necesse est.



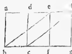
¶ CAMPANVS. ¶ Parallelogrammũ: dicitur superficies æquidistantium laterum. Sint duæ superficies a b c d & e f g h, æquidistantium laterum: constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt a f & c h, & super æquales bases quæ sunt c d & g h. dico eas esse æquales. nam protraham duas lineas c e & d f. eritq; per 33/superficies c d c f, æquidistantium laterum: propter hoc q͛ e f est æqualis & æquidistans c d. nam vtraq; earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam vtraq; duarũ superficierũ a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f: ipsæ erunt sibi inuicem æquales. quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Theorema 26. propositio 36.

56 ¶ Parallelogrãma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.



¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint parallelogrãma a b c d & e f g h: in æqualibus basibus cõstituta hoc est b c & f g, & in eisdẽ parallelis hoc est a h & b g. Dico q͛ parallelogrãmum a b c d est æquale parallelogrãmo e f g h.



Connectatur enim b e & c h. Quoniā æqualis est b c ipsi f g, sed f g æqualis est ipsi e h: & b c quoq; ipsi e h est æqualis. sunt autem paralleli/ & contingunt eas b e & c h. æquales autem et parallelos / contingentes lineę: æquales & paralleli sunt per 33 propositionē. Igitur e b, & h c: æquales & paralleli sunt. Parallelogrammū igitur est e b c h: & est æquale parallelogrammo a b c d. basin enim eandem habet/hoc est b c: & in eisdem est parallelis/hoc est b c & e h. ac per hoc/e f g h: ipsi e b c h est æquale. Quare parallelogrāmum a b c d parallelogrāmo e f g h est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua vt theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.



Equales sunt sibi cuncti trianguli: qui super eandem basin/atq; inter duas lineas æquidistantes sunt constituti. 37

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c: inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes. dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31. eruntq; duæ superficies a b c g & d b c h: æquales per 35. Et quia dicti triāguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis: ipsi erūt æquales per cōmunem scientiam quę est/quorum tota sunt æqualia: & dimidia. sicq; patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. propositio 37.

Triangula in eadem basi et in eisdem parallelis constituta. adinuicem sunt æqualia. 37

THEON ex Zam. Sint triāgula a b c & d b c: in eadē basi b c, & in eisdem parallelis a d & b c constituta. Dico q triangulum a b c: est ęqnale triāgulo d b c. Producatur per secundum postulatum/a d ex vtraq; parte: in e & f. & per b: ipsi c a per 31 propositionem excitetur parallelus b e. & per c: ipsi b d per eādem parallelus excitetur c f. Parallelogramma igitur sunt: e b c a & d b c f. & parallelogrāmū e b c a: per 35 propositionē æquale est ipsi d b c f parallelogrammo. in eadem enim sunt basi b c: & in eisdem parallelis b c & e f. At parallelogrammi e b c a, triangulum a b c: dimidium est per 34 propositionem. nam a b dimetiens: illud bifariam secat. parallelogrammi vero d b c f: per eandē/triangulum d b c dimidium est. nam b c dimetiens: illud bifariā secat. at quæ æqualium sunt dimidiū: adinuicē sunt æqualia per 7 communem sententiam. triangulū igitur a b c: triāgulo d b c est æquale. Triāgula igitur & quę sequūtur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

I duo trianguli super bases ęquales atq; inter duas lineas æquidistātes ceciderint: ęquales eos esse necesse est. 38

CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c & d e f: cōstituti super bases b c & e f ęquales/et inter lineas a g & b h æquidistantes. dico eos esse æquales. Protrahā enim c k ęquidistantem a b: & f l æquidistantem e d. erūtq; duæ superficies a b c k & d e f æquales per 36. & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis: ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.



Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propositio 38.

Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis cōstituta: adinuicem sunt æqualia. 38

THEON ex Zamb. Sint triangula a b c & d e f: in æqualibus basibus constituta hoc est b c & e f, & in eisdem parallelis hoc est b f & a d.

Dico ꝙ triangulum a b c: æquũ est triangulo d e f. Producatur enim per secundum postulatum / a d: ex vtraq; parte in g, h. & per b: ipsi c a per 31 propositionem parallelus excitetur b g. et per f: ipsi d e parallelus excitetur f h, per eandem. Parallelogrãmum igitur est: & g b c a & d e f h. At parallelogrammum g b c a: per 36 æquum est ipsi d e f h parallelogrammo. in æqualibus enim sunt basibus hoc est b c et e f: & in eisdem parallelis hoc est b f et g h. At parallelogrammi g b c a: per 34 propositionem triangulum a b c, medietas est. a b enim dimetiens: illud bifatiam secat. et triangulum d e f: parallelogrammi d e f h, medietas est per eandem. nã dimetiẽs f d: illud secat bifariam. Aequalium vero ea quæ sunt dimidiũ: sibi inuicem sunt æqualia / per 7 communem sententiam. Triangulũ igitur a b c: triangulo d e f est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus et in eisdem parallelis constituta: sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 OMnes duo trianguli æquales / si in eãdem basin et ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas æquidistantes erunt.

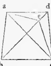
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex vna eadẽq; parte: sintq; æquales. dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d: liquet propositũ. Sin autẽ: pertrãsibit supra aut infra. Transeat primo supra: et sit a e. producam b d: vsquequo secet lineã a e in puncto e. & protraham lineam e c. Et quia triãgulus e b c est æqualis triãgulo a b c per 37 / & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c: erit triangulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ a puncto a ducitur æquedistanter b c: supra d. Transeat ergo infra. et sit a f: secans lineam d b in puncto f. Protrahã ergo lineã f c. & quia per 37 / triangulus f b c est æqualis triangulo a b c: ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti. quod est impossibile. Quia ergo a puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d: patet propositum.

¶CAMPANI additio. ¶Ex hac autẽ & premissa / nota ꝙ si aliqua linea recta duo alicuius triãguli latera per æqua secet vel secuerit: ipsa erit tertio æquidistãs. quod sic probatur. Sit triangulus a b c: cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia. a b quidem in puncto d: et b c in puncto e. dico ꝙ linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 a pũcto e ipsi a b æquidistante: erit per 38 triãgulus a e d æqualis triãgulo d e b, propter id ꝙ linea a d basis triãguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi trianguli d e b. Rursus quia ducta a puncto d per 31 ipsi b c æquidistante / per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id ꝙ linea c e posita est æqualis lineę e b: triãgulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin videlicet lineam e d, et ex eadem parte: ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes. ergo linea d e: est æquidistãs lineæ a c. Quod quidem propositũ: ad quintam quarti tibi valebit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propositio 39.

39 ¶Triangula æqualia in eadem basi constituta / & ad easdẽ partes: & in eisdem sunt parallelis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d c b: constituta in eadem basi b c, & ad easdẽ partes. dico ꝙ & in eisdẽ sunt parallelis. Cõnectatur a d. Dico ꝙ a d: ipsi b c est parallelus. Si autẽ nõ: excitetur per 31 propositionẽ / per a signũ: ipsi b c rectæ lineæ parallelus a e, & cõnectatur e c. Triangulum igitur e b c: per 37 propositionem æquale est tri-

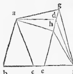


angulo a b c. in eadem enim sunt basi b c: in eisdemq; parallelis a e & b c. At triangulum d b c: ipsi triangulo a b c est æquale/ per hypothesin. Triangulum igitur d b c: triangulo e b c est æquale/ maius videlicet minori. quod est īpossibile. parallelus igitur minime est a e: ipsi b c. Similiterq; ostendemus: nullam aliam præter a d. parallelus igitur est a d ipsi b c. Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostēdendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40.



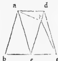
SI duo trianguli æquales super æquales bases vnius eiusdemq; lineæ ex eadem parte fuerint constituti: eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri. 40



¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, d e f æquales: cōstituti super duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte. dico eos esse inter duas lineas æquidistātes. & hæc est conuersa 38. Et probatur per ipsam; sicut præcedēs per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistans lineæ b f. quæ si transierit per punctum d: patet propositum. sin autem: pertranseat supra vt a g. & producatur e d vsq; ad ipsū g, vt sit e g: & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c: æqualis triangulo g e f. quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti. quod est impossibile. non ergo transibit supra. Transeat ergo infra: seceto; lineam d e in puncto h. & ducatur linea f h. erit per 38 triangulus h e f: æqualis triangulo a b c. quare & triangulo d e f, pars toti. quod est impossibile. Quia ergo non transibit nisi per punctum d: patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. propositio 40.

¶Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. 40



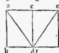
¶THEON ex Zamb. ¶Sint triangula æqualia a b c & c d e: in æqualibus basibus constituta hoc est b c & c e, & ad easdem partes a. Dico q & in eisdem sunt parallelis. Connectatur per 1 postulatum a d. Dico q a d: ipsi b e est parallelus. Si autem non: excitetur per 31 propositionē per a, ipsi b e parallelus a f. & connectatur f c. Triangulum igitur a b c: triangulo c f e est æquale per 38. in æqualibus enim sunt basibus constituta b c & c e: & in eisdem parallelis b e, & a f. sed triangulum a b c: triangulo d c e est æquale. Triangulum igitur d c e: æquum est triangulo f c e, maius minori. quod est impossibile. parallelus igitur minime est a f ipsi b e. Similiterq; ostendemus q nulla præter a d. Parallelus igitur est a d ipsi b e. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 41.



SI parallelogrammum triangulusq; in eadē basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta: parallelogrammum triangulo duplum esse conueniet. 41





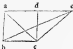
¶CAMPANVS. ¶Sit parallelogrammum a b c d, & triangulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrāmum: duplum esse triangulo. Protraham in parallelogrāmo diametrum a d. erit triangulus a b d: dimidium parallelogrāmi per correlariū 34. & quia triangulus e b d est æqualis triāgulo a b d per 37: patet triāgulum e b d, esse dimidiū parallelogrāmi a b c d. quod est propositū. ¶Similiter quoq; potest probari/ q si parallelogrāmū triangulusq; in æqualibus basibus atq; inter lineas æquedistantes fuerint constituta: parallelogrāmum duplum erit triangulo. Quod ideo non posuit Euclides: quia leuiter patet ex hac pręcedente correlarium & 38/ diuiso parallelogrāmo per diametrum in duos triangulos/ vel super basin parallelogrāmi inter easdem lineas æquedistantes triangulo constituto. ad quem

duplum erit parallelogrãmum per hanc præcedentem / & ipse æqualis alteri dato triangulo per 38.

Eucli ex Zamb. Theorema.31. Propositio 41.

41 ¶Si parallelogrammum & triangulum eandẽ basin habuerint/in eisdemq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum erit.

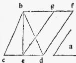
¶THEON ex Zamb. ¶Parallelogrãmũ enim a b c d,& triangulum e b c: eandem habeant basin b c,in eisdemq; sint parallelis b c & a e. Dico q; parallelogrãmum a b c d:trianguli b e c duplum est. Connectatur enim per 1 postulatum:a c. Triangulum igitur a b c:per 37 æquale est triangulo e b c. in eadem enim sunt basi b c: & in eisdẽ parallelis b c & a e. Sed parallelogrãmum a b c d:duplum est ipsius trianguli a b c, per 34 propositionem. &enim dimetiens a c:illud bifariã secat. Quare parallelogrãmum a b c d:ipsius trianguli e b c duplum est. Si parallelogrãmum & triangulum igitur:& quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.



Eucli ex Camp. Propositio 42.

42 AEquidistantiũ laterũ superficiẽ designare: cuius angulus sit ãgulo assignato æqualis/ipsa vero superficies triangulo assignato æqualis.

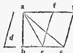
¶CAMPANVS. ¶Sit assignatus angulus a:& assignatus triangulus b c d. volo describere superficiem æquidistantium laterum æqualem triangulo b c d:cuius vterq; duorum angulorũ ex aduerso positorum sit ęqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e:& protraho lineam b e.& a puncto b duco b f æquidistantem c d. eritq; per 38 triangulus b e d:æqualis triangulo b e c. quare triangulus b e d: est dimidium totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo per 23 angulum d e g :æqualem angulo a.& perficio parallelogrammum g e d f. quod etiam quia per præcedentem est duplum ad triangulum b e d:erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cõmunem scientiam. quorum dimidia sunt æqualia:ipsa quoq; sunt æqualia. est enim triangulus b e d: vtriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d:cuius vterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a. quod fuit propositum.



Eucli.ex Zamb. Problema 11. propositio 42.

42 ¶Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere: in dato angulo rectilineo.

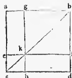
¶THEON ex Zamb. ¶Sit datum triangulum a b c: datus vero angulus rectilineus sit d. oportet iam ipsi triangulo a b c æquale parallelogrãmum construere in angulo rectilineo æquali ipsi d. Secetur per 10 propositionem/linea b c bifariam; in signo e.& connectatur per 1 postulatum/a e. Constituaturq; per 23 propositionem/ad datam rectam lineam e c, ad datumq; in ea signum e, ipsi angulo d, æqualis angulus c e f. Et per 31 propositionem: per a, ipsi e c excitetur parallelus a g.& per eandẽ/ per c ipsi e f/ parallelus excitetur c g. parallelogrammum igitur : est f e c g. Et quoniam æqualis est b e ipsi e c:triangulum a b e per 38/triangulo a e c est æquale. in æqualibus enim sunt basibus b e & e c: & in eisdem parallelis b c & a g. Duplum igitur est triangulum a b c:triãguli a e c. Parallelogrammum autem f e c g:per 40 duplum est trianguli a e c. basin enim eandem habet: in eisdemq; parallelis est. parallelogrammum igitur f e c g æquum est ipsi triangulo a b c:& habet angulum c e f æqualem dato angulo d. Dato igitur triangulo a b c, æquale constitutum est parallelogrammum f e c g: in angulo c e f qui æqualis est ipsi d. quod fecisse oportuit.



Eucli.ex Camp. propositio.43.



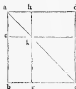
Mnis parallelogrãmi spacii eorum quæ circa diame 43
trum sunt parallelogrãmorum supplementa: æqua
sibi inuicem esse necesse est.



CAMPANVS. Sit parallelogrãmũ a b c d: in quo protraham diametrum b c, & protraham e f æquidistantem vtriq; duorum laterũ a b & c d: quæ secet diametrũ in puncto k, a quo ducam k g æquidistantem vtriq; duorum laterum a c & b d: & producam eam quousq; secet vtrunq; latus a b & c d, sitq; tota g k h. Erit totum parallelogrãmum a b c d diuisum in quatuor parallelogrãma, quorum duo scilicet e c k h & g k b f dicuntur cõsistere circa c b: eo q; diameter transit per mediũ eorum, et ideo sunt circa diametrũ. reliqua duo scilicet a e g k & k h f d: dicũtur supplemẽta. Hæc duo supplementa: dicũtur esse æqualia. sunt enim duo triãguli a b c & c d b: æquales per correl. 34 propositionis, similiter quoq; duo trianguli g k b & f k b: sunt æquales per idẽ correlariũ. at duo trianguli c e k & k h c: similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triangulis b g k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triãgulis reliquis b f k & k c h de totali triangulo reliquo c d b: erunt per 3 communem animi conceptionem residua quæ sunt duo dicta suplemẽta æqualia. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32. propositio 43.

Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem 43
sunt parallelogrãmorum supplementa: sibi inuicem sunt æqualia.

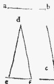


THEON ex Zamb. Sit parallelogrãmum a b c d: dimetiens vero illius sit a c. circa vero a c, sint parallelogrãma e h & g f. supplemẽta vero: sint b k & k d. Dico q; supplementum b k: æquale est supplemento k d. Quoniam parallelogrammum est a b c d, dimetiens vero illius est a c: triangulum a b c per 34. propositionem: æquum est triangulo a d c. Rursus quoniã parallelogrammum est a e k h, dimetiens vero illius est a k: triangulum igitur a e k per eandem æquũ est triangulo a h k. ac per hoc triangulum k f c: æquum est triangulo k g c. At quoniam triangulum a e k triangulo a h k est æquale, & triangulum k f c triangulo k g c est æquale: triangula igitur a e k: & k g c: triangulis a h k & k f c sunt æqualia. est autem totum triangulum a b c: toti triangulo a d c æquale. reliquum igitur supplementum b k: per 3 communem sententiam reliquo supplemento k d est æquale. Omnis parallelogrãmi ergo: & quod sequitur reliquũ. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 44.

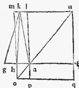


Roposita linea recta: super eam superficiem æquidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato æqualis: ipsa vero superficies triãgulo assignato æqualis designare. 44



CAMPANVS. Designare superficiem æquidistantium laterũ super lineam aliquam: est lineam ipsam facere latus vnũ ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus ãgulus c, & datus triangulus d e f. Super lineam a b volo designare superficiẽ vnã æquidistantium laterum: ita q; linea a b sit vnum ex lateribus eius: cuius vterq; duorum ãgulorum ex aduerso positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis triangulo d e f. Differt autem hęc a 42: quia hic datur latus vnius superficiei describendæ scilicet linea a b, ibi autem nullũ. Cũ ergo hoc voluero facere: adiungo lineam a g lineæ a b secundum rectitudinẽ: quam pono æqualem lineæ e f basi trianguli dati. super quam constituo triangulũ vnũ

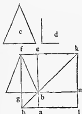
dato triangulo æqualē:& eidē æquilaterum. quod hoc modo facio. Consti tuo angulum a g k æqualem angulo e: & angulum g a k æqualem angu lo f, per 23. & quia g a posita fuerat æqualis e f: erit per 26 triāgulus g a k æqualis & ęquilaterus triangulo e f d. Diuidā ergo g a per æqualia in pū cto h: & ꝓtraham k h. & producam a puncto k: lineam m k n æquidistan tem lineæ g b. eritq; per 38 triangulus a h k: æqualis triāgulo g h k. Tunc super punctum a lineę g a faciā angulum g a l per 23 ęqualem angulo c dato. & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistan tes/superficiem æquidistantium laterum m l h a: quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a. æqualis igitur totali triangulo k g a. quare & trian gulo d e f proposito. Protraham ergo b n æquidistantem a l. & producā diametrū n a: quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o. & cōplebo superficiem æquidistātiū laterū m o n q. et protrahā l a vsq; ad p punctum lineæ o q. eritq; per pręcedentem/supplementum a b p q: æquale supplemēto m l h a. quare & triāgulo d e f. & quia per 15 angulus l a h est ęqualis āgulo b a p, et ideo angulus b a p est æqualis ā gulo c: patet super datam lineam a b descriptā esse superficiē æquidistātiū laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius vterq; duorum angu lorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c. quod fuit propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

44 ¶ Ad datam rectam lineā: dato triangulo æquale parallelo grammum construere in dato angulo rectilineo.

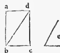
¶ THEON ex Zam. ¶ Sit quidem data recta linea a b. datum vero trian gulū. sit c. datus autem angulus rectilineus sit d. oportet iam ad datam re ctam lineam a b: dato triangulo c æquale parallelogrammum prætende re in angulo d. Constituatur per 42 ipsi c triangulo æquale parallelogrā mū b e f g: in angulo e b g qui ipsi d est æqualis. Et per 2 postulatum po natur vt b e sit in rectum ipsi a b. et extendatur f g in h. & per a per 31 pro positionē vtrisq; & b g & e f parallelus excitetur a h. & cōnectatur per pri mum postulatum h b. Et quoniam in parallelos a h & e f recta linea inci dit h f: anguli ergo a h f, h f e, per 29 propositionem duobus rectis sunt æquales. anguli ergo b h g & g e: duobus rectis sunt minores. quæ autem a minoribus duobus rectis in infinitum producuntur: per 5 postulatum concurrūt. Lineę igitur h b & f e: in infinitum productæ concurrunt. pro ducantur igitur: & concurrant in k. Et per 31 propositionem/per k signū vtrisq; e a & f h parallelus excitetur k l. & producantur per 2 postulatum li neæ h a & g b ad l, m, signa. Parallelogrammum igitur est h l k f: illiusq; dimetiens est h k. circa vero ipsum dimetientē h k parallelogrāma sunt a g & m e. supplemēta vero: l b & b f. Igitur per 43 l b ipsi b f est æquale. sed b f: per 42 ipsi triangulo c est æquale. igitur & l b: ipsi c est æquale. Et quoniam angulus g b e per 15 angulo a b m est æqualis/sed angulus g b e ipsi d est æqualis: angulus igitur a b m ipsi d est æqualis. Ad datam igi tur rectā lineā a b: dato triangulo c æquale parallelogrāmū pręetenditur l b, in angulo a b m qui ipsi d est æqualis. quod fecisse oportuit.



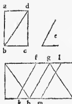
Eucli ex Zamb. Problema 13 propositio 45.

45 DAto rectilineo: æquale parallelogrammum constitu ere in dato angulo rectilineo.

¶ THEON ex Zā. ¶ Sit datū rectilineum a b c d: datus ve ro angulus rectilineus sit e. oportet iam ipsi a b c d rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Conne ctatur per primum postulatum d b. & constituatur per 42 triangulo a d b ęquale parallelogrāmum f h, in angulo h k f, qui ipsi e est æqualis. & præ tendatur per 44 ad rectam lineam g h: triangulo d b c æquale parallelo-







grãmũ g m, in angulo g h m qui ipsi e est æqualis. Et quoniã angulo e, ãgulus h k f, et ãgulus g h m est æqualis: ãgulus igitur h k f, angulo g h m æqualis. Communis ponatur angulus k h g. anguli ergo f k h & k h g: angulis k h g & g h m sunt æquales. Sed anguli f k h & k h g: per 29 propositionem duobus rectis sunt æquales. ãguli igitur k h g & g h m: duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam rectam lineam g h per 14 propositionem ad aliquodq; in ea signum h, binæ rectæ lineæ k h & h m non in eisdem partibus existẽtes: vtrobiq; angulos binis rectis æquales efficiũt. In rectum igitur est k h: ipsi h m. At quoniã in parallelos k m & f g recta linea incidit h g: alterni anguli m h g & h g f per 29 propositionem sibi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus h g l. Anguli ergo m h g & h g l: angulis h g f & h g l sunt æquales. Sed anguli m h g & h g l: per eandem duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea f g: lineæ g l. At quoniã f k ipsi h g per 34 æqualis est & parallelus, et ipsi h g ipsa l m: igitur per 1 cõmunem sententiã f k ipsi l m æqualis est/& parallelus per 30 propositionẽ. Sed eas coniungunt rectæ lineæ k m & f l: quæ per 33 propositionẽ æquales & paralleli sunt. parallelogrãmum igitur est k f l m. Et quoniam per 42/triangulum a b d parallelogrãmo f h est æquale/& triangulum d b c parallelogrãmo g m: totum igitur a b c d rectilineum/toti k f l m parallelogrãmo est æquale. Dato igitur rectilineo a b c d: æquum parallelogrãmum constituitur k f l m, in ãgulo f k m ipsi e dato æquali. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 45

EX data linea: quadratum describere. 45

℄CAMPANVS. ℄Sit data linea a b: ex qua volo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpendiculares ad lineã a b: quæ erunt æquidistantes per vltimã partem 28. & pono vtramq; earum: eidem a b per 3 æqualem. & protraho lineam c d: eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b per 33. Et quia vterq; duorum ãgulorum a & b est rectus: erit vterq; duorum c & d rectus per vltimã partẽ 29. ergo per diffinitionem quadrati: a b c d est quadratũ. quod est propositum. ℄Idem aliter ostendere. ℄Sit a c perpendicularis super lineã a b per 11: & sit ei æqualis vt prius. & a puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b: & ponatur æqualis ei. & ducatur linea d b: quæ per 33 erit æqualis & æquidistans a c. & omnes anguli: recti/per vltimam partẽ 29. quare per diffinitionem quadrati habemus propositum.



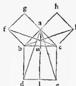
Eucli. ex Zamb. Problema 14 propositio 46.

℄Ex data recta linea: quadratum describere. 46

℄THEON ex Zamb. ℄Sit data recta linea a b. oportet ex a b recta linea: quadratum describere. Excitetur per 11 propositionẽ ipsi: rectæ lineę a b, a dato signo a ad angulos rectos/a c. & ponatur per 3 propositionẽ: ipsi a b æqualis a d. Et per 31 propositionẽ/per signum d: ipsi a b parallelus excitetur d e. & per eandem/per signum b: ipsi a d excitetur parallelus b e. æqualis igitur est a b ipsi d e: & a d ipsi b e. Sed a b: ipsi a d est æqualis. quatuor igitur b a, a d, d e, & e b: sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est a d e b parallelogrammum. Dico etiam q̃ & rectãgulum est. Quoniam in parallelos a b & d e, recta linea incidit a d: anguli igitur b a d & a d e, per 29 propositionẽ duobus rectis sunt æquales. angulus autem b a d est rectus. angulus igitur a d e: est etiam rectus. parallelogrãmorum locorum autem latera & anguli ex opposito: sibi inuicẽ sunt æqualia per 34 propositionem. Ex opposito igitur ambo & a b e & b e d anguli: sunt recti. Rectangulum igitur est a b e d. ostensum autem est q̃ & æquilaterum. Quadratum igitur est: atq; ex data recta linea a b descriptum. quod facere oportebat

Eucli. ex Camp. Propositio 46.

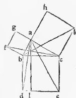
46 N omni triangulo rectangulo/ quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur: æquum est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.



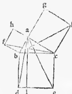
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: cuius angulus a sit rectus. Dico ꝙ quadratum lateris b c: æquum est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera: secundum doctrinam præcedentis. sitq; quadratum b c: superficies b c d e. & quadratum b a: superficies b f g a. & quadratum a c: superficies a c h k. Ab angulo a, recto: ducā ad basin d e basim maximi quadrati/ tres lineas. scilicet a l ęqui distantem vtriq; lateri b d & c e: quę secet b c in puncto m. & hypothenusas a d & a e. Itēq; a duobus reliquis āgulis triāguli/ qui sunt b & c: ducā ad duos āgulos duorum quadratorum minorū/ duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum/ quæ sunt b k & c f. Et quia vterq; duorū angulorū b a c & b a g, est rectus: per 14. erit g c linea vna. eadē ratione erit b h, linea vna: quia vterq; duorū angulorum c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin b f, & īter duas lineas æquidistātes quæ sunt c g & b f, cōstituta sunt parallelogrāmū b f g a & triāgulus b f c: erit per 41 parallelogrāmū b f g a duplū triāgulo b f c. sed triangulus b f c est æqualis triāgulo b a d per 4: quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi/ & āgulus b primi est æqualis āgulo b postremi/ eo ꝙ vterq; constat ex angulo recto & angulo a b c cōmuni. ergo parallelogrammum b f g a: est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrāmū b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41: quia constituti sunt super eandem basin scilicet b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l. ergo per communem scientiam quadratum a b f g & parallelogrammum b d l m sunt æqualia: quia eorum dimidia videlicet prędicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdē propositiones mediantibus triangulis k b c et a e c probabimus quadratum a c h k esse æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. propositio 47.

47 ¶In rectangulis triangulis quadratum quod a latere rectū angulum subtendente fit: æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit triangulum rectangulū a b c: rectum habēs qui sub b a c, angulum. Dico ꝙ quadratum quod fit ex b c: æquum est quadratis quæ fiūt ex b a & a c. Describatur igitur per 46 ex b c: quadratum b d c e. & per eandem ex b a & a c: quadrata a b f g & a c k h. Et per a: ipsis b d & c e, per 31 propositionem parallelus excitetur a l. et connectantur per 1 postulatum: a d & c f. Et quoniam anguli b a c & b a g sunt recti: ad aliquam rectam lineam b a ad datumq; in ea signum a, duæ rectæ lineæ a c & a g nō in easdē partes protectæ/ angulos vtrobiq; duobus rectis æquos efficiunt per 14 propositionem. in rectum igitur est a c: ipsi a g. Ac per hoc: & b a ipsi a h est in rectum. Et quoniā angulus d b c æqualis est angulo f b a, rectus enim vterq; est: communis ponatur angulus a b c. totus igitur d b a: toti f b c est æqualis. Et quoniā duæ a b & b d duabus f b & b c sunt altera alteri æquales/ & angulus d b a angulo f b c est æqualis: basis igitur a d basi f c per 4 propositionē est æqualis/ & triangulum a b d triangulo f b c est æquale. Trianguli vero a b d: per 41/ parallelogrammum b l duplū est. basin enim habet eandem hoc est b d: in eisdemq; est parallelis hoc est b d & a l. Et trianguli quoq; f b c: per eandem/ quadratum g b duplum est. basin namq; eandem habet hoc est b f: & in eisdem est parallelis hoc est f b & g c. Quæ autem æqualium dupla sunt: per 6 communem sententiam adinuicem



sunt æqualia. parallelogrammum igitur b l æquum est quadrato g b. Similiterq; si connectantur per 1 postulatum a e & b k: ostendetur parallelogrammum c l, æquale esse quadrato h c. Totum igitur quadratum b d e c: duobus g b & h c quadratis æquum est. Et quadratum b d e c: est descriptum ex b c. at quadrata g b & h c: sunt descripta ex b a & a c. Quadratum igitur quod ex b c latere: æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus b a & a c. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum subtendente latere fit: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio. 47.

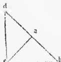
SI quod ab vno trĩanguli latere in seipsum ducto pro-
ducitur: æquum fuerit duobus quadratis quæ a du- 47.
obus reliquis lateribus describuntur: rectus est an-
gulus cui latus illud opponitur.



CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere: est eius quadratum describere. Sit triangulus a b c: sitq; quadratum lateris a c: æquale quadratis duorum laterum a b & b c simul iunctis. dico angulum b cui latus a c opponitur: esse rectum. Et hæc est cõuersa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpendicularem super lineam b c: quam pono æqualem a b. & produco lineam d c. erit per præcedentem / quadratum d c: æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c. & quia b d posita est æqualis b a: erunt per communem scientiã quæ est linearũ æqualium æqualia esse quadrata / quadrata duarum linearum a b & b d æqualia. quapropter erit quadratũ d c: æquale quadrato a c. ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris / scilicet lineas quarum quadrata sunt æqualia esse æquales / erit d c æqualis a c. quare per 8 angulus b trianguli a b c: est rectus. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 48.

Si trĩanguli quod ab vno laterum quadratum / æquale fue-
rit eis quæ reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus cõ 48
prehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus / rectus
erit.

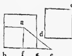


THEON ex Zã. Trianguli nãq; a b c, quod ex vno latere b c quadratum: æquum sit eis quæ ex b a, a c lateribus / quadratis. Dico q angulus b a c: rectus est. Excitetur enim per 11 propositionem ab a, signo: ipsi a c rectæ lineæ ad angulos rectos a d. Et per 3 propositionem: ponatur ipsi a b, æqualis a d. & per 1 postulatum: cõnectatur d c. Et quoniam æqualis est d a ipsi a b: quadratum q ex d a, æquum est quadrato quod ex a b. Commune apponatur quadratum quod ex a c. quadrata igitur quæ ex d a & a c: æqualia sunt eis quæ ex b a & a c quadratis. At per præcedentem quadratis quæ ex d a & a c: æquum est quadratũ quod ex d c. Rectus enim est angulus d a c. Quadratis autem ex b a & a c, per hypothesin æquum est quadratum quod ex b c. nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex c d: æquum est quadrato quod ex b c. Quare latus d c: lateri b c est æquale. & quoniam d a, ipsi a b est æquale / communis autem a c: duæ igitur d a & a c, duabus b a et a c sunt æquales. & basis d c: basi b c æqualis. Angulus igitur d a c angulo b a c per 8 propositionem est æqualis. At angulus d a c: rectus est. rectus igitur est et angulus b a c. Si trianguli ergo / quod ab vno laterum quadratum / æquum fuerit eis quæ a reliquis trianguli duobus lateribus / quadratis: angulus compræhensus sub reliquis duobus trianguli lateribus / rectus erit. Quod erat ostendendum.

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis: alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.

¶Proponantur ergo duo quadrata scilicet a b & c d. et sit propositum producere gnomonem circa quadratū a b: æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; vnum latus quadrati a b ad æqualitatem vnius lateris quadrati c d in continuum et directum/ et sit fc:ita φ f e sit æquale vni laterum quadrati c d. & ex e ducam lineam rectam ad a. fit ergo triangulus orthogonius: quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumētum: secūdum penultimā primi. quadratum e a est tantum: quantū quadratum e f et quadratum f a. sed quadratum e f est æquale quadrato c d: et quadratum f a est æquale quadrato a b. ergo quadratum a e: est æquale quadratis a b et c d. Item e f a: est triangulus. ergo e f & f a latera: sūt longiora a e latere/ secundū 20 primi. sed f a est æquale f b ratione quadraturæ. ergo e f & f b sunt lōgiora a e. ergo illa totalis linea scilicet e b: est maior a e. resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c: ita φ b c sit æquale a e. ergo quadratum b c est æquale quadrato a e. sed quadratum a e: vt prius probatum fuit/ est æquale quadratis a b & c d. ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem vides. ergo gnomo ille: est quadrato c d æqualis. quod erat probandum.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum primi libri
F I N I S.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græcocommentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber secundus.

¶Euclides ex Campano.



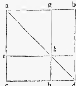
Mne parallelogrammū rectāgulū: sub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

¶CAMPANVS ¶Parallelogrammum: est superficies æquidistantiū laterum.

¶Parallelogrāmū rectāgulū: est superficies equidistantium laterū habens omnes āgulos rectos. et producitur ex vno duorum laterum eius ambientium vnum ex suis angulis/ ducto in reliquum. et ideo sub illis dicitur contineri.

¶Omnis parallelogrāmi spacij ea quidē quę diameter secat per medium parallelogrāma: circa eandem diametrū consistere dicuntur. Eorum vero parallelogrammorum quę circa eandem diametrum consistunt: quodlibet vna cum supplementis duobus /gnomo nominatur.

¶CAMPANVS. Quę parallelogrāma dicuntur consistere circa diametrū/ et quę sunt supplementa: expositum est supra in demonstratione 43



primi. ¶Sit enim parallelogrammum a b c d: cuius diametrũ a d diuidãt duæ e f, g h, ductę lineæ æquidistãter lateribus oppositis dicti parallelogrãmi secantes se, super diametrum a d, in puncto k. erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogrãma. Et vnumquodq; duorũ parallelogrammorum quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium: dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat: dicuntur supplementa. quæ duo supplementa cum vtroq; dictorum parallelogrammorum consistentium circa diametrum componũt figuram quandã qui gnomo appellatur, cui deest ad cõplementũ parallelogrãmi: parallelogrãmũ vnũ reliquũ circa diametrũ consistens. quod si addatur: supra diametrum totalis cõpositi consistet/ eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat: minime tamen alteratur/ quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. Parallelogrammum rectangulum.



Mne parallelogrammum rectangulum: sub duabus rectum angulum comprehendẽtibus rectis lineis dicitur contineri.

¶Quid gnomon.

¶Omnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrãmorũ vnumquodq; cum binis supplementis: gnomon vocetur.

Eucli. Camp. Propositio 1.

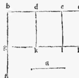


1 I fuerint duæ lineæ quarũ vna in quotlibet partes diuidatur: illud quod ex ductu alterius in alteram fiet/ æquũ erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in vnãquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

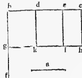
¶CAMPANVS. ¶Lineã in aliã lineam ducere: est supra terminos vnius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere/ et superficiem æquidistantium laterum rectangulã complere/ quę sub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶Sint duæ lineæ a b et c: quarũ vna scilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b. dico q illud quod fit ex ductu c in totum a b: æquũ est illis parallelogrãmis rectãgulis simul iũctis quę fiũt ex c in a d & in d e et in e b. Super pũcta a, b, erigã lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b: quarum vtraq; sit æqualis lineæ c. & complebo rectangulam superficiem a f b g, ducti linea f g: quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & sub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e: lineas d h & e k æquidistantes lateribus a f & b g. eritq; vtraq; earum æqualis c per 34 primi: quoniam vtraq; earum est æqualis a f. per diffinitionem igitur/ rectangulum a d f h producitur ex c in a d: & sub illis dicitur contineri. & rectangulum d h e k: ex c in d e. & rectangulum e k b g: ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectangulo a f b g: patet verum esse propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1, propositio 1.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ: seceturq; ipsarũ altera in quotcunq; segmenta: rectangulum comprahensum sub duabus rectis lineis / æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprahenduntur. 1



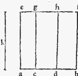
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ a & b c: seceturq; earum altera b c vtcunq;/ in d scilicet & e signa, Dico q rectangulum cõprahensum sub a & b c: æquum est rectangulo comprahenso sub a & b



d, & ei quod sub a & d e, & etiā ei quod sub a & e c. Exciteturn ãq; per 11 propositionē primi ex b: ipsi b c ad angulos rectos b f. ponatur quoq; per 3 primi: ipsi a æqualis b g. & per g: ipsi b c per 31 primi parallelus ex-citetur g h. & per eandem: per d, e, c, ipsi b g excitētur paralleli d k, e l, c h. Aequum est iam b h ipsis b k, d l, & e h: & b h ei quod sub a & b c. comprænenditur enim sub g b & b c. æqualis autē est b g ipsi a. At b k: ei quod ex a & b d. comprænenditur nāq; sub g b & b d. æqualis autem est b g ipsi a. At d l ei quod sub a & d e. æqualis namq; est d k hoc est b g: ipsi a. Et insuper similiter e h: ei quod sub a & e c. Quod igitur sub a & b c comprænenditur: æquum est ei quod sub a & b d, & ei quod sub a & d e, & ei insuper quod sub a & e c. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ/ secetur q; earum altera; & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. ℂPropositio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuisa: illud quod ex ductu totius lineæ in seipsam fit/ æquum erit ijs quę ex ductu eiusdem in omnes suas partes.



ℂCAMPANVS. ℂSit linea a b diuisa in a c & c d & d b. dico q; illud quod fit ex ductu totius a b in se quod sit a e b f: æquum est ijs quæ fiūt ex ipsa tota in vnamquamq; dictarum partium. quod palam patebit: ductis e g & d h æquidistāter a c & b f. ℂAliter. Sumatur k æqualis a b. eritq; per præmissam quod fit ex ductu k in totam a b: æquum ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantum fit quantum ex a b in se/ & ex k in omnes partes a b quantum ex a b in omnes partes eiusdem/ propter id q; k & a b sunt æquales: patet verum esse propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propositio 2.

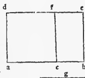
2 ℂSi recta linea secetur vtcūq;: quæ sub tota & quolibet segmentorum rectangula comprænenduntur/ æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.



ℂTHEON ex Zamb. ℂRecta enim linea a b, secetur vtcumq; in signo c. Dico q; rectangulum comprænensum sub a b & b c, cum rectangulo cō prænenso sub b a & a c: æquum est quadrato quod ex a b. Describatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d e b. exciteturq; per 31 primi per c: vtriq; & a d & b e parallelus c f. æquum est igitur a e ipsis a f & c e. est autem a e: ex a b quadratum. Et a f: ex b a & a c rectangulum contentum. comprænenditur enim ex d a & a c. æqualis autem est a d ipsi a b. Et c e ei quod sub a b, b c. æqualis enim est b e ipsi a b. Quod igitur sub b a & a c cum eo quod sub a b & b c: æquum est quadrato quod ex a b. Si recta igitur linea/ & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 3.

3 SI fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem / æquum erit ijs quæ ex ductu eiusdē partis in seipsam et alterius in alteram.

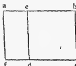


ℂCAMPANVS. ℂSit linea a b diuisa in a c & b c. dico q; illud quod fit ex tota a b in eius partem a c: æquum est quadrato eiusdem a c partis & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratum lineæ a c quod sit a c d f. & perficiatur superficies a b d e. patebitq; propositum. ℂAliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantum est quantum a c in a b & econuerso, & a c in a b, itē & in c b & in seipsam quantum g in easdem/ at g in totam a b quātum in a c & in c b per primam huius: patet propositum scilicet q; tantū erit a c in a b quantum in se & in c b. Quare

cõuerso a b in a c quantũ a c in se & in c b. Quod volumus demõstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propositio 3.

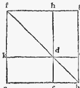
¶ Si recta linea secetur vtcunq; : rectangulum sub tota & vno 3
segmentorum compræhensum / æquum est ei quod sub seg-
mentis compræhenditur rectangulo / & ei quod ex prædicto
segmento fit quadrato.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea a b: secetur vtcunq; in signo c. Dico q; rectangulum compræhensum sub a b & b c: æquum est rectangulo compræhenso sub a c & c b, cum quadrato quod ex b c. Describatur enim per 46 primi ex b c, quadratum c d e b: & extendatur c d in f, per secundum postulatum. Et per a, vtriq; c d & b e per 31 primi parallelus excitetur a f. Aequum iam est a e, ipsis a d & c e. estq; a e rectangulum compræhensum sub a b & b c. compræhenditur etenim sub a b & b e. & æqualis est b e, ipsi b c. Et a d est quod sub a c & c b, æqualis enim est d c: ipsi c b. at d b quadratum est quod fit ex c b. Rectangulũ igitur contentum sub a b & b c, æquum est rectangulo compræhenso sub a c & c b cum quadrato quod ex b c. Si recta igitur linea secetur & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod demonstrasse oportuit.

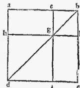
Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod ex du 4
ctu totius in seipsam fit / æquum est ijs quæ ex ductu
vtriusq; partis in seipsam & alterius in alteram bis.
Ex hoc manifestum est q; in omni quadrato duæ superfi-
cies quas diameter secat per medium: sunt ambæ quadratæ.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b: diuisa in a c & b c. dico q; quadratum totius a b: æquum est duobus quadratis duarum linearum a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu vnius earum in alteram. Describam quadratum alterius partium: sitq; c d b e, quadratum lineæ c b. cui adiungam gnomonem secundum ductum directuum lineæ alterius scilicet a c: quem faciam hoc modo. In quadrato descripto protraham diametrum b d. & a puncto a educam perpendicularem super lineam a b: quæ sit a k quam a k & diametrum b d: producam vsq; quo per penultimam petitionem concurrant in puncto f. & a puncto f: producam f h æquidistantem lineæ a b, quam f h & b e: producam vsq; quo concurrant in puncto g. & producam c d vsq; ad h: & e d vsq; ad k. Et quia duo latera d c & e b, trianguli d e b sunt æqualia: erunt per 5 primi / duo anguli e d b & c b d æquales. & quia ãgulus e est rectus: erit per 32 primi vterq; eorum medietas recti. eadem ratione vterq; duorum ãgulorum c d b & c b d: erit medietas recti. Quare per secundam partem 29 primi & 15 eiusdẽ / erit vnusquisq; quatuor angulorũ qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f: medietas recti. ergo per 6 primi: f g & g b sunt æquales. similiter quoq; f a & a b. pari ratione f h & h d. itemq; f k & k d. quare vtraq; duarum superficierum a b g f & k d h fiet quadrata. Et quia totale quadratum a b f g quod est quadratum lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrum quæ sunt quadrata duarum linearum a c & c b, & ex duobus supplementis quorum vnumquodq; producitur ex a c in b c: patet propositum nostrum. ¶ Aliter. Sit linea a b: vt prius diuisa in a c & c b. eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in se: æquum ei quod fit ex ipsa in a c & c b. sed ex ipsa in a c tantum fit quantum ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandẽ. ergo quod fit ex tota a b in se: æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c. quod est propositum. Sed hac via non patet correlarium: sicut via præcedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.

4 ¶Si recta linea secetur vtcunq; quadratum quod fit ex tota/ æquum est quadratis quæ fiunt ex segmentis/& ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo.



¶THEON ex Zã. ¶Recta enim linea a b: secetur vtcũq; in signo c. Dico q quadratũ a b: æquũ est quadratis quæ fiũt ex a c & c b,& bis sub a c & c b cõtẽto rectãgulo. Describatur enim per 46 primi/ ex a b, quadratũ a d e b:& cõnectatur b d.& per 31 primi/per c: vtrisq; a d & b e parallelus excitetur c f, dispescẽs diametrũ b d in g signo.& p eãdẽ/per g: vtrisq; a b & d e parallelus excitetur h k. Et quoniã parallelus est c f ipsi a d,& in eas incidit b d: per 28 & 29 primi/ ãgulus exterior c g b æqualis est interiori & opposito a d b. Sed angulus a d b, ei qui sub a b d, per 5 primi est æqualis: quoniam latus b a, lateri a d est æquale. Igitur angulus c g b: ãgulo g b c est æqualis. quare per 6 primi & latus b c: lateri c g est æquale. Sed c b ipsi g k est æquale:& c g ipsi k b. igitur g k: ipsi k b est æquale. Aequilaterũ igitur est: c g k b. Dico etiã q rectangulum. Quoniam parallelus est c g ipsi b k,& in eas incidit linea c b: anguli igitur k b c & g c b: per 29 primi duobus rectis sunt æquales. angulus autem k b c rectus est. rectus igitur est & angulus b c g. Quare per 34 primi/& ex opposito ãguli c g k & g k b: sunt recti. Rectangulum igitur est c g k b. Ostensum autem est q & æquilaterum. quadratum igitur est: estq; ex b c. ac per hoc/h f quadratũ est:& est ex h g, hoc est a c. Quadrata igitur h f & c k: sunt ex a c & c b. Et quoniam a g æquum est ipsi g e, estq; a g id quod sub a c & c b, æqualis namq; est g c ipsi c b: igitur g e per 43 primi/ æquum est ei quod sub a c & c b. Igitur & a g & g e: æqualia sunt ei quod bis est sub a c & c b. Quadrata autem h f & c k: sunt ex a c & c b. Quatuor igitur h f, c k, a g, & g e: sunt eis æqualia quæ fiunt ex a c & c b quadratis/& ei quod fit bis sub a c & c b rectangulo. Sed h f, c k, a g, & g e: sunt totum a d e b, quod est quadratum quod ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquũ est eis quæ fiunt ex a c,& c b quadratis/& ei quod bis sub a c & c b comprehenditur rectangulo. Si recta igitur linea secetur vtcunq: quadratum quod fit ex tota æquum est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis/ & ei quod bis comprehenditur sub sectionibus rectangulo, quod demonstrasse oportuit

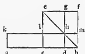
¶ALITER idem ostendere. ¶Dico q quadratum a b: æquum est eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis/& ei quod bis sub a c & c b comprehẽditur rectangulo. In eadem enim descriptione/quoniam æquale est a b ipsi a d: æqualis est angulus a b d ei qui sub a d b, per 5 primi. Et quoniã omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales per 32 primi: trianguli a b d tres anguli a d b/d b a/& b a d/ duobus rectis sunt æquales/ per eandem. Rectus autem est angulus b a d. reliqui ergo anguli a b d, & a d b: vni recto sunt æquales. et sunt æquales alter alteri. vterq; igitur a b d & a d b: dimidium est recti. Angulus autem b c g, rectus est: æquus enim est ei qui ex opposito ad a per 29 primi. Reliquus igitur angulus c g b: dimidium est recti. Angulus igitur c g b: angulo c b g est æqualis. quare & latus b c: æquale est ipsi c g. sed b c: ipsi g k est æquale.& c g igitur: ipsi b k est æquale. Aequilaterũ igitur est c k. habet autem & ãgulum c b k: rectũ. quadratũ est igitur c k,& est ex b c.& ob id/h f quadratum est: & æquum est ei quod ex a c. igitur c k & h f: sunt quadrata/& æqualia sunt eis quæ ex a & c b fiunt quadratis. Et quoniam æquum est a g ipsi e g, estq; a g id quod sub a c & c b, æqualis enim est c g ipsi c b: & e g igitur æquum est ei quod fit sub a c & c b. igitur a g & e g: sunt æqualia ei quod bis fit ex a c et c b. Sunt autem c k & h f: æqualia eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis. Igitur c k, h f, a g, & g e: sunt æqualia eis quæ ex a c & c b,& ei quod bis fit sub a c æ c b. sed c k, h f, a g, & g e: totum sunt a

e quadratum quod fit ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquũ est quadratis quæ fiunt ex a c & c b, & ei rectangulo quod bis cõpræhenditur sub a c & b c. quod ostendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifestum est/ꝙ in quadratis areis parallelogramma quæ circa dimetientem: quadrata sunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

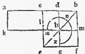
SI linea recta per duo æqualia duoqꝫ inæqualia sece= 5
tur: quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter vtrasqꝫ est sectiones describitur/ æquum est ei quadrato quod a dimidio totius lineæ in se ducto describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c: & per inæqualia in puncto d. dico quadratum c b: esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratum c b, quod sit c b f e: in quo protraham diametrum e b. & ducam d g æquidistantem b f: quæ secet diametrum e b in puncto h. & a puncto h educam æquidistantem lineæ a b: quæ sit h k, secans lineam b f in puncto m, & lineam c e in puncto l. & protraham a k: æquidistantem c e. Eritqꝫ per correlarium præmissæ/ vtraqꝫ duarum superficierum l g & d m: quadrata. & per 43 primi/ duo supplementa c h & h f: æqualia. Ergo addito quadrato d m, vtriqꝫ: erit parallelogrammum c m æquale parallelogrammo d f. & quia a l est æquale c m per 36 primi: erit a h æquale gnomoni qui circunstat quadrato l g. ergo addito vtriqꝫ/ quadrato l g: erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si recta linea secetur in æqualia et non æqualia: rectangu= 5
lum compræhensum ab inæqualibus sectionibus totius vna cum quadrato quod a medio sectionũ/ æquum est ei quod a dimidia fit quadrato.

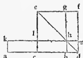


THEON ex Zamberto. Recta enim linea quædam a b secetur quidem in æqualia in c: & in non æqualia in d. Dico ꝙ rectangulum cõpræhensum sub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d: æquum est ei quod fit ex c b quadrato. Describatur enim per 46 primi/ ex c b: quadratum c e f b. & per primum postulatũ connectatur b e. & per 31 primi/ per d: vtrisqꝫ & c e & b f parallelus excitetur d g, secans b e in puncto h. & per eandẽ/ per h: vtrisqꝫ a b & e f parallelus excitetur k m æqualis ipsi a b. & rursus per eandem per a: vtrisqꝫ c l & b m parallelus excitetur a k. Et quoniam per 43 primi/ supplementum c h æquum est supplemento h f: cõmune ponatur d m. totum igitur c m: toti d f est æquale. Sed c m ipsi a l est æquale: quoniam a c ipsi c b est æqualis. & a l igitur ipsi d f est æquale. Cõmune ponatur c h. totum igitur a h: ipsis d l & d f est æquale. Sed a h: æquum est ei quod sub a d & d b, æqualis enim est d h ipsi d b. & f d l est m n x gnomon. Gnomon igitur m n x: æqualis est ei quod sub a d & d b. Commune ponatur l g: quod æquum est ei quod fit sub c d. gnomon igitur m n x & l g: sunt æqualia rectangulo compræhenso sub a d & d b, & ei quod fit ex c d quadrato per 36 primi. Sed gnomon m n x & l g: totum sunt quadratum c e f b quod est ex b c. Rectangulum igitur compræhensum sub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d fit: æquum est quadrato quod fit ex c b. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

SI recta linea in duo æqualia diuidatur/ alia vero ei 6
linea in longum addatur: quod ex ductu totius iam compositę in eam quæ iam adiecta est/. cũ eo quod

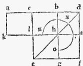
ex ductu dimidię in seipsam/æquum est ei quadrato quod ab ea quæ constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta descri bitur.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa per æqualia in pũcto c:eiq; adiũcta linea b d. dico q̃ quadratum c d, quod sit c d e f: æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrum d e. & ducam lineam b g æquidistantem d f: quæ secet diametrum d e in puncto h. a quo h, producam æquidistantem lineæ a b: quæ sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l. & producam a k: æquidistantem e l. eritq; per 36 primi/a l: æquale c h. At c h: erit æquale h f, per 43 primi. quare a l: erit æquale h f. Ergo addito c m vtrobiq; : erit a m æquale toti gnomoni circunstanti l g. quare l g addito vtrobiq;: erit a m cum l g, æquale toti quadrato c f. Et quia vtraq; duarum superficierũ l g & b m est quadrata per correlarium 4 huius: patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. propositio 6

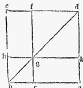
6 ¶Si recta linea bifariam secetur/adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprænhensum sub tota cum apposita & apposita/vna cum quadrato quod fit a dimidia/ æquum est ei quod fit ex coniecta ex dimidia & apposita tã quam ex vna descripto quadrato.



¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b secetur bifariam in signo c: apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum/b d. Dico q̃ rectãgulum comprænhensum sub a d & d b, vna cum quadrato quod fit ex b c: æquum est ei quod fit ex d c, quadrato. Describatur per 46 primi / ex c d quadratum c e f d. & per 1 postulatum connectatur d e. & per 31 primi per b signum/vtriq; earum e c & d f: parallelus excitetur b g, secãs b e in puncto h. & per eandem per h signum/ vtriq; earum a d & e f: parallelus excitetur k m. & insuper per eandem per a, vtriq; earum c l & d m: parallelus excitetur a k. Quoniam igitur per 36 primi/æqualis est a c ipsi c b: æquum est a l ipsi c h. Sed per 43 primi/c h æquum est ipsi h f. Igitur & a l: ipsi h f per eandem est æquale. commune apponatur c m. totum igitur a m: gnomoni n x o est æquale. Sed a m: est id quod fit sub a d & d b. æqualis enim est d m ipsi d b. & gnomon igitur n x o: æqualis est rectangulo comprænhẽso sub a d & d b. Commune apponatur l g: quod æquum est quadrato quod fit ex b c. Rectangulum igitur comprænhensum sub a d & d b, vna cum eo quod ex c b quadrato: æquũ est ipsi n x o gnomoni/& ipsi l g. sed gnomon n x o, & l g: totum sunt c e f d quadratum/ quod fit ex c d. Rectangulum igitur comprænhensum sub a d & d b, vna cum quadrato quod ex b c: æquum est quadrato quod ex c d. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

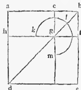
7 SI linea in duas partes diuidatur: quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam/æquum est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c. dico q̃ quadratum totius a b cum quadrato b c: æquum est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratum totius: quod sit a b d e. & ducatur diameter b d: & c f æquidistans. b e, secans diametrum in puncto g. & ducatur k g h æquidistans a b. Et quia quadratũ a c cũ quadrato c h tantum sunt quantum quadratum k f cum duabus superficiebus a h & c e: patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propositio 7.

¶Si recta linea secetur vtcunq; : quod a tota & ab vno seg- 7
mentorum vtraq; fiunt quadrata/ æqualia sunt rectangulo compræhenso bis sub tota et dicto segmento / & ei quod a reliquo segmento fit quadrato.

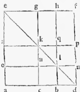


¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea a b: secetur vtcunq; in signo c, dico q quadrata ex a b & b c: æqua sunt rectãgulo cõtento bis sub a b & b c, & ei quod fit ex a c, quadrato. Describatur enim per 46 primi/ ex a b: quadratum a d e b. describaturq; figura. Quoniam per 43 primi/ æquũ est a g ipsi g e: commune apponatur c f. totum igitur a f: toti c e est æquale. Igitur a f & c e: duplum est ipsius a f. Sed a f & c e: sunt k l m gnomon/ & c f quadratũ. & k l m igitur gnomon & c f: duplum est ipsius a f. Est autem ipsius a f duplum: & bis illud quod ex a b & b c fit. æqualis enim est b f: ipsi b c. ergo k l m gnomon/ & quadratum c f: æquum est rectangulo contento bis sub a b & b c. commune apponatur d g: quod est quadratũ ex a c. gnomon igitur k l m, & b g & g d quadrata: æqualia sunt & ei quod bis sub a b & b c rectangulo continetur/ & ei quod ex a c fit quadrato. Sed k l m gnomon/ & quadrata b g & d g: totum sunt b a d e & c f, quæ sunt ex a b & b c quadrata. quadrata igitur ex a b, b c: æqualia sunt rectangulo bis sub a b & b c compræhenso/ cum eo quod fit ex a c quadrato. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demõstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 8.



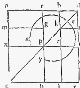
SI linea in duas partes diuidatur/ eiq; in lõgum æ- 8
qualis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam cõpositæ in seipsam fiet / æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectã quater/ & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.



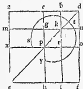
¶CAMPANVS. ¶Sit a b diuisa in puncto c, qualitercunq; contingat: cui addatur b d æqualis c b. dico q quadratum totius a d quod sit a d e f: est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Hoc autẽ patebit: ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistãtibus lineæ d f, & secantibus diametrum in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correlarium 4. huius/ vnaquæq; superficierum r g, n q, & b m: quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d: erit vtraq; superficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p: æqualia. & quia totus gnomo circunstans quadrato r g, est per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l: patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. propositio 8.

¶Si recta linea secetur vtcunq; : rectangulum compræhen- 8
sum quater sub tota & vno segmentorum cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato/ æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanq̃ ab vna descripto quadrato.



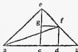
¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim linea quædam a b secetur vtcunq; in signo c. dico q quater sub a b & b c compræhensum rectangulum/ vna cum eo quod ex a c quadrato : æquum est ei quod fit ex a b & b c tanq̃ ab vna descripto quadrato. Producatur enim per 6 secundi/ in rectam lineã ipsi a b recta linea b d: & ponatur ipsi b c æqualis b d, per 3 primi. Et per 46 primi/ ex a d describatur quadratum a e f d: & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est c b ipsi b d, sed c b ipsi g k est æqualis/ & b d per tricesimam quartam primi ipsi k n est æqualis: & g k igitur ip-



fi k n eſt æqualis, & perinde p r: ipſi r o eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt b c ipſi b d, & g k ipſi k n: æquū eſt igitur c k ipſi k d, & g r ipſi r n, per tricesimamſextam primi. Sed per 43 primi / c k: ipſi r n eſt æquale, ſupplementa enim ſunt parallelogrāmi c o, & k d igitur: ipſi n r eſt æquale. Igitur d k, c k, g r, & r n: ſibi inuicē ſūt æqualia. ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius c k. Rurſus quoniā æqualis eſt c b ipſi b d, ſed b d quidem ipſi b k, hoc eſt ipſi c g eſt æqualis: & c b igitur hoc eſt g k, ipſi g p eſt æqualis. & c g igitur ipſi g p eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt c g ipſi g p, & p r ipſi r o: æquum eſt a g ipſi m p, & p l ipſi r f. ſed m p: ipſi p l per 43 primi eſt æquale. ſupplemēta enim ſunt parallelogrāmi m l. & a g igitur ipſi r f per 43 eiuſdem eſt æquale. Quatuor igitur a g, m p, p l, & r f: ſibi inuicem ſunt æqualia. quatuor igitur: quadruplicata ſunt ipſius a g. oſtenſum autem eſt quatuor c k, k d, g r, & r n: ipſius c k quadruplicata. octo igitur quæ gnomonem s t y complectuntur: quadruplicata ſunt ipſius a k. Et quoniam a k eſt ſub a b & b d, æqualis enim eſt b k ipſi b d: quod igitur quater eſt ſub a b & b d, quadruplicatū eſt ipſius a k. oſtenſum eſt autem q ipſius a k, quadruplicatum: eſt gnomoni s t y. Igitur id quod quater eſt ſub a b & b d: gnomoni s t y æquum eſt. Commune apponatur x h: quod æquum eſt quadrato quod ex a c. Rectāgulum igitur quater ſub a b & b d compræhenſum / cum quadrato quod ex a c: æquū eſt gnomoni s t y & ei quod eſt x h. Sed s t y gnomon & x h: totum ſunt a e f d quadratum quod eſt ſub a d. at id quod quater ſub a b & b d, vna cum eo quod fit ex a c: æquum eſt ei quod fit ſub a d quadrato. æqualis autem eſt b d ipſi b c. Rectangulum igitur compræhenſum quater ſub a b & b c / vna cum eo quod fit ex a c quadrato: æquū eſt ei quod fit ex a d, hoc eſt ei quod fit ex a b & b c tanquam ab vna deſcripto quadrato. Si recta igitur linea: & quæ ſequuntur reliqua. quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp: Propoſitio. 9.

9 SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur: quæ fiunt ex ductu vtriuſq; inæqualiū ſectionum in ſeipſam pariter accepta: duplum ſunt vtriſq; pariter acceptis | quæ quidem ex dimidia eaq; quæ vtriq; ſectioni interiacet quadratis deſcribuntur.

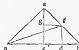


CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c: & per inæqualia in d. Dico q quadratum a d & quadratū d b ſimul iuncta: dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e: perpendicularem & æqualem vtriq; earum linearum a c & c b. & produco e a & e b. eritq; per 32 primi / vterq; angulorū a & b, & vterq; angulorum partialium qui ſunt ad e: medietas recti / totuſq; e, rectus. Et produco d f æquidiſtantem c e, & perpendicularem ſuper lineam a b. eritq; vterq; angulorū d, rectus: & angulus d f b, medietas recti per 32 primi ſiue per ſecundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A puncto f duco f g: æquidiſtantē a b. eritq; per ſecundam partem 29 primi & per 32 eiuſdem / vterq; angulorum g, rectus / & angulus e f g per 32 medietas recti. quare per 6 eiuſdem: latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimam eiuſdem / quadratum e f eſt æquale quadrato e g & quadrato g f: ipſum erit duplum ad quadratum g f. quare ad quadratum c d. Item quia per eandē quadratū e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e: ipſum erit duplum ad quadratum a c. & quia quadratū a f eſt æquale quadrato e f & a e per eandem: ipſum erit duplum ad quadratum a c & ad quadratū c d. Sed quadratum a f: eſt iterum æquale per eādem quadrato a d & quadrato d f. ergo quadratum a d & quadratum d f: dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadra-

tum d f est æquale quadrato d b: erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearum quæ sunt a c & c d. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 9. propositio. 9.

¶ Si recta linea secetur in æqualia et nō æqualia: quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata / dupla sunt eius quod a dimidia et eius quod a medio sectionū fit / quadratorum. 9

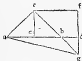


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea quædam a b: secetur in æqualia in signo c, & in non æqualia in d. Dico φ quadrata ex a d & d b: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d sunt quadratorū. Excitetur enim per 11 primi / ex c signo ipsius a b, ad angulos rectos c e: & ponatur per 3 primi / æqualis vtriq; ipsarum a c & c b. et per 1 postulatum connectantur a e & e b. Et per 31 primi / per d: ipsi e c, parallelus excitetur d f. & per eandem / per f: ipsi a b, parallelus excitetur f g. & per 1 postulatum connectatur a f. Et quoniam æqualis est a c ipsi c e: æqualis est per 5 primi / angulus e a c angulo c e a. Et quoniam rectus est angulus qui ad c: reliqui igitur anguli e a c & a e c, vni recto sunt æquales. vterq; igitur eorū qui sub a e c & e a c: recti dimidius est. Ob id quoq; & vterq; ipsorum e b c & c e b: recti dimidius est. Totus igitur a e b: rectus est. Et quoniā qui sub g e f recti dimidius est / rectus autem qui sub e g f, æqualis enim interiori est opposito per 29 primi / hoc est ipsi e c b: reliquus igitur qui sub e f g, recti dimidius est. Aequus igitur est per 6 communem sententiā qui sub g e f: ei qui sub e f g. quare per 6 primi / & latus g e: lateri g f est æquale. Rursus quoniā āgulus qui ad b, recti dimidius est / rectus autē est g sub f d b, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi e c b per 29 primi: reliquus igitur qui sub b f d, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad b: ipsi d f b. Quare per 6 primi / & latus d f: lateri d b est æquale. Et quoniam a c æqualis est ipsi c e: & æquum est quod ex a c ei quod ex c e. quadrata igitur quæ fiunt ex a c & c e: eius sunt dupla quod est ex a c. At per 47 primi / eis quæ sunt ex a c & c e: æquum est quod ex e a fit quadratum. angulus enim qui sub a c e: rectus est. Igitur quod ex a e fit: eius quod est ex a c, duplū est. Rursus quoniā æqualis est e g ipsi g f: æquū est id quod ex e g / ei quod ex g f. quadrata igitur quę sunt ex g e & e f: dupla sunt quadrati quod ex g f. Quadratis autē quæ fiūt ex e g & g f: æquū est id quod ex e f / per 47 primi. quadratum igitur quod ex e f: duplum est eius quod ex g f. Aequalis autem est g f: ipsi c d. igitur quod ex e f: duplum est eius quod ex c d. Est autem & id quod ex a e: duplum eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ ex a e & e f: quadratorū quæ fiunt ex a c & c d dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex a e & e f: æquum est id quod ex a f fit quadratum / per 47 primi. Quadratum igitur ex a f: eorum quæ ex a c & c d fiunt / duplum est. Ei autem quod fit ex a f: æqualia sunt ea quæ fiunt ex a d & d f / per 47 primi. rectus enim est angulus qui ad d. Ea igitur quæ ex a d & d f: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiunt / quadratorū. Aequalis autē est d f: ipsi d b. quadrata igitur quæ ex a d & d b fiunt: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiūt / quadratorum. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales: quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata / dupla sunt eius quod ex dimidia & ex medio segmentorum fit / quadratorum. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.


I linea in duo æqualia diuidatur / eiq; in longum 10
alia addatur: quadratum quod describitur a tota
cū addita / et quadratū quod ab ea quæ addita est
vtraq; quadrata pariter accepta / ei quadrato quod

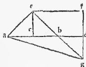
a dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiecta q; cõsistit vtrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



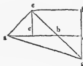
❡CAMPANVS. ❡Sit linea a b diuisa per æqualia in c: & addita sibi linea b d. dico q; duo quadrata duarum linearum a d & b d, pariter accepta: dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b: & æqualem vtrique linearũ a c & c b. & perficio triangulũ a e b: ductis lineis a e & e b. eritq; vt in præmissa vterq; angulorum a & b, & vterq; eorũ qui sunt ad e: medietas recti per 32 primi/totusq; e est rectus. A pũcto e, produco e f: æqualem & æquidistantẽ c d. & produco f d & e b: quousq; concurrãt in pũcto g. & produco lineam a g. Eritq; per vltimam partem 29 primi/angulus c e f. rectus. sed angulus c e b: est medietas recti. ergo angulus b e f: erit similiter medietas recti. & quia per 33 primi/ f d est æquidistans c e: erit per 34 eiusdem/angulus f rectus. ergo per 32 eiusdem: erit angulus e g f medietas recti. item per eandem/angulus d b g similiter medietas recti: propter id q; angulus b d g est rectus. ergo per 6 eiusdem/ duo latera e f & f g sunt æqualia: item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimam eiusdem/quadratum e g: duplum est ad quadratum e f. quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem/quadratum a e: duplum est ad quadratum a c. Et quia quadratum a g est per eandem æquale quadratis a e & e g, similiter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g est æquale quadrato b d; erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta / dupla duobus quadratis duarũ linearum a c & c d pariter acceptis, quod est propositum. Hæc autem/& omnes præmissæ: veritatẽ habent in numeris sicut in lineis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. propositio 10.

10 ❡Si recta linea secetur bifariam/ apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita et quod ex apposita vtraq; quadrata/ dupla sũt eius quod ex dimidia et eius quod ex adiacente dimidia et adiũcta tanq̃ ex vna/ descriptorum quadratorum.



❡THEON ex Zamberto. ❡Recta enim quædam linea a b, secetur bifariam in c: apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectũ, b d. Dico q; quadrata quæ ex a d & d b: dupla sunt quadratorum quæ fiunt ex a c & c d. Excitetur per vndecimam primi/ ab ipso c signo: ipsi a b ad angulos rectos c e. & ponatur per 3 primi/æqualis vtriq; ipsarum a c & c b: & per primum postulatum connectantur e a & e b. Et per 31 primi/per e: ipsi a d parallelus excitetur e f. & per eandem/per d: ipsi c e parallelus excitetur d f. Et quoniã in parallelos rectas lineas c e & d f, recta quædam linea incidit e f: ãguli igitur c e f & e f d, per 29 primi duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur f e b & e f d: duobus rectis sunt minores/ per eãdem. Quæ autem a minoribus duobus rectis producuntur: per 5 postulatũ coincidũt. igitur e b & f d productæ ad partes b, d: coincidũt. producantur: & coincidant in g. & per 1 postulatũ cõnectatur a g. Et quoniã æqualis est a c ipsi c e: ãgulus quoq; a e c ãgulo e a c est æqualis per 5 primi. & rectus est qui ad c. dimidius ergo recti: est vterq; qui sub e a c & a e c. Et propterea vterq; etiã qui sub c e b & e b c: recti dimidius est. rectus igitur est q sub a e b. Et quoniã ãgulus e b c recti dimidius est: & per 15 primi ãgulus igitur d b g recti dimidius est. Angulus aũt b d g: rectus est. æqualis enĩ est ei qui sub d c e, alterni enĩ. reliquus igitur ãgulus b g d: recti dimidius est. Igitur per 6 cõmunẽ sententiã primi/ãgulus d g b: ei qui sub d b g est æqualis. Quare per 6 primi/& latus b d: lateri g d æquum est.



Rursus quoniam angulus e g f, recti dimidius est/ rectus autem qui ad f: (æqualis enim per 34 primi ex opposito ei qui a d c) reliquus igitur ăgulus f e g, recti dimidius est. Angulus igitur e g f: angulo f e g est æqualis. Quare per 6 primi & latus f e: lateri f g est æquale. Et quoniam æqualis est e c ipsi c a: quadratum quoq; quod ex e c, ei quod est ex c a, quadrato æquum est. quadrata igitur quæ fiunt ex c e & c a: dupla sunt eius quod fit ex a c, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex e c & c a: per 47 primi/ æquū est id quod ex e a. Quadratum igitur quod ex e a: duplum est eius quod fit ex a c. Rursus quoniam æqualis est g f ipsi e f: quadratum quod fit ex g f, æquum est ei quod fit ex e f, quadrato. quadrata igitur quæ ex g f & e f fiunt: eius quod fit ex e f, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex g f & e f: per 47 primi/ æquum est id quadratum quod fit ex e g. id igitur quod fit ex e g: duplum est eius quod fit ex e f. Aequalis autem est e f: ipsi c d. id igitur quod fit ex e g: duplum est eius quod fit ex c d. Patuit autem q & id quod fit ex e a: duplum est eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ fiunt ex a e & e g: eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorum/ dupla sunt. Quadratis autem quæ fiunt ex a e & e g: æquū est id quod fit ex a g quadratum/ per 47 primi. Quadratum igitur quod fit ex a g: eorum quæ fiunt ex a c & c d, duplū est. Ei autem quod fit ex a g: æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex a d & d g. Quadrata igitur quæ fiunt ex a d & d g: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d fiunt, quadratorum. æqualis autem est d g: ipsi d b. Quadrata igitur quæ fiūt ex a d & d b: dupla sunt eorum quæ fiunt ex a c & c d quadratorū. Si recta igitur linea secetur bifariam: & quæ sequūtur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportebat.

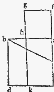
Eucli. ex Camp. Propositio 11.



Atam lineam sic secare: vt quod sub tota & vna portione rectangulum continetur/ æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum. 11

¶CAMPANVS. ¶Sit linea data a b. quā volumus sic diuidere: vt quod ex tota & vna eius portione producitur/ æquū sit quadrato alterius. Describo quadratū ipsius a b: quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e: & produco a e. & e b produco vsq; ad f ita q e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca/ describo quadratū quod ex latere a b resecat portionē æqualē b f, quæ sit b h: & quadratū descriptū sit b f h g. Dico q a b sic est diuisa in puncto h: q illud quod fit ex tota a b in eius portionē h a, est æquale quadrato h b. Produco g h vsq; ad k: quæ erit æquidistās a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f. quare & quadrato e a. quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab vtrisq; quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab vtrisq; parallelogrammo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h: patet factū esse propositum. ¶Ad hoc autem faciendum in numeris/ non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi/ vt hic vndecima proponit. sicut scies: sexti 26 te docente.

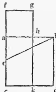
Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 11.



¶Datam rectam lineam secare: vt quod ex tota & altero segmento compræhensum rectangulum/ æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato. 11

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b. oportet autem ipsam a b secare: vt quod ex tota & altero segmento compræhensum rectangulum/ æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato. Describatur per 46 primi/ ex a b: quadratum a b c d. & secetur per 10 primi/ a c bi-

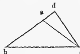
fariam: in e signo, & connectatur b e. Et extendatur per 2 postulatum: c a in f. & ponatur per 3 primi / ipsi b e: æqualis e f. Et per 46 primi / ex a f describatur quadratum f g a h: & extendatur per 2 postulatum / g h in k. Dico q a b secatur in h: vt quod ex a b & b h compræhensum rectangulum / æquum sit ei quod fit ex a h quadrato. Quoniam recta linea a c secta est bifariam in e, adiacet autem ei a f: igitur per 6 secundi / rectangulum compræhensum sub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato / æquũ est ei quod fit ex e f quadrato. æqualis autem est e f: ipsi e b. rectãgulũ igitur compræhensum sub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato: æquũ est ei quod fit ex e b quadrato. Sed ei quod fit ex e b: æqualia sunt per 47 primi / ea quæ fiunt ex b a & a e quadrata. rectus enim est angulus qui ad a. Quod autem fit sub c f & f a, cum eo quod fit ex a e: æquum est eis quæ fiunt ex b a & a e. Commune auferatur id quod ex a e. reliquum igitur rectangulum compræhensum sub c f & f a: æquum est ei quod fit ex a b quadrato. Et id quod fit sub c f & f a: est id quod f k. æqualis enim est f a: ipsi f g. Id autem quod fit ex a b: id est quod a d. Igitur f k: æquum est ipsi a d. Commune auferatur a k. reliquum igitur f h: ipsi h d est æquale. Est autem h d: id quod sub a b & b h. æqualis enim est b a: ipsi b d. At f h: id est quod ex a h. Rectangulum igitur compræhensum sub a b & b h: æquum est ei quod fit ex a h quadrato. Data igitur recta linea a b, in h disecta est: vt rectangulum sub a b & b h cõpræhensum / æquum sit ei quod ex a h fit quadrato, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 IN his triangulis qui obtusum habent angulum / tanto ea quæ obtusum subtendit angulum / ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulũ amplius potest: quantum est quod continetur bis sub vno eorũ atq ea quæ ei directe iuncta ad obtusum angulum / a perpendiculari extra depræhenditur.

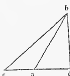
¶CAMPANVS. ¶Sit triangulus a b c: habens ãgulum a, obtusum. A puncto c: ducatur linea perpendicularis ad lineam b a. quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi. sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam vsq ad d. Dico q quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso / tanto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum: quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ: respectu quadrati sui est. vnde tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius / quadratum b d: æquale duobus quadratis duarũ linearũ b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratũ b c per penultimã primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdẽ / quadratum a c: est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratũ b c: est æquale quadratis duarũ linearum b a & c a, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Quare b c tãto ãplius potest duabus lineis b a, a c: quantum est duplũ eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus q tantũ dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta / producit. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propositio 12.

12 ¶In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulũ subtendente latere fit quadratum / maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum cõprehendentibus lateribus / quadratis: compræhenso bis sub vno eorum qui sunt circa obtusum angulũ in quod protractum cadit perpendicularis / & assumpto ex-

trinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.

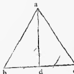


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit obtusi anguli triangulũ a b c: obtusum habens angulum b a c. & ducatur ex b signo/in c a productam: per 12 primi/perpendicularis b d. Dico q̃ quadratum quod ex b c, maius est eis quæ fiunt ex b a & a c quadratis: bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Quoniam enim secta linea c d, secta est vtcũq; in a, signo: igitur per 4 secundi/quod fit ex c d æquum est eis quæ fiunt ex c a & a d, quadratis/& bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex d b. Ea igitur quæ sunt ex c d & d b: æqua sunt eis quæ fiunt ex c a & a d & d b quadratis/& bis sub c a & a d compræhenso rectãgulo. Sed eis quæ sunt ex c d & d b: æquum est id quod ex c b, per 47 primi: rectus enim est: angulus qui ad d. Eis autẽ quæ fiunt ex a d & d b: per eandẽ æquum est id quod fit ex a b. Quadratũ igitur quod fit ex c b: æquũ est eis quæ fiunt ex c a & a b quadratis per eandẽ/& bis sub c a & a d compræhẽso rectangulo Quare quadratũ quod fit ex c b, eis quæ fiunt ex c a & a b maius est: bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis quod ab obtusum angulũ subtendente latere fit quadratum: maius est & quæ sequuntur reliqua. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.



OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit an 13
gulum ambobus lateribus angulum acutum con
tinentibus minus potest: quãtum est quod bis cõ
tinetur sub vno eorum cui perpendicularis intra
superstat/eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto
interiacet.



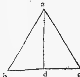
¶CAMPANVS. ¶Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxygonio: veritatẽ habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo/siue fiat orthogonius siue ãbiygonius siue oxygonius. ¶Sit ergo in triangulo a b c, quicũq; triangulus fuerit: angulus c acutus. qui si fuerit oxygonius: ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a vel b, ad quamuis basin b c vel a c. quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositũ/quam manifestũ est cadere intra triangulũ. Et vt simpliciter dicam/ cũ in omni triangulo sint duo acuti anguli: necessario erit alter reliquorum angulorũ qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem: ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus. ducam ergo ad b c: perpendicularẽ quæ sit a d, quæ (vt dictum est) cadet intra triangulũ. Dico itaq; q̃ quadratum lateris a b quod subtenditur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearũ a c & c b: quantum duplũ eius quod fit ex b c in d c. Vel dico q̃ quadratum a c quod etiam subtenditur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius/quadratum b c cum quadrato d c: æquale ei quod fit ex b c in d c bis/& quadrato alterius partis scilicet b d, quare addito vtriq;/quadrato a d: erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi/quadratum a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarũ linearum a d & b d & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi/quadratum a b: æquum est quadratis duarum linearum a d & b d. ergo quadratum b c cum quadrato a c: æquum est quadrato a b, & duplo eius quod fit ex b c in c d, quare tãto minus potest a b

duobus lateribus b c & a c; quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d. quod est propositum. Simili modo probabis/latus a c quod subtenditur angulo b acuto/posse tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶Notandum autem per hãc & præcedentem & penultimam primi/ꝙ cognitis lateribus omnis triãguli: cognoscitur area ipsius. et auxiliantibus tabulis de chorda & arcu: cognoscitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. propositio 13.

13 ¶In oxygonijs triangulis/quod ex acutum angulum subtẽdente fit quadratum/ minus est eis quæ ex acutum angulum comprææhendentibus lateribus fiunt quadratis: compræhenso bis sub vno eorum quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit/& sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit oxygonium triangulum a b c: acutũ habens angulum qui ad b. & per 12 primi ducatur ab a, signo: in b c, perpẽdicularis a d. Dico ꝙ quadratum ex a c, minus est quadratis quæ fiunt ex c b & b a: cõpræhenso bis rectangulo sub c b & b d. Quoniam enim recta linea b c disecta est vtcunq; in d: igitur per 7 secundi quadrata/quæ ex c b & b d, æqualia sunt bis sub c b & b d cõpræhenso rectãgulo/& ei quod fit ex c d quadrato. Commune apponatur quadratum quod ex d a. Igitur quadrata quæ ex c b, & b d, & d a: per 7 secundi æqualia sũt rectangulo compræhenso bis sub c b & b d, & eis quæ fiunt ex a d & d c quadratis. Sed eis quæ fiunt ex b d & d a: æquũ est id quod fit ex a b. angulus enim qui ad d: rectus est. Eis autem quæ fiunt ex a d & d c: æquum est id quod ex a c per 47 primi. ea igitur quæ fiũt ex c b & b a: æqualia sũt ei quod fit ex a c & ei quod bis fit sub c b & b d. Quare solum quod fit ex a c, minus est eis quæ fiunt ex c b & b a quadratis: eo quod est bis sub c b & b d compræhenso rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis; & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportebat.

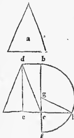


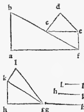
Eucli. ex Camp. Propositio 14.



14 DAto trigono: æquum quadratum describere.

¶CAMPANVS. ¶Sit datus trigonus a: cui nos volumus æquum quadratum describere. Designabo superficiem æquidistantium laterum & rectorum angulorum æqualẽ trigono dato/secundum quod docet 42 primi: sitq; superficies illa b c d e. cuius si latera fuerint æqualia: habemus quod quærimus. ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia: tũc adiungam minus ipsorum laterum maiori/secundum rectitudinem. sitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum quod est c e: adiuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totã b f diuidam per æqualia: in puncto g. & facto g centro/super lineam b f secundum quantitatem lineę g b: describam semicirculum b h. & latus e c producam: vsquequo secet circunferentiam in puncto h. Dico ꝙ quadratum lineæ c h: est æquale trigono dato. Producam lineã g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g, æquale quadrato g f. quare & quadrato g h. quare per penultimã primi: & duobus quadratis duarum linearũ g c & c h. Ergo dẽpto vtrinq; quadrato c g: erit quod fit ex b c in c f, quod est æquale superficiei b e eo ꝙ c f est æquale c e, æquale quadrato lineæ c h. quare



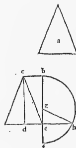


quadratum lineæ c h: est æquale trigono a. quod est propositum.

¶CAMPANI additio. ¶Et nota q̃ per hoc inuenitur latus tetragonicũ cuiuslibet altera parte longioris/& simpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcunq; fuerit. quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi/lineã vnam: quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia volo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Resoluo eã in tres triãgulos qui sunt a b f, c d e, & c f e. Inuenio quoq; secundum doctrinam istius: tria latera tetragonica istorũ trium triangulorum/quæ sunt g h, h k, & k l. & erigo h k: pependiculariter super g h. & produco g k. eritq; per penultimam primi/quadratum g k: æquale quadratis duarum linearum g h, & h k. & tertiũ latus k l erigo perpendiculariter super lineam g k. & produco lineam g l. eritq; per penultimam primi/g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 14.

¶Dato rectilineo: æquum quadratum constituere. 14

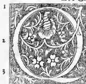


¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum rectilineum a. oportet ei rectilineo: æquum quadratum constituere. constituatur per 45 primi ipsi a rectilineo: æquum parallelogrammum rectãgulum b c d e. Si æqualis est b e ipsi e d: factum iam est problema. constituitur enim ipsi rectilineo: æquum quadratum b d. Si autem non: eorum alterũ b e & e d, maius est. Sit maius b e: & producatur in f. & ponatur ipsi e d: æqualis e f, per 3 primi. & per 10 primi secetur b f bifariam in g. Et centro quidem g, spacio vero aut g b aut g f: semicirculus describatur b h f. & per 2 postulatum producatur d e in h: & per 1 postulatum connectatur g h. Quoniam igitur recta linea b f secta est in æqualia in g, & in inæqualia in e: igitur per 5 secundi/rectangulum cõpræhensum sub b e & e f cum quadrato quod fit ex e g æquum est ei quod ex g f quadrato. Aequalis autem est g f: ipsi g h. rectangulum igitur compræhensum sub b e & e f, per 5 secundi cũ eo quod ex g e fit quadrato: æquum est ei quod fit ex g h. ei autem quod fit ex g h: æqualia sunt ea quæ ex h e & g e fiunt quadratis per 47 primi. Quod igitur fit sub b e & e f cum eo quod fit ex e g: æquum est eis quæ fiunt ex h e & e g. commune auferatur quadratum quod ex e g. reliquum igitur rectangulum compræhensum sub b e & e f: æquum est ei quod fit ex e h quadrato. Sed id quod est ex b e & e f: id est quod b d. æqualis enim est e f ipsi e d. parallelogrammum igitur b d: æquum est ei quod fit ex h e quadrato. Sed b d: æquum est ipsi a rectilineo. & a igitur rectilineũ æquum est quadrato descripto ex e h. Dato igitur rectilineo a: æquũ quadratum constitutum est/sub e h descriptum. quod fecisse oportuit.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum secundi libri
F I N I S.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Mathematicorumq́ facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber tertius.

EX Campano. Diffinitiones.



1 Vorum diametri ſunt æquales: ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem: quorũ maiores. Et minores: quorum minores.

2 ¶Circulum linea cõtingere dicitur: quæ cũ circulũ tangat, in vtramq́ partem electa circulum non ſecat.

3 ¶Circuli ſeſe contingere dicuntur: qui ſe tangentes, ſeinuicem non ſecant.

4 ¶Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicuntur a centro: cũ a cẽtro ad ipſas ductæ perpẽdiculares, fuerint æquales.

5 ¶Plus vero diſtare a centro dicitur: in quam perpendicularis longior cadit.

6 ¶Recta linea portionẽ circuli cõtinens: chorda nominatur.

7 ¶Portio vero circunferentiæ: arcus nuncupatur.

8 ¶Angulus autem portionis: dicitur qui a chorda & arcu cõtinetur.

9 ¶Supra arcum angulus conſiſtere dicitur: qui a quolibet pũcto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

10 ¶Sector circuli: eſt figura quæ ſub duabus a centro ductis lineis & ſub arcu qui ab eis compræhenditur continetur.

11 ¶Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, ſupra centrum conſiſtere dicitur.

12 ¶Similes circulorum portiones dicuntur: in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicem ſunt æquales.

13 ¶Arcus quoq́ ſimiles ſunt qui æquos ãgulos prædicto modo ſuſcipiunt.

EX Zamberto. Diffinitiones.



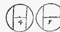
1 Equales circuli; ſunt quorum dimetientes ſunt æquales, vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

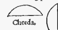
2 ¶Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulum tangens & electa, circulum non ſecat.

3 ¶Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe inuicem tangentes ſe non inuicem ſecant

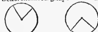


















Sectio circuli. Sectionis ang.

Angulus in sectione

Angulus in circumferentia

Sector circuli

Similes circuli sectiones

¶ In circulo æqualiter distare a centro rectæ lineæ dicuntur: cum a centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autem distare dicitur: in quã maior perpẽdicularis cadit. 4

¶ Sectio circuli: est figura compræhensa sub recta linea/ & circuli circumferentia. 5

¶ Sectionis angulus: est qui sub recta linea/ & circuli circumferentia compræhenditur. 6

¶ In sectione autem ãgulus est: cum in circumferentia sectionis contingit aliquod signum/ & ab eo in rectæ lineæ fines quæ basis est sectionis rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autem angulus: sub coniunctis rectis lineis est. 7

¶ Cum vero compræhendentes angulum rectæ lineæ/ aliquã suscipiunt circumferentiam: in illa angulus esse dicitur. 8

¶ Sector autem circuli: est cum ad centrum circuli steterit angulus compræhensa figura sub ãgulum compræhendẽtibus rectis lineis/ & assumpta sub eis circumferentia. 9

¶ Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt: vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales. 10

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

Circuli propositi: centrum inuenire. 1
Vnde manifestum est ꝙ duabus rectis lineis in eodẽ circulo apud circunferentiam terminatis: neutra illarũ alteram per æqualia orthogonaliter secat: nisi ipsa super centrũ trãsierit.

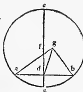
¶ CAMPANVS. ¶ Sit circulus propositus a b c: cuius volumus centrũ inuenire. Duco in ipso circulo lineam a c qualitercunqꝫ cõtingat: quam diuido per æqualia in puncto d. a quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex vtraqꝫ parte: sitqꝫ e d b. quam rursus diuido per æqualia in puncto f: quem dico esse centrum circuli. Si enim non est: erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b: nõ. Si enim fuerit in ea vt in puncto g: erit linea e f maior linea e g, pars videlicet toto, quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b, vt in puncto h: ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d & d a trianguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c trianguli h d c, & basis h a basi h c: erit per 8 primi/ angulus a d h æqualis angulo c d h, quare vterqꝫ rectus. & quia angulus a d b fuit etiam rectus: erit a d h æqualis a d b per 3 petitionem primi/ pars videlicet toti, quod est impossibile. Non est ergo cẽtrum dati circuli alicubi q̃ in puncto f. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 1.

¶ Dati circuli: centrum inuenire. 1

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c. oportet ipsius circuli a b c, cẽtrum inuenire. Excitetur in eo linea quædam recta vtcunqꝫ: sitqꝫ a b. Et per 10 primi: secetur bifariam in d: & per 11 eiusdem ab ipso d, ipsi a b excitetur d c ad angulos rectos. & per postulatum secundum extendatur in e: seceturqꝫ per 10 primi/ c e: bifariam in f. Dico ꝙ f: centrũ est circuli a b c. Nõ enim, sed si possibile est/ sit g: & per primum postulatum connectãtur g a, g d, & g b. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b,

communis autem d g. duæ igitur a d & d g: duabus g d & d b sunt æquales altera alteri. & per 15 diffinitionem primi/basis g a: basi g b est æqualis, ex centro enim. Igitur per 8 primi/ angulus a d g: angulo b d g est æqualis. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam/ vtrobiq; angulos æquos adinuicem fecerit: eorum angulorum vterq; per decimã primi diffinitionem/ rectus erit. Angulus igitur b d g: rectus est. at angulus f d b: rectus est. Angulus igitur f d b: angulo b d g per 4 postulatum est æqualis/ maior minori. quod est impossibile. Igitur g: non est centrũ circuli a b c. Similiter ostendemus: q nullum aliud præter f. Igitur f: centrum est circuli a b c. quod fecisse oportuit.

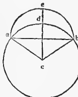


CORRELARIUM. Hinc est manifestum/ q si in circulo recta linea aliqua aliquam rectam lineam bifariam & ad angulos rectos dispescit: in dispescente est centrum circuli.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SVper circuli circunferẽtiam duobus punctis signatis: lineam rectam ductam ab altero ad alterum: circulum secare necesse est.

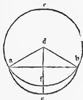
CAMPANUS. Sit vt in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit c: signata sint duo puncta/ quæ sunt a & b. Dico q linea recta coniungẽs vnum cum altero: secabit circulum. Alioqui: cadet extra circulum. sitq; a e b linea recta: si possibile est. Producam lineas c a & c b, eruntq; per 5 primi/ angulus c a b & c b a: æquales. protraham item lineam c e: quæ secet circunferentiam in puncto d. eritq; per 16 primi/ angulus a e c: maior ãgulo c b e, quare maior angulo c a e. quare per 18 eiusdem/ latus a c: maius latere c e. & quia c d est æqualis c a: erit c d maior c e, pars toto. quod est impossibile. Quia ergo linea coniungens duo puncta a, b, non trãsibit extra circulum: secabit ipsum. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. propositio 2.

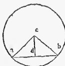
2 Si in circuli circunferentia duo fuerint signa vtcunq; contingentia: ad ea signa applicata recta linea intra ipsum circulum cadit

THEON ex Zamberto. Sit circulus a b c: & in eius circunferentia sint vtcunq; bina signa a, b. Dico q recta linea applicata ex a in b: intra ipsum circulum a b c cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat extra/ a e b. Et contingat siue accipiatur centrum circuli: sitq; illud per præcedentem/ d. & per 1 postulatum connectantur d a, d b: & extẽdatur d f e. Quoniam igitur æqualis est per 15 diffinitionem primi/ d a ipsi d b: æqualis est angulus d a e, angulo d b e. Et quoniam trianguli d a e, vnum latus producitur a e b: igitur per 16 primi/ angulus d e b, ãgulo d a e maior est. Aequalis autem est angulus d a e: ei qui sub d b e. Maior igitur est angulus d e b: ãgulo d b e. sub maiori autem angulo: maius latus subtẽditur/ per 18 primi. maior igitur est d b: ipsa d e. Aequalis autem est per 15 diffinitionem primi/ d b: ipsi d f. maior igitur est d f: ipsa d e, minor maiore. quod est impossibile. Recta igitur linea extensa ex a in b: extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus q neq; in ipsa circunferentia. intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur: & quæ sequũtur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

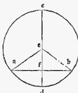
3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatã alia a centro veniens per æqua secet: orthogonaliter super eam insistere: & si in eam orthogonaliter steterit: eam per æqualia diuidere: necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum sit c: linea c d veniens a centro, diuidat per æqualia. Dico q diuidit eam orthogonaliter, & econuerso, videlicet si diuidit eam orthogonaliter: diuidit eã per æqualia. Producam lineas c a & c b. & ponam primo q diuidat eam per æqualia. erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d & d b, trianguli c d b, & basis c a basi c b. ergo per 8 primi/ angulus d vnius: est æqualis angulo d alterius. vterq igitur est rectus. Quare c d est perpẽdicularis super a b. quod est propositum. ¶Ponam iterum q c d sit perpendicularis super a b: & ostendã q ipsa diuidit a b per æqualia. erit enim propter hanc positionem: vterq angulorum qui sunt ad d, rectus. quare vnus æqualis alteri. At quia per 5 primi ãgulus c a d est æqualis ãgulo c b d, et latus c a æquale lateri c b: per 26 primi erit linea a d æqualis lineæ d b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. propositio 3.

¶Si in circulo recta linea quædam per centrũ extensa/ quã- 3
dam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescet: bifariam quoq ipsam secabit.

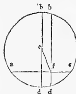


¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c: & in eo recta quædam linea per centrum extensa c d, rectam lineam quandam non extensam per centrum a b bifariam secet in signo f. Dico q & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur cẽtrum circuli a b c, per 1 tertii: sitq illud e. & per primum postulatum cõnectantur a e & e b. Et quoniam æqualis est a f ipsi f b, communis autem f e: duæ igitur e f & f a duabus e f & f b sunt æquales. Et basis e a basi e b per 15 diffinitionẽ primi est æqualis. Igitur per 8 primi/ angulus a f e: angulo b f e est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens / vtrobiq angulos sibi inuicem æquos fecerit: per 10 diffinitionẽ primi/ vterq ipsorum angulorum rectus erit. vterq igitur eorum qui sunt sub a f e & b f e: rectus est. Igitur c d per cẽtrum directa/ ipsam a b non per centrum extensam bifariã dispesc ens: & ad angulos rectos secat. ¶Sed secet c d ipsam a b: ad angulos rectos: Aio q & bifariã ipsam dispescit: hoc est q æqualis est a f ipsi f b. Eisdẽ namq dispositis & constructis / quoniam æqualis est e a ipsi e b per 15 diffinitionem primi: æqualis est angulus e a f angulo e b f. Et angulus a f e rectus: æqualis est per quartum postulatum/ angulo recto qui est sub b f e. Duo igitur triangula sunt e a f & e b f: duos angulos duobus angulis æquales habentia & vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/ commune autem eorum e f explicatum sub vno æqualium angulorum/ & reliqua latera reliquis lateribus æqualia. æqualis igitur est a f ipsi f b. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.



SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent/ & su- 4
per centrum non transeant: nõ per æqualia eas secari necesse est.

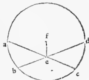


¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c & b d secent se in pũcto f: & vtraq earum vel altera nõ transeat per centrum. Dico q ipsæ non diuidunt sese per æqualia: ita q vtraq per æqualia diuidatur ab vtraq. Q2 si fuerit hoc possibile: ponatur. & sit primo: vt neutra transeat per cẽtrum. A centro e producam lineam e f. eritq per primam partem præmissæ/ vnusquisq quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d: rectus. quod est impossibile. sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur vt altera earum transeat per centrum: & altera non. sitq b d trãsiens per centrum. adhuc dico q non diuidunt

fese per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ/cum b d ducta a centro diuidat a c per æqualia/diuidet eã orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia vt ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum/per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt pee centrum, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. propositio 4.

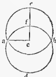
4 ¶Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicē secuerint non per centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d: & in eo binæ rectæ lineæ a c & b d: sese inuicē secent in e, non per centrũ extensæ. Dico q̄ se bifariam non secant in e. Si enim est possibile: sese inuicem secent bifariam. Quoniam a e æqualis est ipsi e c, & b e ipsi e d: sit centrum circuli a b c d, sitq; illud per primam tertij f, & per primũ postulatum connectatur f e. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa f e, rectã aliquam lineã non per centrũ extensã a c bifariã secat: & ad angulos rectos ipsã per 3 tertij dispescit. Igitur angulus f e a: rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam f e, rectam quandam lineam non per centrum extensam c d, bifariã secat: & per 3 tertij ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur f e b: rectus est. patuit autem q̄ angulus f e a: rectus est. Angulus igitur f e a: per quartum postulatum ãgulo f e b est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ a c & b d: sese inuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

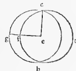
5 CIrculorum se inuicem secantium: centra diuersa esse.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a c b, a d b: secãtes se super duo pũcta a & b. Dico q̄ eorũ sunt diuersa centra. Si enim haberent idem centrum: ipsum esset per diffinitionem/in portione vtriq; circulo communi. sitq; illud e. & ducantur lineæ e a & e f c. eritq; per diffinitionem circuli/ duæ lineæ e a & e f: æquales. Itemq; per eandem diffinitionem/duæ lineæ e a & e c: æquales. quare e f est æqualis e c, cũ vtraq; earum sit æqualis e a: pars videlicet toti, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. propositio 5.

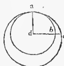
5 ¶Si bini circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.



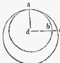
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inquam circuli a b c & c b g: sese inuicē secent in signis c & b. Dico q̄ eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto e. & per primum postulatum connectatur e c. & extendatur e f g vtcunq;. Et quoniam e signum/centrum est circuli a b c: æqualis est e c ipsi e f, per 15 diffinitionem primi. Rursus quoniam e signum/cētrum est circuli c b g: æqualis est per eandem diffinitionem/ e c ipsi e g. ostensum est autem: q̄ e c ipsi e f est æqualis. & e f igitur: ipsi e g est æqualis/minor maiori, quod est impossibile. Igitur e signum: centrum non est circulorum a b c & c b g. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

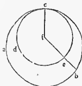
6 CIrculoum sese contingentium: non idem centrum esse necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b & a c: contingentes



se in pūcto a. Dico ꝙ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem/ inter minorem eorum cum minor positus fuerit intra maiorem. sitq; ipsum: d. & ducātur lineæ d a & d b c. eritq; per diffinitionē circuli/ vtraq; duarū linearū d b & d c: æqualis a d. quod est impossibile. ¶De circulis autem se contingentibus extra / quorum scilicet vnus est extra alterum: manifestum est per diffinitionem centri/ ꝙ ipsi non habent idem centrum.



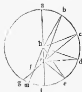
Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

¶Si duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum. 6

¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inquam circuli a b c et c d e: sese inuicem tāgant in c signo. Dico ꝙ eorum non est idem centrum. Si enim possibile: sit f. & per primum postulatum/ connectatur f c: & extendatur vtcūq; f e b. Quoniam igitur f signum/ centrum est circuli a b c: æqualis est per 15 primi diffinitionem/ f c ipsi f b. Rursus quoniam f signum/ centrum est circuli c d e: æqualis est f c ipsi f e, per eandē diffinitionē. Patuit autem ꝙ f c: ipsi f b est æqualis. igitur f e: ipsi f b est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur f signum/ non est centrum orbium a b c & c d e. Si bini igitur orbes se adinuicem tetigerint: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI in diametro circuli punctus præter centrum signetur: & ab eo ad circunferentiā lineæ plurimæ ducantur: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Quæ vero diametrū perficiet: omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ: cæteris longiores. Quanto vero a centro remotiores: tāto breuiores esse cōueniet. Duas quoq; æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est. 7

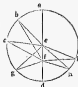


¶CAMPANVS. ¶Sit vt in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. a quo ducantur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g: ad circunferentiam. & transeat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri. sitq; vt k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, vt angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico ꝙ k a: est omniū longissima. & k f: omnium breuissima. Aliæ vero tanto longiores: quanto centro propinquiores. vt k b: est longior k c. & k c: est longior k d. & k d: longior k e. Et k e & k g: sunt æquales. ¶Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k. & eadē ratione: maior omnibus alijs. & hoc est primum. ¶Item quia in triāgulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f: ipsa erūt maiora linea h f. ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f. eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa. & hoc est secundum. ¶Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per vicesimamquartam primi/ basis b k maior basi k c. eadem ratione: k c, maior erit k d. & k d: maior k e. & hoc est tertiū. ¶Q2 si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales: erit altera maior/ sitq; k g. de qua sumam k l: æqualem k e. & producam h l: quousq; secet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi: angulus l k h æqualis angulo e k h. & duo latera l k & k h, trianguli l k g, sunt æqua-

lia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h, ergo per 4 primi/basis h l: est æqualis basi h e. & quia h m est æqualis h e: erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sunt ergo duæ lineæ k g & k e: æquales, quod est nostrum propositum quartum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 ℭSi in diametro circuli aliquod contingat signum quod minime circuli centrum sit/ ab eoq; signo in circulum quædã rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima vero: reliqua. aliarum vero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

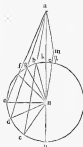


ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit circulus a b c d: eiusq; dimetiens sit a d. & in ipso a d, suscipiatur signum aliquod/ sitq; illud/ f: quod ipsius circuli centrum non sit. Centrum autẽ circuli: sit per primam .tertij/e. Et ab ipso f: in ipsum a b c d circulum procidant quædam rectæ lineæ f b, f c, f g. Dico q; f a: maxima est. minima vero: f d. Aliarũ autẽ: f b, ipsa f c maior est. & f c: ipsa f g. Connectantur per primum postulatum: b e, c e, & e g. Et quoniam per 20 primi/ omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur e b & e f, reliquo f b sunt maiora. Aequalis autem est a e: ipsi b e, per 15 diffinitionem primi. Igitur b e & e f: ipsi a f sunt æquales. maior igitur est a f: ipsa b f. Rursus quoniam æqualis est b e ipsi c e per 15 diffinitionem primi/ cõmunis autem f e: duæ igitur b e & e f, duabus c e & e f sunt æquales. Sed angulus b e f: angulo c e f maior est. basis igitur b f: per 24 primi/ basi c f maior est. & ob id, c f: ipsa f g maior est. Rursus quoniã g f & f e, ipsa e g per 20 primi sunt maiores / æqualis autẽ est per 15 diffinitionẽ primi e g ipsi e d: igitur g f & f e, ipsa e d sunt maiores. cõmunis auferatur e f. reliqua igitur g f: reliqua f d maior est. Maxima igitur: est f a. minima vero: f d. maior est autem f b, ipsa f c: & f c, ipsa f g. ℭDico etiã q; ab eodẽ signo f: duæ tãtũ rectæ lineæ æquales/ in ipsũ circulum a b c d cadunt ad vtrasq; partes ipsius f d minimæ. Constituatur inquã per 23 primi/ ad datam rectã lineã e f, ad datumq; in ea signum e: ei qui sub g e f angulo æqualis angulus f e h. & per primum postulatum cõnectatur f h. Quoniã igitur æqualis est per 15 diffinitionẽ primi/ g e ipsi e h, cõmunis autẽ e f: duæ igitur g e & e f, duabus h e & e f sũt æquales. & per 8 primi/ ãgulus g e f: ãgulo h e f est æqualis. Igitur per 4 primi/ basis f g: basi f h est æqualis. ℭDico insuper: q; ipsi f g, alia nulla cadit in ipsum circulũ ab eodem signo f, æqualis. Si enim possibile: cadat f k. Et quoniam f k ipsi f g est æqualis/ sed f h ipsi f g est æqualis: igitur f k ipsi f h est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per cẽtrum extẽditur: remotiori est æqualis, quod per prius ostensum est impossibile. ℭVel etiã sic. Per primũ postulatũ: connectatur e k. & quoniam per 15 diffinitionẽ primi/ æqualis est g e ipsi e k, cõmunis autẽ f e, & basis g f basi f k est æqualis: igitur per 8 primi/ angulus g e f angulo k e f est æqualis. Sed angulus g e f: ei qui sub h e f est æqualis. Igitur per primam cõem sententiam/ ãgulus h e f: ei qui sub k e f est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur ab ipso f signo: nulla alia cadit in ipsum circulum ipsi g f æqualis, vna igitur sola. Si in dimetiente igitur circuli; & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI extra circulum puncto signato/ab eo ad circumferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Cẽtro autem propinquiores: ceteris remo

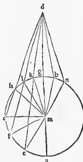
tioribus longiores. Linearũ vero partialiũ ad circunferentiam extrinsecus applicatarũ, ea quidẽ quæ diametro in directũ adiacet: omnium est minima. Eiq; propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ vero quæ lineæ breuissimæ vtrinq; æque propinquant: æquales sunt.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt a puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n: ducãtur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q; a b transiens per centrum: omnium erit longissima. Et q; a c: est maior a d. & a d: maior a e. Et q; a k: est omniũ breuissima extrinsecarum. Et q; a h: est minor a g. & a g: minor a f. Et dico q; si ducatur a l, ita q; ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est q; angulus k a h sit æqualis angulo l a k: ipsæ erunt æquales. ¶Producam enim a cẽtro n: lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h. eruntq; per 20 primi: duo latera a n & n c, trianguli a n c: maiora a c. & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b: erit a b maior a c. eadem ratione erit maior omnibus alijs. quód est primum. ¶Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d: erit per 24 primi, basis a c maior basi a d. & eadẽ rõne erit a d: maior a e. quod est secũdũ. ¶Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sũt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k: erit per cõmunẽ sciẽtiã, a h maior a k. eadẽratione quælibet extrinsecus applicatarũ: maior erit a k. qđ est tertiũ. ¶Itẽ quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n: erit per communẽ scientiã, a g maior a h. eadem ratione erit a f: maior a g. quod est quartum. ¶Q; si a l non sit æqualis a h: cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior. sitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h: & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n: erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h. & quia n o est æqualis n h: erit n o æqualis n m, pars videlicet toti. quod est impossibile. & hoc est quintum.

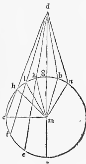
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. propositio 8.

¶Si extra circulum suscipiatur aliquod signum, ab eoq; signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem vna per centrum extendatur reliquæ vero vtcunq;: in conuexam circunferentiam cadentium rectarum linearũ maxima est quæ per centrum ducta est. aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In curuam vero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est: quæ inter signum & dimetientem iacet. minimæ vero propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad vtrasq; partes minimæ.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c, & extra ipsum a b c, suscipiatur signum d: & ab eodem ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulum, sintq; d a, d e, d f, d c. sit autem d a: per centrũ extensa. Dico q; in a e f c conuexã circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrũ trãsit, hoc est d a. minima vero: quæ inter d signũ, & diametrũ a g iacet. maior vero est d e ipsa d f: & d f ipsa d c. Cadetiũ vero rectarũ linearũ in h l k g curuã circũferentiã sẽper ipsi d g minimæ propinquior: remotiore minor est. hoc est d k ipsa d l: & d l ipsa d h. Suscipiatur per primã tertij, centrũ circuli a b c: sitq; illud m, & per 1 postulatũ

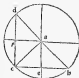
cõnectantur m e, m f, m e, m h, m l, & m k. Et quoniã per 15 diffinitionẽ primi/ æqualis est a m ipsi e m: cõis apponatur m d. Igitur a d: ipsis e m & m d est æqualis. sed e m & m d: ipsa e d per 20 primi/ sunt maiores. & a d igitur: ipsa e d maior est. Rursus quoniam per 15 diffinitionem primi/ æqualis est m e ipsi m f: communis apponatur m d. Igitur e m & m d: ipsis f m & m d sunt æquales. & angulus qui sub e m d: angulo qui sub f m d maior est. Igitur per 24 primi/ basis e d: basi f d maior est. Similiter quoq; ostendemus: q f d, ipsa c d maior est. Maxima quidem d a. maior autẽ est d e: ipsa d f. & d f: ipsa d c. Et quoniam per 20 primi/ m k & k d ipsam d sunt maiores, æqualis autẽ est per 15 diffinitionem primi m g ipsi m k: reliqua igitur k d, reliqua g d maior est. quare g d: ipsa k d minor est. Et quoniã triãguli m l d in vno latere m d, duæ rectæ lineæ introrsum constiterunt m k & k d: igitur per 21 primi m k & k d ipsis m l & l d sunt minores/ quarum m k æqualis est ipsi m l, reliqua igitur d k: reliqua d l minor est. Similiter iam oſtẽdemus: q & d l, ipsa d h minor est. minima autem: d g. ipsa vero d k, ipsa d l: & d l, ipsa d h minor est. ¶ Dico etiam q duæ tantum æquales/ a signo d in ipsum circulum cadunt: ad vtrasque partes minimæ ipsius d g. Constituatur per 23 primi/ ad rectam lineam m d & ad signum in ea m, angulo k m d æqualis angulus d m b. & per primum postulatum: connectatur d b. Et quoniã per 15 diffinitionem primi/ æqualis est m b ipsi m k, cõmunis autem m d: duæ igitur m k & m d, duabus b m & m d sunt æquales altera alteri. & angulus k m d: per 23 primi angulo b m d est æqualis. Igitur per 4 primi/ basis d k: basi d b est æqualis. Dico iam q rectæ lineæ d b, alia æqualis non cadit in ipsum circulum: a signo d. Si enim possibile: cadat/ & sit d n. Quoniam igitur ipsi d k, d n est æqualis/ sed ipsi d k, d b est æqualis: et d b igitur per primam cõmunem sentẽtiam ipsi d n est æqualis. propinquior igitur ipsi d g minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostẽsum est impossibile. ¶ Vel etiam aliter. Cõnectatur per primũ postulatum m n. Quoniam per 15 diffinitionem primi/ æqualis est k m ipsi m n, cõmunis autem m d, & basis d k basi d n est æqualis per hypothesin: igitur per octauã primi/ angulus k m d, angulo d m n est æqualis. Sed angulus qui sub k m d: ei qui sub b m d est æqualis. & qui sub b m d igitur: et qui sub n m d est æqualis/ minor scilicet maiori. quod est impossibile. Igitur plures duabus rectis lineis/ æquales: in circulum a b c ab ipso d signo ad vtrasq; partes ipsius d g minimæ non cadunt. Si extra circulũ igitur suscipiatur signũ: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI intra circulum puncto signato/ ab eo plures q̃ duæ lineæ ductæ ad circunferentiam / fuerint æquales: punctum illud/ centrum circuli esse necesse est.

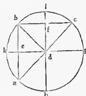
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono esse æquales. Dico punctũ a: esse centrũ circuli. Producã enim duas lineas c b & d c: & diuidam vtramq; earum per æqualia. c b quidem in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a: quas applico circũferentię ex vtraq; parte. eritq; per 8 primi/ vterq; angulorum qui sunt ad e: æqualis alteri. igitur per diffinitionem anguli recti: vterq; erit rectus. Similiter quoq; per eandem vterq; angulorum qui sunt ad f: rectus. ergo per correlarium primæ huius/ quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum. similiter quoq; a f trãsit per centrum: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter. quare a: est centrum. quod est propositum.



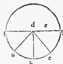
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. propositio 9.

9 ¶ Si in circulo suscipiatur signũ aliquod/ & ab eo signo ad cir

culum cadāt plures q̄ duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum centrum ipsius est circuli.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c, intra ipsum: signum sit d. & ab ipso d: in ipsum a b c circulum cadant plures q̄ duæ rectæ lineæ æquales/hoc d a, d b, d c. Aio ꝙ d signū: centrū est circuli a b c. Coniungantur enim per primum postulatum a b & b c. secenturq; per 10 primi/ bifariam in signis e & f: videlicet a b per e, & b c per f. & coniunctæ e d & f d: per secundum postulatum extendantur vtrobiq; in g, k, & h, l, signa. Quoniam igitur æqualis est a e ipsi e b, communis vero e d: duo igitur latera a e & e d, duobus lateribus b e & e d sunt æqualia. & per hypothesin basis d a: basi d b est æqualis. Angulus igitur a e d: angulo b e d est æqualis per 8 primi. vterq; igitur āgulorum a e d & b e d rectus est. Igitur g k: ipsam a b bifariam secat & ad angulos rectos per 3 tertij. Et quoniam si in circulo recta linea quædam/rectam lineam quandam bifariam & ad angulos rectos secabit/per correlarium primæ tertij in secāte est centrū circuli: igitur in g k per idem correlarium/est centrum ipsius circuli a b c. Ac per hoc in h l est centrum circuli a b c. & nullum aliud habent commune g k & h l rectæ lineæ præter d, signum. Igitur d signū: centrum est circuli a b c. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod/a signo autē ad circulū incidant plures q̄ duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum/centrum est circuli. quod ostendere oportebat.



¶ALITER idem ostendere. ¶Intra circulum enim a b c: suscipiatur signum d. & ab ipso d, in circulum cadant plures q̄ binæ rectæ lineæ/æquales: d a, d b, & d c. Dico ꝙ assumptum signum d: cētrum est circuli a b c. Non enim. sed si possibile est: sit e. & connexa d e: extēdatur in f, g, signa. Igitur f g: dimetiens est ipsius a b c circuli. Quoniam igitur circuli a b c in dimetiēte f g, assumptum est signum d quod ipsius circuli centrū non est: maxima quidem est d g per 7 tertij. maior autem est d c ipsa d b, & d b ipsa d a. Sed & æqualis per hypothesin. quod est impossibile. Igitur e: non est centrum circuli a b c. Similiter ostendemus ꝙ aliud nullum præter d. Igitur d signum: centrum est circuli a b c.

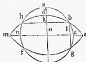
Eucli. ex Camp. Propositio 10.



SI circulus circulum secet: in duobus tātum locis secare necesse est. 10

¶CAMPANVS. ¶Sint si possibile est/ duo circuli: secātes se in pluribus q̄ in duobus locis/super tria pūcta a, b, c. producā lineas a b & a c: quas diuidā per æqualia in punctis d & e. & producam a puncto e, lineam e f: perpendicularem super lineam a c. & a puncto d, lineæ d f: perpendicularem super lineam a b. & secent se duæ lineæ e f, d f: in puncto f. eritq; per correlarium primæ huius/punctum f: centrum circuli vtriusq;. quod est impossibile per 5 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. propositio 10.

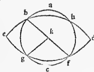


¶Circulus: circulum in pluribus duobus signis non secat. 10

¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim possibile: circulus a b c circulum d e f in pluribus signis duobus secet/ hoc est in b, g, & h, f. & cōiūctæ b g, b h: bifariam per 10 primi secentur in k, l, signis. Et per 11 primi/ab ipsis k, l, ipsis b h & b g ad āgulos rectos excitatæ k c & l n m: extēdantur in a & x, e, signa. Quoniā igitur i circulo a b c, recta linea quædā a c, rectā lineā quandā b h, bifariā & ad angulos rectos secat per 3 tertij: in ipsa igitur a c centrū est circuli a b c. Rursus quoniā in eodē circulo a b c recta linea n x hoc est m e, rectā lineā quādā b g, bifariā & ad āgulos rectos per 3 tertij secat: igitur in ipsa n x cētrū est circuli a b c per eādē. ostēsū autē est ꝙ & in a c. Et circa nullū aliud cōcurrūt rectæ lineæ a c & n x iuicē: nisi circa o. Igiť o cētrū est circuli a b c. Similiter quoq; ostēdemus ꝙ et cir-

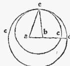
culi d e f: centrum est ipsum o. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium a b c & d e f: idem est centrum. quod per 5 tertij est impossibile. Circulus igitur: circulum in pluribus duobus signis non secat. quod erat ostendendum.

¶ALITER idem ostendere. ¶Circulus enim rursus a b c: circulum d e f secet i pluribus q̃ in duobus signis/ hoc est in b, g, & f, h, & per primã tertij/ suscipiatur centrum circuli a b c: sitq; illud/ k. Et connectantur k b, k g, & k f. Quoniam igitur intra circulum d e f suscipitur signũ quoddã k, in ipsumq; d e f circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineę k b, g k, & k f: igitur per 9 tertij/ k signum/ centrum est circuli d e f. At circuli a b c: centrum est ipsum k. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum k. quod per 5 tertij est impossibile. Circulus igitur: circulum in pluribus q̃ duobus signis non secat. quod fuerat ostendendum.

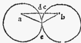


Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 SI circulus circulum contingat/ lineaq; per centra eorum transeat: ad punctum contactus eorum applicari necesse est.



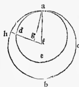
¶CAMPANVS. ¶Si enim linea transiens per centra duorum circulorũ c e & d e sese contingentium intra vel extra/ non vadit ad locum cõtactus: secet circũferentiam vtriusq;. sitq; a, per primam huius/ cẽtrum circuli e d: & b, centrum circuli e c. & ducatur linea recta a b c d: secans circunferentiam vtriusq;. & ducantur lineæ a puncto e qui sit locus contactus/ ad cẽtra: quæ sint e a, e b. eruntq; in contactu interiori/ per 20 primi duæ lineæ e b & b a: longiores e a. quare longiores a d. est enim a: centrũ circuli e d. et quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c: erit c a longiora d. quod est impossibile. ¶In contactu vero exteriori erũt duæ lineæ a e & e b: longiores a b. quare a d & c b: maius erunt q̃ tota a b. quod est falsum.



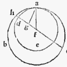
Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 11.

11 ¶Si bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint/ suscipiantur q; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in contactum circulorum cadit.

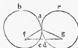
¶THEON ex ¶Zamberto. ¶Bini inquã circuli a b c & a d e: sese adinuicem tangãt introrsum in signo a. suscipiaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c: sitq; illud f. circuli autem a d e: sit g. Dico q recta linea applicata ex f in g, & eiecta: in ipsum a signum cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat sicut f g d h. & cõnectantur a f & a g. Quoniam igitur a g & g f, ipsa f a hoc est ipsa f h, p 20 primi sunt maiores: cõmunis auferatur g f. reliqua igitur a g: reliqua g h maior est. Aequalis autẽ est d g, ipsi g a, per 15 diffinitionẽ primi. et g d ipsa g h igitur maior est/ minor maiore. quod est impossibile. Recta igitur linea applicata ex f in g signũ: extra ipsum a signum contactus non cadit. in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in eorum circulorum cadit contactum. quod demonstrasse oportuit.



¶ALITER idem ostendere. ¶Sed iam cadat sicut g f c. & extendatur in rectas lineas/ c f g in h signum: & contungantur a g & a f. Quoniam igitur a g & g f maiores sunt ipsa a f per 20 primi/ sed a f æqualis est ipsi c f hoc est ipsi f h: cõmunis auferatur f g. reliqua igitur a g: reliqua g h maior est/ hoc est g d ipsa g h, maiore minor. quod est impossibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli: ostendemus impossibile.



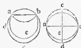
Eucli. ex Zamb. Theorema 11. propositio 12.



¶Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea/ per contactum transiet. 12

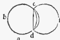
¶THEON ex Zamberto. ¶Duo enim circuli a b c & a d e: sese adinuicem exterius tangant in signo a. Sumaturq; per primã tertij/ centrum circuli a b c: sitq; illud f, & circuli a d e: sit g. Dico ꝙ ex f in g applicata recta linea: per ipsum a cõtactum trãsit. Non enim, sed si possibile est: trãseat sicut f c & d g. Et coniungantur a f a g. Quoniam igitur f signum/ centrum est circuli a b c: æqualis est f a ipsi f c. Rursus quoniam g signũ/ centrum est circuli a d e: æqualis est a g ipsi d g. Ostensum autem est ꝙ f a: ipsi f c est æqualis. Igitur f a & a g: ipsis f c & g d sunt æquales. quare tota f g: ipsis f a & a g maior est. sed & minor per 20 primi. quod est impossibile. Igitur quæ ab f in g applicatur recta linea: per ipsum a contactum trãsit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint: ad eorum centra applicata recta linea per contactum veniet.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.



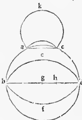
SI circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus: in vno tantum loco contingere necesse est. 12

¶CAMPANVS. ¶Si enim fuerit possibile/ vt circulus circulum cõtingat in duobus locis intra vel extra: contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a, b. vel exterius/ circulus c d f: in duobus punctis c, d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab a ad b, si ipsa cadat extra circulum a b e interiorem: accidet contrarium secũdæ huius. Q. si ipsa cadat intra ipsum: cum diuiserimus ipsam per æqualia/ & eduxerimus a puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam/ fueritq; applicata circũferentiæ ex vtraq; parte: ipsa transibit per centrum ãborum circulorum. quare accidet contrarium præmissæ. ¶In circulo vero cõtingente exterius in punctis c, d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad punctũ d: necesse est accidere contrarium secundæ huius. Quare vtrunq; impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. propositio 13.

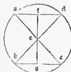
¶Circulus circulum nõ tangit in pluribus signis vno: etsi extra/ etsi intus tangat. 13



¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim possibile: circulus a b c d, circulum e b f d tangat primum introrsum in pluribus signis vno/ hoc est in d, b. & sumatur quidem centrum ipsius circuli a b c d: sitq; illud g, per primã tertij. circuli autem e b f d: sit h. Igitur per 11 eiusdem/ recta linea applicata ex g in h: cadit in signa b, d. cadat sicut b g h d. Et quoniam g signũ centrum est circuli a b c d: æqualis per diffinitionem 15 primi/ est b g ipsi d g. Maior igitur est b g: ipsa h d. multo maior igitur b h: ipsa h d. Rursus quoniam h signum/ centrum est circuli e b f d: æqualis est per candẽ/ b h ipsi h d. patuit autem ꝙ ea multo maior. quod est impossibile. Igitur circulus circulum introrsum non tangit: in pluribus signis vno. ¶Dico etiã ꝙ nec exterius. Si enim est possibile: circulus a c k circulum a b c d tãgat exterius in pluribus signis vno/ videlicet in a, c. & coniungatur per primum postulatum/ a c. Quoniam igitur in circunferentia vtriusq; circulorũ a b c d & a c k, suscepta sũt duo cõtingentia signa a & c: adiuncta ad ea signa recta linea/ per 2 tertij intra vtrunq; cadit. Sed cadit intra ipsum circulum a b c d & extra circulum a c k. quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius nõ tanget: in pluribus signis vno. ostẽsum autem est ꝙ neq; introrsum. Circulus igitur circulum non tãget in pluribus signis vno: etsi exterius/ etsi interius tangat. quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 13.

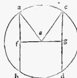
13 RECtæ lineę in circulo si fuerint æquales: eas a centro æquidistare. & si a centro æquidistiterint: æquales esse necesse est.



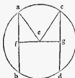
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c d cuius centrũ sit e: duæ lineæ a d et b c sint æquales. dico q ipsæ æquidistant a centro. & econuerso. Producantur enim a centro e, lineę e f & e g: perpendiculares ad a d & b c, eritq per 2 partem tertiæ huius/ a d diuisa per æqualia in f: & b c in g. Quia ergo duo latera e d & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b: erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f triãguli e d f, sunt æqualia duobus lateribus e c & c g trianguli e c g, nã d f est æqualis c g eo q tota a d posita est æqualis b c, & ãgulus d est æqualis angulo c: erit per 4 primi/ basis e f æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares veniẽtes ad eas a centro: patet per 4 diffinitionẽ siue 4 propositionem huius/ ipsas æqualiter distare a cẽtro. ¶Aliter idẽ. Quadratum enim e d: per penultimam primi/ valet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c: quadrata duarum linearum quæ sunt e g & c g. & quia quadratum d e est æquale quadrato e c, & quadratum d f quadrato g c: erit quadratum e f æquale quadrato e g. quare e f est æquale e g. sicq patet idẽ. ¶Sit ergo e f æqualis e g: quod est eas/ a d scilicet & b c æqualiter distare a centro. Dico tunc q a d est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d et e c æqualibus/ dempsisq quadratis duarum linearum e f & e g, æqualibus: remanẽt per penultimã primi/ quadrata duarum linearum f d & g c, quæ per tertiam communem sentẽtiam necesse est esse æqualia. quare f d: est æqualis g c. ergo duplum f d quod est a d: est æquale duplo g c quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. propositio 14.

14. ¶In circulo rectæ lineæ sunt æquales: quæ æqualiter distant a centro. Et si æqualiter distant a centro: æquales adinuicem sunt.



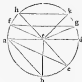
¶THEON ex Zã. ¶Sit circulus a b c d: & in ea sint æquales rectę lineę a b & c d. Dico q æqualiter distãt a cẽtro. Suscipiatur enim per 1 tertii/ centrum circuli a b c d: sitq illud e. Et ab ipso e: in ipsas a b & c d per 12 primi/ perpendiculares excitentur e f & e g. & coniungantur per primum postulatũ a e & e c. Quoniã igitur per 3 tertii recta linea quædã per centrum extensa e f, rectam lineam quandam non extensam per centrum a b, ad angulos rectos & bifariam dispescit: æqualis est igitur a f: ipsi f b. Dupla igitur est a b: ipsius a f. et ob id/ & c d: ipsius c g dupla est. Et est æqualis a b: ipsi c d. æqualis igitur est a f: ipsi c g. Et quoniam æqualis est a e ipsi e c, ex centro enim in circunferentiam: æquum est quadratum quod fit ex e c, ei quod fit ex a e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: per 47 primi/ æqua sunt ea quæ fiunt ex a f & f e quadrata. rectus enim est angulus qui ad f. Ei autem quod fit ex e c: per eandem/ æqua sunt ea quæ fiunt ex e g & g c. rectus enim est angulus qui ad g. Ea igitur quæ fiunt ex a f & f e quadrata: æqualia sunt eis quæ fiunt ex c g & g e quadratis. quorum id quod fit ex a f: æquum est ei quod fit ex c g. æqualis enim est a f ipsi c g. Reliquum igitur quod fit ex f e: reliquo quod fit ex e g per 3 communem sententiam est æquale. Aequalis igitur est e f ipsi e g. In circulo autẽ æqualiter rectæ lineæ distare dicũtur a centro: quãdo a cẽtris in ipsas/ perpendiculares ductæ sunt æquales/ per diffinitionem 4 tertij. Igitur a b & c d: æqualiter distant a centro. ¶Sed iam a b & c d rectæ lineæ æqualiter distent a centro: hoc est æqualis sit e f ipsi e g. Dico q æqualis est a b ipsi c d. Eisdem enim constructis/ similiter ostendemus q a b dupla est ipsius a f: & c d ipsius c g. Et quoniam æqua



lis est a e ipsi c e, ex centro enim in circunferentiam: æquum est quadratũ quod fit ex a e ei quod fit ex c e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: æqualia sunt per 43 primi/quæ fiunt ex e f & f a quadrata. Ei autem quod fit ex c e: æqualia sunt per eandem/ea quæ fiunt ex e g & g c. Ea igitur quæ fiunt ex e f & f a quadrata: æqualia sunt eis quæ fiunt ex e g & g c quadratis. Quorum quod fit ex e g: ei quod fit ex e f est æquale. æqualis enim est e f ipsi e g. Reliquum igitur quod fit ex a f: per 3 communem sententiam/ æquum est ei quod fit ex c g. æqualis igitur est a f ipsi c g. At ipsius a f: dupla est ipsa a b. ipsius vero c g: dupla est ipsa c d. Aequalis igitur est a b ipsi c d. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales: quæ æqualiter distant a centro. & quæ æqualiter distant a centro: sibi inuicem sunt æquales. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

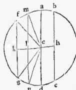
SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint: di- 14
ametrum eius omnium lõgissimam/eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in circulo a b c cuius centrum e: cadant plurimæ lineę quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d diameter. Dico ipsam esse longissimam: et alias tãto maiores quãto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim a centro e, lineæ ad extremitates omnium: quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k. eruntq; per 20 primi/duo latera e f & e g trianguli e f g: longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d: erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit q̃ a c: quia a e & e c sunt maiora a c, & æqualia a d, ergo a d maior est a c. Sic quoq; est maior h k: et maior etiam q̃ a b. Qz autem f g sit maior h k, & a c q̃ a b: patet. quia cum duo latera f e & e g trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g maior angulo h e k: erit per 24 primi basis f g maior basi h k. Similiter quoq; quia a e & e c sunt æqualia a e & e b, & angulus a e c maior ãgulo a e b: erit basis a c per eandẽ maior basi a b. & sic est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. propositio 15.

¶ In circulo: maximus quidem est dimetiens. aliarum autẽ 15
semper propinquior centro: remotiore maior.



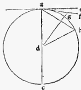
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c d dimetiens vero illius: sit a d. centrũ autem: sit e. Et propinquior ipsi a d dimetienti: sit b c. remotior autem sit f g. Dico q̃ a d: maxima est. maior autem b c: ipsa f g. Excitetur per 12 primi/ab e centro in ipsas b c & f g: perpendiculares e h & e k. Et quoniam propinquior quidem centro est b c, remotior autem f g: maior est per 4. diffinitionẽ igitur e k, ipsa e h. Ponatur autẽ per 3 primi: æqualis e l ipsi e h. & per vndecimam primi/ per l ipsi e k ad rectos angulos excitata l m: extẽdatur in n. Et per primum postulatum cõiungantur e m, e n, e f, & e g. Et quoniam æqualis est e h ipsi e l: æqualis est per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem/b c ipsi m n. Rursus quoniam æqualis est a e ipsi e m, & e d ipsi e n: igitur a d ipsis m e & e n est æqualis. Sed m e & e n: per 20 primi/ipsa m n maiores sunt. Igitur a d: ipsa m n maior est. Et quoniã duæ m e & e n, duabus f e & e g sunt æquales per 15 diffinitionem primi/ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub m e n ãgulo qui sub f e g maior est: basis igitur m n per 24 primi basi f g maior est. Sed m n: ipsi b c ostensa est æqualis. & b c igitur: ipsa f g maior est. Maxima igitur est a d dimetiens. maior autem b c: ipsa f g. In circulo igitur: dimetiens maximus est. aliarum autẽ semper propinquior centro: remotiore maior est. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

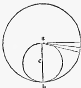
SI ab altero terminorũ diametri cuiuslibet circuli or- 15
thogonaliter linea recta ducatur: extra circulũ e-

am cadere necesse est. Atq; inter illam & circulum: aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa et circunferētia contentum: omnium acutorum angulorum esse āgustissimum. Angulum vero intrinsecum a diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est.

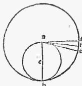
¶Vnde etiam manifestum est: omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductā/ circulum ipsum contingere.



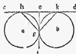
¶CAMPANVS. ¶Sit vt a termino a, diametri a c, circuli a b c cuius cētrum d: ducatur linea orthogonaliter. dico ꝙ ipsa cadit extra circulum. & ꝙ inter lineam illā & circunferentiam: nulla alia recta linea intercipietur. & ꝙ āgulus quē ipsa & circunferentia continet: est minor omni āgulo rectilineo/ qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & ꝙ angulus contentus a diametro & circunferentia: est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a orthogonaliter super a c lineam/ potest cadere intra circulū: sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi/ angulus d a b: æqualis āgulo d b a. & quia angulus d a b est rectus per hypothesin: habebit triāgulus a b d duos angulos rectos. quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra: sitq; a e. ꝙ si inter ipsam & circūferentiam potest linea recta intercipi: sit illa a f. ad quā ducatur perpendicularis d g. & quia angulus d g a est rectus: erit per 18 primi/ linea a d longior linea d g. quod est impossibile. quare inter ipsam/ & circunferentiam: nulla linea recta intercipietur. ¶Propter quod patet ꝙ angulus contentus ab a e et circunferētia/ qui dicitur angulus contingentiæ: est minor omni angolo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis/ aut eo minor: cū omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi/ inter lineam a e & circunferentiam posset linea recta intercipi. quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum a diametro & circunferentia: omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia nō differt a recto: nisi in angulo contingentię quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶Correlariū patet per primam partem. Cum enī linea a e in vtramq; partem erecta non secet circulum/ et tangat ipsum in puncto a: ipsa est contingens per diffinitionem.



¶CAMPANI additio. ¶Ex hoc notandum/ ꝙ non valet ista argumētatio. hoc transit a minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista. Contingit reperire maius hoc/ & minus eodem: ergo cōtingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b super centrū c, cuius diameter a c b. & ducatur ab eius termino a: linea a d orthogonaliter. eritq; contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterū super punctum a secundum quantitatem diametri a b: circulus b e d. & imaginetur linea a b moueri super punctum a, per circunferentiam arcus b e d: ita ꝙ punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousq; perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d est rectus: erit vt non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualē non fecerit linea a b cum diametro a c b minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum. quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircunferentia a b, & diametro a c b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico ꝙ nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis: sit vt illum fecerit linea a b, cum punctus b fuit in puncto e arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto/ angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per vltimam



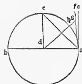
partem huius: erit angulus e a b amplissimus omniũ acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d sicut proposuit 9 primi/per æqualia: ducta linea a f. eritq; per 9 conceptionem/angulus f a b: amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. ¶ Vel sic. Cum angulus e a b sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur/at angulus semicirculi cum angulo contingentię est æqualis vni recto/similiter quoq; angulus e a b cum angulo c a d est æqualis vni recto: erit angulus e a d æqualis angulo contingentię. & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus c a d ei æqualis/angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f: est eo angustior/per conceptionẽ. erit ergo aliquid: angustius angustissimo. quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur a minori ad maius & non per æquale/ item quia est reperire minorẽ eo & maiorẽ: patet instantia contra vtranq; argumẽtationẽ prædictã. Vnde per interẽptionẽ ad illud est respõdendũ. ¶ Posset probari q; angulus contingẽtiæ est diuisibilis secũdũ lineam rectam vt constat per figurationem hic a latere positam. Certũ est q; angulus qui causatur ex contactu duorũ circulorũ vel sphærarũ: est angulus contingẽtiæ. & talis diuidatur per lineã e g; quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k diuidatur per æqualia in pũcto e. & protrahatur versus g cõtactũ. & arguitur per 4 primi/deinde per 26 huius. & patet propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. propositio 16.

¶ Quæ a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: extra ipsum circulum cadit. & in locũ inter ipsam rectã lineam & circunferentiam: altera recta linea non cadet. & semicirculi angulus: omni angulo acuto rectilineo maior est. reliquus: autem minor. 16

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: circa centrũ d & dimetiẽtẽ a b. Dico q; quæ ex a ipsi a b ad ãgulos rectos ducitur: extra ipsum circulũ cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat interius sicut c a. & coniũgatur d c. Et quoniã æqualis est d a ipsi d c per 15 diffinitionẽ primi/ ex cẽtro enim in circũferentiã: æqualis est & ãgulus d a c angulo a c d. Angulus autẽ d a c: rectus est. rectus igitur est: & q sub a c d. Anguli igitur qui sub d a c & a c d: duobus rectis sunt æquales. quod per 17 primi/est ĩpossibile. Igitur ab a signo: ipsi a b ad ãgulos rectos ducta: intra ipsũ circulũ nõ cadit. Similiter quoq; ostẽdemus: q; neq; i ipsã circũferẽtiã. extra igitur cadit sicut a e. ¶ Dico q; in locũ iter a e rectã lineã/& c h a circũferẽtiã: alia recta linea non cadit. Si eni possibile est: cadat sicut f a. & excitetur p 12 primi/ab d signo: in ipsã f a perpẽdicularis d g. Et quoniã rectus est angulus a g d, minor recto autẽ qui sub d a g: maior igitur est a d ipsa d g. Aequalis autẽ est d a: ipsi d h. ex centro enim in circunferentiam. maior per 19 primi /igitur est d h: ipsa d g, minor maiore. quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam: altera recta linea nõ cadet. ¶ Dico q; & semicirculi ãgulus cõtẽtus sub a b recta linea & c h a circunferentia: omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub c h a circunferentia & a e recta linea: omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub b a recta linea & c h a circũferẽtia cõtinetur/ minor vero eo qui sub c h a circũferẽtia & a e recta linea cõtinetur: in locũ inter c h a circũferẽtiã & a e rectã lineã recta linea cadet/ quæ efficiet maiorẽ quidẽ angulum contentum sub rectis lineis eo qui sub b a recta linea & c h a circunferentia cõtinetur/minorẽ autẽ eo qui sub c h a circũferentia & a e recta linea continetur. non cadit autem. Igitur per præostensam impossibilitatẽ/angulo contento sub b a recta linea & c h a circunferentia: angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est. neq; etiam minor contento sub c h a circunferentia & a e recta linea.

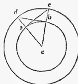


℄CORRELARIVM. ℄Hinc manifestum est/ q̄ a diametri circuli extremitate ad ãgulos rectos ducta: ipsum circulum tangit. & q̄ recta linea circulum in vno signo tantũ tangit: quoniam ostensum est per 2 tertij/ q̄ in duo signa missa ei/ intra ipsum cadit. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 16

16 
Dato puncto: ad datum circulum lineam contingentem ducere.

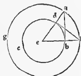
℄CAMPANVS. ℄Sit circulus datus a b cuius centrum c: punctusq̄ datus d. volo ergo a puncto d: ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c secantem circunferentiam circuli a b in puncto a: super quam describo circulum d e secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b. & a puncto a, produco lineam a e perpẽdicularem ad lineã d c: quæ secet circunferẽtiam circuli d e in puncto e. & produco lineam e c: secãtem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b: quæ erit contingens circulũ a b. Quia enim duo latera a c & c e trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est cõmunis vtriq̄: erit per 4 primi/ angulus e a c æqualis angulo d b c. angulus autẽ e a c: est rectus. quare angulus d b c: est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b: contingens circulum a b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 17.

17 ℄A dato signo: dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

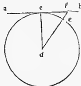
℄THEON ex Zamberto. ℄Sit quidem datũ signũ a: datus autem circulus sit b c d. oportet iam a dato signo a: dato circulo b c d contingentẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli: sitq̄ illud/ e. & cõiungatur per primũ postulatũ a d e. Et centro quidem e spacio vero e a: per tertiũ postulatũ circulus describatur a f g. & ab ipso d: ipsi e a ad angulos rectos excitetur d f/ per 11 primi. et coniungantur per primum postulatũ e b f & a b. Dico q̄ ab a signo: circulo b c d cõtingens ducitur a b. Quoniam enim e signum/ centrum est circulorum b c d & a f g: æqualis est e a ipsi e f, & e d ipsi e b. ex cẽtro enim in circũferentiam. Duæ igitur a e & e b: duabus e f & e d sunt æquales. & angulũ communem habent qui ad e. basis igitur d f: per 4 primi/ basi a b est æqualis. & triangulum d e f: triãgulo e b a est æquale. & reliqui anguli: reliquis angulis. æqualis igitur est angulus e d f: angulo e b a. rectus est autem qui sub e d f. rectus igitur est & qui sub e b a. et est e b ex centro. Quę autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: ipsum tangit circulum. per correlarium 16 tertij. Igitur a b: ipsum circulum b c d tangit. A dato igitur signo a, dato circulo b c d, cõtingens recta linea ducitur a b. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio. 17.

17 SI circulum linea recta contingat/ a contactu vero ad centrum linea recta ducatur: necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

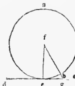
℄CAMPANVS. ℄Sit linea a b, contingens circulum c e cuius centrũ sit d, in puncto c qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpẽdicularis ad ipsam: sit ergo d f perpendicularis ad eandem/ quæ secet circunferentiam circuli in puncto e. eritq̄ vterq̄ ãgulorum qui sunt ad f: rectus. igitur per 18 primi/ linea c d: est maior linea d f. quod est impossibile. Constat itaq̄ d c esse perpendicularẽ super a b. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 16 Propositio. 18

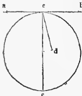
18 ℄Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a centro autem in

contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: cõiuncta/perpendicularis erit in contingente.



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tangat recta linea quædam d e, in c signo. & sumatur per 1 tertij/centrum circuli a b c: sitque illud/f. Et ab f in c: coniungatur per primum postulatum f c. Dico q f c: perpendicularis est in d e. Si enim nõ: excitetur per 12 primi ab f, in ipsã d e, perpendicularis f g. Quoniam igitur angulus f g c rectus est: angulus igitur qui sub g c f, est acutus, maior igitur est angulus f g c: angulo f c g. sub maiori autem angulo: per 19 primi/ maius latus subtenditur. maior igitur est f c: ipsa f g. Aequalis autem est f c: ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. maior igitur est f b: ipsa f g, minor maiore. quod est impossibile. Igitur f g: in ipsa d e, non est perpendicularis. Similiter quoque ostendemus: q nulla alia præter f c. Igitur f c: perpendicularis est in ipsa d e. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

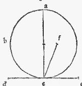


18 SI circulum linea recta cõtingat/ et a contactu in circulum linea quædã orthogonaliter ducatur: in eadẽ centrum esse necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius linea a b cõtingens circulũ c e in puncto c: et a contactu ducatur linea intra circulum/ c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q centrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit cẽtrum in linea c e: sit alibi vbicunque contingat/ sitque d. & producatur d c. eritque d c per præmissã perpendicularis ad lineam a b. quod est impossibile: cum e c posita sit perpendicularis ad ipsã.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. propositio 19.

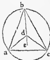
19 ¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.



¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c: tãgat recta linea quædam d e, in signo c. & ab ipso c: ipsi d e per 11 primi excitetur ad angulos rectos c a. Dico q in ipsa c a: est centrum circuli. Non enim. sed si possibile est: sit f. & per primum postulatum coniungatur c f. Quoniam igitur circulum a b c, recta linea quædam d e tangit/ a centro autem in contactum cõiungitur f c: igitur f c, per 18 perpẽdicularis est ipsi d e. Rectus igitur est angulus f c e. at angulus a c e: rectus est. æqualis igitur est angulus f c e: ei qui sub a c e, minor maiori. quod est impossibile. Igitur f: centrum circuli a b c non est. Similiter quoque ostendemus: q nec alibi præter q̃ in a c. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur: in excitata erit centrum circuli. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 SI intra circulum angulus supra centrum consistat/ alius vero angulus supra circunferentiam consistens eandẽ basin habeat: interior superiori duplus erit.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt in circulo a b c cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c supra centrum, et angulus a b c super circunferentiam: sitque vtriusque anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c: duplum esse ad angulum a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b et c b includunt duas lineas a d et d c, aut altera earum sit linea vna cum altera reliquarum/ aut etiã altera primarũ secat alteram postremarũ. ¶Sit ergo primo vt includant eas vt in prima figuratione apparet: et producatur linea b d e. eritque per 32 primi/ angulus a d e extrinsecus: æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d anguli. Et quia ipsi sunt æquales per

quintam eiusdem: erit angulus a d e duplus ad angulum a b d. Similiquoq; modo erit angulus e d c duplus ad angulum d b c. quare totus angulus a d c: duplus erit ad totum angulū a b c, quod est propositum. ¶ Quod si altera duarum linearum a b & b c fuerit linea vna cum altera duarū quę sunt a d & b d, vt in secūda figuratione apparet: per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. ¶ Quod si altera duarum linearum primarum secet alteram duarum postremarum/ vt in tertia figuratione apparet vbi linea a b secat lineam d c; producatur linea b d e. Erit per easdem quas a principio assumpsimus & simili modo/ e d a duplus ad āgulū d b a: & totus angulus e d c duplus ad totum angulum d b c. quare angulus a d c: duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. propositio 20.

20 ¶ In circulo angulus qui ad centrum/ duplus est eius qui ad circunferentiam; quando anguli eandem circunferentiam habuerint.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c. & ad eius centrum: sit angulus b e c. ad circunferentiam vero: angulus b a c. habeant autem eandem basim: circunferentiam b c. Dico q duplus est angulus b e c: anguli b a c. Coniunctu enim a e: per 2 postulatū extendatur in f. Quoniā enim æqualis est a e ipsi e b, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est āgulus e a b ei qui sub e b a. Anguli igitur e a b & e b a: per 5 primi eius qui est sub e a b dupli sunt. æqualis autem est qui sub b e f: per 32 eiusdē eis qui sub e a b & e b a. Angulus igitur b e f: ipsius e a b duplus est. Et perinde angulus f e c: eius qui sub e a c per eandem duplus est. Totus igitur b e c: totius qui sub b a c est anguli/ duplus est. Rursus constituatur. & sit alter angulus b d c. & coniungatur per 1 postulatum d e. extendaturq; per 2 postulatum in g. Similiter quoq; ostendemus q duplus est g e c angulus: eius qui sub e d c est anguli. Quorum qui sub g e b: duplus est eius qui sub e d b. Reliquus igitur qui sub b e c: eius qui est sub b d c duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum/ duplus est eius qui ad circunferentiam; quando eandem circunferentiam basim habuerint ipsi anguli. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI in vna circuli portione/ anguli super arcum consistant: angulos quoslibet æquales esse necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in portione a d b, circuli a b c cuius centrum sit f: consistant quotlibet anguli super arcum a d b, qui sunt c, d, e. Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda a b: & ab eius extremitatibus ducātur in centrū/ lineæ a f & b f. eritq; per præmissum angulus f consistens supra centrum: ad vnūquęq; eorum duplus. Quare ipsi sunt æquales. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. propositio 21.

21 ¶ In circulo/ qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicē sunt æquales.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint in segmento b a e d, circuli a b c d: anguli qui sub b a d & b e d. Dico q anguli b a d & b e d: sibi inuicem sunt æquales. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli a b c d: sitq; illud/ f. Et coniungantur per primum postulatum b f, f d. Et quoniā angulus b f d est ad centrū/ āgulus autem qui sub b a d ad circunferentiā/ & eādē habent basim circūferētiā b c d: āgulus igitur b f d, per praecedentem duplus est eius qui sub b a d. & per hoc angulus b f d duplus est eius qui sub b e d. Aequalis igitur est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium adinuicem sunt æqualia: angulus b a d angulo b e d. In circulo igitur/ qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicem sunt æquales. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 21.



SI intra circulum quadrilaterũ describatur: quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos/ duobus rectis angulis æquos esse necesse est. 21

¶CAMPANVS. ¶Sit quadrilaterum a b c d: inscriptum circulo a b c d. Dico quoq; eius duos angulos oppositos: esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero: diametri a c, b d, eritq; per præmissam/ angulus c b d æqualis angulo c a d: & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c: æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi: erũt & angulus b totalis & d totalis/ æquales duobus rectis. quod est propositũ. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales: esse æquales duobus rectis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22.



¶In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. 22

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit circulus a b c d, & in eo quadrilaterum sit a b c d. Dico q̃ anguli qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. Coniungantur per primũ postulatum: a c & b d. Quoniam igitur per 32 primi/ omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur a b c, tres ãguli c a b, a b c, & b c a, duobus rectis sunt æquales. Angulus autẽ c a b: angulo b d c est æqualis per 21 tertij. in eodẽ enim sunt segmẽto b a d c. Angulus vero a c b: per eandem angulo a d b. in eodem enim sunt segmẽto a d c b. Totus igitur qui sub a d c: eis qui sub b a c & a c b est æqualis. Communis apponatur angulus a b c. Anguli igitur qui sub a b c, b a c & a c b: eis qui sunt sub a b c & a d c sunt æquales. Sed qui sub a b c, b a c, & a c b: duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur a b c & a d c: duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus: q̃ & anguli b a d & d c b duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito: duobus rectis sunt æquales. quod demonstrare oportebat.

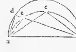
Eucli. ex Camp. Propositio 22.



DVas similes circuli portiones inæquales: supra vnã rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est. 22



¶CAMPANVS. ¶Sit recta linea a b: super quam fiat portio circuli/ a c b. Dico q̃ super eãdem lineam ex eadem parte nõ fiet alia portio quæ sit similis huic: et ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile: fiat ergo portio a d b: maior ea. quæ cum sit similis ei; fiat ergo angulus a c b in portione minori/ et ãgulus a d b in maiori. Erit ergo vt lineæ a d & d b includãt lineas a c & c b: vt in figuratione prima apparet. Aut altera primarũ/ vna fiat cũ altera postremarũ: vt in secunda. Aut vt altera secet alterã: vt in tertia. Q2 si fuerit primo modo: erit p 21 primi ãgulus c maior angulo d. nõ ergo portiones similes per diffinitionẽ. Q2 si secũdo modo: erit adhuc angulus c maior angulo d per decimãsextã primi. nõ igitur erũt portiones similes. Si autẽ tertio modo: sit vt linea b d secet lineam a c. et secet circunferentiam portionis minoris in puncto e: et ducatur linea e a. Eritq; per eandem decimãsextã primi/ angulus a e b consistens in portione a c b: maior angulo d. quare nullo modo sunt portiones similes. ¶Simili quoq; modo probabis/ q̃ sup eandẽ lineã nõ fiet portio similis portioni a c b minor ea: posito c in loco d et d in loco c in figura cum omnibus prædictis. erit enim per premissas et per 21 primi & per 16 eiusdem et præmisso modo/ angulus d omniũ figurationum maior angulo c. quare portiones non erunt similes. ¶Et nota/ q̃ licet pro-

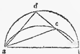


ponatur super lineam vnam non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte: verum est tamē q̄ neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare minore quæ est ex vna parte superposita maiori quæ est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam/ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similes per hanc 22.

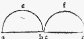
Eucli. ex Zamb. Theorema 21. propositio 23.

23 ¶Super eadem recta linea: duæ sectiones circulorum similes & inæquales non constituentur ad easdem partes.

¶THEON ex Zamberto. ¶Si enim possibile: super eadem recta linea a b, duæ circulorum sectiones similes & inæquales cōstituentur ad easdē partes a c b & a d b. & extēdatur per primū postulatū a c d. & cōiungātur per 2 postulatum c b & d b. Quoniam igitur segmentum a c b simile est segmento a d b, similesq; circulorū sectiones sunt quæ æquales angulos suscipiunt/per diffinitionē 10 tertij: angulus igitur a c b angulo a d b est equalis/exterior interiori. quod per 16 primi est impossibile. Super eadē igitur recta linea: duæ circuli sectiones similes & inæquales non constituentur ad easdem partes. quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 23.



23 Si circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint: ipsas portiones æquas esse oportet.

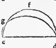
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ a b & c d æquales: super quas sunt duæ portiones circulorum a e b, c f d quæ sunt similes. Dico q̄ ipsæ sunt æquales. Si enim nō sunt æquales: altera earum superposita alteri/excedet maior minorem. Sed linea a b non excedet lineam c b nec excedetur ab ea: cum sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ. quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea vna.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. propositio 24.

24 ¶Super æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ: sibi inuicem sunt æquales.

¶THEON ex Zamberto. ¶Super æqualibus inquam rectis lineis a b & c d: similes circulorum sectiones a e b & c f d constituantur. Dico q̄ æquum est segmentum a e b: segmēto c f d. Congruente namq; segmēto a e b ipsi c f d segmēto/& posito signo a super signo c, recta vero linea a b ipsi rectæ lineæ c d congruēte: & b signum congruet ipsi d signo/ quoniam æqualis est a b ipsi c d. Congruente autem a b recta linea ipsi c d, congruit a e b segmentum ipsi c f d. Si enim a b recta linea ipsi c d congruit/ segmentū autē a e b ipsi c f d non congruit sed differt sicut c g d, circulus autem circulum per vicesimam tertij nō secat in pluribus signis duobus. Sed c g d ipsum c f d in pluribus duobus signis hoc est c g d secat, quod per eandem est impossibile. Non igitur/congruente a b recta linea ipsi c d non congruit quoq; & segmentum a e b segmēto c f d. Congruit igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ: sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.

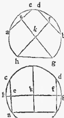




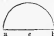
Eucli. ex Camp. Propositio 24.

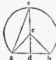
24 Dati semicirculi/siue semicirculo maioris siue minoris portionis: circulum perficere.

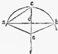
¶CAMPANVS. ¶Intentio per hanc cōclusionem/est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data: circulum



perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo volo perficere circulum. Protrahā in eo duas lineas qualitercūq; contingat / quæ sint a c, & b d: quas diuidam per æqualia. a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpēdicularem ad b d: quę secent se in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius / centrū circuli in vtraq; linearum e g & f h. Quare centrum est punctum k. Si autē e g non secet f h, sed sint linea vna / quēadmodum erit si duæ lineæ a c & b d sint æquidistantes: tunc ipsa applicabitur circūferentiæ dati arcus ex vtraq; parte. ipsa igitur diuisa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidistantes autem non erunt e g & f h. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictū correllarium essent eiusdem circuli duo cētra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione communiter demonstrari: qualiter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videtur hanc conclusionē variare secundum diuersas species arcuum / omnium portionum enumerādo species: demōstrabimus diuisim per species / qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū a b portio data: semicirculus. eritq; per diffinitionem semicirculi / linea a b diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. ¶ Sit rursus portio a c b semicirculo maior / cuius chorda sit a b. quā diuido per æqualia in pūcto d, a quo duco d c perpēdicularē ad ipsam: quæ transibit per centrū / per correllariū primę huius. & protraho lineam a c. Et quia linea a b est minor diametro cum sit a c b portio maior semicirculo: erit a d minor semidiametro. sed d c est maior semidiametro. ergo d c est maior q̄ a d. ergo per 19 primi āgulus c a d est maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi: angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ secet lineam c d in puncto e. eritq; per sextā primi / linea a e æqualis lineæ e c. producatur igitur linea e b. eritq; per 4 primi / linea e b æqualis lineæ a e. quare tres lineæ e a, e b, e c, sunt æquales. ergo per 6 huius e est centrum circuli. ¶ Sit iterum a c b portio minor semicirculo: cuius chorda sit a c quā diuido per æqualia in pūcto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ secet circunferentiam in puncto c. hanc manifestum est transire per centrum per correllarium primę huius. Produco iterū lineā a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si est æqualis: erit portio a e b semicirculus. & si minor: erit maior semicirculo. positū est autē q̄ sit minor. Produco igitur lineā a e quæ cum linea a c faciat angulum æqualē angulo c & secet lineā c f in puncto e. & manifestū est q̄ punctū e, cadat extra datam portionē. & produco lineā e b & quia angulus a totalis est æqualis angulo c, erit p 6 primi / linea e a æqualis lineæ e c. & quia per 4 primi / linea e b est æqualis lineæ e a: erit per 9 huius pūctū e, cētrū circuli. quare patet propositum: secundū omnes species portionum circuli.



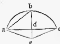


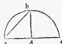


Eucli. ex Zamb. Problema 3. propositio 25.

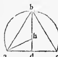
¶ Circuli sectione data: describere circulum cuius est sectio. 25

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data sectio circuli: a b c. Oportet iam sectionis a b c: circulum cuius est sectio describere. Secetur enim per 10 primi a c bifariam in d. Exciteturq; per 11 eiusdem / a signo d: ipsi a c ad āgulos rectos b d. & coniungatur per primum postulatum a b. Angulus igitur a b d, angulo b a d comparatus: aut eo est maior / aut ei æqualis / aut eo minor. Sit prius maior. & constituatur per 23 eiusdem / ad ipsam b a rectam lineam ad signūq; in ea a: ipsi angulo a b d æqualis angulus b a e. Et extendatur per 2 postulatū / b d in e. Et coniūgatur per 1 postulatū e c. quoniā igitur āgulus a b e ęqualis est āgulo b a e; æqualis igitur est per 6 primi / recta linea e b ipsi a e. Et quoniā æqualis est a d ipsi d c, cōmunis autem d e: duæ igitur a d & d e / duabus c d, & d e sunt æquales altera alteri. Et angulus a d e: per quartum postulatum / angulo c d e est æqualis. rectus enim vterq;. Et basis igitur a e: per quartam primi / basi c e est æqualis. Sed a e: ipsi b e ostensa æqualis est. igitur b e: ipsi c e est æqualis. Tres igitur a e, e b, & e c: sibi inuicem sunt æquales.



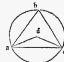


Centro igitur e, spacio autem per 3 postulatum aut a e aut e b aut e c: circulus descriptus per reliqua signa veniet/& descriptus erit. Circuli igitur sectione data: circulus describitur. & manifestum est/ꝙ sectio a b c minor est semicirculo: quoniã e centrum extra ipsam cadit. ℂSimiliter quoqꝫ ostendemus: & si angulus a b d ęqualis fuerit angulo b a d. Si a d æqualis est vtriqꝫ ipsarum b d & d c: tres d a, d b & d c sibi inuicem sunt æquales. Et sit centrũ d completi circuli. & erit quoqꝫ semicirculus a b c. ℂSi autẽ a b d minor fuerit b a d: cõstituamus per 23 primi ad b a rectã lineam & ad signum in ea a, angulo a b d æqualem introrsum ipsum a b c. Segmẽti centrum cadet super d b vt h. & erit videlicet segmẽtum a b c: maius semicirculo. Dato igitur segmẽto: describitur circulus cuius est sectio. Quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI in æquis circulis seu super centra seu super circunferentias/æquales anguli consistant: super æquos arcus eos cadere necesse est.

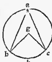


ℂCAMPANVS. ℂSint duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrum h. & fiant supra centra eorum/duo ãguli a d c & e h g: qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c & e f g: esse æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentiis ipsorum/consistentes supra prædictos arcus: qui sint angulus a b c & ãgulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales: erũt per diffinitionẽ æqualiũ circulorũ semidiametri æquales. & quia duo ãguli d & h sunt æquales: erit p 4 primi/linea a c æqualis lineæ e g. & per 19 huius/erit ãgulus b, ęqualis angulo f: cum d ãgulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionũ duæ portiones a b c & e f g: sunt similes. & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius. quare arcus a b c & e f g sunt æquales. Qꝫ si anguli b & f qui sunt in circunferẽtia/ponantur æquales: erunt per diffinitionem/ portiones similes/ & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt ęquales per positionem: erunt per 4 primi/duæ lineæ a c & e g æquales. quare vt prius/portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas. igitur & arcus æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. propositio 26.

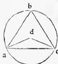
26 ℂIn æqualibus circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs subtenduntur: & si ad centra/& si ad circunferentias deducti fuerint.



ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint æquales circuli: a b c & d e f. & in eis sint anguli æquales ad centra quidem: qui sub b g c & e h f. ad circũferẽtias autem: qui sub b a c & e d f. Dico ꝙ circunferentia b k c: æqualis est circunferentiæ e l f. Coniungantur per primum postulatum b c & e f. Et quoniam circuli a b c & d e f sunt æquales: & quæ ex centris/sunt æquales per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b g & g c: duabus e h & h f sunt æquales. Et ãgulus qui ad g: ãgulo qui ad h est æqualis. Basis igitur b c per 4 primi/basi e f est æqualis. Et quoniam angulus qui ad a æqualis est ãgulo qui ad d: segmẽtum igitur b a c per 24 tertij/simile est segmẽto e d f. & sunt in æqualibus rectis lineis b c & e f. Super æqualibus autem rectis lineis per 24 eandem similes circulorum sectiones existẽtes: inuicẽ sunt æquales. Sectio igitur b a c: æqualis est ipsi e d f sectioni. Est autem totus circulus a b c: æqualis toti circulo d e f. Reliqua igitur b k c circunferentia per 3 communẽ sentẽtiam reliquæ e l f: circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales ãguli in æqualibus circunferentiis subtenduntur: & si ad circunferentias/& si ad centra fuerint deducti. quod demonstrasse oportuit.

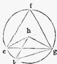


Eucli. ex Camp. Propositio 26



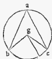
SI in æquis circulis æqui sumantur arcus: infra illos/ formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circunferentias constituantur/ æquos esse necesse est. 26

¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrum h. sintq; duo arcus a b c & e f g æquales. fiantq; super ipsos arcus/ duo anguli in cẽtro qui sint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; super eosdem arcus fiant duo alii ãguli in circunferentia/ qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem esse æquales: itemq; duos b & f: adinuicem esse æquales. Et est hęc conuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli adinuicem æquales: sit ergo h maior. a quo abscindatur angulus k h g: qui sit æqualis angulo d. eritq; per præmissam/ arcus k e f g: æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g: positi sunt æquales. accidet ergo partẽ esse æqualẽ toti. Quod est impossibile. Quare anguli d & h totales: sunt æquales. ¶Simili quoq; modo probabis ãgulos b & f: esse æquales. vel si mauis/ probato q̃ ãguli d & h sint æquales: sequitur b & f esse æquales per 19 huius. & econuerso.

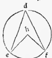


Eucli. ex Zamb. Theo. 24 Propo. 27. Cõuersa præcedẽtis.

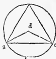
¶In æqualibus circulis anguli qui super æquales circunferentias deducuntur/ sibi inuicem sunt æquales: & si ad centra et si ad circunferentias fuerint deducti. 27



¶THEON ex Zamberto. ¶In æqualibus enim circulis a b c & d e f, super æqualibus circunferentijs b c & e f, ad centra quidem g h: ãguli deducantur b g c & e h f. ad circunferentias autem: b a c & e d f. Dico q̃ ãgulus b g c æqualis est angulo e h f: & angulus b a c æquus est angulo e d f. Si quidem angulus b g c æquus est angulo e h f: manifestum est q̃ angulus b a c æquus est angulo e d f per 20 tertii. Si vero non: alter eorũ maior est. sit maior angulus b g c. & constituatur per 23 primi ad rectam lineam b g ad datumq; in ea signum g: angulo e h f æqualis angulus b g k. Anguli autem æquales super æqualibus circunferentiis deducuntur per 26 tertii/ quando ad centra fuerint. æqualis igitur est circunferentia b k: circunferentiæ e f. Sed e f: ipsi b c est æqualis. & b k igitur: ipsi b c est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Angulus igitur b g c: angulo e h f inæqualis non est. æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli b g c: dimidius ãgulus qui ad a, per 20 tertii. Ipsius autem e h f: dimidius ãgulus qui ad d/ per eãdẽ. Aequalis igitur est ãgulus a: ãgulo d. In æqualibus igitur circulis ãguli super æqualibus circũferentijs deducti/ sibi inuicẽ sunt æquales: & si ad centra/ & si ad circũferẽtias fuerint deducti. quod demõstrasse oportuit.

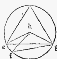


Eucli. ex Camp. Propositio 27.



SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent: arcus quoq; æquos esse. si autẽ lineæ inæquales fuerint: arcus quoq; inæquales/ & a maiore linea maiorẽ arcũ/ a minore vero minorem abscindi necessarium est. 27

¶CAMP. ¶Sint duo circuli ęquales: a b c cuius cẽtrũ d, & e f g cuius cẽtrũ h. sitq; chorda a c: æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g quos prædictæ chordę ex prędictis circulis resecãt: esse ęquales. Q2 si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcũ e f g esse maiorem arcu a b c. ¶Primũ quidẽ sic probatur. Ducãtur a cẽtris/ lineæ ad extremitates chordarũ: quæ sint d a, d c, h e, h g. & q̃a circuli positi sunt fore æquales: erunt hæ semidiametri æquales. & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g: erit per 8 primi/ ãgulus d æqualis ãgulo h totali. quare per 25 huius/ erit arcus a b c: æqualis arcui e f g. sicq; patet primũ. ¶Secũdũ sic. Sit e g maior a c. eritq; per 25 primi/ ãgulus h: maior ãgulo d. Fiat ergo ãgulus f h g æqualis ãgulo d. eritq; per 25 huius/ arcus f g: æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g: est maior arcu a b c. Quod est secundum propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25, propositio 28.

28 ℂIn æqualibus circulis æquales rectæ lineæ/æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori/minorē autem minori.

ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint æquales circuli a b c & d e f. & in eis sint æquales rectæ lineæ b c & e f: circūferentias b a c & e d f maiores auferentes, circunferentias autem b g c & e h f minores. Dico q circunferētia b a c maior: æqualis est circunferentiæ e d f maiori. circunferentia vero b g c minor: æqualis est circunferentiæ e h f minori. Suscipiātur enim circulorum centra per primam tertij: sintq; k, l. & coniungantur k b, k c, l e & l f. Et quoniam circuli sunt æquales: æquales quoq; sunt quæ ex cētris/per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b k & k c: duabus e l & l f sunt æquales. Et basis b c per hypothesin basi e f est æqualis. Angulus igitur b k c: per 8 primi/āgulo e l f est æqualis. æquales autē āguli per 26 tertii/ in æqualibus circunferentiis deducuntur: etiam quando ad centra fuerint deducti. Circunferentia igitur b g c: æqualis est circunferentiæ e h f. est autē totus circulus a b c: toti circulo d e f æqualis. Reliqua igitur circunferentia b a c: per 3 communem sententiam/reliquæ circunferentiæ e d f est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ/ æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori/minorem autem minori. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

28 CIrculorum æqualium æquos arcus: æquas chordas habere necesse est.

ℂCAMPANVS. ℂSint duo circuli æquales: a b c cuius cētrum d, & e f g cuius centrum h. sitq; arcus a b c: æqualis arcui e f g. Dico q chorda a c: est æqualis chordæ e g. Et est hæc conuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g. eruntq; per 26 huius/anguli d & h: æquales. Quare per quartā primi/ erit a c: æqualis e g. quod est propositū. Quæcūq; autē probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius veras esse de eodē.

Eucli. ex Zam. Theo 26. prop 29. Cōuersa præcedentis.

29 ℂIn æqualibus circulis: sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.

ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint æquales circuli a b c & d e f. & in eis æquales sumātur circūferentiæ b g c & e h f: coniungāturq; b c & e f rectę lineę. Dico q ęqualis est recta linea b c ipsi e f rectę lineę. Sumātur enim per 1 tertii/circulorū centra: sintq; k & l. & coniungātur k b & k c, l e & l f. Quoniā circūferentia b g c æqualis est ipsi e h f circunferentiæ: æqualis est angulus b k c angulo e l f per 10 diffinitionē tertii. Et quoniā circuli a b c & d e f sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales per 1 eiusdē diffinitionē. Duæ igitur b k & k c/duabus e l & l f sunt æquales: & angulos cōpræhendūt æquales. Basis igitur b c: per 4 primi/ basi e f est æqualis. In æqualibus igitur circulis: sub ęqualibus circūferētiis æquales rectæ lineæ subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

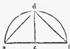
29 DAtum arcum: per æqualia diuidere.

ℂCAMPANVS. ℂSit datus arcus a b c cui subtēdatur chorda a c: quæ diuidatur per æqualia in puncto d. a quo ducatur perpendicularis ad ipsam/quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b. quā dico diuidere datū arcum per æqualia. Ducātur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primā partem 27 huius/arcus a b: erit æqualis arcui b c. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. propositio 30.

30 ℂDatam circunferentiam: bifariam discindere.

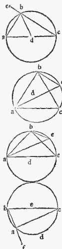
ℂTHEON ex Zamberto. ℂSit data circūferentia a d b. oportet iam ip



sam circūferentiam a d b: bifariam discindere. Coniūgatur a b: seceturq; per 10 primi/ bifariam in c signo. & ab ipso c: ipsi a b rectæ lineæ per 11 primi ad angulos rectos exciteur c d. & coniungātur a d & d b. Et quoniam æqualis est a c ipsi c b, communis autem c d: duæ igitur a c & c d, duabus b c & c d sunt æquales. & angulus a c d: per 4 postulatum angulo b c d est æqualis. rectus enim vterq; est. Basis igitur a d: per 4 primi/ basi d b est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferūt/ maiorem maiori/ minorem autē minori/ per 28 tertij. Et vtraq; ipsarum circunferentiarum a d & d b: semicirculo minor est. æqualis igitur est circunferentia a d: ipsi d b circunferentiæ. Data igitur circunferentia: bifariam discinditur. quod fecisse oportuit.

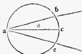
Eucli. ex Camp. Propositio 30.

SI rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat: rectus est. Si vero in portione semicirculo minore: recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore: recto minor. ¶ Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris/ recto maior: minoris vero/ recto minor de necessitate erit. 30



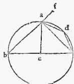
¶ CAMPANVS. ¶ Sit in circulo a b c cuius centrum d & diameter a d c, semicirculus a b c: in cuius semicirculi circunferentia fiat āgulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrū: linea b d. eritq; per 5 primi/ angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b: duplus erit ad angulum d b c. ergo duo anguli c d b & a d b: dupli sunt ad totalem angulum a b c. sed ipsi: sunt æquales duobus rectis per 13 primi. erit igitur angulus a b c totalis: medietas duorū rectorū. quare rectus. Quod est primum propositū. ¶ IDEM aliter. Protrahatur c b vsq; ad e. eritq; per 32 primi/ angulus a b e: æqualis duobus angulis a & c. & quia angulus a est æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c. ergo vterq; eorum est rectus per diffinitionem. ¶ Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius cētrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b. eritq; per primam partem huius/ b totalis: rectus. quare angulus a b c: erit minor recto per 9 cōmunem scientiā/ cum sit pars eius. sicq; patet secundum. ¶ Tertium sic. Sit rursus in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c: quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circunferentiam angulus a b c: ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e. eritq; per primam partem huius / angulus a b e: rectus. quare āgulus a b c: erit maior recto. quod est tertium propositum. ¶ Quartū & quintū sic. Sint in circulo a b c d cuius cētrū e, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & portio a d c cuius eadē chorda a c, minor semicirculo. Dico āgulū cōtentū ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorē recto: & āgulum cōtentū ab arcu c d a & chorda a c, esse minorē recto. Producat̄ diameter c e b: & linea b a, vsq; ad f. eritq; per primā partē huius/ angulus b a c: rectus. quare per 13 primi/ āgulus f a c: est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi/ & secundus pars recti: euidenter patet vtrunq;. quare tota liquet hæc pentamembris conclusio. ¶ CAMPANI additio. ¶ Ex istis duabus vltimis partibus/ nota īstātiā cōtra illas duas argumētationes: ad quas tulimus instātiam in 15 huius. Transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius/ ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius: non tamen per

æquale. Cũ enim omnis portio circuli sit aut semicirculus aut maior semicirculo aut minor / sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 q̃ angulus portionis minoris per vltimam partem huius minor recto / portionis vero maioris sit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus / nec simpliciter aliquis contentus a circunferentia & linea recta / aut rectus aut æqualis recto. Quod vt clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non sit determinatus situs ex parte b, secans ex ipso b portionem semicirculo minorem, eritq; per vltimam partem huius: minor recto. Huius circuli sit diameter a d c. & imaginetur linea a b: moueri ad partem c super punctum a. quæ quandiu fuerit citra c, vel in ipso c cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulũ minorem recto. In omni autem puncto vltra c, velut in e: faciet per penultimam partem huius / angulum maiorem recto. Transitur ergo a minori ad maius: non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & minorem / non tamen æqualem vt demõstratum est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto & minorem / non tamen æqualem. vt patet ex ista demonstratione.

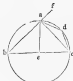


Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 31.

31 ℭIn circulo angulus qui in semicirculo est: rectus est qui autẽ in minori segmẽto: minor recto. qui vero in minori segmẽto: maior est recto. Et insuper angulus maioris segmẽti: recto quidem maior est, minoris autem segmenti angulus: minor est recto.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit circulus a b c d. dimetiens autem eius sit b c. centrum vero e. Sumaturq; in semicirculo signum vtcunq; / sitq; illud d & coniungantur b a, a c, a d & d c. Dico q̀ angulus in b a c semicirculo: rectus est. Angulus autem in a b c segmento maiore semicirculo / qui est sub a b c: recto minor est. Angulus vero in a d c minore semicirculo segmẽto / qui est sub a d c: recto maior est. ℭCõiungatur a e: & extendatur b a in f. Et quoniam æqualis est b e ipsi e a, ex centro enim in circũferentiã: æqualis est angulus e a b angulo e b a, per 5 primi. Rursus quoniam æqualis est a e ipsi e c: æqualis est per eandem / angulus qui sub a c e ei qui sub c a e. Totus igitur angulus b a c: duobus ãgulis a b c & a c b est æqualis. Angulus autem qui sub f a c extra ipsum triãgulum a b c: duobus angulis a b c & a c b est æqualis / per 32 primi. Aequalis igitur est ãgulus b a c: angulo f a c. rectus igitur vterq; est. In semicirculo igitur b a c: angulus qui sub b a c, rectus est. ℭEt quoniã trianguli a b c, duo anguli a b c & b a c per 17 primi duobus rectis sunt minores / angulus autẽ b a c rectus est: angulus igitur qui sub a b c, recto minor est. & est in segmẽto a b c maiore semicirculo. ℭEt quoniã in circulo inest quadrilaterũ a b c d, in circulis autem quadrilaterorum consistentium / per 22 tertij ãguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur a b c & a d c, per eandẽ duobus rectis sunt æquales. At ãgulus a b c: recto minor est. Reliquus igitur ãgulus a d c: maior est recto / & in segmẽto minore semicirculo est. ℭDico iã etiã q̀ ãgulus segmenti maioris / cõpræhensus sub a b c circũferentia & a c recta linea: recto maior est. ãgulus autẽ minoris segmẽti cõpræhensus sub a d c circũferẽtia & a c recta linea: recto est minor, manifestoq; illinc est. Quoniã enim ãgulus cõpræhensus sub b a & a c rectis lineis / rectus est; ãgulus igitur cõpræhẽsus sub a b c circũferẽtia & a c recta linea / maior est recto, quoniã totũ: sua parte maius est per 9 cõmunẽ sentẽtiã. Rursus quoniã ãgulus cõpræhensus sub a c & a f rectis lineis / rectus est: ãgulus igitur sub c a recta linea & a d c circũferentia cõpræhẽsus / recto minor est. In circulo igitur / ãgulus in semicirculo existẽs: rectus est. qui vero in maiori segmento: recto est minor. in minori autẽ: recto est maior. Et insuper ãgulus maioris segmenti: maior est recto. minoris autẽ segmẽti: recto minor. quod demonstrasse oportuit.

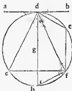


¶ALIA ostensio: q angulus qui sub b a c, rectus est. Quoniam angulus a e c eius qui sub b a e duplus est per 32 primi / æqualis namq est duobus interioribus & opposito / interiores autem per 5 sunt æquales / ãgulus autem a e b eius qui sub c a e duplus est: anguli igitur a e b & a e c, ipsius b a c dupli sunt. Sed ãguli a e b & a e c: duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub b a c: rectus est. quod erat demonstrandum.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc manifestum est / q si trianguli angulus vnus reliquis duobus æqualis fuerit: rectus est. & quoniam ille vtrobiq eisdem est æqualis: quando vtrobiq æquales fuerint / recti erunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

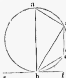
SI circulum linea recta contingat / & a cõtactu in circulum quædam circulum secãs recta linea præter centrum ducatur: quoscunq duos angulos cum contingente facit / duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus / æquales sunt. 13



¶CAMPANVS. ¶Si recta linea a b: contingens circulum c d e f cuius centrum g, in puncto d. a quo d ducatur in circulum præter centrum / linea d f: secans ipsum. fiantq angulus d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcũ portionis d e f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim: diameter d g h & linea f h. eritq per 17 huius / d h, perpendicularis super a b: & per primã partem præmissæ / angulus d f h, rectus. Quare duo ãguli a d h & d f h: sunt æquales. Posito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui sunt d f h & h d f. sed hi duo cum angulo h: sunt æquales duobus rectis per 32 primi. ergo angulus a d f cum angulo h: æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi. ergo angulus b d f: est æqualis angulo h. ergo & ãgulo c: per 20 huius. & hoc est primũ. ¶Et quia duo ãguli c & e sunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f. Quod est secundum. Vel illud secũdum sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis: vt præmonstratum est. sed angulus e cum angulo h: æquiualet duobus rectis per 21 huius. ergo angulus e est æqualis angulo a d f. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. propositio 32.

¶Si circulum tetigerit aliqua recta linea / a contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescens: anguli quos efficit ad tangentem / æquales sunt eis qui alterni in circuli segmentis consistunt / angulis. 32

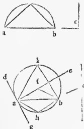


¶THEON ex Zamberto. ¶Circulum enim a b c d: tangat recta linea quædam e f in b signo. & a signo b, extẽdatur recta linea quædam in circulum a b c d, eum secans: sitq b d. Aio q anguli quos b d simul cum e f tangente conficit: angulis alternis qui sunt in segmentis circuli sunt æquales. hoc est q angulus f b d: æqualis est ãgulo existẽti in b a d segmẽto. & angulus e b d: æqualis est angulo existenti in b c d segmento. Excitetur enim per 11 primi / ab ipso b: ipsi e f ad rectos angulos b a. Sumaturq in b d circunferentia / signum vtcunq: sitq illud / c. & connectãtur a d, d c & c, b. Et quoniam circulum a b c d, quędam recta linea tãgit e f in b, & ex b contactu excitatur ipsi contingenti ad angulos rectos b a: in ipsa b a igitur centrum est orbis a b c d, per 19 tertij. Angulus igitur a d b in semicirculo existens: per 31 eiusdem rectus est. Reliqui igitur anguli b a d & a b d: vni recto sunt æquales. Angulus autẽ a b f: rectus est. Angulus igitur q sub a b f: est æqualis eis qui sunt sub b a d & a b d ãgulis. Cõmunis auferatur angulus a b d. Reliquus igitur angulus d b f: æqualis est angulo b a d existenti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo

quadrilaterum est a b c d,& anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales per 22 tertij: anguli igitur d b f & d b e, eis qui sunt sub b a d & b c d angulis sunt æquales. Quorum angulus b a d: ostēsum est q æqualis est ipsi d b f angulo. Reliquus igitur angulus qui sub d b e, angulo d c b alteri in segmento d c b existenti est æqualis. Si circulū igitur tetigerit aliqua recta linea/a cōtactu autē in circulum extendatur aliqua recta linea circulum discidens; anguli quos efficit ad tangentem/alternis in circuli segmētis angulis consistentibus sunt æquales. quod erat demonstrandū.

Eucli. ex Camp. Propositio .32

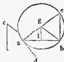
32 SVper datam lineam / circuli portionem describere: capientem āgulum dato āgulo æqualem/ seu rectū/ seu maiorem/seu minorem recto.



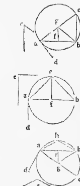
¶CAMPANVS. ¶Sit a b linea data:& c datus angulus. Super lineam a b volo describere vnam circuli portionem: recipientem in circumferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. ¶Si igitur fuerit āgulus c, rectus: diuisa a b per medium/describā super eam semicirculum/ factūq; erit propositum/per primam partē 30 huius. ¶Si autem fit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum āgulo c. & a puncto a ducam lineam a e: perpendicularem super lineā a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi/ æqualem angulo e a b in quo obtusus excedit rectum: ducta linea b f vsq; ad perpendicularem a e. eruntq; per 6 primi/lineæ f a & f b: æquales. Facto itaq; pūcto f centro circuli: describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a h b. eritq; per correlarium 15 huius/linea a d: contingens circulum. quare per præmissam/angulus qui fit in portione a h b: est æqualis d a b. quare & angulo c. Quod est propositum. ¶Si autem angulus c sit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c. & a puncto a ducam a e: perpendicularem ad lineam a g, & super punctū b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum: ducta linea b f vsq; ad perpendicularem a e. eruntq; per 6 primi / lineæ f a & f b: æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli: describam secūdū quantitatem lineæ f a, circulum a k b. eritq; per correlarium 15 huius/linea a g: contingens circulū. quare per præmissam/ angulus qui fit in portione a k b: est æqualis angulo g a b. quare & angulo c. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. propositio 33.

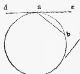
33 ¶Super data recta linea: describere sectionem circuli capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b: datus vero angulus rectilineus sit c, oportet iam super data recta linea a b: describere sectionē circuli suscipientem āgulum æqualem ipsi angulo qui ad c. Angulus igitur qui ad c: aut est acutus, aut rectus/aut obtusus. Sit primum acutus: sicut in prima descriptione. & constituatur per 23 primi/ad a b rectam lineā & ad a in ea signū: ipsi angulo c æqualis angulus d a b. Angulus igitur d a b: acutus est. Excitetur per 11 eiusdem igitur: ipsi a d ad āgulos rectos a e. seceturq; per 10 eiusdem/bifariam a b: in signo f. Et a signo f: ipsi a b ad angulos rectos excitetur f g, per 11 eiusdem. & connectatur g b. Et quoniam æqualis est a f ipsi f b, communis autem f g: duæ igitur a f & f g, duabus f b & f g sunt æquales. & angulus qui sub a f g: per 4 postulatum æqualis est ei qui sub g f. Basis igitur a g: per 4 eiusdem/ basi g b est æqualis. Centro igitur g, spacio vero g a, per 3 postulatū circulus descriptus: veniet etiam per b. describatur: & sit a b e. & cōnectatur e b. Quoniam igitur ab extremitate ipsius a e diametri/ab a signo ipsi a e ad angulos rectos est a d: igitur a d tangit orbē a b e, per correlarium 16 tertii. Et quoniam orbem a b e tāgit quædam recta linea a d, & ab a contactu in ipsum orbem a b e extenditur recta linea quædam a b: angulus igitur



d a b, per 32 eiusdem angulo a e b existenti in alterno circuli segmento: est æqualis. Sed angulus d a b: ei qui est ad c angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad c: æqualis est ei qui sub a e b est angulo. Super data igitur recta linea a b: sectio orbis describitur suscipiens angulum a e b æqualem dato angulo qui ad c. ¶ Sed iam rectus sit angulus qui ad c. & oportunum sit: rursus super a b describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualem ei qui est ad c recto. Constituatur enim rursus ad ipsam a b rectam lineam / ad signumq; in ea a: dato angulo rectilineo c æqualis angulus qui sub b a d per 23 primi sicut in secunda habetur descriptione. Seceturq; per 10 eiusdem / a b: bifariam in f. & cētro f, spacio vero f a aut f b: orbis describatur a e b, per 3 postulatū. Tangit igitur recta linea a d, circulum a e b: quoniam angulus qui ad a, rectus est. Et āgulus b a d æqualis est angulo qui est in segmento a e b. rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit per 31 tertij. Sed angulus b a d: ei qui ad c est angulo æqualis est. Describitur igitur iterum super a b: segmentum circuli a e b, capiens angulum æqualem ei qui ad c est angulo. ¶ Sed iam esto āgulus qui ad c: obtusus. & constituatur ei iterum ad a b rectam lineam & ad a signum: æqualis angulus b a d, per 23 primi / sicut habet tertia descriptio. & ipsi a d: ad angulos rectos per 11 eiusdē excitetur a e. seceturq; rursus a b bifariam in signo f, per 10 eiusdem. & ipsi a b ad angulos rectos excitetur f g per 11 eiusdem. & connectatur g b. Et rursus quoniam æqualis est a f ipsi f b, & communis f g: duæ igitur a f & f g, duabus b f & f g sunt æquales. & angulus a f g: per 4 postulatū angulo b f g est æqualis, basis igitur a g: per 4 eiusdem / basi b g est æqualis. Centro igitur g, spacio autem g a per 3 postulatum circulus descriptus: transiet per b. trāseat sicut a b e. Et quoniā ab extremitate a e dimetientis / ad angulos rectos excitata est a d: igitur per correlarium 16 tertij / a d tāgit ipsum circulum a e b & a contactu a extenditur a b. Angulus igitur b a d: per 32 eiusdem / æqualis est angulo a h b existenti in alterno segmēto circuli. Sed angulus b a d: ei qui est ad c, est æqualis. Igitur angulus qui est in a h b segmento: æqualis est ei qui est ad c angulo. Super data igitur recta linea a b: describitur segmentum circuli a h b capiens angulū æqualem ei qui ad c est angulo. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 33.

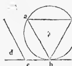


Dato circulo: dato angulo æquum angulum capientem portionem abscindere. 33

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a b datus circulus: & c datus āgulus. volo ergo a circulo a b: abscindere portionem vnā capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e: contingentem datum circulum in puncto a. a quo duco in circulum / lineam a b: continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq; per 31 huius / portio a b existens a parte lineæ a d: recipiens angulum æqualem angulo c. quod est propositum.

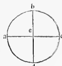
Eucli. ex Zamb. Problema 6. propositio 34.

¶ A dato circulo: segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 34



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Esto datus circulus a b c. datus vero angulus rectilineus qui ad d. oportet iam ab a b c circulo: segmentum abscindere capiens angulū æqualem ei qui ad d est angulo. Excitetur enim per 17 tertii / linea tangens circulum: sitq; illa e f. & tangat per b signum. Et constituatur per 23 primi / ipsi e f rectæ lineæ & in ea signo b: angulo qui ad d, æqualis angulus f b c. Quoniam igitur circulum a b c tangit quedā recta linea e f & in b, & a contactu b extenditur b c: angulus igitur f b c per 32 tertii æqualis est angulo b a c consistenti in alterno segmento. Sed angulus f b c: ei qui est ad d est æqualis. Igitur angulus existens in b a c segmento: æqualis est ei qui est ad d angulo. A dato igitur circulo a b c:

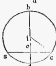
ſegmentum abſcinditur b a c capiens angulum æqualem dato āgulo re-
ctilineo. quod feciſſe oportuit.



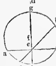
Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

34 SI intra circulum duæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecēt: quod ſub duabus partibus vnius earum procedit/ æquum eſt ei rectangulo quod ſub duabus alterius lineæ partibus continetur.

¶ ¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ a c & b d, ſecantes ſe in circulo a b c d. ſuper punctum e. Dico ꝙ illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquū eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d trāſi-bunt per centrum circuli: aut altera tantum/ aut neutra. Quod ſi ambæ trāſ-eant per centrum: erit e centrum circuli/ omneſq; quatuor lineæ æquales. quare liquet propoſitum. ¶ Quod ſi altera earum tantum tranſit per cen-trum: ſit illa b d, centrūq; circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a c per æqualia: aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia. eritq; per primam par-tem tertij huius/ ſecans eam orthogonaliter. Ducatur itaq; linea f c. eritq; per 5 ſecundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f æquale quadrato li-neæ f d. quare & quadrato lineæ f c. ergo per penultimam primi/ & qua-dratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo vtrinq;/ quadrato e f erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c. & quia e c eſt æqualis a e: per 46 primi patet propoſitū. ¶ Quod ſi b d tranſiens per centrum/ ſe-cat a c per inæqualia: a centro f ducatur f g perpēdicularis ad a c, eritq; per ſecundam partem tertij huius/ a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 ſecundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearū f g & g e propter id ꝙ angulus f g e eſt rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c. propter quod: per penultimam primi & quadratis duarū linearū f g & g c. Dempto ergo vtrinq; quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cū quadrato lineæ g e: æquale quadrato lineæ g c. ſed per 5 ſecundi/ quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: eſt æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur vtrinq; quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d: æquale ei quod fit ex a e in e c. quod eſt propoſitum. ¶ Quod ſi neu-tra earū tranſit per centrū/ ſiue altera diuidat alterā per æqualia ſiue per inæqualia: producam lineā g f e h diametrum circuli/ tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram per æqualia vt b d ipſam a c: tunc g h diuidit etiam a c per æqualia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per ſecundum modum huius concluſionis/ quod fit ex g e in e h: æquum eſt ei quod fit ex a e in e c. & per tertium modū huius/ quod fit ex g e in e h: æquū eſt ei quod fit ex b e in e d. ergo quod fit ex a e in e c: æquum eſt ei quod fit ex b e in e d. quod eſt propoſitum. ¶ At ſi neutra diuidat alteram per æqualia: erit per tertium modum hu-ius concluſionis/ quod fit ex g e in e h, æquale vtriq; eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare vnum eorū erit æquale alteri. quod eſt pro-poſitum.





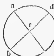




Eucli. ex Zamb. Theorema 29. propoſitio 35.

35 ¶ Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicē ſecuerint: rectan-gulum compræhenſum ſub ſectionibus vnius/ æquum eſt ei quod ſub ſegmentis alterius compræhenditur rectangulo.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ In circulo enim a b c d: duæ rectæ lineæ a c & b d ſeſe inuicē ſecent in ſigno e. Dico ꝙ rectangulum compræhenſum ſub a e & e c: æquum eſt rectangulo compræhenſo ſub d e & e b. Si enim a c & b d per centrum ſunt/ vt e centrum ſit circuli a b c d: manifeſtum eſt ꝙ ſi a e, e c, d e & e b ſunt æquales/ rectangulum compræhenſum ſub a e & e c æquum eſt ei quod compræhenditur ſub d e & e b rectangulo.



Sint iã a c & d b: nõ extensæ per centrũ. & sit centrũ circuli a b c d: sitq; illud f, per primã tertii. & ab f in a c & d b rectas lineas: excitentur per 12 primi perpẽdiculares f g & f h: & cõnectãtur f b, f c, & f e. Et quoniã per 3 tertii/recta linea quædã per centrum extensa f g, quandam rectam lineam nõ per centrum transeuntem a c ad angulos rectos secat: & bifariam eam discindit. æqualis igitur est a g ipsi g c. Et quoniam recta linea a c discinditur in æqualia in g, in inæqualia autẽ in e: rectangulũ igitur cõpræhensũ sub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g per 5 secundi quadrato/ æquum est ei quod fit ex g c. Cõmune apponatur id quod fit ex g f. Quod fit igitur sub a e & e c vna cũ eo quod fit ex e g & g f: æquum est eis quæ fiunt ex c g & g f. Sed eis quæ fiunt ex e g & g f: æquum est id quod fit ex f e per 47 primi. eis autem quæ fiunt ex c g & g f: æquum est id quod fit ex f c per eandẽ. Quod igitur fit sub a e & e c vna cũ eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit ex f c. Aequalis autem est f c ipsi f b. Ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur sub a e & e c vna cum eo quod fit ex e f: æquũ est ei quod fit ex f b. Et per hoc quod fit sub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit ex f b. Ostensum autem q; id quod fit sub a e & e c vna cum eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit ex f b. Quod fit igitur sub a e & e c, vna cũ eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit sub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e. Commune auferatur id quod fit ex f e, Reliquum igitur rectangulum compræhensum sub a e & e c: æquum est rectangulo compræhenso sub d e & e b. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangulum compræhẽsum sub sectionibus vnius / æquum est rectangulo compræhenso sub sectionibus alterius. quod demonstrasse oportuit.

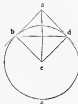
Eucli. ex Camp. Propositio 35.

SI extra circulum punctus signetur/ab eo autem ad circulum alia linea secãs/alia contingẽs duæ rectæ lineæ ducantur: quod sub tota secãte atq; parte sui extrinseca continetur/æquũ est ei quadrato quod ex contingente linea describitur. 35

¶CAMPANVS. ¶Sit a punctus signatus extra circulum b c d cuius centrum e, a quo ducantur ad circulum: duæ lineæ a b contingens & a d c secans. Dico q; illud quod fit ex a c in d a: æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c transit per centrum: aut non. Transeat ergo primo per centrum/quod est e: & ducatur linea e b, quæ per 17 huius/perpẽdicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a: erit per sextã secũdi/quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi/æquale quadratis duarum linearum e b & b a, propter id q; angulus b est rectus. Dempto ergo vtrinq; quadrato e b: erit quod fit ex c a in a d, ęquale quadrato lineæ a b. quod est propositum. ¶Q; si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g transiens per centrũ. & ducantur lineæ e d & e h. & sit e h: perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius/d h: æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d: erit per 6 secundi/quod fit ex c a in a d cum quadrato d h, æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito vtrinq; quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d cũ quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e propter id quod angulus h est rectus/ & ideo cum quadrato e f propter id quod e d & e f sunt æquales: æquale quadratis duarum linearum a h & h e, & ideo per penultimã primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi / quod fit ex g a in a f cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo vtrunq; eorũ quæ fiunt ex c a in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e est æquale quadrato lineæ a e: ipsa erũt inter se æqualia. Dempto ergo vtrinq; quadrato lineæ e f: erit quod fit ex

e a in a d, æquale ei quod fit ex g a in a f. Sed id quod fit ex g a in a f: est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a in a d: est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.

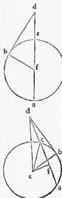
¶CAMPANI additio. ¶Et ex hac nota/ ꝙ puncto extra circulum fignato / si ab ipso ad circulum quotlibet secantes lineæ ducantur/rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis/ adinuicem sunt æqualia: quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. ¶Nota etiam ꝙ si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur: ipsæ erũt adinuicem æquales. Erit enim quadratum vtriusq; earum: æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum in partem eius extrinsecã. Hoc autem euidẽtius patet per penultimã primi. ¶Sit a punctus signatus extra circulum b c d cuius centrum e. & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d: contingentes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b & e d, eritq; per 17 huius/ vterq; angulorum b & d; rectus. Quare per penultimam primi/ quadratũ a e: erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b & b e, similiter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e; sunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarũ quæ sunt b e & e d sunt æqualia: erunt quadrata duarum quæ sunt a b & a d, æqualia. ergo est a b; æqualis a d. quod est propositum. ¶Aliter etiam. Ducatur linea b d. eritq; per 5 primi/ ãgulus e b d, æqualis angulo e d b: propter id quod linea e b est æqualis lineæ e d. Et quia vterq; duorum angulorum b & d est rectus: erit per communem scientiam angulus a b d residuus/ æqualis angulo a d b residuo. per sextam ergo primi/ est linea a b; æqualis lineæ a d.

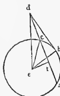


Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 36.

36 ¶Si extra circulum sumatur signum aliquod/ ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ/ & earum altera circulum dispescat altera vero tangat: quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum/ æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.

¶THEON ex Zamberto. ¶Extra circulum igitur a b c: sumatur signũ aliquod/ sitq; illud d. & ab ipso d: in circulum a b c cadant duæ rectæ lineæ d c a & d b. secet autem circulum a b c, recta linea d c a; & b d tãgat. Dico ꝙ rectangulum compræhẽsum sub a d & d c; æquum est ei quod fit ex b d quadrato. Recta linea d c a: aut est per centrum extensa / aut non. Sit primum extensa per centrum, sitq; per primam tertij/ f: centrum circuli a b c, & coniungatur f b. Angulus igitur f b d; rectus est. Et quoniam recta linea a c bifariam discinditur in f, adiacetq; ei recta linea c d: quod fit igitur per 6 secundi/ sub a d & d c vna cum eo quod fit ex f c, æquum est ei quod fit ex f d. Aequalis autẽ est f c: ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. Quod fit igitur sub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum est ei quod fit ex f d. Aequum autẽ est id quod fit ex f d: eis quæ fiunt ex f b & b d per 47 primi, rectus enim est angulus qui est sub f b d. Quod igitur fit sub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum est eis quæ fiũt ex f b & b d. Commune auferatur id quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit sub a d & d c: æquũ est ei quod fit ex d b tangente. ¶Sed recta linea d c a; non sit extensa per centrum circuli a b c. Sitq; per primã tertij/ e: centrum circuli a b c, & ab e in a c; per 12 primi perpendicularis excitetur e f. & cõnectantur e b, e c, & e d. rectus igitur est angulus e f d. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa e f, per 3 tertii rectã lineam quandam non extensam per cẽtrum a c ad angulos rectos secat: & bifariam eam secat. Igitur a f: ipsi f c est æqualis. Et quoniam recta linea a c bifariam diuiditur in f signo adiacet autem ei c d: quod igitur fit

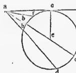




sub a d & d c vna cum eo quod fit sub f c, æquū est ei quod fit ex f d per 6 secundi. Commune apponatur quod fit ex f e. Quod igitur fit sub d a & d c vna cum eis quæ fiunt ex c f & f e: æqualia sunt eis quæ fiunt ex f d & f e. Eis autem quæ fiunt ex f d & f e: æquum est id quod fit ex e d per 47 primi. angulus namqꝫ qui est sub e f d: rectus est. Eis vero quæ fiunt ex c f & f e: per eandem/ æquum est id quod fit ex c e. Quod igitur fit sub a d & d e vna cum eo quod fit ex e c: æquum est est ei quod fit ex e d. Aequalis autem est e c ipsi e b. ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur fit sub a d & d c vna cū eo quod fit ex e b: æquum est ei quod fit ex e d. Ei autem quod fit ex e d: per 47 primi/ æqualia sunt quæ fiunt ex e b & b d. angulus enim qui sub e b d: rectus est. Quod igitur fit sub a d & d c vna cum eo quod fit ex e b: æquum est eis quæ fiunt ex e b & b d. Cōmune auferatur quod fit ex e b. reliquum igitur quod fit sub a d & d c: æquum est ei quod fit ex d b. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

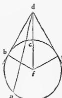
Si fuerit pūctus extra circulum signatus a quo duę lineæ ad circunferentiam ducātur altera secans alaltera circunferentiæ applicata/ fueritqꝫ quod ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam æquum ei quod ex ductu applicatę in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circulum contingens. 36



CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d cuius centrum e, a quo ducantur ad circulum linea a b d secans ipsum/ & linea a c applicata circunferentiæ: & esto vt quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c: esse contingentem. Et est hæc: conuersa prioris. Si enim non est contingens: sit ergo contingens linea a f. eritqꝫ per præmissam quod fit ex d a in a b: æquale quadrato lineæ a f. quare quadratū lineæ a f: est ęquale quadrato lineæ a c. ergo a c: est æqualis a f. quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c: cōtingēs. quod est propositū. Idē ostēsiue probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d trāsit per cētrū: ducatur linea c e. eritqꝫ per 6 secūdi/ quod fit ex d a in a b cū quadrato e b, & ideo cum quadrato e c: ęquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b: positum est æquale quadrato a c. ergo quadratum a c cum quadrato c e: est æquale quadrato a e. ergo per vltimam primi/ āgulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius/ linea a c: est cōtingens circulum. quod est propositum. Si autem a b d non transit per centrum: ducatur a puncto a, linea transiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partē extrinsecam/ est æquale ei quod fit ex d a in a b per præmissam: ipsum erit æquale quadrato lineæ a c. quare vt prius a c: erit contingens circulum.

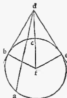
Eucli. ex Zamb. Theo. 31. prop. 37. Cōuersa præcedentis.

Si extra circulum sumatur signum aliquod/ & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint/ & earum altera circulum secet altera vero cadat / sit autem quod fit sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. 37



THEON ex Zamberto. Extra circulū igitur a b c: sumatur signum sitqꝫ illud d. & ab ipso d: in circulum a b c incidant duæ rectæ lineæ d c a & d b. & d c a quidem circulum secet: & d b incidat. Sit autem quod fit sub a d & d c: æquum ei quod fit ex d b. Dico q̄ d b: ipsum tangit circulum a b c. Excitetur enim per 17 tertij recta linea contingens circulum a b c: sitqꝫ illa d e. Sitqꝫ per primam eiusdem/ f: centrum circuli a b c, et

connectantur f e, f b,& f d. Angulus igitur f e d rectus est. Et quoniã recta linea d e ipsum circulum a b c tangit/ & recta linea d c a secat: quod fit igitur sub a d & d c, æquum est ei quod fit ex d e per præcedentẽ. Recipitur autẽ q̃ id quod fit sub a d & d c æquũ sit ei quod fit ex d b. Quod igitur fit ex d e:æquum est ei quod fit ex d b. Aequalis igitur est d e:ipsi d b. Est autem & f e:æqualis ipsi f b. ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam d e & e f:duabus d b & b f sunt æquales. & basis earum communis est f d. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ ãgulo d b f est æqualis, Rectus autẽ est angulus d e f. rectus igitur est/ & qui sub d b f. Et f b eiectata dimetiens est. quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit per 16 tertij. Recta linea igitur d b: circulũ a b c tangit. Similiterq; ostendetur: si centrum super a c contingat. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod: & reliqua quæ sequuntur, quod demonstrasse oportuit.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum tertij libri
F I N I S.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber quartus.

EX Campano. Diffinitiones.

1 Figura intra figuram dicitur inscribi quãdo ea quæ inscribitur eius in qua iscribitur latera vno quoq; suorum angulorũ ab interiore parte contingit.

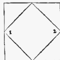
2 ¶Circunscribi vero figura figuræ perhibetur: quoties ea quidem figura/ eius cui circunscribitus omnibus omnes angulos contingit.

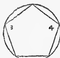


EX Zamberto. Diffinitiones.

1 Figura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur: quãdo vnuquisq; inscriptæ figuræ ãgulus/ vnumquodq; latus eius in qua describitur tangit.

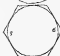
2 ¶Figura autem similiter circa figurã describi dicitur: quando vnumquodq; latus circunscriptæ/ vnũquenq; angulum eius circum quem describitur tangit.





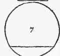
¶Figura rectilinea in circulo describi dicitur: quando vnus= 3
quisq; angulus inscriptæ/circuli circunferentiam tangit.

¶Circulus vero circa figuram rectilineam describi dicitur: 4
quando circuli circunferentia vnumquēq; eius circum quã
describitur/angulum tangit.



¶Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quan= 5
do circuli circunferentia vnumquodq; latus eius in qua de=
scribitur/tangit.

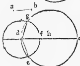
¶Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur: quã= 6
do vnumquodq; latus circunscriptæ/circuli circunferentiã
tangit.



¶Recta linea in circulo congruere dicitur: quando eius ex= 7
trema in circuli circunferentiam cadunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

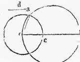
INtra datum circulum: datæ lineæ rectæ quæ 1
diametro minime maior existat/æquam rectã
lineam coaptare.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea data a b, circulusq; datus c d e cuius diameter c d, qua non est maior linea a b. volo intra datum circulum: coaptare lineam æqualem a b. quæ si fuerit æqualis diametro: constat propositum. Si autem minor: ex diametro sumatur d f: ei æqualis. & super punctum d secundum quantitatem lineæ d f: describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e. ad alterum quorum: ducatur linea a puncto d, vt d e vel d g. eritq; vtralibet earum æqualis lineæ a b, eo q; vtraq; earum est æqualis lineæ d f per diffinitionem circuli. quare habemus propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. propositio 1.

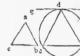
¶In dato circulo/ datæ rectæ lineæ minime maiori circuli 1
diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare.



¶THEON ex Zamberto. ¶Esto datus circulus a b c. data vero recta linea non maior circuli diametro: esto d. oportet iam in dato circulo a b c: ipsi d rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli a b c, dimetiẽs: sitq; b c. Si b c æqualis est ipsi d: iam factum est id quod proponitur. in dato enim circulo a b c, coaptatur recta linea b c: æqualis ipsi d. Si autem maior est b c, ipsa d: ponatur per 2 primi/ ipsi d æqualis c e. Et cẽtro quidem c, spacio vero c e: per 3 postulatum/ circulus describatur e a f. & connectatur c a. Quoniam igitur centrum circuli e a f, est signum c: per 15 diffinitionẽ primi/ æqualis est c a ipsi c e. Sed ipsi d: æqualis est ipsa c e. Igitur per primã cõmunem sententiam & d: æqualis est ipsi a c. In dato circulo igitur a b c, datæ rectæ lineæ d: æqualis aptatur c a. quod oportebat facere.

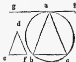
Eucli. ex Camp. Propositio 2.

INtra assignatũ circulum: triangulum triangulo 2
assignato æquiangulum collocare.



¶CAMPANVS. ¶Sit assignatus triãgulus a b c: assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum: collocare vnũ triangulum æquiangulũ triangulo a b c. æquilaterum enim non est necessarium esse: sed est possibile. Produco g d h: cõtingẽtem circulum in puncto d. super quem facio angulũ h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c: & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineã e f, eritq; per 31 tertij/ ãgulus e, æqualis ãgulo c: quia vterq;

est æqualis angulo h d f.c quidem:per positionem.e vero:per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f:æqualis angulo b.quare per 32 primi/d tertius:erit æqualis a,tertio.quare habemus propositum.



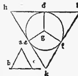
Eucli.ex Zamb. Problema 2.propositio 2.

2 ℭIn dato circulo : dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

ℭTHEON ex Zamb. ℭ Sit datus orbis a b c : datũ autem triangulũ d e f.oportet iam in dato circulo a b c:ipsi d e f triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur inquã per 17 tertij/recta linea tangens ipsum orbẽ a b c,sitq; g a h:& tangat in a.& cõstituatur per 23 primi/ad rectam lineã a h & ad signum in ea a:ei angulo qui est sub d e f ęqualis angulus h a c.ad rectã vero lineã a g & ad signũ in ea a:ei qui est sub d f e angulo:æqualis angulus g a b,per eandem.& coniũgantur b c. Quoniã circulum a b c tangit quædam recta linea g a h,& ab a contactu in circulum ducitur recta linea a c:angulus igitur qui est sub h a c, per 32 tertij/æqualis est ei qui sub alterno est circuli segmento/a b c angulo. Sed ãgulus h a c:ei qui est sub d e f,est æqualis.ãgulus igitur a b c:ei q sub d e f est ãgulo est æqualis. Et per hoc/angulus a c b:ei q est sub d f e angulo/est ęqualis. Et reliquus igitur angulus b a c:reliquo e d f est ęqualis. Aequiãgulum igitur est triangulũ a b c,ipsi d e f triangulo:& describitur in dato circulo a b c.In dato igitur circulo:dato triangulo æquiangulum triangulum describitur,quod facere oportebat,

Eucli.ex Camp. Propositio 3.

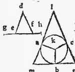
3 Circa assignatum circulum:assignato triangulo triangulum ęquiangulum describere.



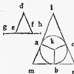
ℭCAMP. ℭSint vt prius/assignatus triãgulus a b c:assignatusq; circulus d e f,cuius cẽtrũ g.circa hũc circulũ: volo describere vnũ triangulũ æqangulũ triangulo a b c. æqlaterũ enĩ nõ est necessariũ:sed ẽ possibile. Producã basin b c in vtrãq; partẽ: vt fiãt duo ãguli extrĩseci.& a cẽtro g: ꝑducã lineã g d ad circũferẽtiã.& cõstituã ãgulũ d g e,ducta linea g e:ęqualẽ ãgulo b extrĩseco.& d g f, ducta linea g f:æqualẽ c extrinseco.& a pũctis d,e,f, producã in vtrãq; partẽ lineas orthogonaliter:q̄ ꝑ correlariũ 15 tertij/erũt cõtigẽtes circulũ.quas protrahã quousq; cõcurrant in punctis h,k,l. Necesse est enim ipsas cõcurrere.cũ enĩ vterq; ãgulorũ q sũt ad d,& vterq; eorũ q sũt ad e,sit rectꝰ: si ĩtelligatur protrahi linea d e,erũt duo ãguli q sunt ad partẽ h minores duobus rectis.quare ꝑ penultimã petitionẽ/in partẽ illã protractę:cõcurrent lineæ l d h,k e h. Eadẽ rõne cõcurrẽt duæ lineę h d l,k f l:cũ vterq; angulorũ q sũt ad f,sit etiã rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g,duo anguli d & e sũt recti:erũt duo anguli g & h æquales duobꝰ rectis.cuiuslibet enĩ quadrilateri quatuor anguli:sũt æquales quatuor rectis: vt mõstratũ ẽ/supra 32 primi. Et qa duo anguli b intrĩsecꝰ & extrĩsecꝰ sũt similiter æquales duobꝰ rectis ꝑ 13 primi/at vero b extrĩsecꝰ positus ẽ ęq̃lis d g e: erit ĩtrinsecꝰ h,ęqualis h. Simili quoq; rõne erit cĩtrinsecꝰ:æqualis l. Et qa duo anguli b & c intrĩseci sũt minores duobꝰ rectis ꝑ 17 primi:erũt similiter duo anguli h & l minores duobꝰ rectis.quare ꝑ penultimã petitionẽ/duę lineę h e & l f protractę:cõcurrẽt ĩ pũcto k.fietq; triãgulꝰ h k l. & quia angulꝰ h ẽ æqualis angulo b intrĩseco/& angulꝰ l angulo c intrĩseco:erit ꝑ 32 primi/angulꝰ k æqualis angulo a.quare habemꝰ propositũ.

Eucli.ex Zamb. Problema 3.propositio 3.

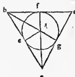
3 ℭCirca datum circulum:dato triangulo ęquiangulum triãgulum describere.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit datus circulus a b c: datum autem triangulum sit d e f.oportet circa a b c circulum : ipsi d e f triangulo æquiangulum triangulum describere. Extendatur e f ex vtraq; parte: in g,h,signa. Et sumatur per primam tertij/centum circuli a b c : sitq;



illudk. Ft ducatur vtcumq; recta linea k b. Et constituatur per 23 primi/ ad k b rectã lineam, ad signumq; in ea k: angulo qui est sub d e g, ęqualis angulus b k a angulo, autem d f h: æqualis angulus b k c. Et per signa a, b, c, per 17 tertij/ excitentur rectę lineæ tangentes circulum a b c: sintq; l a m, m b n, n c l. Et quoniam rectæ lineæ l m, m n, & n l tangunt circulum a b c in signis a, b, c, & a centro k in a, b, c, signa coniunctę sunt k a, k b, & k c: anguli igitur qui sunt ad signa a, b, c, recti sunt. Et quoniam quadrilateri a m b k, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales/ & quoniam quadrilaterum a m b k in duo triangula diuiditur quorum anguli k a m & k b m duo recti sunt: reliqui igitur ãguli a k b & a m b duobus rectis sunt æquales. Anguli autem d e g & d e f: per 13 primi/ duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur a k b & a m b, anguli d e g & d e f sunt æquales. quorum angulus a k b: angulo d e g est æqualis. reliquus igitur angulus a m b: reliquo angulo d e f est æqualis. Similiter quoq; ostendetur: q & angulus l n m angulo d f e est æqualis. & reliquus igitur angulus m l n: reliquo ãgulo e d f est æqualis. æqãgulũ igitur est triãgulũ l m n ipsi d e f triãgulo: & describitur circa circulũ a b c. Circa circulũ igitur datum: dato triangulo æquiangulũ descriptũ est. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

Intra datum triangulum: circulum describere. 4

¶CAMPANVS. ¶Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum: circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundę. Diuido enim duos eius angulos a & b: per æqualia. a quidem: ducta linea a d. b vero: ducta linea b d. quæ concurrent in puncto d: a quo ducã perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli. d e quidem: ad a b. d f: ad b c. & d g: ad a c. Et quia duorum triãgulorum e a d & g a d, angulus a vnius/ est æqualis angulo a alterius/ & vterq; angulorum e & g rectus/ & latus a d cõmune: erit per 26 primi/ linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d & f b d angulus b vnius/ sit æqualis angulo b alterius/ & vterq; angulorum e & f rectus/ latus quoq; d b commune: erit per eandem/ linea e d æqualis lineæ d f. quare tres lineæ d e, d f, d g: sunt ęquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatẽ vnius earũ: trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et q̃a p correlariũ 15 tertij/ vnaquęq; linearũ a b, b c, c a, erit cõtingẽs circulũ: patet pfectũ esse propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. propositio 4.



¶In dato triangulo: circulum describere. 4

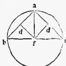
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum triãgulum a b c. oportet iam in triãgulo a b c: circulũ describere. Secẽtur p 9 primi/ ãguli a b c & a c b bifariã: sub rectis lineis b d & c d q̃ cõcurrãt adinuicẽ i signo d. Excitẽturq; p 12 primi/ ab ipso d, in ipsas a b, b c, & c a rectas lineas: perpẽdiculares d e, d f & d g. Et q̃m ęqualis ẽ ãgulus a b d ãgulo c b d, & ãgulus b e d rectus ęqualis est ãgulo b f d recto: duo iã triãgula sũt e b d, f b d, duos ãgulos duobus ãgulis habẽtia ęquales/ & vnũ latus vni lateri ęquale explicatũ sub vno ęqliũ ãgulorũ eorũ/ cõe autẽ b d. & reliqua igit̃ latera per 26 primi/ reliq̃s laterib9 ęq̃lia habebũt. ęqualis igit̃ ẽ d e: ipsi d f. & p hoc iã & d g: ipsi d f ẽ ęqualis. quare & d e ipsi d g ẽ ęqualis. tres igit̃ d e, d f & d g: sibi inuicẽ sũt ęquales per primã cõmunẽ sentẽtiã. Cẽtro igit̃ d, spatio vero aut d e aut d f aut d g, circulus descriptus: per reliqua signa trãsiet. & tãget rectas lineas a b, b c & c a: q̃m ãguli i e, f, g, signis existẽtes/ recti sũt. Si enĩ eas secat: erit ab extremitate diametri circuli ad ãgulos rectos excitata/ i circulũ cadẽs. q̃d esse ĩpossibile: patuit p 16 tertij. Circulus igitur descriptus cẽtro d, spatio vero aut d e aut d f aut d g: rectas lineas a b, b c & c a non secat. tanget igitur eas per correlarium eiusdem. & erit circulus descriptus in triangulo a b c. In dato triangulo igitur a b c: circulus descriptus est e f g. Quod facere oportebat.

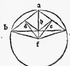
Eucli.ex Camp. Propositio 5

5 CIrca trigonum assignatum/ siue illud sit orthogonium/siue amblygonium/siue oxygonium:circulum describere.

¶CAMPANVS. ¶ Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsū describere circulū. Hęc est quasi conuersa tertię. Diuido duo eius latera a b & a c:per æqualia. a b quidē:in pūcto d. & a c:in pūcto e. a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c:quas protraho quousq; concurrant in puncto f. sintq; d f & e f. Concurrent enim. quoniam cum vterq; angulorū d & e sit rectus/si intelligatur protrahi linea d e:fient duo anguli ad partem in quam prohahunt/minores duobus rectis. quare concurrent per penultimam petitionem. igitur a puncto f qui est punctus concursus/quem dico esse centrum circuli quæsiti/ protraho lineas ad singulos angulos:quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f sunt æqualia duobus lateribus b d & d f trianguli b d f, & angulus d vnius angulo d alterius/quia vterq; rectus:erit per 4 primi f a æqlis f b. Eadē ratione erit f a æqlis f c:cōparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f & c e f. ergo per 9 tertij/punctum f erit centrum circuli quæsiti. Hæc est vniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. ¶ Quia tamen auctor videtur velle medium variare distinguendo inter orthogonium/amblygonium & oxygonium:de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius:sitq; angulus a, rectus. Latus b c a respiciens hunc angulum rectum/diuido per æqualia in f:a quo puncto quem dico esse centrum circuli/ad medium punctum vtriusq; duorum reliquorum laterum qui sit d, duco lineā f d. Et quia linea f d diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia:ipsa erit æquidistans tertio/videlicet lineæ a c. hoc enim demonstratum est:supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus:erit per secundam partem & per tertiam 29 primi/ vterq; angulorum qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a. eritq; per 4 primi/linea a f æqualis lineæ b f:comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f:erunt tres lineæ b f, a f, c f adinuicem æquales. quare per 9 tertij/ erit f centrum circuli quæsiti. ¶ Sit rursus trigonus a b c, amblygonius: sitq; angulus a, obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum/ diuido per æqualia in puncto h:a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum/quæ sunt d & e: duco lineas h d & h e. eritq; d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b: propter id quod demonstratum est/supra 39 primi. videlicet q linea secans duo latera alicuius trianguli per æqualia:tertio est æquidistans. quare per secundam partem 29 primi/erit vterq; duorū angulorū b d h & c e h:æqualis angulo a. & ideo vterq; obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, et e f ad lineam a c, quousq; concurrant in puncto f quem dico esse centrum circuli (manifestum est enim eas concurrere :propter causam prius dictam) secabit vtraq; earum/ lineam b c quæ respicit obtusum/& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus cōcursus earum/produco lineas f a, f b, f c:quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales/comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f. quare per 9 tertij/f est centrum circuli quæsiti. ¶ Esto iterum vt trigonus a b c : sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia / videlicet latere a b in puncto d, et latere a c in puncto e, & b c in puncto h:protraho lineas d e, d h & e h. eritq; d h æquidistans a c, & e b ipsi a b: propter id quod demonstratum est/ super trigesimānonā primi. quare per secundam partem 29 primi/











vterq; angulorum b d h, c e h erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineã a b, & e f ad lineam a c: manifestum est eas concurrere intra triangulũ a b c. sitq; punctus concursus/ f: quem dico esse centrum circuli. produco enim lineas f a, f b, f c: quę per 4 primi bis assumptam vt prius/ erunt æquales. quare per 9 tertij/ erit f: centrum circuli quæsitr.

¶CORRELARIVM. ¶ Per prædicta patet/ ꝙ si triãgulus fuerit orthogonius: centrum circuli circunscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius: centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius: cadet intra triangulum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. propositio 5.

¶Circa datum triangulum: circulum describere. 5

¶THEON ex Zamb. ¶Sit datum triangulum a b c. oportet iam circa datum triangulum a b c: circulum describere. Secetur enim per 10 primi/ a b & a c rectę lineæ bifariam: in d & e signis. & ab ipsis d, e, signis: ipsis a b & a c per 11 primi ad angulos rectos excitentur d f & e f. Concurrunt autem: aut intra ipsum triãgulũ a b c, aut in ipsa recta linea b c, aut extra rectam lineam b c. Concurrant igitur primũ intra ipsum triangulum: in f signo. connectanturq; per primum postulatum: f b, f c & f a. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f & ad angulos rectos: basis igitur a f per 4 primi/ basi f b est æqualis. Similiter iam ostendemus: ꝙ & c f ipsi a f est æqualis. quare f b: ipsi f c est æqualis. Tres igitur f a, f b & f c: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, spatio vero aut f a aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum a b c. describatur iam sicut a b c. ¶ Sed rectæ lineę d f & e f: concurrant super b c recta linea in signo f, sicut secũda habet descriptio. & connectatur a f. similiter quoq; ostendemus ꝙ f signum: centrũ est circuli descripti circa a b c triangulum. ¶ Sed iam d f & e f rectæ lineæ: concurrant extra ipsum triangulum a b c in signo f. Rursus sicut habet tertia descriptio: coniũgãtur a f, f b & f c rectæ lineæ. & quoniam rursus ęqualis est a d ipsi d b, cõmunis autem d f: basis igitur a f per 4 primi/ basi b f est æqualis. Similiter quoq; ostẽdemus: ꝙ & c f ipsi a f est æqualis. Centro rursus igitur f, spatio vero aut f a, aut f b aut f c, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit descriptus circa a b c triãgulum. describatur sicut a b c. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est. quod facere oportebat.

¶CORRELARIVM. ¶Et manifestum est ꝙ quando introrsum trianguli/ cadit centrum circuli: angulus b a c existens in maiori circuli segmẽto/ recto minor est. Quando autem in b c rectam lineam: in semicirculo existens angulus/ rectus est. Quãdo vero extra ipsam b c rectam lineam/ centrum cadit: angulus b a c existens in minore circuli segmento / recto maior est. Quare & quando minor recto contingit datus angulus: introrsum ipsius trianguli concurrunt d f & e f rectæ lineæ. Quando autem rectus: super b c. Quando vero maior recto: extra ipsam b c. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.


Ntra datum circulum: quadratum describere. 6

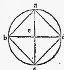
¶CAMPANVS ¶Sit datus circulus a b c d: cuius centrũ e. volo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter supra centrum e. quarum extremitates cõiungo: protractis lineis

a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratum quæsitum. ipsę enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptam: propter id quod quatuor lineæ e a, e b, e c, & e d sunt æquales/& quatuor anguli qui sunt ad e, recti. sed vnusquisq; quatuor angulorũ a, b, c, & d est rectus/per primam partem 30 tertij: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo. erit igitur a b c d: quadratum per diffinitionem. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. propositio 6.

6 ¶ In dato circulo: quadratum describere.

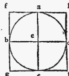
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c d. oportet iam in circulo a b c d: quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli a b c d, diametri ad angulos rectos adinuicem: sintq; a c & b d. et coniungãtur a b, b c, c d, & d a. Et quoniam æqualis est b e ipsi e d per diffinitionẽ 15 primi/centrum vero est e, cõmunis autẽ et ad angulos rectos e a: basis igitur a b, per 4 primi basi a d est ęqualis. et per hoc/iam vtraq; ipsarum b c & c d: vtriq; ipsarum a b & a d est æqualis, æquilaterum igitur: est quadrilaterum a b c d. Dico etiam q & rectangulum, quoniam enim recta linea b d, dimetiens est circuli a b c d: semicirculus igitur est b a d. rectus igitur est ãgulus b a d: per 31 tertij/& per hoc iam & vnusquisq; angulorum contentorum sub a b c, b c d, & c d a: rectus est. Rectangulum igitur: est quadrilaterum a b c d. ostensum autem est q & ęquilaterũ. quadratum igitur est: per 27 diffinitionem primi. et describitur in circulo a b c d. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 Circa propositũ circulum: quadratum describere.

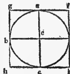
¶ CAMP. ¶ Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e. volo circa ipsum: describere quadratũ. Protraho in ipso duas diametros a c et b d: secantes se orthogonaliter super centrum e. a quarum extremitatibus duco in vtramq; partẽ lineas orthogonaliter: quousq; quælibet earũ concurrat cũ duabus lateralibus. sintq; puncta cõcursus earum: f, g, h, k. eritq; per correlarium 15 tertij/ vterq; angulorum qui sunt ad vnumquenq; quatuor punctorum, a, b, c, d: rectus. quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a, b & e sunt recti: erit quartus angulus qui est f, rectus. habet enim quodlibet quadrilaterum/quatuor angulos æquales quatuor rectis: vt demonstratum est/supra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorum g, h, & k: erit rectus. ergo per secundam partem 28 primi/duæ lineæ f g & k h, itemq; duæ f k et g h: sunt æqdistãtes. ergo per 34 primi/f k est æqualis g h: et f g ipsi k h. Et quia per eãdẽ/f k est ęqualis b d, et f g ipsi a c, at vero b d est ęqualis a c: erũt quatuor lineæ f k, g h, f g, et k h, æquales. Sed & quatuor anguli f, g, ' , h sunt recti: vt probatum est prius. ergo f g k h est quadratũ per diffinitionem. Quod est propositum.

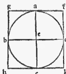


Eucli. ex Zamb. Problema 7. propositio 7.

7 ¶ Circa datum circulum: quadratum describere.

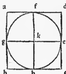
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c d. Oportet iam circa ipsum a b c d circulum: quadratum describere. Excitentur ipsius circuli a b c d, duæ diametri ad angulos rectos adinuicem/sintq; a c et b d: et per signa a, b, c, d, excitentur per 17 tertij/rectæ lineæ tangentes circulum a b c d, sintq; f g, g h, h k, et k f. Quoniam igitur recta linea f g, ipsũ circulum a b c d tangit in signo a, & ab e centro in ipsum a contactũ coniungitur recta linea e a: anguli igitur qui sunt ad a, sunt recti per 18 eiusdem. & ob id iam et anguli qui ad b, c, d, signa: sunt recti. Et quoniam angulus a e b rectus est/& angulus qui sub e b g quoq; rectus est: parallelus igitur ẽ g h ipsi a c per 28 primi. & ob id quoq;, a c ipsi f k parallelus est. Similiter quoq; iam ostendemus: q & vtraq; ipsarum g f & h k, ipsi b e d parallelus est. parallelogrãma igitur sunt g d, g c, a k, f b, & h k, æqualis igitur est g f ipsi h k: & g h ipsi f k per 34 primi. Et qm̃





æqualis est a c ipsi b d, sed a c vtriq; ipsarum g h & f k est æqualis/& b d vtrisq; ipsarum g f & h k est æqualis: vtraq; igitur ipsarum g h & f k, vtriq; ipsarum g f & h k est æqualis. æquilaterum igitur est: f g h k quadrilaterum. Dico q; & rectangulum. Quoniam parallelogrammum est g b e a, & angulus a c b rectus est: rectus igitur est & qui sub a g b est ãgulus/ per 34. primi. similiter quoq; ostendemus q; & qui ad h, k, f, anguli consistunt: recti sunt. Rectangulũ igitur est. & circa a b c d circulum: descriptum est. Circa datum igitur circulum: quadratũ describitur. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.



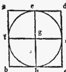
INtra quadratũ assignatum: circulum describere. 8

CAMPANVS. Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi cõuersa 6. Diuido vnumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in pũcto f, b a in puncto g, c b in pũcto h, & d c in pũcto e. & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli. erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi: propter id quod a f & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c ipsi a b. & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales: erũt per 34. primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales. ergo per 9 tertij/ k: est centrum circuli quæsiti.

Eucli. ex Zamb. Problema 8. propositio 8.

In dato quadrato: circulum describere. 8

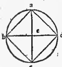
THEON ex Zamberto. Esto datum quadratum a b c d. Oportet iã in a b c d quadrato: circulum describere. secetur per 10 primi/ vtraq; ipsarum a b & a d: bifariam in e, f, signis. & per e: vtriq; ipsarum a b, & d c, per 31 primi/ parallelus excitetur e h. & per f: vtriq; ipsarum a d & b c, per 31 primi/ parallelus excitetur f k. Parallelogrammum igitur est vnumquodq; ipsorũ: a k, k b, a h, h d, a g, g c, b g, & g d. & eorum latera/ videlicet quæ ex opposito/ sunt æqualia: per 34. primi. & quoniam æqualis est a d ipsi a b, & ipsius a d dimidium ẽ a e, & ipsius a b dimidium est a f: æqualis igitur est a e: ipsi a f. quare & quæ ex opposito: per eandem sunt æquales. æqualis igitur est f g: ipsi e g. Similiter quoq; ostendemus q; & vtraq; ipsarum g h, & g k: vtriq; ipsarum f g, et g e est æqualis. Quatuor igitur g e, g f, g h, & g k: sibi inuicem sunt æquales/ per primam communem scientiam. Centro igitur g, spacio vero aut g e, aut g f, aut g h, aut g k, circulus descriptus: transiet etiam per reliqua signa. & tanget a b, b c, c d, & d a rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa e, f, h, k, recti sunt. Si enim circulus/ rectas lineas a b, b c, c d, & d a secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos/ introrsum ipsius circuli cadit. quod est impossibile: per 16 tertij. Cẽtro igitur g, spacio autem aut g e, aut g f, aut g h, aut g k circulus descriptus: ipsas rectas lineas a b, b c, c d, & a d non secat. tangit igitur eas per correlarium eiusdem: & descriptus est. In dato quadrato igitur: & reliqua quæ sequũtur. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

CIrca assignatum quadratum: circulum describere. 9

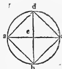
CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsũ: circulum describere. Hęc ẽ quasi cõuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e: quẽ dico esse centrũ circuli. Cũ enĩ lineæ a d, & a b sint æquales: erũt per 5 primi/ anguli a d b & a b d æquales. & quia ãgulus a totalis est rectus: erit per 32 primi vterq; eorum medietas rect. simili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum a prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorum: esse medietatem recti. Quia igitur angulus e a d est æqualis angulo e d a: erit per 6 primi/ linea e a



æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b: & e c æqualis e d. quare/quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales: erit per 9 tertij/e centrum circuli quæsiti. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. propositio 9.

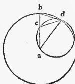
9 ¶ Circa datum quadratum: circulum describere.



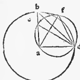
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datū quadratum a b c d. oportet iam circa a b c d quadratum: circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ a c & d b: sese inuicem secent in e. Et quoniam æqualis est d a ipsi a b, communis autem a c: duę igitur d a & a c, duabus b a & a c sunt ęquales/altera alteri. & basis d c: per 4 primi/basi b c est ęqualis. angulus igitur d a c: per 8 primi/ei qui sub b a c est angulo æqualis est. Angulus igitur d a b: bifariam diuiditur sub a c. Similiter iam ostendemus q & vnusquisq; angulorum qui sunt sub a b c, b c d, & c d a: bifariam diuiditur sub a c & d b rectis lineis. Et quoniam angulus d a b æqualis est angulo a b c, & anguli d a b angulus e a b dimidiū est/& anguli a b c dimidium est angulus e b a: angulus igitur e a b angulo e b a est æqualis. quare per 6 primi: & latus e a: lateri e b est æquale. Similiter iā ostēdemus q & vtraq; ipsarum e a & e b rectarum linearum: vtriq; ipsarum e c & e d est æqualis. Igitur e a, e b, e c, & e d: sibi inuicem sunt æquales. Cētro igitur e, spacio vero aut e a, aut e b, aut e c, aut e d, circulus descriptus: transiet per reliqua signa/ & erit descriptus circa a b c d quadratum. describatur sicut a b c d. Circa datum igitur quadratum: circulus describitur: quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

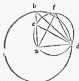
10 DVum æqualium laterum triangulum designare: cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet/reliquo duplus existat.

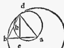


¶ CAMPANVS. ¶ Intentio est describere vnum triangulū duū æqualiū laterū & tertij inęqualis: cuius vterq; angulorū qui super latus quod est reliquis inæquale/existunt/ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum: sumatur linea quęlibet quæ sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secūdi/in puncto c: ita q illud quod fit ex a b in b c sit æquale quadrato a c. Factoq; puncto a centro: secundum ipsius quātitatem describatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d æqualis lineæ a c. & producātur duæ lineæ: d a, d c. Dico triangulum a b d: esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per h huius: triangulo d c a. Quia ergo linea d b est æqualis lineæ a c: erit quod fit ex a b in b c æquale quadrato lineæ b d, quare per vltimam tertij/b d linea: est contingēs circulum d c a, & per 31 eiusdem/ āgulus c d b: est æqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a: erit totus angulus b d a æqualis duobus angulis c a d, c d a. sed per 32 primi/ angulus b c d est ęqualis eisdem: quia extrisecus ad ipsos. ergo b d a: est æqualis angulo b c d. & quia angulus a d b est æqualis angulo a b d per 5 primi/eo q latera a b & a d sunt æqualia: erit angulus b c d æqualis angulo c b d. ergo per 6 primi/linea c d: est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a. ergo per 5 primi/angulus c a d: est æqualis angulo c d a. Quia ergo vterq; angulorum c d b & c d a est æqualis angulo c a d: erit totus angulus b d a duplus ad angulū d a b. & ideo angulus a b d sibi æqualis: duplus est etiam ad angulum b a d, quod est propositum.

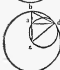


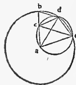
¶ CAMPANI additio. ¶ Forsan dicet aduersarius circulum d c a circunscriptum trigono partiali: secare circulum b d e in aliquo puncto arcus b d, ita q simul secabit lineam b d. vnde ipsa non erit circulo applicata sicut in demonstratione supponitur: sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est: vt ponit aduersarius, & a puncto b ducatur ad ipsum circulum minorē/contingens b f: & ducātur lineæ f a, f d. eritq;





per penultimã tertij/qđ fit ex a b in b c:eq̄le quadrato b f.ergo b f est eq̄lis b d.quare per 5 primi/ãgulus b f d est:equalis ãgulo b d f.& quia per 31 tertij/ãgulus b f a:ẽ eq̄lis ãgulo a d f:erit ãgulus b d f maior ãgulo a d f.qđ ẽ ĩpossibile:cũ ipse sit pars eius. ¶Aliter possumus illud refellere:& ostẽdere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineã b d.Forsan enim diceret:q̄ secaret eam/non secando arcum d b maioris circuli.Si enim possibile est q̄ secet eam:sit hoc in puncto h.eritq̧ quod fit ex a b in b c: æquale ei quod fit ex d b in b h.Monstratum est enim/supra penultimam tertij q̄ si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur:quę sub totis & earum portionibus extrinsecis continẽtur/ æqualia sunt adinuicẽ.& quia quod fit ex a b in b c est equale quadrato b d:erit quod fit ex d b in b h æquale quadrato d b.quod est impossibile:per secundam secundi.quare constat propositum. ¶Et nota q̄ minor circulus necessario secabit maiorem.& abscindet ab eo arcum vnum æqualem arcui b d.& maior abscindet similiter ab eodem vnũ arcum æqualem arcui d c.Quod sic probatur.Si enim minor non secat maiorem:contingit ergo ipsum in puncto d.Et quia per 11 tertij circulorum se contingentiũ centra & punctus contactus sunt in linea vna:erit cẽtrũ minoris circuli in linea a d,propter hoc q̄ in ea est cẽtrũ maioris & pũctus cõtactus.ergo p 30 tertij/ãgulus a c d:est rectus. quare & ãgulus a d b:est rectus.similiter & ãgulus a b d sibi eq̄lis:est rectus.qđ est ĩpossibile per 32 primi. ¶Secet ergo ipsũ in pũctis e,d.dico arcũ e d maioris/esse equalẽ arcui d b:et arcũ c d minoris/esse equalẽ arcui d c.Produco lineas d e,c e et e a.eritq̧ per 26 tertij/ vnusquisq̧ quatuor angulorũ qui sũt d e c, c e a,d a c et a d c,æqualis alij:propter id q̄ duo arcus d c & c a sunt æquales per 27 eiusdem. quare totalis angulus a e d:duplus est ad angulum b a d.& ideo æqualis vtriq̧ angulorum a b d & a d b.Et quia angulus a e d est æqualis ãgulo a d e per 5 primi/propter id q̄ a e & a d sũt æquales/a cẽtro enĩ ad circunferentiã:erunt duo anguli e,d,trianguli a e d æquales duobus angulis d & b trianguli a d b.ergo per 32 primi/ reliquus angulus a vnius:est æqualis reliquo angulo a alterius.Ergo per 25 tertij/arcus e d maioris/est æqualis arcui d b:& per eãdem/arcus e d minoris/est æqualis arcui d c.& hoc est quod proposuimus.

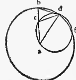




Eucli.ex Zamb. Problema 10.propositio.10.

¶Isosceles triangulum constituere: habens vnumquẽq̧ eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui. 10

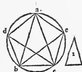
¶THEON ex Zamb. ¶Ponatur quædam recta linea a b:seceturq̧ per 11 secundi in c signo vt sub a b & b c cõprehensum rectangulũ æquũ sit ei qđ fit ex c a quadrato.& cẽtro a,spacio vero a b:p 3 postulatũ circulus describatur b d e.Appliceturq̧ in circulo b d e ipsi a c rectę lineæ nec maiori existẽti diametro ipsius circuli b d e,equalis recta linea b d/per 1 quarti:& connectantur a d & d c.describaturq̧ per 5 eiusdem/circa a c d triãgulum:circulus a c d f.Et quoniã quod fit sub a b & b c rectangulũ equũ est ei quod fit ex a c quadrato(id enim receptum est)æqualis autem est a c ipsi b d:quod igitur fit sub a b & b c/æquum est ei quod fit ex b d.Et quoniam extra circulum a c d f suscipitur signum aliquod b ,& ab ipso b in circulum a c d f ceciderunt duæ rectæ lineæ b c a & b d,q̄ earum vna secat & altera cadit/& id quod fit sub a b & b c æquum est ei quod fit ex b d: igitur per 37 tertij/b d tangit circulũ a c d f. Quoniam igitur b d tangit in d signo/ab ipso autem d contactu dirigitur d c:ãgulus igitur b d c per 32 eiusdem æqualis est ei qui in alterno est circuli segmento/angulo qui sub d a c.Quoniam igitur æqualis est angulus b d c angulo d a c: cõmunis apponatur angulus c d a.Totus igitur angulus b d a:equalis est duobus qui sub c d a & d a c sunt angulis.Sed eis qui sunt sub c d a & d a c æqualis est angulus exterior b c d,per 32 primi.& angulus igitur b d a: æquus est angulo b c d.Sed angulus b d a ei qui sub c b d per 5 primi est æqualis:quoniam latus a d per 15 diffinitionem primi lateri a b est



æquale, quare & angulus d b a: per 1 communem scientiam angulo b c d est æqualis. Tres igitur anguli b d a, d b a, & b c d: sibi inuicẽ sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus d b c angulo b c d: æquale est & latus b d lateri d c. Sed b d: ipsi c a est æqualis per hypothesin. & a c igitur: ipsi c d est æqualis. Quare & angulus c d a: per 5 primi angulo d a c est æqualis. Igitur anguli qui sũt sub c d a & d a c: eius qui sũt sub c a d dupli sunt. Angulus autem sub b c d: angulis qui sunt sub c d a & d a c est æqualis. Et angulus igitur b c d: eius qui est sub c a d anguli duplus est. Aequalis autem est angulus b c d: vtriq; ipsorum sub b d a & d b a angulorum. Et vterq; igitur eorum qui sunt sub b d a & d b a ãgulorũ: eius qui est sub d a b duplus est. Isosceles igitur triangulum constituitur a b d: habens vnumquemq; eorum qui ad basin d b sunt angulorum/duplicem reliqui. quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 11.

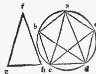
11 INtra datum circulum: ęquilaterum atq; æquiangulum pentagonum describere.



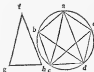
¶CAMPANVS. ¶Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsũ describere pentagonum vnum ęquilaterũ atq; æquiangulũ. Designo triangulum vnum qualem præmissa proponit: qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius: qui sit a b c. sitq; vterq; angulorum a b c & a c b: duplus ad angulum c a b. Vtrumq; eorum diuido per æqualia: ductis lineis b e & c d, eruntq; per 25 tertij/quinq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulũ/adinuicem æquales: propter idq; quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt/sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinq; punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e & e a: erit pẽtagonus a d b c e inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij: cum quinq; arcus quorum eius quinq; latera sũt chordæ/sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem: eo q; quinq; arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt/sunt adinuicem æquales. Sicq; constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema. 11. propositio. 11.

11 ¶In dato circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e. oportet iam in a b c d e circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Ponatur per præcedentem/triangulum isosceles sitq; illud f g h: duplũ habens vnumquemq; eorum qui sunt ad g, h, angulorum/reliqui hoc est eius qui est ad f. Et describatur per 2 quarti/in circulo a b c d e: triangulo f g h, æquiangulum triangulum a c d. Quoniam angulo qui ad f, angulus qui est sub c a d est æqualis/& vterq; eorum qui ad g, h, sunt angulorum/vtriq; eorum angulorum qui sunt sub a c d & c d a est æqualis: & vterq; igitur eorum qui sunt sub a c d & c d a/eius qui est sub c a d duplus est. Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui sunt sub a c d & c d a angulorum/bifariam sub c e, d b rectis lineis: & coniungantur a b, b c, d e, & e a. Quoniam igitur vterq; angulorum qui sunt sub a c d & c d a eius qui sub c a d est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam sub rectis lineis c e & d b: quinq; igitur anguli qui sunt sub d a c, a c e, e c d, c d b, & b d a, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales: in æqualibus circunferentijs deducuntur per 26 tertij. quinq; igitur circunferentiæ a b, b c, c d, d e, & e a: sibi inuicem sunt æquales. Sed sub æqualibus circunferentijs: per 29 eiusdem, æquales rectæ lineæ subtenduntur. quinq; igitur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e & e a: sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum a b c d e. Dico iam q; & ęquiangulum. Quoniam enim circunferentia a b, circunferentiæ d e est æqualis: communis apponatur b c d. tota igitur circunferentia a b c d: toti circunferen-

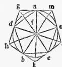


tię e d c b est æqualis.& deducitur quidem super a b c d circumferētia/ angulus a e d;& super e d c b circumferētia/deducitur angulus b a e.& angulus igitur qui sub b a e:ei qui sub a e d est angulo/æqualis est.& ob id vnusquisq; eorum qui sunt sub a b c & b c d & c d e angulorum: vnicuiq; eorum qui sunt sub b a e & a e d angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est:pentagonum a b c d e. ostensum autem est q͂ & æquilaterum. In dato circulo igitur:pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est.quod facere oportebat.

Eucli.ex Camp. Propositio 12.

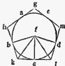


Irca propositum circulum ;pentagonum ęquilaterum atq; ęquiangulum designare. 12



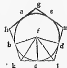
℃CAMPANVS.℃ Sit propositus circulus a b c cuius centrū f. Volo circa ipsū designare pētagonū: æqlaterū atq; æquiangulū. Supra circūferētiā ipsius circuli (quasi secūdū doctrinā pręmissę sibi inscripsisse pentagonū) quinq; pūcta angularia notabo: q̄ sunt a,d,b,c,e:ad quæ a centro ducā lineas f a, f d, f b, f c, f e.& ab eisdē punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranq; partem:quousq; concurrant in punctis g,h,k,l,m.eruntq; hę lineę: contingētes circulum/ per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta cōcursus: ducam a cētro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratū est super penultimam tertij/q͂ si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingētes ad ipsum circulū ducātur/q͂ ipsę erunt æquales:erit linea g a æqualis lineę g d, & h d ipsi h b.& sic de cæteris. At quoniā quinq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulum/sunt adinuicem æquales: erunt p 26 tertij/quinq; anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicē æquales. Sunt autem duo latera a g & f a, triāguli f g a: ęqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d.& latus g f: cōmune.ergo per 8 primi/ duo anguli eorū qui sunt ad f, itēq; duo anguli qui sunt ad g: sunt adinuicem, æquales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad f in triāgulis d f h & h f b, itemq; duo qui sunt ad h: sunt adinuicem ęquales. Similiter quoq; singuli triū reliquorum angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a, & singuli trium qui sunt k, l, m: diuidantur per æqualia. primi quidem: per lineam f k. secundi: per lineā f l. tertij vero: per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi īuicem æquales/& alijs duobus qui sunt a f d & d f b æquales: erunt eorū dimidia quæ sunt decē anguli facti in centro f, adinuicē æqualia. Quia igitur duo āguli a & f triāguli g a f sūt ęquales duob⁹ āgulis a & f triāguli m a f, & latus a f cōmune; erit p 26 primi āgul⁹ g vnius ęqualis āgulo m alterius/& latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit āgulus g in triangulo g f d æqualis angulo h in triangulo d f h:& latus g d æquale lateri d h. Quare/quia g a est dimidiū g m, & g d dimidium g h, & g a & g d sunt æqualia: erunt per communem scientiam g m & g h eorum dupla/æqualia. Similiter quoq; probabimus g m esse æquale m l:& m l ipsi l k, & l k ipsi k h. quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & ęquiangulus. Cū enim duo anguli qui sunt ad g/sint adinuicem æquales/& duo qui sunt ad m similiter adinuicem æquales/& g partialis sit æqualis m partiali (vtrumq; enī probatum est prius) erit per eandem cōmunem scientiā/g totalis ęqualis m totali.& eadem ratione probabis æqualitatē in cæteris angulis. quare est æquiangulus. Sicq; constat propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 12. propositio. 12



℃Circa datum circulum: pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum describere. 12

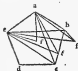
℃THEON ex Zamberto. ℃Sit datus circulus a b c d e. oportet iam circa a b c d e circulum: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti per præcedentem pentagoni angulorum si-



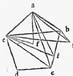
gna,a,b,c,d, e: eo quia per præcedentem a b,b c,c d,d e,& e a circumferentiæ sunt æquales.& per a,b,c,d,e,excitatæ sint per 17 tertij/ipsum circulum tangentes rectæ lineæ:g h,h k,k l,l m,& m g. Sumatur centrum circuli a b c d e:sitq; per primã tertij/illud f.& connectantur rectę lineæ f b, f k,f c,f l,& f d. Et quoniam k l recta linea circulum ipsum a b c d e tangit in signo c,& a centro f in ipsum c contactum annectitur f c: igitur per 18 tertij/f c super k l perpendicularis est.rectus igitur est vterq; eorum qui ad c sunt angulorum. Et per hoc anguli qui sũt ad d, b,signa: recti sunt. Et quoniam angulus qui sub f c k rectus est:quod fit igitur ex f k,æquum est eis quæ fiunt ex f c & c k,per 47 primi.& per hoc/eis etiã quæ fiunt ex f b & b k:æquum est id quod fit ex f k per eãdem. Quæ fiunt igitur ex f c & c k: eis quæ fiunt ex f b & b k sunt æqualia.quorum quod fit ex f c:æquum est et quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ex c k:reliquo quod fit ex b k,est ęquale.ęqualis igitur est b k: ipsi c k. Et quoniam æqualis est f b ipsi f c,& communis f k:duę igitur b k & f k,duabus c f& f k sunt æquales. Et basis b k: basi c k est æqualis. Angulus igitur b f k: per 8 primi/ angulo k f c est æqualis. & angulus b k f:per 4 primi/angulo f k c. Duplus igitur est angulus b f c,eius qui sub k f c est anguli:& angulus b k c,eius qui est sub f k c. Et ob id iam & angulus c f d,eius qui est sub c f l duplus est:& angulus d l c,eius q sub f l c. Et quoniam circumferentia b c æqualis est circũferentiæ c d: æqualis est per 27 tertij/ãgulus b f c angulo c f d.& angulus quidem b f c,eius qui est sub k f c duplus est:& qui sub d f c,eius qui sub l f c.angulus igitur k f c:angulo l f c,est æqualis. Duo igitur iã triangula sunt f k c & f l c:duos angulos duobus angulis æquales habentia/& vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/& eorum cõmune f c.& reliqua igitur latera/reliquis lateribus æqualia habebunt:& reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est k c recta linea ipsi c l:& angulus f k c,angulo f l c. Et quoniam æqualis est k c ipsi c l:dupla igitur est k l ipsius k c.& per hoc igitur ostendetur:q h k: ipsius b k,dupla est. Et quoniam ostensum est q b k ipsi k c est æqualis/& k l ipsius k c dupla est/& h k ipsius b k: igitur h k ipsi k l est æqualis. Similiter iam ostendetur:q vnaquæq; ipsarum g h, g m,& m l,vnicuiq; ipsarum h k & k l est æqualis.æquilaterũ igitur:est pentagonum g h k l m. Aio etiam q & æquiangulum.quoniam æqualis est angulus f k c angulo f l c,& ostensum est ipsius quidem anguli f k c duplum eum esse qui est sub h k l,eius autem qui est sub f l c duplũ eum esse qui est sub k l m: angulus igitur qui est sub h k l, angulo qui est sub k l m est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam:q vnusquisq; eorũ qui sunt sub k h g,& h g m,& g m l, vnicuiq; eorũ qui sũt sub h k l,& k l m est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub g h k,h k l,k l m,l m g,& m g h:sibi inuicem sunt æquales. Aequiangulum igitur:est pẽtagonũ g h k l m.ostensum autem est q & æquilaterum.et describitur circa circulum a b c d e.quod fecisse oportuit.

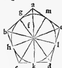
Eucli.ex Camp. Propositio 13.

13 **I**Ntra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatum:circulum describere.



¶CAMPANVS. ¶ Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus(quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile)a b c de. Volo ei iscribere circulũ. Hęc est quasi cõuersa 11. Duos eius propiquos ãgulos qui sũt a & e/diuido per ęqualia:ductis lineis a f,& e f,donec concurrant in pũcto f intra ipsum pẽtagonum,quem dico esse centrũ circuli. Concurrent enim:propter id q dimidium totalis anguli a & similiter totalis ãguli e,minus est angulo recto Si enim intra pentagonum non concurrent :aut extra ipsum pentagonum/aut in latere pentagoni/aut in eius angulo qui vtriq; angulorũ diuersorũ opponitur. Concurrant ergo primo extra in pũcto f:& ducatur linea b f, Et quia duo latera e a,& a f,trianguli e a f sunt ęqualia duobus

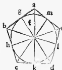




lateribus b a & a f triãguli b a f, & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi/basis e f æqualis basi f b. & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi/f a æqualis f e. quare f a: est æqualis f b. ergo per 5 primi/duo anguli b totalis & a partialis: sunt æquales. Quare a partialis est æqualis vel maior a totali, quod est impossibile. Concurrãt ergo in puncto f super latus b c. eritq; arguendo per præmissas & præmisso modo/angulus a partialis: æqualis angulo a totali. quod est impossibile. Q; si forsan concurrant in angulo c: erit per easdem & eodem modo c b æqualis c a. & ideo adhuc vt prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. ℂ Quod quia esse non potest: sit ergo punctus concursus qui est f, infra pentagonum. a quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m. & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus ãgulis per æqualia diuisis/qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, triãguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, et latus a f cõmune: erit per 26 primi/f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualem f m: sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, et angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi/angulus b partialis/æqualis angulo e partiali. et quia b totalis æqualis est e totali/et e totalis diuisus est per æqualia: erit etiam b totalis diuisus per æqualia. Eodem modo probabis d totalẽ diuisum per æqualia/propter æqualitatem d partialis et a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g et b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h et b trianguli h f b, et latus f b cõmune: erit per 26 primi/f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, et f m sunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secũdũ quantitatẽ vnius earum. & tanget omnia latera pentagoni: propter æqualitatem linearum. et nullum eorum secabit: per primam partem 15 tertij. sicq; constat propositum.

Euch. ex Zamb. Problema 13. propositio 13.

ℂ In dato pentagono æquilatero & æquiangulo: circulum describere. 13

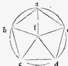


ℂ THEON ex Zamberto. ℂ Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e. oportet iam in pentagono a b c d e: circulum describere. Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui sunt sub b c d & c d e angulorum bifariam: sub rectis lineis c f & f d. et ab f signo in quo concurrunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ c f & d f: coniungantur rectæ lineæ f b, f a, & f e. Et quõ æqualis est b c ipsi c d, cõmunis autem c f: duæ iam b c & c f, duabus d c & c f sunt æquales. et angulus b c f: angulo d c f est æqualis. basis igitur b f: per 4 primi/basi d f est æqualis. & triangulum b c f: triangulo d c f æquale. & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus c b f: angulo c d f. Et quoniam angulus c d e, eius qui sub c d f est anguli duplus est/æqualis autẽ est angulus c d e ei qui sub a b c est angulo/et angulus c d f angulo c b f: angulus igitur c b a, anguli c b f duplus est. æqualis igitur est angulus a b f: angulo f b c. Angulus igitur a b c: bifariam discinditur sub b f recta linea. Similiter quoq; ostendetur q; et vterq; eorum qui sunt sub b a e et a e d angulorum: bifariam discinditur sub vtraq; rectarũ linearum f a et f e. Excitentur per 12 primi/ab f signo in a b, b c, c d, d e, & e a rectas lineas: perpendiculares f g, f h, f k, f l, & f m. Et quoniam æqualis est angulus h c f angulo k c f, est autem angulus f h c rectus angulo f k c recto æqualis/duo autem sunt triangula f h c & f k c duos ãgulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri/& vnum latus vni lateri æquum/cõmune enim eorum f c subtensum sub vno æqualium angulorum: et reliqua igitur latera reliquis lateribus per 26 primi/æqualia

habebunt. æqualis igitur est perpendicularis f h ipsi f k perpendiculari. Similiter quoq; ostendetur: q & vnaquæq; ipsarũ f l, f m & f g, vtricũq; ipsarum f h & f k est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ f g, f h, f k, f l, & f m: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, spatio vero aut f g aut f h aut f k aut f l aut f m, circulus descriptus: per reliqua quoq; veniet signa. Et tanget rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a per correlarium 16 tertij: quoniã anguli qui sunt in g, h, k, l, m, signis/recti sunt. Si enim nõ tanget eas/ sed secabit: continget q a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulũ cadet. quod esse impossibile: ostẽsum est per 16 tertij. Igitur cẽtro f, spatio vero vno ipsorum g, h, k, l, m, signorum descriptus circulus: rectas lineas a b, b c, c d, d e, & e a, minime secabit. tanget igitur eas per correlarium 16 tertij. describatur sicut g h k l m. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus descriptus est. quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp. Propositio 14.

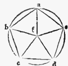
14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æquiangulum: circulum describere.



CAMPANVS. Sit vt prius datus pentagonus: equilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. volo circa ipsum: describere circulum. Hęc est quasi conuersa 12. Duos eius propinquos angulos qui sũt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & f e quousq; concurrant intra ipsum pentagonum in puncto f. concurrent enim & intra pentagonũ: vt probatum est in præmissa. Et a puncto concursus: duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b, f c, f d. & quia duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali / & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis vtrumq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales. quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propositum.

Eucl. ex Zamb. Problema 14. propositio 14.

14 Circa datum pentagonum ęquilaterum & ęquiangulum: circulum describere

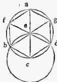


THEON ex Zamberto. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum: a b c d e. oportet iam circa pentagonum a b c d e: circulũ describere. Secetur iam per 9 primi: vterq; eorum qui sunt sub b c d & c d e ãgulorum bifariam: sub vtraq; ipsarum c f & d f. Et ab f signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ: ad signa b, a, e, coniungantur rectæ lineæ f b, f a & f e. Similiter ex præcedente ostendetur: q & vnusquisq; corũ qui sunt sub c b a, b a e & a e d angulorum / bifariam secatur sub vnaquaq; ipsarum f b, f a, & f e rectis lineis. Et quoniam æqualis est angulus b c d angulo c d e, & anguli b c d dimidium est angulus f c d, anguli autem c d e dimidiũ est angulus c d f: & angulus f c d igitur ãgulo f d c est ęqualis. Quare & latus f c lateri f d est æquale. Similiter iam ostendetur: q & vnaquæq; ipsarum f b, f a, & f e, vtriq; ipsarũ f c & f d est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ f a, f b, f c, f d & f e: sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f, & spatio aut f a aut f b aut f c aut f d aut f e, circulus descriptus: veniet per reliqua signa/ & descriptus erit. Describatur & sit a b c d e. Circa datũ igitur pentagonũ quod est æquiangulum & æquilaterum: circulus descriptus est. quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp. Propositio 15.

15 Intra propositum circulum: hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum describere.

¶Ex hoc itaq; manifestum est q latus hexagoni: æquū est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

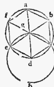


¶CAMPANVS. ¶Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e. volo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrum a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c: facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus punctis b, d. a quibus produco duas diametros in circulo primo: quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim vt demonstrat prima primi/ vterq; triangulorum b e c, c e d: æquilaterus. quare et æquiangulus per 5 eiusdem. ergo per 32 primi/ duo āguli b e c & c e d cum vno æquali vni eorū/ sunt æquales duobus rectis: propter id q quisq; eorū est tertia duorum rectorum. sed ipsi per 13 eiusdem/ cum angulo d e g: sunt æquales duobus rectis. ergo angulus d e g: est æqualis vtriq; eorum. quare per 15 eiusdem/ sex anguli q sunt ad e: sunt adinuicē æquales. ergo per 25 tertij/ arcus in quos cadūt: sunt æquales. quare & eorum chordæ per 28 eiusdem; quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij: propter id quod sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidūt circulū: bini & bini sumpti sunt adinuicem ęquales. vt arcus a f b: arcui f b c. & ideo angulus f qui cōsistit in primo: est equalis angulo b qui cōsistit in secundo. idem in ceteris. quare constat propositum. ¶Correlarium ex hoc patet: q dimidium diametri & latus hexagoni/ sunt latera eiusdem trianguli æquilateri. vt e c & c b & c d.

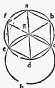
¶CAMPANI additio. ¶Et nota q non proponitur circa propositum circulum/ hexagonum æquilaterum atq; æquiāgulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quēadmodum fecit de triangulo/ quadrato/ & pentagono. non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo/ & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcūq; figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo/ extra et circulum sibi intra & extra/ eisdem medijs/ per quæ hoc in pentageno fecimus. describemus. ¶Nota etiā q omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circūscripta est etiam necessario æquiangula. de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcubus circuli/ quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt/ binis & binis. In hos enim arcus/ ipsius figuræ anguli cadunt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. & ad loca contactus/ facile probabis: si plene intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit. erit enim: vt omnes ipsius figuræ angulos/ lineæ a centro venientes per æqualia diuidant. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius ꝓximis lateribus cum linea ad angulū ab eis contentum/ & cum duobus ad eorum extremitates a centro venientibus: duos triangulos ab eis contentos/ æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus: patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam/ quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia.

Eucli. ex Zamb. Problema. 15 Propositio 15. 15

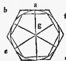
¶In dato circulo: hexagenum æquilaterum & æquiangulum describere.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datus circulus a b c d e f. oportet iā in dato circulo a b c d e f: hexagonum æquilaterū æquiangulumq; describere. Excitetᷓ ipsius a b c d e f circuli dimetiens: sitq; illud/ a d. Sumaturq; per 1 tertij/ centrum circuli: sitq; illud d. & centro g, spacio vero d g: p tertium postulatum circulus describatur c g e h. & coniunctæ rectæ e g & c g extēdātur in b, f, signa: & cōnectātur a b, b c, c d, d e, e f, & f a. Dico q a b c d e f: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam



g signum/centrum est circuli a b c d e f: æqualis est per diffinitionē 15 primi g e ipsi g d. Rursus quoniā d signum/centrum est circuli c g e h: æqualis est per eandē/d e ipsi d g. Sed g e ipsi g d ostēsum est q est æqualis. Igitur g e: ipsi e d est æqualis/per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur: est e g d triāgulum. & tres igitur eius anguli/e g d scilicet/g d e et d e g: sibi inuicem sunt æquales. Quoniā p 5 primi/isoscelium triangulorum anguli qui ad basin sibi inuicem sunt æquales/& trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales per 32 primi: angulus igitur e g d, duorum rectorum tertium est. Similiter quoq ostēdemus: q & angulus d g c, duorum rectorum tertiū est. Et quoniā recta linea c g sup e b stās/p 13 primi vtrobiq āgulos e g c & c g b duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus c g b, tertium est duorum rectorum. anguli igitur e g d, d g c & c g b: sibi inuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad vertecem/hoc est b g a, a g f & f g e: eisdē e g d, d g c & c g b sunt æquales per 15 primi. Sex igitur āguli e g d, d g c, c g b, b g a, a g f, & f g e: sibi inuicem sunt æquales. Aequales autem anguli: super æqualibus circunferentiis subtenduntur/per 26 tertij. Sex igitur circunferētiæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a: sibi inuicē sūt æquales. At sub æqualibus circūferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur per 29 eiusdem. Sex igitur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a: sibi inuicem sunt æquales. equilaterum igitur est a b c d e f hexagonum. Aio quoq q & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia a f æqualis est circunferentiæ e d: cōmunis apponatur circunferētia a b c d. Tota igitur f a b c d: toti e d c b a est æqualis. Et super circunferentia f a b c d: subtenditur angulus f e d. super autem e d c b a circunferētia: subtenditur angulus a f e. Aequalis igitur est angulus a f e: angulo d e f. Similiter quoq ostendetur q & reliqui anguli ipsius a b c d e f hexagoni/hoc est vnusquisq eorum qui sūt sub f a b, a b c, b c d, & c d e, vnicuiq eorum qui sunt sub a e f & f e d angulorum: sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum a b c d e f. Ostensum autē est q & æquilaterū: & descriptū est in circulo a b c d e f. In dato circulo igitur a b c d e f: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

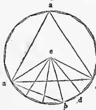


CORRELARIVM. Hic manifestū est q hexagoni latus ei q est ex cētro circuli est æquale. et si per signa a, b, c, d, e, f, circulū tāgentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum/hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex pdictis in pētagono. Et insuper p ea quæ similiter in pentagono dicta sunt: in dato hexagono circulū describemus & circunscribemus. quod facere oportebat.

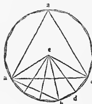
Euch. ex Camp. Propositio 16

16 INtra datum circulum: quindecagonum æquilaterum atq æquiangulum designare.

Deinde circa quelibet circulum assignatum/quindecagonum æquilaterum atq æquiangulum: atq intra datum quindecagonum/circulum describere.



CAMPANVS. Sit datus circulus a b c. volo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum: deinde etiam circūscribere. atq intra talem quindecagonum propositum: circulum describere. Non proponit autem/circa talem quindecagonum/circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius/protraho latus trianguli æquilateri: quod sit a c. & iuxta doctrinam 11 huius latus pētagoni æquilateri atq æquiāguli: quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circūferentiæ tertia/cuius arcus a b est quinta: erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, vel duę quitę arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertijs ipsius quintæ/vel in duabus quintis ipsius tertiæ/siue in duabus quin-



tridecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quę est 5: excedit eius quintã quæ est 3 in duabus vnitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta/ vel duę quintę ipsius quinarij qui est tertia/ siue duæ quintædecimæ ipsius 15 q est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d: patet vtrumq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, vel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circumferentiæ. Subtensis igitur eis/ chordis c d, & d b, coaptatisq; continue intra datũ circulum sibi æqualibus per primam huius: complebitur figura proposita. Cętera vero duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere/ videlicet quindecagonum circulo circunscribere/ ac circulum quindecagono inscribere/ ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

CAMPANI additio. Et nota ꝙ quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere/ & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quę scitur inscribi subtendũtur/ per æqualia/ & a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis: fiet intra circulum figura duplo plurium laterum quæ erit æquilatera per 28 tertij/ ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratum est/ supra 15 huius: ꝙ omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiãgula. Et quia hãc circulo scimus inscribere: sciemus cętera tria per 12, 13 & 14 huius.

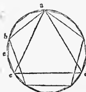
Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum/ & per hexagonum/ dodecagonum/ ac per dodecagonum figuram 24 laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p triãgulum possit vt diximus inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimũ perutile. Et similiter quia scimus & iscribere quadratum sciemus per hoc inscribere octõ figurã cuius laterũ numerꝰ ē pariter par: p pẽtagonũ quoq; scienꝰ decagonũ & figurã 20 laterũ. sicq; cõtinue duplãdo. Idẽ quoq; intellige de qndecagono. p ipm enĩ sciẽt figurę 30 & 60 & oĩm cõtinue duplatorũ laterũ.

Cęterarũ aũt figurarũ de qbꝰ ista nõ docet/ vel q̃ p has nõ hñtur: difficilis ẽ scia & parũ vtilis. vt sũt heptagona/ ennagona/ hẽdecagona. Qd si sciemꝰ triãgulũ duũ æqliũ laterũ designare cuiꝰ vterq; angulorũ ad basin triplꝰ eẽt ad reliquũ: scíremꝰ heptagonũ vt supra pẽtagonũ circulo iscribere. ꝙ si vterq; quadruplꝰ eẽt ad reliquũ: scíremꝰ nonagonũ. & si quintuplus. hendecagonũ. Idẽq; in cęteris figuris imparium laterum: posito vtroq; angulorũ ad basin multiplici ad reliquũ/ per eũ numerũ qui ẽ medietas maximi paris sub ipari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. Problema 16. propositio 16. 16

In dato circulo: quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datꝰ circulꝰ a b c d. oportet iã in a b c d, circulo: qntidecagonũ ęquilaterũ & ęqangulũ describere. Describaẽ i circulo a b c d, triãguli æqlateri latꝰ a c, pẽtagoni vero æqlateri latꝰ a b i arcu a c. Qualiũ igiẽ ẽ circulꝰ a b c d, æqualiũ segmẽtorũ quĩdeci: taliũ quidẽ circũferẽtia a b c, tertiũ existẽs ipsiꝰ circuli/ erit quiq;. Circũferentia autẽ a b, existẽs quĩtũ circuli: erit triũ: reliq̃ igiẽ b c duorũ eqliũ. Seceẽ p 30 tertij b c bifariã i e. vtraq; igiẽ iparũ b e, & e c, circũferẽtiarũ: qntũdecimũ erit ipsius a b c d, circuli. Si igiẽ cõiũgẽtes rectas lineas b e & e c, ipsis æq̃les i cõtinuũ rectas lineas p igrti coaptemꝰ i circulo a b c d: erit i eo descriptũ qntidecagonũ æqlaterũ & ægangulũ: qd facere oportebat. Similiter aũt vt i pẽtagono si p circuli diuisiões/ tãgẽtes circulũ ducemꝰ: describeẽ circa circulũ/ qntidecagonũ æqlateꝝ & æquiãgulũ. & p ostensionẽ similiter in pẽtagonis/ & in dato qntidecagono æquilatero & ęquiangulo: circulum describemus & circunscribemus.



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto, Geometricorum elementorum Liber Quintus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.



1 Pars: est quantitas quantitatis minor maioris / cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars: quãdoq; sumitur proprie. & hæc est quæ aliquoties sumpta/ suum totum præcise constituit: sine diminutione vel augmento. & dicitur suum totum numerare per illum numerũ: secundũ quem sumitur ad ipsius totius constitutionẽ. talẽ autem partem quã multiplicatiuã dicimus: hic diffinit. Quandoq; sumitur cõmuniter. & hæc est quælibet quantitas minor: quæ quotiescunq; sumpta/ suo toto minus aut maius constituit. quã aggregatiuam dicimus: eo q cum alia quantitate diuersa totum suum cõstituat/ per se autem quotiescunq; sumpta fuerit/ non producat.

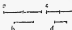
2 Multiplex: est maior minoris quãdo eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars relatiue dicitur ad totũ. & in istis duobus extremis: consistit eorum adinuicem relatio. & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius. vocat autẽ ipsum/ multiplex: propter hoc q minus aliquoties sumptum/ ipsum consistuat. erunt igitur relatiue dicta ad inuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars/ submultiplex: vt patet per eius diffinitionem.

3 Proportio: est duarum quantæcunq; sint eiusdem generis quantitatum/ certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio: est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem/ in eo q earum altera maior aut minor est reliqua vel
sibi æqualis. Non enim solum in quantitatibus reperitur proportio: sed
in ponderibus/ potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs/ Plato.
vult Plato in Timæo esse proportionem: vbi elementorũ numerũ ostẽ- Timæus
dit. In sonis autem esse proportionem: liquet ex musica. Nam (vt vult Boetius.
Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorũq; sonorum/ eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemq; quantitatis. non enim reperitur in aliquibus rebus duabus: nisi in eo q earum vna est reliqua maior/ aut minor/ aut ei æqualis.
Quantitatis autẽ proprium: est secundum ipsam æquale vel inæquale
dici/ vt vult Aristoteles in prędicamẽtis. vnde liquet proportionẽ primo i Aristoteles.
quantitate reperiri/ & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem/ cui similis non sit in aliquibus quantitatibus. propter quod bene dixit Euclides / proportionẽ simpliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdẽ generis adinuicẽ. Cuius diffinitionis intellectus est/ q proportio est habitudo duarum quãtitatum adinuicem: quæ attẽditur in eo q vna earũ est maior aut minor alia/ vel ei æqualis. per qd patet: q oportet eas esse eiusdem generis/ vt duos numeros/ aut duas lineas/ aut duas superficies/ aut duo corpora/ aut duo loca/ aut duo tempora. Nõ enĩ potest dici linea: maior aut minor superficie/ aut corpore. nec tẽpus: loco. sed linea:

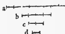
linea.& superficies: superficie. Sola enim vniuoca: comparabilia sunt. ¶Quod autem dicit certa habitudo/non sic intelligas quasi nota vel scita: sed quasi determinata/vt sit sensus. Proportio: est determinata habitudo duarum quantitatum. ita inquã determinata: q̃ hæc & non alia. Non enim est necessarium; vt omnis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis/nec etiam a natura. Nam proportio quædã est discretorum vt numerorum; quædam autem continuorum. In numeris autem/ minor: est pars aut partes maioris/vt demonstratur in septimo. quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At vero in cõtinuis: est proportio magis larga. est enim in eis/vbi minor quãtitas est pars aut partes maioris. & talium omniũ: mediantibus numeris est proportio nota/ quæ & rationalis dicitur. Dicũturq; omnes tales quantitates/cõmunicãtes; quia eas vna & eadem necessario metitur. vnde & omnes numeri: sunt communicantes. omnes enim ipsos metitur vnitas. Est etiam: vbi minor non est pars aut partes maioris. & in talibus: nõ est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq; hæc proportio / irrationalis: & hæ quantitates/incommunicantes. vnde fit vt quæcunq; proportio reperitur in numeris/reperiatur in omni genere continuorum / vt in lineis/ superficiebus/corporibus/& temporibus: non autem e conuerso. infinitæ enim sunt proportiones in continuis repertæ: quas numerorum natura non sustinet. Sed quæcunq; proportio reperitur in vno genere continuorum: eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet qualibet superficies ad aliquã aliam/& quodlibet corpus ad aliquod aliud/similiter & tempus. sed nõ sic: quilibet numerus ad aliquem alium. vnde magis est larga proportio in continuis: q̃ in discretis. Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: q̃ proportionem arithmeticam. omnis enim proportio circa quam arithmetica versatur: rationalis est. geometria vero; rationales & irrationales æqualiter consyderat.



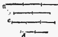
¶Proportionalitas: est similitudo proportionum. 4

¶CAMPANVS. ¶Vt si dicamus q̃ quę est proportio a ad b, ea est etiã c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat: dicitur proportionalitas.

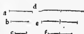
¶Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt/aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt. 5



¶CAMPANVS ¶Supposita diuisione proportionalitatis per cõtinuã & discontinuam: diffinit membra diuidentia/& primo continuam. Immo (vt verius dicã) supposita diuisione proportionaliũ per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit nõ cõtinuã ꝓportionalitatẽ nec cõtinuã/sed cõtinue ꝓportionalia & ĩcõtinue. diffinitio autẽ cõtinuę proportionalitatis & incõtinuæ: satis patet per diffinitionẽ cõtinue ꝓportionalium & incontinue. ¶Continua autẽ proportionalitas: est cum quotlibet quantitatum eiusdem generis in qua proportione prima antecedit secundam/in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem. vt cum dicimus/sicut se habet a ad b: ita b ad c, & c ad d. eritq; qualibet earum / antecedens & consequens: excepta prima quæ est solum antecedens/& vltima quę est tantum consequens. Et in hac quidẽ proportionalitate necesse est omnes quãtitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum: eo q̃ non sit proportio inter quantitates quę sũt generum diuersorum. & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. ¶Incontinua autẽ proportionalitas: est cũ quatuor quãtitatum siue omnes fuerint eiusdem generis/siue duæ primæ vnius & duæ postremæ alterius/in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam. vt cum dicimus/sicut se habet a ad b: ita c ad d. eritq; earum quælibet: aut tantũ antecedẽs aut tantum

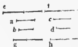


cōſequēs. nec eſt neceſſe vt ſint ōnes quatuor eiuſdē generis ſicut erat in proportionalitate continua: eo q̄ conſequens primæ proportionis non continuatur antecedenti ſecundæ. ſed poſſibile eſt vt ſint eiuſdem generis: & poſſibile eſt/ vt ſint diuerſorum. Sicut enim contingit lineam repetiri duplam ad lineam/ aut triplam: ita ſuperficiem ad ſuperficiem/ & corpus ad corpus/ & tempus ad tempus/ & numerum ad numerum. ℭ Viſo quid ſit continua proportionalitas/ & quid incōtinua: explanemus diffinitionem continue proportionalium præmiſſam. Quantitates (inquit) proportionales continue: ſunt quarū æque multiplicia aut ſibi ſunt æqualia/ aut æque ſibi ſine interruptione addunt/ aut minuunt. verbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a, b, c: ad quas ſumantur d, e, f, æque multiplicia. vt ſicut d eſt multiplex ad a: ita e ſit multiplex ad b, & f ad c. eruntq; omnes in eodē genere. multiplicia enim & ſubmultiplicia: in eodē ſūt genere. ſitq; vt d, e, f aut ſint æqualia adinuicem: aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. ita q̄ ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo: ita e addat ſuper f aut minuat ab ipſo. Cum hæc inquā multiplicia ſic ſe habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autē non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo/ quantum ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem. aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium: æque multiplicia accepta æquis etiam differentijs ſe excedunt. Vnde ſimiliter ſe habēt in addendo & minuendo quantum ad quantitatem exceſſus: nec tamen priores quantitates ſunt continue proportionales. imo minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit/ quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt quantum ad proportionem: ſed ſolum quantum ad quantitatem exceſſus. eſt enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. verbi gratia. ſumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedētes: in medietate videlicet arithmetica/ vt 2, 3, 4. horum trium omnes æque multiplices æqualiter ſe excedunt. dupli quidē binario: tripli ternario. & ſic de cæteris. non tamen ſunt 2, 3, 4 continue proportionalia: imo minorum eſt maior propoſitio. eſt enim ipſorum proportio ſeſquialtera: & maiorum ſeſquitertia. quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas. & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis/ nō intelligi quantum ad quantitatem exceſſus: ſed quantum ad proportionem. erit itaq; ſenſus diffinitionis præmiſſæ. Continue proportionalia: ſunt quorum omnia multiplicia æqualia/ ſunt cōtinue proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem. apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc vt earum multiplicia ſibi inuicem æqualia ſint/ aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim a, & b eſſent diuerſorum generum: eſſent etiam d & e ipſarū a & b multiplicia/ eorūdē diuerſorū generum/ propter hoc q̄ multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdē ſunt generis. quare d non eſſet æqualis e: nec ea maior aut minor. nā quātitates diuerſorum generum: non ſunt adinuicem comparabiles.



6 ℭ Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem vnam/ prima ad ſecundam & tertia ad quartam: ſunt quarū primæ & tertiæ multiplices æquales/ multiplicibus ſecundæ & quartæ æqualibus fuerint ſimiles vel additione vel diminutione vel æqualitate eodem ordine ſumptæ.

ℭ CAMPANVS. ℭ Poſita ſuperius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium. & eſt q. quarūlibet 4 quantitatū quarū primę & tertiæ æque multiplicia ſumpta fuerint/ itemq; ſecundę & quartæ æque multiplicia/ fueritq; multiplex primæ ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additio-



nem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ admultiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam: sicut tertiæ ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d. sumanturq; ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia vtpote dupla quæ sint e & f. Itemq; ad secundam & quartam quę sunt b & d: sumātur alia æque multiplicia vtpote tripla/ quæ sint g & h. sitq; vt hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitatum/ ita videlicet q; e comparetur ad g & f ad h/ nō autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione/ diminutione & æqualitate. videlicet q; si e addit supra g & similiter f addat supra h, aut si e minuit a g & f similiter minuat ab h, aut si e est æqualis g & similiter f sit ęqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d. similitudo autem in addēdo aut diminuendo: intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionalium/ videlicet non quantum ad quantitatem excessus/ sed quātum ad proportionem. Qd autem dicit eodem ordine sumptæ: intelligatur sicut expositum est. videlicet vt multiplicia non referētur adinuicā secundū ordinem earum quantitatū: quibus æque multiplicia assumuntur. vt multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ/ aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: sed referatur secundū primum ordinem ipsarum 4 quantitatum/ videlicet multiplex primæ ad multiplex secundæ/ & multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates. & proportio primę ad secūdam est sicut tertiæ ad quartam; cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam/ itemq; æque multiplicibus ad secūdā & quartam/ erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, sicut multiplicis tertię ad multiplex quartę. Sed nō diffiniuit sub hac forma: propter causam prędictam. licet a parte rei idem sit. Non est autē necessarium vt quatuor quantitates a, b, c, d sint eiusdem generis / eo q; b non continuatur in proportione cum c: sed possunt esse duæ primæ vnius generis/ & duæ sequentes alterius. Per quod patet q; necesse est referri multiplex primæ ad multiplex secundæ/ & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ/ non autem multiplex primę ad multiplex tertiæ/ aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ & tertiæ/ nec multiplex secūdæ & quartæ. fuit autem necesse sumere ęque multiplices ad primam & tertiam/ itemq; æque multiplices ad secundam & quartam/ & non æque multiplices ad primam & secundam/ & itē non æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium sumptionē continuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ/ non erit per quid sit proportio a ad b sicut c ad d.

¶ Quantitates quarum proportio est vna: proportionales nominantur. 7

¶ CAMPANVS. ¶ Postq̃ diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue: diffinit quantitates proportionales simpliciter: & patet diffinitio.

¶ Cū fuerint primæ & tertiæ æquemultiplices/ itemq; secūdę & quartæ æque multiplices/ addetq; multiplex primæ super multiplicē secundæ / non addet autē multiplex tertiæ super multiplicem quartæ: dicetur prima maioris proportionis ad secundam/ q̃ tertia ad quartam. 8

¶ CAMPANVS. ¶ Diffinitis quantitatibus proportionalibus: diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales: inter quas non est similitudo proportionum. quod contingit dupliciter. aut quia maior ē proportio primæ ad secundā q̃ tertiæ ad quartam: aut quia minor. & ideo eius sunt duæ species. Prima: quando maior est proportio primi ad secundum/ q̃ tertij ad quartum. & dicitur hoc: maior improportionalitas

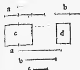
Secunda vero: quando minor est proportio primi ad secundum/q̃ tertij ad quartum. & dicitur minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas. diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartã/non ponit: quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia/& ad secundam & quartam æque multiplicia/& multiplicia primæ & secundæ relata adinuicẽ nõ se habebũt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicẽ in additione/diminutione & equalitate: illę 4. quãtitates erũt iproportionales. Qđ si ita fuerit q̓ multiplex p̃mę sit ęquale multiplici secũdę: multiplex vero tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut q̓ multiplex primæ sit maius multiplici secundę/multiplex autem tertię sit ęquale aut minus multiplici quartæ: aut q̓ multiplex primæ sit maius multiplici secundæ & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ/veruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ q̃ multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut q̓ multiplex primæ sit minus multiplici secundæ & similiter multiplex tertiæ multiplici quartę/veruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus/multiplex primæ multiplici secundæ: q̃ multiplex tertiæ a multiplici quartæ: erit quolibet istorum 4. modorum maior proportio primæ ad secundã/q̃ tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam: q̃ tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ/non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ/de qua loquitur author in diffinitione: latitudinem habet ad istos 4. modos prędictos/& ipsos compræhendit. Vnde sensus istius diffinitionis est. cum sumptis sic multiplicibus vt proponit/fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ q̃ multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam. non diffinuit autem sub hac forma: propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere: q̓ additio multiplicis primæ super multiplex secundę & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ/de qua loquitur in pręmissa diffinitione maioris improportionalitatis/proprie accipitur prout verba diffinitionis sonant. & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet istorũ quatuor modorũ sit maior proportio primæ ad secundã q̃ tertię ad quartã. vnde sensus illius diffinitionis ẽ. cũ sumptis sic multiplicibus vt proponit/si multiplici primæ existente maiori multiplici secũdæ/nõ sit necessariũ q̓ multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tũc erit maior proportio primæ ad secũdã q̃ tertiæ ad quartã. propter hoc autẽ non posuit reliquos tres additionis modos in pręd̄icta diffinitione: quia iste est illis omnibus magis planus/& ad dictã diffinitionẽ sufficiẽs. Nũq̃ enĩ est maior proportio primæ 4. quãtitatũ ad secũdã q̃ tertię ad quartã quin contingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri. quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secũdæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ/non autẽ multiplex tertię super multiplex quartæ. Nec vñq̃ cõtingit hoc repẽrire: quin sit maior proportio primæ ad secũdã q̃ tertiæ ad quartã. vt demõstrabimus infra supra decimã huius. Possunt autẽ esse hæ quãtitates ĩproportionales diuersorũ generũ/sicut & quãtitates incõtinue proportionales: si iter eas fuerit incontinua improportionalitas. vt si dicatur maior est proportio a ad b, q̃ c ad d. Si autem fuerit continua iproportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio a ad b, q̃ b ad c.

		16		18
	1	8	3	9
1	2	4	4	6
		16		24

		18		16		24		15
	1	9	3	8	1	8	3	6
2	2	3	4	4	2	4	4	5
		12		16		16		20

		10		14
	1	5	3	7
3	2	3	4	4
		9		12

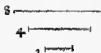
		18		14
4	1	6	3	7
	2	6	4	5
		18		15



9 ¶ Est autem proportionalitas: ad minus inter tres terminos constituta.

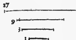
¶CAMPANVS. ¶Postq̃ author diffiniuit proportionem / proportionalitatẽ/& quãtitates proportionales & ĩproportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorũ inter quos proportionalitas potest cõsistere. maximũ autẽ non ponit: quia illũ non cõtingit sumere. potest enĩ proportio quælibet cõtinuari in terminis infinitis/siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatẽ autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes: eo q proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autẽ proportio: habet antecedẽs & consequens. ergo quælibet proportionalitas: habet ad minus duo antecedentia & duo cõsequẽtia. hoc est impossibile fieri in paucioribus q̃ tribus terminis: in quibus medius eorũ/antecedens est & consequens. & ideo proportionalitas erit continua. quare in tribus terminis adminus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus q̃ in 4: eo q in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequẽs. idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua: erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua: ad minus inter quatuor.

¶Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam/proportio primæ ad secundam duplicata. 10



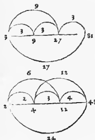
¶CAMPANVS. ¶Diffinit proportionẽ quæ est inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ. & dicit q si fuerit proportio primi ad secũdũ sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/ hoc est ex duabus talibus cõposita. siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata/hoc est in se multiplicata. verbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proporionales: sintq; continue dupli/vt 2, 4, 8. proportio autem primi ad tertium: erit sicut proportio primi ad secundũ in se multiplicata. proportio autẽ primi ad secũdum: est dupla. dupla vero in se multiplicata: producit quadruplã. vnde proportio extremorum: est quadrupla/ videlicet duplum dupli. vel secundũ priorem expositionem/proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

¶Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales: proportio primæ ad quartam/ dicetur proportio primæ ad secundam triplicata. 11



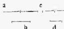
¶CAMPANVS. ¶Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ, & dicit si fuerint quatuor quantitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartam sicut proportio primæ ad secundam triplicata. hoc est ex tribus talibus composita: quoniam tres tales inueniũtur in ea. siue (qđ idẽ est) erit proportio primæ ad quartã sicut primæ ad secundã triplicata/hoc est ĩ se/postea in productũ multiplicata. Verbi gratia ĩ numeris. Sint quatuor numeri cõtinue proportionales: sintq; cõtinue tripli. vt sint 1, 3, 9, 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secũdũ in se/postea in productũ multiplicata. proportio autẽ primi ad secũdũ: ẽ tripla. tripla vero in se multiplicata: producit nõcuplã. & triplaĩ nõcuplã: producit vigincup ãseptuplã. erit itaq; proportio extremorũ vigincuplaseptupla. qđ est triplũ tripli. Vel secũdũ priorẽ expositionẽ/proportio extremorũ est sicut proportio primi ad secundũ triplicata: quia vigincuplaseptupla cõstat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuę proportionalitatis inter plures q̃ quatuor terminos constitutę: propter id q dimẽsiones ĩ rebus naturalibus repertæ: non excedũt ternariũ. Denominatio autem proportionis duarũ quãtitatũ quibus nullum interponitur mediũ: habet naturã lineæ. Earum vero quibus interponitur vnum medium in continua proportionalitate: ha-

bet naturam superficiei/eoquod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Omne autem qd ex multiplicatione lineæ in lineam producitur: naturam habet superficiei. si in se quidem/quadrati: si vero in alteram/parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet solidi. quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se/ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum/ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus. omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in superficiem producitur: crescit in solidum. ¶ Est ergo acsi diceret/proportio duarum quantitatum: est simplex interuallum / & habens naturam simplicis dimensionis vt lineæ. proportionalitas autem trium: est duplex interuallum/& habens naturam duplicis dimensionis vt superficiei. proportionalitas autem quatuor: est triplex interuallum/ & habens naturam trinæ dimensionis vt solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis / aut pluribus constitutæ. vel non diffiniuit proportionem in his: quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata/& in quatuor terminis constat ex eadem triplicata: in quinq; terminis constat ex eadem quadruplicata/& in sex ex eadem quincuplicata. vnde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionem primorũ bis/& in 4 terminis ter: sic in quinq; terminis continebit quater/& in sex quinquies/& ita deinceps. vt semper proportio extremorum in terminis continue proportionalibus totiens contineat proportionem primorum: quot sunt omnes termini minus vno. Similiter quoq; si proportio extremorũ continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ/est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata/& in quatuor in se bis multiplicata: in quinq; terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata/& in sex terminis quater/& sic semper vt termini fuerint duobus plures multiplicationibus/siue vt multiplicationes sint equales medijs extremis interpositis. Et nota q etiam in proportionalitate continua extremorũ proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs: vt ex prædictis apparet. & q proportio extremorum cõtinuę proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur a quadrato/in quatuor vero terminis constitutæ denominatur a cubo: quorum quidẽ quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum. verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli: 3, 9, 27, 81. proportio primi ad secũdum: denominatur a ternario est enim tripla primi vero ad tertium: a nouenario qui est qoadratus ternarij. nam ipsa est nõcupla. At vero proportio primi ad quartum: denominatur a 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ videlicet ternarij. ipsa enim ẽ vigincuplaseptupla. Et proportio extremorum in proportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ: denominatur a superficiali non quadrato/cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum. in quatuor vero terminis constitutæ: denominatur a solido non cubo/cuius tria latera sunt denominationes triũ proportionum. qd etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continue iproportionales / qui sint 2, 4, 12, 48: i quibus proportio primi ad secundum est dupla/secundi ad tertium tripla/& ideo primi ad tertium sexcupla. tertij vero ad quartũ q̃drupla: & ideo primi ad quartũ vigincupla q̃drupla. Senarius ergo q est denominatio proportionis primi ad tertium: est superficialis/cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionũ. 24 vero qui est denominatio proportionis primi ad quartũ: est solidus cuius latera sũt 2, 3, & 4, quę sunt denominationes triũ proportionũ inter illos quatuor terminos existentiũ.

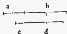


¶ Quãtitates quæ sunt in proportione vna/antecedens ad 12
consequentem et antecedens ad consequentem: dicetur ecõtrario sicut consequens ad antecedentem/ sic consequens ad antecedentem. Itemq́ꝫ permutatim sicut antecedens ad antecedentem: sic etiam consequens ad consequentem.

¶ CAMPANVS. ¶ Diffinit species proportionalitatis: quæ sunt sex, videlicet conuersa/permutata/disiuncta/euersa/& æqua. Sunt autem hæ species: quasi quidam modi arguẽdi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam; in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundũ substantiam (quod nõ est in disiuncta/cõiuncta aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur vt in æqua. Vocat autẽ antecedens: primum extremum proportionis, consequens vero: vocat secũdum. Vult itaqꝫ per hanc diffinitionem/ q si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, videlicet vt faciam de antecedentibus consequentia/ & de consequentibus antecedentia: q iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue cõuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d/ ergo a ad c sicut b ad d, videlicet vt ambo extrema primę proportionis fiant antecedẽtia/ambo extrema secũdæ/consequentia: vult q iste modus arguẽdi vocetur proportionalitas permutata & in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis/consequens primæ: & cõsequens primæ/antecedens secundæ.

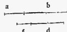


¶ Cõiuncta vero proportionalitas: dicitur quoties sicut an- 13
tecedens cum consequente ad consequens/ sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.



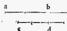
¶ CAMPANVS. ¶ Diffinit coniunctam/disiunctam/& euersam; in quibus etiam nihil extra sumitur/ sed termini nõ manent in ipsis ijdem secundum substantiam. & vult q si ita fuerit vt sit a ad b sicut c ad d/ & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b sicut totius c d ad d: q iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

¶ Disiuncta vero proportionalitas: dicitur augmentorũ an- 14.
tecedentium supra consequentia æqua comparatio.



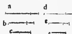
¶ CAMPANVS. ¶ Vult q si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d: q iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.

¶ Euersa proportionalitas: dicitur quorumlibet anteceden- 15
tium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.



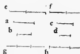
¶ CAMPANVS. ¶ Vult q si fuerit a b ad b sicut c d ad d/ & ex hoc ego concludam ergo a b ad a sicut c d ad c: q iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

¶ Aequa proportionalitas: dicitur quantitatibus plurimis 16
propositis/ alijsq́ꝫ secũdũ eundẽ numerum in vna proportione applicatis/ mediorum æquali numero remoto/ vtrorumq́ꝫ summorum similitudo proportionum.



¶ CAMPANVS. ¶ Diffinit æquam proportionalitatem; quę ad probãdum propositum ad extra sumitur. & vult q si sumantur quotlibet quãtitates vt a, b, c, itẽq́ꝫ totidẽ aliæ siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius vt d, e, f, fuerintq́ꝫ secunde in proportione primarũ siue eodẽ ordine vt si dicatꝰ a ad b sicut d ad e & b ad c sicut e ad f, siue ordine cõuerso vt si dicatur a ad b sicut e ad f & b ad c sicut d ad e, & ex hoc cõcludatꝰ ergo a ad c sicut d ad f: q iste modꝰ arguẽdi vocetꝰ ęq̃ ꝓportiona-

litas. ¶ Horũ autem sex modorũ arguẽdi qui dicuntur species proportionalitatis: quatuor probat author in littera infra in isto quito. Permutatam quidem proportionalitatem: probat in 16 huius. disiunctam vero: in 17. coniunctam: in 18. æquamvero proportionalitatem: demonstrat in 22 & 23. sed in 22: cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sũt proportionales. in 23 vero: cũ et sũt ꝑportionales ordie cõuerso. Cõuersã vero ꝑportionalitatẽ aut euersã non demonstrat: eo ꝙ conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autẽ patet ex permutata adiuuante 19 vt super eadẽ 19 sumus dicturi. ¶ Qualiter autem conuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit: demonstremus nunc. Sit ergo proportio a ad b: sicut c ad d. volo ergo demonstrare ꝙ erit b ad a: sicut d ad c. Sumanẽ e ad a, & f ad c, æque multiplicia: similiter quoq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. eritq; per conuersionem diffinitionis quantitatum incontinue proportionalium: vt e & g itemq; f & h similiter se habeant in additione/diminutione & æqualitate. intelligo tunc b primum/a secundum/d tertium/c quartum. sumptaq; sunt ad primũ & tertium: g & h æque multiplicia. Itemq; ad secundum & quartum: e & f æq̃ multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicibus tertij & quarti quæ sunt h & f adinuicem in additione/diminutione & æqualitate: erit per dictam diffinitionẽ/proportio b primi ad a secundum sicut c tertij ad d quartum. quod est ꝓpositum. Cõstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. ¶ Hui9 autẽ quinti libri principia plurimis difficillima esse videntur: & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat/magis ab intellectu distantia. Nihil enim videtur intellectui imediatius adhęrere: q̃ ꝙ duarum quarũlibet quantitatum æqualiũ sit ad tertiam quãlibet vna proportio: qđ tamen huius quinti septima demonstrat/ex diffinitiõe incontinuæ proportionalitatis/quæ ab intellectu primo videtur q̃plurimũ esse remota. quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquã tertiam/eandem esse proportionem concedat: q̃ q̃tuor quãtitatũ si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secũdæ & quartę æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione diminutione & æqualitate/esse proportionem primæ ad secundam sicut tertię ad quartam? Verum si subtiliter intuemur/liquido constabit non posse vni intellectui ꝙ proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam sit vna: nisi per quid est esse proportionem vnã. si enim quis ignoret quid est esse proportionem vnam eandem proportionem alteri: quomodo cognoscet duarum quantitatum æqualium esse eandem proportionem ad tertiam? Indiget igitur procuídubio intellectus anteq̃ illam quæ videbatur cõceptibilis propositio/appræhendat: huius rei quæ ꝑ ipius diffinitionem habebitur cognitione. postmodum vtrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat: pertractatione. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire: cõcludetur propositum. sin autem: oppositum. Non est igitur immediata propositio: quã superficialis appræhensio immediata iudicauit. ¶ Similiter quoq; immediatius iudicat prima appręhensio adhęrere intellectui ꝙ duarum quantitatum inæqualium maior est proportio maioris earũ ad aliam q̃ minoris ad eandem/quam demonstrat 8 huius: q̃ ꝙ 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartã. cũ multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter sumptis/itemq; alijs ad secundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundæ/ & multiplex tertiæ non addit super multiplex quartæ. ex quo quæ prædicta est ꝓpositio demonstratur. sed similiter nec ipsa potest intelligi: nisi per quid est esse proportionem maiorem. ¶ Igitur oportuit Euclidẽ: quæ quantitates dicũtur proportionales/& quę improportionales diffinire. Proportionales autem: sunt quarum proportio vna est. & improportionales: quarum proportiones diuersæ. Itaq; diffiniuit quam

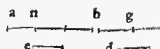


titates quarum proportio vna est. & eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs/ quas vocant continue proportionales. & dixit hanc ꝓportionalitatem/ in tribus terminis ad minus existere/ propter hoc ꝙ vnum saltem bis sumendum est medium. et eas in quibus accidit interruptio mediorum/ & hec sunt incontinue proportionales. & hæ proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos/ propter alterius medij sumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ sunt improportionales: quarum est maior vna proportio q̃ sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis: tunc facile esset intellectu cognoscere q̃ proportiones essent vna & quę diuersæ. Quę enim haberent vnam denominationem: essent vna. quæ autem diuersas: diuersæ. hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica: quoniã omnium numerorũ proportio scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secũdo arithmeticæ suæ diffiniens quæ proportiones sunt eędem & quæ diuersæ: dicit easdẽ esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem vero/ quæ maiorem: & minorem/ quæ minorem. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales: quarum denominatio scibilis non est. quare cum Euclides cõsideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales vel irrationales quoniam considerat proportionem repertam in continuis quæ communis est ad illas: non potuit diffinire identitaté proportionum p identitatem denominationũ sicut arithmeticus/ eo ꝙ multarum propotionum (vt dictum est) sunt denominationes simpliciter ignotæ/ diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis. vnde malicia proportionum irrationalium: coegit Euclidem tales diffinitiones ponere.

Quia ergo non potuit (vt patet ex p̃missis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum p identitatem habitudinum/ siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & incommensurabilitatem terminorum: coactus est refugere ad terminorum multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis ęquis nume ositatibus sumptorũ/ p quod ad naturam irrationalitatis reducuntur: propositam diffinitionẽ veneretur. nihil enim in q 10cũq; inequalitatis genere/ terminis magis idẽq; eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus: q̃ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quantitatum eiuldẽ generis certa habitudo cõsiderata in eo ꝙ sũt æquales aut altera maior: ideo identitas proportionum existẽtium ĩter primam 4 quãtitatum ad secundam & tertiam ad quartam / est similis æqualitas primæ ad secundam/ & tertiæ ad quartam / aut similis maioritas / aut similis minoritas. hęc autem similis æqualitas / aut similis maioritas/ aut similis minoritas tũc est iter quatuor quaslibet quantitates: cum est inter oẽs earum æqualiter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diffinitione/ quantitates quę dicunt cõtinuam proportionalitatem habere sũt quarũ æque multiplicia aut ęqua sunt aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuunt: est ac si diceret / omnes illas quantitates voco continue proportionales (qd est eas similiter esse æquales cõtinue/ & similiter cõtinue esse maiores/ & similiter cõtinue esse minores) quarum omnes æque multiplices/ aut sibi inuicem sũt/ similiter cõtinue æquales/ vel similiter continue maiores/ vel similiter continue minores/ quod est etiam ipsas multiplices esse continue proportionales. quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat: eas dico non esse continue proportionales. ¶ Quod autẽ dicit in sexta diffinitione. Quantitates quæ dicũtur esse secũdum proportionem vnam prima ad secundam & tertia ad quartam &c. est ac si diceret omnes 4 quãtitates voco incontinue proportionales/ & se habere primam ad secũdam sicut tertia se habet ad quartã/ quod est primam ad secũdam/ & tertiam ad quartam similiter se habere in æquando aut addẽdo aut minuẽdo) quarũ omnes æque multiplices primę & tertiæ ad oẽs æque multiplices secũdæ & quartæ similiter se habẽt aut ĩ æquãdo aut addẽdo aut minuẽdo. quod est etiam multiplices primę in

eadem proportione se habere ad multiplices secūdæ: in qua multiplices tertiæ se habent ad multiplices quartæ. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus: dico non esse proportionem primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione: est ac si diceret/ maiorem proportionem voco 4 quantitatum primæ ad secundam q̄ tertiæ ad quartam (quod est primam magis excedere secūdam q̄ tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit sup aliquam ex multiplicibus secundæ/ aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundum numerationem multiplicis primæ/ non addente super aliquem ex multiplicibus quartæ sumpta secundum numerationem multiplicis secūdæ. quod est esse maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem secundę: q̄ multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

¶ Diffinitiones autem istas nisi sūt aliqui demonstrare: quorū Ametus filius Ioseph tētauit eas demōstrare in epistola sua quā de proportiōe & proportionalitate composuit. & accepit tria per modum positionis tanq̄ principia: quæ [illegible] icit esse per se nota & probatiōe nō indigere. Quorū primum est q̄ si fuerint 4 quātitates/ quarum sit proportio primæ ad secūdam sicut tertiæ ad quartam: erit econuerso proportio secūdæ ad primā sicut quartæ ad tertiam. & hic est modus arguendi: quem vocauit superius Euclides cōuersam proportionalitatem. Et errauit/ quoniā dixit propositionem esse p se notam: cuius tamen antecedēs & cōsequēs sūt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionem primæ quātitatis ad secūdā sicut tertiæ ad quartā. quare hoc ignoto posito: īpossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoq; quia cōsequēs est ignotū: impossibile est itelligere quid ad ipsam antecedat. Secundū principiū eius fuit/ q̄ si fuerint 4 quātitates quarū sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam: si prima sit maior secunda/ erit tertia maior quarta. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. Tertium fuit q̄ si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartā: erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ/ sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum: quod accidebat in primo. accepit enim in omnibus ignota similiter/ tanq̄ nota. quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in tertia & in quinta. in quarum qualibet arguit ex 8 vel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic. si proportio a b ad e est maior q̄ g ad d: sit ergo vt n h partis a b ad e sicut g ad d. per quod apparet ipsū supponere q̄ duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarū ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam optinet proportionem. vel q̄ quantitas quæ ad e habebit minorem proportionē q̄ habeat a b: erit minor a b. quorum primum demonstrat 8 huius. & secundum: 10. Nam cū vult is sumere quātitatem quę se habeat ad e in proportione g ad d: dabo tibi maiorē aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut voluero. quare aut nō demōstrat/ aut accidit sibi circulus/ & pincipia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cū Euclide principia tanq̄ nota. & non ipsa ex conclusionibus: sed conclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS EX TRADItione Theonis Græci commentatoris, Bartholomęo Zamberto Veneto interprete geometricorum elementorum liber quintus.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.



Ars:eſt magnitudo magnitudinis 1
minor maioris/ quando minor metitur maiorem.

¶ Multiplex autem:maior minore/ 2
quando eam metitur minor.

¶Ratio:eſt duarum magnitudinũ 3
eiuſdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo.

¶Proportio vero:eſt rationũ iden- 4
titas.

¶Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur: 5
quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere.

¶In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe/prima ad 6
ſecundam & tertia ad quartam:quãdo primæ æque multiplicia/ſecũdæ & quartę æque multiplicia iuxta quãuis multiplicationem vtraq̧ vtraq̧ vel vna excedunt vel vna æquales vel vna deficiunt ſumptæ adinuicem.

¶Eandem autem habentes rationem magnitudines: pro- 7
portionales vocentur.

¶Quando vero æque multiplicium multiplex primi exceſ- 8
ſerit multiplex ſecũdi/multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti:tũc primum ad ſecundum maiorẽ rationem habere dicetur/q̃ tertium ad quartum.

¶Proportio autem in tribus terminis:minima eſt. 9

¶Quando tres magnitudines proportionales fuerint: pri- 10
ma ad tertiam duplicem rationem habere dicetur q̃ ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint & ſemper ordinatim vna plus:prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur q̃ ad ſecundam/ex quo fuerit proportio extenſa.

¶ Similis rationis magnitudines dicuntur: antecedentia 11
antecedentibus & conſequentia conſequentibus.

¶Conuerſa ratio:eſt acceptio antecedentis ad antecedens: 12
et conſequentis ad conſequens.

¶Permutata ratio:eſt acceptio conſequentis tanq̃ antecedẽ 13
tis ad antecedens tanquam ad conſequens.

¶Compoſita ratio:eſt acceptio antecedentis cũ conſequen 14

te ſicut vnius:ad ipſum conſequens.

15 ¶Diuiſa ratio:eſt acceptio exceſſus quo excedit antecedēs ipſum conſequens:ad ipſum conſequens.

16 ¶Conuerſio rationis:eſt acceptio antecedētis ad exceſſum quo excidit antecedens ipſum conſequens.

17 ¶Aequa ratio:eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine cum duabus ſumptis & in eadem ratione quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum/ſic in ſecundis magnitudinibus primum ad vltimum. Vel aliter. Acceptio extremorum per ſubtractionem mediorum.

18 ¶Ordinata proportio:eſt cum fuerit antecedens ad conſequens & conſequens ad rem aliam:ſicut conſequens ad rem aliam.

19 ¶Inordinata proportio:eſt cum fuerit antecedens ad conſequens ſicut antecedens ad conſequens/& conſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedens.
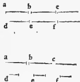
20 ¶Extenſa proportio:eſt quando fuerit ſicut antecedens ad conſequens ſic antecedens ad conſequens/fuerit autem & ſicut conſequens ad rem alia ſic conſequens ad rem aliā.

21 ¶Perturbata autem proportio:eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine/ fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedēs ad conſequens ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens conſequens:ſicut autem in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam:ſic in ſecundis res alia ad antecedēs

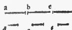
Eucli.ex Camp. Propoſitio.1



SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æque multiplices/ aut ſingulæ ſingulis æquales:neceſſe eſt quemadmodum vna illarum ad ſui comparem:totū quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.



¶CAMPANVS. ¶Sint quotlibet quātitates quæ ſint a,b,c:aliarū totidem quæ ſint d,e,f, æque multiplices/ vnaqueq; ad ſui cōparem/aut ſingulę ſint ſingulis æquales.ita videlicet q ſicut a eſt multiplex d:ita b eſt multiplex e,& c multiplex f.vel ſi a eſt æqualis d:q ſimiliter b ſit æqualis e & c æqualis f,dico q ſicut ſe habet a ad d:ita ſe habet aggregatū ex omnibus quæ ſunt a,b,c ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt,d, e,f. ¶Q2 ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales:patet propoſitum per hanc communem ſcientiam/ſi æqualibus æqualia addanť/tota quoq; erunt æqualia.Si autem ſint omnes ſuis cōparibus æque multiplices:diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium/erit aggregatum ex prima parte a & prima b,& prima c,æquale aggregato ex d,e,f,per prędictam communem ſcientiam adiuuante hac/quę eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia.Similiter quoq; aggregatum ex ſecūdis partibus quā



titatum a,b,c:erit æquale aggregato ex d,e,f.sicq; de cęteris.& quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a:erit vt æquale aggregatum ex d,e,f totiẽs contineatur in aggregato ex a,b,c quotiẽs d,continetur in a.Quia ergo quotiens d numerat a,totiens aggregatum ex d,e,f,numerat aggregatum ex a,b,c:patet q; sicut a est multiplex ad d,ita aggregatum ex a,b,c,aggregati ex d,e,f.quod est propositum.

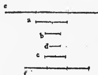
Eucli.ex Zamb. Theorema.1. Propositio.1

¶Si fuerint quælibet magnitudines quarũlibet magnitudinum æqualium numero/singulę singularum æque multiplices:quotuplex est vnius vna magnitudo/totuplices erunt & omnes omnium. 1

¶THEON ex Zamb. ¶Sint quælibet magnitudines a b,c d:quarũcũq; magnitudinum e,f,æqualium numero/æque multiplices/singulæ singularũ.Dico q; quotuplex est a b ipsius e:totuplices erunt a b & c d,ipsarum e,f.Quoniam enim æque multiplex est a b ipsius e,& c d ipsius f:quotcunq; igitur magnitudines sunt in a b æquales ipsi e,totidẽ & in c d sũt æquales ipsi f.Dirimatur quidẽ a b,in magnitudines æquales ipsi e,hoc est a g & g b:& c d in ipsi f æquales magnitudines/hoc est c h,& h d,Erit nimirum multitudo ipsarum c h & h d multitudini ipsarũ a g& g b æqualis.Et quoniã æqualis est a g ipsi e,& c h ipsi f:& a g & c h,ipsis e,f sũt ęquales.& per hoc quoniã æq̃lis est g b ipsi e,et h d,ipsi f:& g b & h d ipsis e f.Quotcunq; igitur sũt in a b æquales ipsi e:tot & in ipsis a b & c d,sunt æqualia ipsis e,f.quotuplex igitur est a b,ipsius e:totuplices sunt a b & c d,ipsarũ e,f.Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarũcunq; magnitudinum æqualium numero singulę singularũ æquemultiplices:quotuplex est vna magnitudo vnius/totuplices erunt & omnes omnium.q; demonstrasse oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio.2

SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secũdam atq; tertia ad quartam æque multiplices/quinta vero ad secundam atq; sexta ad quartam æque multiplices: totum primę & quintæ ad secundam/totumq; tertiæ & sextæ ad quartam ęque multiplicia esse conueniet. 2

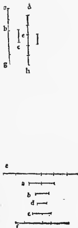


¶CAMPANVS. ¶Sint sex quantitates:a prima/b secunda/c tertia/d quarta e quinta/f sexta.Sintq; a & c:æque multiplices ad b/& d.Itemq; e,& f:sint æque multiplices ad easdem.Dico q; sicut totum aggregatũ ex a & e,est multiplex ad quantitatem b:ita totum aggregatum ex c & f,est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a,est æqualis numero secundum quem d continetur in c,similiter quoq; numerus secundum quem b continetur in e,est æqualis numero secundum quem d continetur in f:erit per communem scientiam quę est si æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erũt ęqualia/numerus secundum quẽ b continetur in aggregato ex a & e,ęqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f.quare sicut aggregatum ex a & e:est multiplex ad b:ita aggregatum ex c & f.est multiplex ad d.quod est propositum.

Eucli.ex Zamb.Theorema.2 Propositio.2

¶Si prima secundæ æque fuerit multiplex& tertia quartę/fuerit autẽ & quinta secundæ æque multiplex & sexta quartæ:& composita prima & quinta,secundæ æque multiplex erit/& tertia & sexta quartæ. 3

¶THEON ex Zamberto. ¶Prima inq̃ a b, secundæ c æque multiplex esto: & tertia d e, ipsius f quartæ. sit autem & quinta b g, secundæ c ęque multiplex: & sexta e h, ipsius f quartæ. Dico ꝙ composita prima & quinta a g, ipsius c secundæ æque multiplex erit: & tertia & sexta d h, ipsius f quartæ. Quoniam enim æque multiplex est a b ipsius c, & d e ipsi⁹ f: quot magnitudines igitur sunt in a b, æquales ipsi c, totidem magnitudines sunt & in d e, æquales ipsi f. ac per hoc/ & quot sunt in b g, æquales ipsi c: tot etiam sunt in e h, æquales ipsi f. Quot igitur sunt i tota a g, æquales ipsi c: tot sunt in tota d h, æquales ipsi f. Quotuplex igitur ẽ a g, ipsius c: ꝑ p̃cedens/ totuplex est d h, ipsius f. Et cõposita igitur prima & quinta a g, ipsius c secundæ æque erit multiplex: & tertia & sexta d h, ipsius f quartæ. Si prima igitur secundæ æq̃ fuerit multiplex & tertia quartæ/ fuerit autem & quinta secundæ æque multiplex & sexta quartæ: & cõposita prima & quinta/ secundæ æque multiplex erit/ & tertia & sexta quartæ, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3.
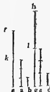
3 SI fuerint primum secundi & tertium quarti æque multiplicia/ ad primum vero & tertium multiplices sumantur æquales: erunt multiplex primi ad secundum/ atꝗ multiplex tertij ad quartum ęque multiplicia.

¶CAMPANVS. ¶Sint sex quantitates: a prima/ b secunda/ c tertia/ d quarta/ e quinta/ f sexta. sintꝗ a ad b & c ad d, itemꝗ e ad a & f ad c: æq̃ multiplices. Dico ꝙ sicut e est multiplex ad b: ita f ad d. Diuidatur enim e secundum quantitatem a sui submultiplicis: & f secundum quantitatẽ c. eritꝗ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, vt quęlibet partium e sit ita multiplex ad b: sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars f est multiplex ad d, itemꝗ sicut secunda pars e est multiplex ad b ita secunda f ad d: ergo erit per præmissã vt aggregatũ ex duabus primis ptibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d: erit per eãdem vt totum aggregatum ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatũ ex tribus primis partibus f ad d. Sicꝗ (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus: concludes ꝙ sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per pręmissam totiens sumptam quot fuerint partes in e aut in f, minus vna. sicꝗ patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 ¶Si primum secundi æque fuetit multiplex & tertium quarti/ sumantur autem æque multiplicia primi & tertij: & æque sumptorum vtrumꝗ vtriusꝗ æque erit multiplex / alterum quidem secundi/ alterũ autem quarti.

¶THEON ex Zamberto. ¶Primũ inq̃ a, secundi b, æque sit multiplex: & tertium c, ipsius d, quarti. sumanturꝗ ipsorum a, c æque multiplicia e f, & g h. Dico ꝙ æque multiplex est e f, ipsi⁹ b: & g h, ipsius d. Quoniã enim æque multiplex est e f ipsius a, & g h ipsius c: quot igitur sũt magnitudines æquales in e f, ipsi a, tot etiã sunt magnitudines in g h, ęquales ipsi c. Dirimatur quidem e f, in magnitudines æquales ipsi a: hoc est e k, & k f. & g h, i æquales ipsi c: hoc est g l, & l h. erit vtiꝗ æqualis multitudo ipsorum e k, & k f: multitudini ipsorum g l, & l h. Et quoniam ęq̃ multiplex est a ipsius b, & c ipsius d, æqualis autem est e k ipsi a, & g l ipsi c: æque igitur est multiplex e k ipsius b, & g l ipsius d. Ac ꝑ hoc iam æque multiplex est k f, ipsius b: & l h, ipsius d. Quoniam igitur primum e k ipsius b secundi æque est multiplex & tertiũ g l ipsius d quar-





ti/est autem & quintum k f ipsius b secundi æque multiplex & sextũ l h ipsius d quarti:& compositum igitur per 2 quinti primum & quintũ e f ipsius b secundi æque est multiplex/& tertium & sextum g h ipsius d quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiũ quarti/ sumanturq; primi & tertij æque multiplicia: & æque sumptorum vtrũq; vtriusq; æque erit multiplex/alterum secundi/ alterũ autem quarti. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum/ad primum autem et tertium æque multiplicia assignẽtur/itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales: erunt assignatę multiplices eodem ordine proportionales. 4



¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a primi ad b secũdũ: sicut c tertij ad d quartũ. sumanturq; e ad a,& f ad c, æque multiplicia: itẽq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico q proportio ę ad g: est sicut f ad h. Sumam k ad e,& l ad f, æq̃ multiplicia: itẽq; m ad g,& n ad h, æq̃ multiplicia. Et quia e et f sunt æque multiplicia ad a et c, itemq; k et l æque multiplicia ad e et f: erunt per præmissam k et l, æque multiplicia ad a et c. per eandem quoq; erunt m et n: æque multiplicia ad b et d. Quare per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis/k ad m, et l ad n: similiter se habebunt in addendo/diminuendo et æquando. Quia ergo k et l sunt æque multiplicia ad e et f, itemq; m et n æque multiplicia ad g et h: erit per diffinitionem incontinuę proportionalitatis/ proportio e ad g sicut f ad h. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

¶Si primum ad secundum eandem habuerit rationem/& tertium ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem habebunt rationem sumpta adinuicem. 4

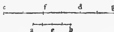
¶THEON ex Zamb. ¶Primũ enim a ad scd̃m b eãdẽ habeat rõnẽ: quã tertiũ c ad quartũ d. Et sumantur qdẽ ipsorũ a, c: ęque multiplicia, e, f: et ipsorũ b, d, alia vtcũq; multiplicia, g, h. Dico q sicut se habet e ad ipsũ g: sic se habebit f ad ipsũ h. Sumãt enim ipsorũ e, f, æq̃ multiplicia k et l: et ipsorũ g, h, alia quæ vtcũq; sint æq̃ multiplicia/hoc est m et n. Et quoniã æque multiplex est e ipsius a, et f ipsius c, suscipianturq; ipsorũ e, f, ęque multiplicia k et l: igitur k per 3 quinti æque multiplex est ipsius a, et l ipsius c. et propterea/æque multiplex est quoq; m ipsius b: et n ipsius d. Et quoniam est vt a ad b sic c ad d, et sumũtur ipsorum a, c, æque multiplicia k, l, ipsorum autem b, d, alia quæ vtcũq; sunt æque multiplicia/hoc ẽ m, n: (si enim excedit k ipsũ m: excedit & l ipsũ n, & si æquale: ęquale. & si minus: minus) p 6 diffinitionem in eadẽ ratione magnitudines esse dicũtur. Sunt autem k, l, ipsorum e, f, æque multiplicia: & m, n, ipsorum g, h, alia quæ vtcunq; æque multiplicia sunt. Est igitur vt e ad g: sic f ad h. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiũ ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/eandem rationem habebunt sumpta adinuicem/per 6 diffinitionem quĩti. Quod oportebat demonstrare.

¶LEMMA siue assumptio. ¶Quoniam igitur demonstratum est q si excedit k ipsum m excedit quoq; & l ipsum n, & si æquale æquale/& si minus minus/manifestũ autẽ est q si m ipsũ k excedit & n excedit ipsum l, & si æquale æquale/& si minus minus/ ac per hoc erit vt g ad e sic h ad f: (CORRELARIVM) hinc manifestum est q si quattuor magnitudines proportionales fuerint: & econtra quoq; proportionales erunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 SI fuerint duæ quantitates quarum vna sit pars alterius, minuaturq; ab vtraq; ipsarũ ipsa pars: erit reliquum reliquo atq; totum toti æque multiplex.

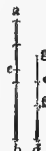
¶Vel sic. minuaturq; ab vtraq; ipsarum, ipsa pars aliquot a: erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.



¶CAMPANVS. ¶Sit quãtitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b: minuaturq; a b ex quãtitate c d, & sit residuũ f c, eritq; f d æq̃lis a b. similiter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b: sitq; residuũ e a. Dico q quota pars est quantitas a b quantitatis c d: tota est quantitas a e quantitatis c f. Cum enim f d sit æqualis a b: erit f d ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem a e: sicut f d est multiplex e b. eritq; ex prima huius, quãtitas f g ita multiplex a b: sicut f d est multiplex e b. & quia sic fuit c d multiplex a b, sicut f d fuit multiplex e b: erit vtraq; duarũ quantitatum c d, f g, æque multiplex quantitatis a b. quare per communem scientiam: c d & f g sunt æquales adinuicem. dempta igitur ab vtraq; earum, quantitate f d: erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b: erit c f ita multiplex a e, sicut tota c d totius a b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

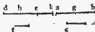
5 ¶Si magnitudo magnitudinis ęque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex quotuplex tota totius est multiplex.



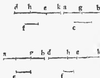
¶THEON ex Zamb. ¶Magnitudo inq̃ a b, magnitudinis c d æque multiplex esto: atq; & ablata a e, ablatæ c f. Dico q & reliqua e b, reliq̃ d f æq̃ erit multiplex: quotuplex tota a b totius c d est multiplex. Quotuplex est a e ipsius c f: totuplex fiat e b ipsius c g. Et quoniam per primam huius, æque multiplex est a e ipsius c f, & a b ipsius c d, ponitur autem æque multiplex a e ipsius c f & a b ipsius g f: æque igitur est multiplex a b, vtriusq; ipsorum g f & c d. æqualis igitur est g f: ipsi c d. Communis auferatur c f. reliqua igitur g c: reliquæ d f est æqualis. Et quoniam æque multiplex est a e ipsius c f, & e b ipsius g c, æqualis autem est g c ipsi d f: æque igitur est multiplex a e ipsius c f, & e b ipsius f d. Aeque autem ponitur multiplex: a e ipsius c f & a b ipsius c d. æquæ igitur est multiplex e b ipsius f d: & a b ipsius c d. Et reliqua igitur e b, reliquæ f d æque multiplex erit: quotuplex est tota a b totius c d. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI fuerint duæ quãtitates ad alias duas æque multiplices, duæq; minores a duabus maioribus vtraq; a sua multiplice subtrahantur: erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.



¶CAMPANVS. ¶Sint quãtitates a b ad c, & d e ad f: æque multiplices. subtrahãturq; c ex a b: & f ex d e. & sint residua ex a b q̃dẽ a g: ex d e, d h. eritq; g b ęq̃lis c: & h e æq̃lis f. dico q duo residua a g & d h erũt æq̃lia duabus quãtitatibus c & f: aut eis æq̃ multiplicia. Sit ergo primo a g:



æqualis c. dico q d h est æqualis f. Sumã enĩ quãtitatẽ e k æqualem f. eritq; per præmissas hypotheses/vt toties f sit in h k: quoties c in a b. quare sicut a b est multiplex c: ita h k est multiplex f. sed sic etiam d e erat multiplex eiusdem f. erit igitur per communem scientiam: h k æqualis d e. dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e: erit d h æqualis f. quod est propositum. ¶Si autem a g sit multiplex c: ponam vt e k sit æque multiplex f. eritq; vt prius/vt toties f sit in h k: quoties c in a b. sed toties erat etiam in d e. erit igitur vt prius/d e æqualis h k: & d h, e k. quare sicut a g est multiplex c: ita d h est multiplex f. quod est propositum. ¶Aliter idem. Cum secundũ eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c secundũ quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum quẽ a g continet c, & secundum quẽ d h continet f: patet quantitates a g & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

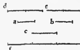
¶Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fue- 6
rint multiplices/& ablatæ aliquæ earum æque fuerint multi
plices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt/vel æque ipsarum
multiplices.

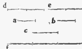
¶THEON ex Zamberto. ¶Duæ inq̃ magnitudines a b, c d: duarum magnitudinum e & f, æque sint multiplices. & ablatæ aliquæ a g, & c h: earundem e & f æque sint etiam multiplices. Dico q & reliquæ g b & h d: eisdem e & f, aut sint æquales/aut earum æque multiplices. Sit enim primum: g b ipsi e æquale. Dico q & h d: ipsi f est æquale. Ponatur inq̃ ipsi f: æqualis c k. Quoniam æque multiplex est a g ipsius e, & c h ipsius f, æqualis autem est g b ipsi e, & k c ipsi f: æque igitur est multiplex a b ipsius e, & k h ipsius f. Aeque autem ponitur multiplex a b ipsius e: & c d ipsius f. Aeque igitur est multiplex k h ipsius f: & c d ipsius f. Quoniam igitur vtraq; ipsarum k h & c d, ipsius f æque est multiplex: ęqualis igitur per primam cõmunem sententiam est k h ipsi c d. Communis auferatur c h. reliqua igitur k c: reliquę h d & est æqualis. Sed f: ipsi k c est æqualis. & ipsi h d igitur: f est æqualis. sicut igitur g b æqualis est ipsi e: & d h ipsi f erit æquale. Similiter quoq; ostendemus q & si multiplex fuerit g b ipsius e: tam multiplex erit & h d ipsius f. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinum ęque fuerint multiplices/& ablatæ aliquæ earũdẽ ęque fuerint multiplices: & reliquę eisdẽ aut æquales/aut earum æque multiplices erunt. Quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI duæ quantitates inæquales ad quamlibet com- 7
parẽtur: earum ad illam erit vna proportio. itemq;
ad illas proportio illius: vna est.

¶CAMPANVS. ¶Sint duæ quantitates a, b, æquales: quæ comparentur ad quamlibet tertiam vt ad c. dico q eadẽ est proportio a ad c, & b ad c: itemq; eadem c ad a, & c ad b. Primum sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primam/& ad b tertiam: ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam/& e ad b tertiam: æque multiplices. & sumam f: quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarũ sunt æque multiplices d & e, positæ sunt æquales: erit vt si d diuidatur sc̃dm quantitatẽ a, & e sec̃dũ q̃ti tatẽ b, q partes vtrobiq; sũt numero & quãtitate æq̃les. numero qdẽ: per hypothesin propter æq̃litatẽ multiplicatiõis vtrobiq;. quãtitate autẽ: per hãc cõmunẽ sciẽtiã quoties oportuit repetitã/q̃ eidẽ sunt æq̃lia sibiiuicẽ





funt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e, & secunda secundæ / & cæteræ cæteris / suntq; tot partes in d quot sunt in e: erit per primam huius / d æqualis e. Quare per cõmunem sciẽtiam / si duæ quantitates æquales comparẽtur ad aliam tertiam: aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores / aut sibi æquales. igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis / quæ est proportio a primæ ad c secũdam: eadem est b tertiæ ad c quartam. quod est propositum. ¶ Secundum eodem modo probabis ordine conuerso. vt c ponatur prima & tertia: a vero secunda / b quarta. Cum vero quantitas f, quæ est æque multiplex primæ & tertiæ / sit aut similiter maior quãtitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ / aut similiter minor / aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem / proportio c primæ ad a secundam sicut c tertię ad b quartam. Quod est propositum secundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶ Aequales: ad eandem / eandem / habent rationem. & eadem: ad æquales.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æquales magnitudines a, b: alia autẽ vtcũq; magnitudo c. Dico φ vtraq; ipsarũ a, b: ad ipsã c, eãdẽ habet rationem. & c: ad vtrauq; ipsarum a, b. Sumãtur per 3 quinti / ipsarũ a, b, æq̃ multiplices: suntq; d, e. ipsius autem c, alia vtcunq; multiplex: sitq; f. Quoniam igitur æque multiplex est d ipsius a, & e ipsius b, æqualis autem est a ipsi b: æqualis igitur est per primam cõmunem sententiam, & d ipsi e. Alia autem vtcunq; f. si excedit autem d ipsum f: excedit & e ipsum f. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Sunt quidem d, e, ipsarum a, b æque multiplices: & f ipsius c alia vtcunq; multiplex. Est igitur vt a ad c: sic b ad c. ¶ Dico iã φ & c: ad vtrãq; ipsarũ a, b, eãdẽ habet rationẽ. Eisdem nãq; dispositis: similiter ostẽdemus φ æqualis est d ipsi e. aliud autẽ quod est f. Si igitur excedit f, ipsum d: & excedit ipsũ e. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. At f ipsius c multiplex est. & d, e, ipsarum a, b, aliæ quæ vtcunq; sunt æque multiplices. Est igitur sicut c ad a: sic est c ad b. Aequales igitur ad eandem: eandem habent rationem. & eadem: ad æquales. quod fuerat demonstrandum.
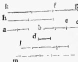


Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI duæ quantitates inæquales ad vnam quantitatẽ proportionentur: maior quidem maiorem / minor vero minorem obtinebit proportionem. Illius autẽ ad illas / ad minorem quidem proportio maior: ad maiorem vero minor erit.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates inęquales a & b c: sitq; maior b c. & proportionẽtur ad eandẽ quantitatẽ quæ sit d. dico φ maior est proportio b c ad d: q̃ a ad d. & φ econtrario maior est d ad a: q̃ d ad b c. Primum sic probatur. Ponam c b æqualem a. & multiplicabo totiens e c: φ proueniat quantitas maior d. sitq; f g. & sumam k f ita multiplicem b e, & similiter h ita multiplicem a: sicut f g est multiplex e c. eritq; per primam huius / h ita multiplex a: sicut k g est multiplex b c. erit etiam h æqualis k f: propter hoc φ earum submultiplices q̃ sũt a & b e, positę sũt æq̃les. Ponã quoq; φ h nõ sit minor d: sed æq̃lis / aut maior. totiens enĩ multiplicabo vnãquãq; triũ quãtitatũ e c, b e, & a, æq̃liter: φ f g multiplex e c, pueniat maior d, & φ h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ. deĩde toties multiplicabo d: φ proueniat q̃titas maior h, sitq; m prima q̃titas multipliciũ d q̃ sit maior h, sub q̃ sumã maxi-

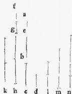




mam multiplicem d: aut sibi æqualem sim est prima in ordine multiplicium d, quæ sit l. eritq3 vt l non sit maior h. & constabit m ex d & l: propter id q̃ omne multiplex constat ex proximo præcedenti multiplici & simplo/ vt triplum ex duplo & simplo/ excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo. Quia ergo h est æqualis k f: non erit k f minor l. itaq3 k f & d: non efficient minus q̃ l & d. quare non efficient minus q̃ m. & quia f g est maior d: erit k g maior q̃ m. Intelligo igitur quantitatem b c primam/ d secundam/ a tertiam / d quartam. & quia ad primã & tertiam sumpta sunt æque multiplicia videlicet k g & h, similiter quoq3 ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorum quod est m, & addit k g multiplex primæ super m multiplex secũdæ/ nõ addit autem h multiplex tertię super m multiplex quartæ: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/ maior proportio b c primæ ad d secundam q̃ a tertię ad d quartam. quod est primum. ¶ Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine. vt d sit prima & tertia: a secunda/ b c quatta. addit enim m multiplex primæ/ super h multiplicem secundæ: non addit autem m multiplex tertiæ super k g multiplicem quartæ. quare maior est proportio d ad a: q̃ d ad b c. quod est secũdũ. ¶ Ex huius autem demonstrationis modo/ patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: quam posuit author in principio huius quinti. Nusq̃ enim est maior proportio primæ quatuor quantitatũ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri. quæ cum relata fuerit ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ/ non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quartę. Hæc autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra 12 huius.

Euch. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

¶ In æqualium magnitudinum maior. ad eandem / maiorẽ rationem habet: q̃ minor. & eadem ad minorem maiorẽ rationem habet: q̃ ad maiorem. 8



¶ THEON ex Zambetto. ¶ Sint inæquales magnitudines/ a, b, & c: & sit maior a b, ipsa c. Alia autem vtcunq3: sit vt d. Dico q̃ a b ad d, maiorem rationem habet: q̃ c ad d. & d ad c, maiorem rationem habet: q̃ ad a b. Quoniã eni maior est a b, ipsa c: ponatur c æq̃lis ipsi b e. minor iã ipsarũ a e & e b multiplicata: maior fiat ipsa d. Sit primum a e minor ipsa e b. Et multiplicetur a e: quoad q̃d fiet/ maius sit ipso d. & sit illius multiplex f g: quod maius est q̃ d. Et q̃ multiplex est f g ipsius a e: tam multiplex esto g h ipsius e b, & k ipsius c. & sumatur ipsius d duplum: sitq3 illud l. triplum postmodum: sitq3 illud m. & deinceps vno plus: quoad sumptum multiplicans fiat ipsius d primo maius q̃ k. sumaturq3: & sit n quadruplum ipsius d primo maius q̃ k. Quoniam igitur k ipso n, primo est minor: k igitur ipso m nõ est minor. Et quoniam æque multiplex est f g ipsius a b, atque ęque multiplex est f g ipsius a e: & k ipsius c: æque igitur est multiplex/ per 1 quinti/ f h ipsius a b, & k ipsius c. Igitur f h & k, ipsarum a b & c, æque sunt multiplices/ per eãdem. Rursus quoniã æque est multiplex g h, ipsius e b, & k ipsius c, æqualis autẽ est e b ipsi c: æqualis igitur est & g h ipsi k. At k: ipsa m non est minor. neq3 igitur g h: ipsa m est minor. Maior autem est f g: ipsa d. tota igitur f h: simul ambabus d & m maior est. Sed ambæ d & m, ipsi n sunt æquales: quandoquidem m, ipsius d triplum est/ ambæ autem m & d/ ipsius d quadruplices sunt. est autem n: ipsius d quadruplum. ambæ igitur m & d: ipsi n sunt æquales. Sed f h: ipsis m & d maior est. igitur f h: ipsũ n excedit. Sed k: ipsum n non excedit. & f h & k: æque multiplices sunt ipsarum a b & c. & n: ipsius d aliud est vtcunq3 multiplex. Igitur a b, ad d, maiorem

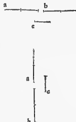
k excedit:& n ipsum f h non excedit.& est quidē n: ipsius d multiplex. Sunt autem f h & k:ipsarum a b & c,aliæ vtcunq; eque multiplices.Igitur d ad c,maiorem rationē habet:q̃ d ad a b. ℂSed iam a e:maior esto ipsa e b.iam minor e b multiplicata: maior fiat ipso d.Multiplicetur. & esto g h mulriplex quidē ipsius e b:maior autem ipso d. Et q̃ multiplex est g h ipsius e b:tam multiplex fiat & f g ipsius a e,& k ipsius c. similiter ostendemus q; f h & k:ipsarum a b & c æque sunt multiplices.Sumatur q; similiter n multiplex quidem ipsius d:primo maior ipsa f g.quare rursus f g,ipsam nō est minor:maior autem est g h, ipsa d. Tota igitur f h:ipsas d,m, hoc est ipsam n excedit. & k ipsum n nō excedit.Quoniā & f g maior existens ipsa g h,hoc est ipsum k ipsum n non excedit:pariterq; superiora cōsequuti demōstrationem conficiemus.Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem/maiorem rationem habet:q̃ minor.& eadem ad minorem/maiorem rationem habet:q̃ ad maiorem. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli.ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quantitatem proportio vna:ipsas esse æquales.si vero vnius ad eas proportio vna:ipsas æquales esse necesse est.

ℂCAMPANVS. ℂSit duarum quantitatum a & b:proportio vna ad c. dico eas esse æquales.& si econuerso fuerit eadem proportio c ad vtrāq; earū:adhuc dico eas esse æquales.hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet.Si enim non sunt æquales/sed altera earum maior/vtpote a:erit per primam partē præmissæ/maior proportio a ad c,q̃ b ad c.qđ est contra hypothesin.Secundum quoq; patet.quia si a est maior b: erit per secundam partem præmissæ/maior proportio c ad b q̃ ad a.quod est etiam contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9.Propositio 9.

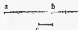
9 ℂQuæ ad eandem/eandem habent rationem: æquales ad inuicem sunt.& ad quas eadem/eandem habet rationē:ipsæ sunt æquales.

ℂTHEON ex Zamb. ℂHabeat inq̃ vtraq; ipsarum a,b:ad c,eandem rationem.Dico q; æqualis est a ipsi b.Si autem nō:vtraq; ipsarum a,b, ad ipsam c,eandē non habet rationem/per 8 quinti.habet autē.æqualis igitur est a:ipsi b.Habeat rursus c:ad vtranq; ipsarum a,b, eandē rationem.Dico q; æqualis est a ipsi b.si autem non: ipsa c ad vtrāq; ipsarum a,b,nō habet eādem rationem.habet autem.æqualis igitur est a ipsi b. Quæ ad eandem igitur/eandem habent rationem:ad inuicē sunt æquales.& ad quas eadem/eandem habet rationem:ipsæ sunt æquales.Quod demonstrandum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propositio.10.

10 SI fuerit vnius quantitatis ad quantitatem vnā proportio maior:quantitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandem proportio maior; minorem esse necesse est.

ℂCAMPANVS. ℂQꝫ si fuerit maior proportio a ad c q̃ b ad c:dico a esse maiorem b.& si fuerit maior c ad b q̃ c ad a:adhuc dico a esse maiorem b.Hęc est conuersa 8.Primum:patet per primā partem 7 & per primam 8.nam per primam partem septimæ:non erit a æqualis b.nec etiā minor:per primā octauę.Secūdū vero: patet ex secūdis partibus earūdē.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 ℂAd eādē rōnē habētiū/maiorē rationē habēs: illa maior est.ad quā autē eadē maiorē rationē habet:& illa minor est.



❡THEON ex Zamberto. ❡Habeat enim a ad c, maiorem rationem: q̃ b ad c. Dico ꝙ a: maior est ipsa b. Si autẽ non: aut est a ipsi b æqualis/ aut ea minor. æqualis autem minime est: a ipsi b. vtraq; etenim ipsarũ a, b: ad c, eãdem rationem haberet/per 9 quinti. non habet autem. igitur a: ipsi b minime æqualis est. Neq; etiam minor est a: ipsa b. nam a ad ipsum c minorem rationem haberet: q̃ b ad c, per 8 quinti. nõ habet autem. igitur a: ipsa b minime minor est. Ostensum autem est: ꝙ neq; æqualis est. maior igitur est a: ipsa b. ❡Habeat rursus c ad b maiorem rationem: q̃ c ad a. Dico ꝙ minor est b ipsa a. Si autem non: aut est ei æqualis/aut ea minor. æqualis quidem nõ est: b ipsi a. Nã c ad vtrãq; ipsarum a, b, eandem haberet rationem/per 6 quinti. non habet autem. Igitur a: ipsi b minime est æqualis. Neq; etiam maior est b ipsa a. nam c ad b minorem rationem haberet: q̃ ad a, per 8 quinti. non habet autem. Igitur maior non est b ipsa a. patuit autem ꝙ neq; æqualis est. minor igitur est b ipsa a. Ad eandem igitur rationem habentium/maiorem rationem habens: maior est, & ad quam eadem maiorem rationẽ habet: ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

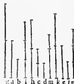
SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales: ipsas quoq; proportioones sibi inuicem æquales esse necesse est. 11

❡CAMPANVS. ❡Propositionem hanc quã Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones / quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt equalia/prout de quãtitatibus intelligitur: hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. ❡Sit ergo vtraq; duarum proportionum quæ sũt a ad b, & c ad d: æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d: sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio e ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d: erit per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptã si k addit super n ꝙ g addat super l, & h super m. & si k minuit ab n: ꝙ g minuat ab l, & h ab m. & si k est æqualis n: ꝙ g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo/diminuendo & æquando/mediantibus k & n: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

❡ Quæ eidem sunt eædem rationes: & adinuicem sunt eædem. 11
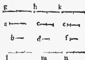
❡THEON ex Zamberto. ❡Sint enim sicut a ad b, sic c ad d: sicq; c ad d, sicut e ad f. Dico ꝙ est sicut a ad b sic e ad f. Sumantur in q̃ ipsarũ a, c, e, æque multiplices: sintq; g, h, k. ipsarũ vero b, d, f, aliæ vtcunq; æque multiplices: sintq; l, m, n. Et quoniã est sicut a ad b sic c ad d, & sumũtur ipsarũ a, c, eque multiplices g, h, ipsarũ autẽ b, d, aliæ vtcũq; æque multiplices l, m: si igitur excedit g ipsũ l, excedit & h ipsum m. & si æquale: æquale. & si deficit: deficit/per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti. Rursus quoniã sicut est e ad f sic est c ad d, & sumuntur ipsarũ c, e, æque multiplices h, k, & ipsarum d, f, aliæ vtcũq; æque multiplices m & n: si igitur excedit h ipsum m, excedit quoq; k ipsũ n. & si equale: æquale. & si minus: minus/per eandẽ. Sed si excedit h ipsum m: excedit quoq; & g ipsũ l. & si æquale: equale. & si minus: minus/per eãdem conuersionem. Quare si excedit g ipsum l: excedit & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus: minus per eandem. Sunt autem g, k, ipsarum a, e, æque multiplices: & l, n, ipsarũ b, f, aliæ quæ vtcũq; sũt æque multiplices. Est igitur sicut a ad b: sic est e ad f. Quæ igitur eidem eędem sũt rationes: &



adinuicem sunt eædem per 6 diffinitionem, quod demõstrasse oportuit.

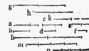
Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum/tertij vero ad quartum maior q̃ quinti ad sextum: erit proportio primi ad secundum maior q̃ quinti ad sextum.

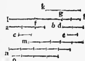


¶CAMPANVS. ¶Sicut in præcedenti/quod hic demonstrat in proportionibus: cõceptibile est in quãtitatibus. videlicet φ si duę quantitates fuerint sibi inuicem æquales: quæcunq; fuerit vna earum maior/eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur. vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, c vero ad d sit maior q̃ e ad f: erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e: æque multiplices. Itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f: æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior q̃ e ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, vt g addat super l. & per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis: φ non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, non est necesse k addere super n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis/ maior proportio a ad b q̃ e ad f. quod est propositum.

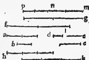
¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo probabis/φ si sit a ad b sicut c ad d & c ad d minor q̃ e ad f: erit a ad b minor q̃ e ad f. Cum enim sit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f maior q̃ c ad d. per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis/ si k addit super n: non est necesse φ h addat super m. sed si h non addit super m: g non addit super l. ergo si k addit super n: non est necesse vt g addat super l. per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis/maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. ergo econuersim minor erit a ad b q̃ e ad f. quod est propositum. ¶Ex modo autem demonstrationis octauæ huius / & hac fiet manifestum/φ si fuerit primæ quatuor quantitatum ad secundam maior proportio q̃ tertiæ ad quartam: continget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/quæ cum comparabuntur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ/inuenietur multiplex primę addere super multiplex secundæ/non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ.



Quod sic patet. Sit enĩ maior proportio a b ad c: q̃ d ad e. Ponam ergo vt sit proportio a f ad c: sicut d ad e. eritq; per hanc 12 & per 10: a f minor a b. & sit minor in quãtitate f b, quam multiplicabo toties/φ proueniat quantitas maior c, quæ sit g h: hac conditione vt d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ sit k. tunc ponam vt l g sit ita multiplex a f: sicut g h est multiplex f b, aut k, d. eritq; per primam huius/l h ita multiplex a b: sicut k, d. Deinde ponam φ m sit prima quãtitas multiplex e: quæ sit maior k. & ponam n ita multiplicem c: sicut m est multiplex e. eritq; per pręmissas hypotheses & conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis / quantitas n prima multiplicium c, quę erit maior l g: nec erit l g minor c. Sumã ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius: quæ sit o. constabitq; n: ex o & c. quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c: erit l h maior n. quare cum k sit minor m: patet propositum.



¶Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet φ si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ/ quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ/ & multiplex tertiæ non addat super multiplex quartæ: maior erit proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam. quod sic probatur. Sint quatuor quantitates: a prima/b secunda/ c d tertia/ e quarta. sintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia/ similiter h ad b, & k ad e æque multiplicia: & addat f soper h, non addat autem g super k, dico φ maior est



proportio a ad b q̃ c d ad e. Si eni ęqualis: per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis/addet g super k. quod est cõtra hypothesin. Si autẽ minor: sit c l ad e sicut a ad b. eritq; per huius 10: c l minor e d. & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur vt m n sit ita multiplex e l, & n p multiplex l d: sicut f est multiplex a. eritq; per primam huius, m p ita multiplex c d: sicut f est multiplex a. vtraq; igitur duarum quantitatum m p & g: est æque multiplex quantitatis c d. ergo ipsæ sunt ęquales. nam hæc illatio: demonstrata est in 7 huius. Et quia g nõ est maior k: non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis m n est maior k: eo q, f est maior h. ergo m n: est maior m p. quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

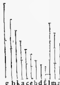
SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna: erit quoq; quę proportio vnius ad vnam/eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas. 13

CAMPANVS. Qd̃ prima proposuit de multiplicibus: hæc proponit de omnibus proportionibus. vnde hęc est cõmunior illa: eo q; omnis multiplicitas est proportio/non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f: vna proportio. dico q; quæ est proportio a ad b: eadem est compositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia. eritq; per primam huius/compositũ ex g, h, k, ita multiplex cõpositi ex a, c, e: sicut g est multiplex a. similiter per eandem/compositũ ex l, m, n, erit ita multiplex compositi ex b, d, f: sicut l est multiplex b. & per conuersionẽ diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis bis sumptã si g addit super l: & h addit super m, & k super n. & si minuit: minuit. & si ęquat: æquat. ergo per communem scientiam/si g addit super l: compositum ex g, h, k, addit super compositum ex l, m, n. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad b: est sicut cõpositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f, quod est propositum.

Hæ sequẽtes duę ꝑpositiones/12 sc; & 13 ex Zãberto: duabus pręcedẽtibus ex Cãpano/prępostero ordine respõdẽt. 12 vnius: 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Si fuerint quęlibet magnitudines proportionem habẽtes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequẽtiũ/sic õnes antecedentes ad omnes consequentes. 12



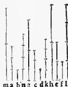
THEON ex Zãber. Sint q̃libet magnitudines ꝓportionẽ habẽtes a, b, c, d, e, f: sicut a ad b, sic c ad d, & e ad f. Dico q; est sicut a ad b: sic est a, c, e, ad b, d, f. Sumãtur iĩ ęq̃ multiplices ipsarũ a, c, e, sintq; g, h, k: & ipsarũ b, d, f, aliæ q̃ vtcũq; sint æq̃ multiplices/sintq; l, m, n. Et quoniã ẽ sicut a ad b sic c ad d & e ad f, & sumuntur ipsarũ a, c, e, æque multiplices g, h, k, & ipsarũ b, d, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices sunt/hoc est l, m, n: si igitur excedit g ipsũ l, excedit & h ipsũ m, & k ipsum n. & si æquale: æquale. & si minus; minus/per cõuersionẽ 6 diffinitionis quĩti. Quare & si excedit g ipsũ l: excedũt & g, h, k, ipsas l, m, n. & si æq̃les: æq̃les. & si miores; miores ꝑ eãdẽ. Et ẽ g qdẽ, & g, h, k: ipsius a, & ipsarũ a, c, e, æq̃ multiplices. Quare per primã quĩti/si fuerĩt q̃libet magnitudines quarũlibet magnitudinũ ęqualiũ numero/singulæ singularũ ęque multiplices: q̃ multiplex est vna vnius magnitudinũ: tã multiplices erunt & õnes omniũ. Ac per hoc/tã & l, & l m n: ipsius b, & b d f, æque sũt multiplices. est igitur sicut a ad b: sic a c e ad b d f per 6 diffinitionẽ quinti.

Si fuerint igitur quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium/ ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. quod demonſtrandum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 ¶Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationẽ habeat q̃ quinta ad ſextam: prima quoq; ad ſecundam maiorem rationem habebit q̃ quinta ad ſextam.

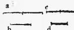
¶THEON ex Zamberto. ¶Prima enim a ad ſecundam b, eandem habeat rationem: & tertia c ad quartam d. tertia vero c ad quartam d maiorem habeat rationem: q̃ quinta e ad ſextam f. Dico q̧ & prima a ad ſecundam b, maiorem rationem habebit: q̃ quinta e ad ſextam f. Quoniã c ad d maiorem rationem habet q̃ e ad f, ſunt autem ipſarum c, e, quędam æque multiplices/ & ipſarum d, f, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices/ ac multiplex ipſius c excedit multiplicem ipſius d, multiplex autem ipſius e non excedit multiplicem ipſius f: ſumantur igitur. & ſint ipſarũ c, e: æque multiplices g, h. ipſarum autẽ d, f: alię quæ ſunt vtcunq; æque multiplices k, l. Quoniam g excedit ipſum k, & h ipſum l non excedit: & q̃ multiplex quidem eſt g ipſius c, tam multiplex eſto & m ipſius a. q̃ multiplex autem eſt k ipſius d: tam multiplex eſto & n ipſius b. & quoniã eſt ſicut a ad b ſic c ad d, & ſumuntur ipſarũ a, c, ęque multiplices m, g, ipſarum autem b, d, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices n, k: ſi excedit igitur m ipſam n, excedit & g ipſam k. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor/ per conuerſionem ſextæ diffinitionis quinti. Excedit autem per conſtructionem/ g: ipſam k. excedit igitur & m: ipſam n. at h: ipſam l non excedit. ſunt autem m, h, æque multiplices ipſarum a, e: & n, l, ipſarum b, f, aliæ ſunt vtcũq; æque multiplices. Igitur a ad b, maiorem habet rationem: q̃ e ad f. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat q̃ quinta ad ſextam: prima ad ſecundã quoq; maiorem rationem habebit/ q̃ quinta ad ſextam. quod demonſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales/ fueritq; prima maior tertia: neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Q; ſi minor: & minorem. ſi vero æqualis: & æqualem eſſe.

¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: ſicut c ad d. Dico q̧ ſi a eſt maior c: b erit maior d. & ſi minor: minor. & ſi æqualis: æqualis. Si enĩ a ſit maior c: erit per primam partem 8 huius/ maior proportio a ad d q̃ c ad d. Quare maior erit a ad d: q̃ ad b. ergo per ſecundam partem 10 huius: b erit maior d, quod eſt propoſitum. Q; ſi a ſit minor c: erit per primam partem 8/ minor proportio a ad d, q̃ c ad d. Quare maior erit a ad b: q̃ ad d. per ſecundam ergo partem 10: b erit minor d. Si autem a ſit æqualis c: erit per primam partem 7/ a ad d, ſicut c ad d. Quare a ad d: ſicut ad b. itaq; per ſecundam partem 9: b erit æqualis d. ſicq; patet propoſitum.

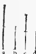


Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 14.

14 ¶Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/ prima vero tertia maior fuerit: & ſecunda quarta maior erit. & ſi æqualis: æqualis. & ſi minor: minor.

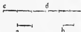
¶THEON ex Zamberto. ¶Primum inquam a ad ſecundum b eandẽ habeat rationem: & tertium c ad d quartum. maius autem eſto a ipſo c. Dico q̧ & b: ipſo d maius eſt. Quoniam enim a ipſa c eſt maior: eſt aũt





quæ vtcunq; magnitudo b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorem rationẽ habet q̃ c ad b. Sicutq; a ad b: sic c ad d. & c igitur ad d, maiorem rationem habet: q̃ c ad b. Ad quod autem idem maiorem rationem habet: illud minus est/per 10 quinti. minus igitur est d: ipso b. quare maior est b: ipso d. Similiter quoq; ostendemus/q̃ & si æquale fuerit a ipsi c: æquale erit quoq; & b ipsi d. & si minus fuerit a ipso c: minꝰ erit quoq; & b ipso d. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/prima autem tertia maior fuerit: & secũda quarta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

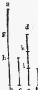
Eucli. ex Camp. Propositio 15.



SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ: erit ipsarum multiplicium atq; submultiplicium vna proportio. 15

℄CAMPANVS. ℄Sint c ad a, & d ad b: æq̃ multiplices. Dico q̃ quæ est proportio a ad b: eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a: & d secundum quantitatem b. suntq; tot partes c: quot d. & quia quælibet pars c ad q̃libet partem d se habet sicut a ad b: erit per 13 huius/c ad d sicut a ad b. quod est propositum.

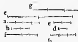
Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.



℄Partes eodem modo multiplicium: eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

℄THEON ex Zamberto. ℄Sit igitur æque multiplex a b ipsius c: & d e ipsius f. Dico q̃ est sicut c ad f: sic est a b ad d e. Quoniam enim æque est multiplex a b ipsius c, & d e ipsius f: quot igitur magnitudines sunt in a b ipsi c æquales/tot sunt in d e, æquales ipsi f. Diuidatur inquam a b in æquales ipsi c, hoc est a g, g h, h b: ipsum autem d e, in magnitudines æquales ipsi f, hoc est d k, k l & l e. erit iam multitudo ipsorum a g, g h, & h b: æqualis multitudini ipsorum d k, k l, & l e. Et quoniam a g, g h, & h b, sibi inuicem sunt æquales/& d k, k l, & l e, quoq; sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut a g ad d k, sic est g h ad k l, & h b ad l e. erit igitur per 12 quinti/& sicut vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut a g ad d k: sic est a b ad d e. æqualis autem est a g, ipsi c: ipsum autem d k, ipsi f. est igitur sicut c ad f: sic est a b ad d e. Partes igitur eodem modo multiplicium: eandem habent rationem sumptæ adinuicem: quod demonstrasse oportuit

Eucli. ex Camp. Propositio 16.



SI fuerint quatuor quantitates proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt. 16

℄CAMPANVS. ℄Sit proportio a ad b: sicut c ad d. Dico q̃ erit a ad c: sicut b ad d. Et iste est modus arguendi: qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic paret. Sumam e ad a, & f ad b, æque multiplices: itemq; g ad c, & h ad d, æque multiplices. eritq; p p̃missã e ad f: sicut g ad h. quare per 14 si e addit super g: & f addit sup h. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. p diffinitionẽ igit̃ incontinuæ p̃portionalitatis erit a ad c: sicut b ad d. Q̃d est propositum. Necesse est autem: vt in permutata p̃portionalitate sint omnes quatuor quantitates/eiusdem generis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.



℄Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt. 16

℄THEON ex Zamberto. ℄Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. Dico q̃ & vicissim proportionales erunt: sicut a ad c, sic b ad d. Sumantur quidem ipsarum a, b, æq mul

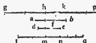
tiplices e,f:& ipsarum c,d, aliæ quæ vtcunq; sint æque multiplices g, h.& quoniam æque multiplex est e ipsius a,& f ipsius b, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicẽ per præcedentem: est igitur sicut a ad b, sic e ad f. Sicut autem a ad b: sic c ad d.& sicut igitur c ad d: sic e ad f, per 11 quinti. Rursus quoniam g,h, ipsarum c,d, æque sunt multiplices/ partes autem eodẽ modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicem per 15 quinti: est igitur sicut c ad d, sic est g ad h. Sicut autem c ad d: sic e ad f.& sicut igitur e ad f: sic g ad h per 11 quinti. Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint/ prima vero tertia maior sit:& secũda quarta maior erit.& si æqualis: æqualis.& si minor: minor/ per 14. quinti. Si igitur excedit e ipsum g: excedit & f ipsum h & si æquale: æquale.& si minus: minus per 6 diffinitionem quinti. Sunt autem e,f, ipsarum a,b, æque multiplices:& g,h, ipsarum c,d, aliæ sunt vtcunq; æque multiplices. Est igitur sicut a ad c: sic est b ad d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint:& vicissim proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 SI fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdem disiunctim quoq; proportionales esse.

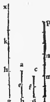
¶CAMPANVS. ¶Demõstrato modo arguẽdi q dicitur ꝓportionalitas ꝑmutata: demõstrat illũ q dicit̃ ꝓportionalitas disiuncta. Sit itaq; ꝓportio a b ad b c: sicut d e ad e f. Dico ꝙ erit a c ad c b: sicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c,& h k ad c b, itemq; l m ad d f,& m n ad f e: æque multiplices. Eritq; per primam huius/ g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c.& l n ita multiplex d e: sicut l m est multiplex d f.& ideo per ꝑmissas hypotheses/ g k est ita multiplex a b: sicut est l n, d e. Ponam iterum k p ad c b:& n q ad f e, æque multiplices. eruntq; per secundam/ h p ad c b,& m q ad f e: æque multiplices. per conuersionem igitur diffinitionis incõtinuę ꝓportionalitatis/ si g k addit super h p: l n addit super m q.& si minuit: minuit.& si æquat: æquat. demptis itaq; communibus h k & m n erit per communem scientiam/ vt si g h addit super k p, ꝙ l m addit super n q.& si minuit: minuit.& si æquat: æquat. ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/ propotio a c ad c b: est sicut d f ad f e. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

17 ¶Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint compositę magnitudines proportionales a b, b e: c d, d f. sicut a b ad b e: sic c d ad d f. Dico ꝙ & diuisæ/ propotionales erunt: sicut a e ad b e, sic c f ad d f. Sumantur inquam ipsarum a e, e b, c f, f d, æque multiplices g h, h k, l m & m n: ipsarum autem e b & f d, aliæ vtcunq; æque multiplices hoc est k x & n p. Et quoniam æque multiplex est g h ipsius a e,& h k ipsius e b: æque igitur est multiplex g h ipsius a e,& g k ipsius a b ꝑ primam quinti. Aeque autem est multiplex g h ipsius a e:& l m ipsius c f. æque igitur est multiplex g k ipsius a b:& l m ipsius c f, per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex l m ipsius e f, et m n ipsius d f: æque igitur est multiplex l m ipsius c f, et l n ipsius c d, per primam eiusdem. æque autem erat multiplex l m ipsius c f: et g k ipsius a b. Aeque igitur est multiplex g k ipsius a b: et l n ipsius c d. igitur g k et l n: ipsarum a b et c d æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est h k ipsius e b, et m n ipsius f d, est autem et k x ipsius e b æque multiplex, et n p ipsius f d: et composi





situm igitur per 11 eiusdẽ h x ipsius e b æque multiplex est/& m p ipsius f d. Et quoniã est sicut a b ad b e sic est c d ad d f, & sumũtur ipsarum quidẽ a b & c d æque multiplices g k & l n, ipsarũ autẽ e b & f d aliæ quæ vtcũq; sunt æque multiplices/hoc est h x & m p: si igitur excedit g k ipsam h x, excedit & l n ipsam m p. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor/ per conuersionẽ 6 diffinitionis quinti. Excedat nẽpe g k: ipsam h x. & igitur cõmuni ablata h k: excedit g h ipsam k x. Sed si excedit g k ipsam h x: excedit & l n ipsam m p. excedat igitur l n: ipsam m p. & cõmuni ablata m n: excedit & l m ipsam n p. Quare si excedit g h ipsam k x: excedit & l m ipsam n p. Similiter iã ostẽdemus q; et si æqualis fuerit g h ipsi k x: æqualis erit & l m ipsi n p. et si minor: minor. Sunt autẽ g h & l m: ipsarum a e & c f æque multiplices. & k x & n p: ipsarũ e b & f d aliæ quæ vtcunq; æque multiplices sunt. est igitur sicut a e ad e b: sic est c f ad f d, per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur ꝓportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.

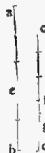
Eucli. ex Camp. Propositio 18.

SI fuerint quantitates disiunctim proportionales: cõiunctim quoq; proportionales erunt. 18

℃CAMPANVS. ℃ Demõstrat modũ arguẽdi q dicitur ꝓportionalitas cõiuncta: & est modus cõuersus prioris. Ad cuius demõstrationẽ: resumat dispositio præmissæ, & maneant oẽs eius hypotheses: excepto q; ponat esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e. dico q; erit proportio a b ad b c: sicut d e ad f e. sequitur enĩ ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis/per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis/si g h addit super k p: q; l m addat super n q, et si minuit: minuat. & si æquat: æquet. ergo positis communibus h k & m n: sequitur per communẽ scientiam/si g k addit super h p, q; l n addat super m q. & si minuit: minuat. & si æquat: æquet. quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis/ erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f. quod est propositũ. ℃Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, non est autem a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquã aliam quantitatẽ/sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f: aut minor. si enim esset ei æqualis: constaret propositum. Sit itaq; primo maior: & sit e g. eritq; per præmissam a c ad c b: sicut d g ad e g. quare d g ad e g: est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14/ q; cũ d g prima sit minor d f tertia: erit g e secũda/minor e f quarta. sed erat positũ: q; esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ sit e h: sicut a b ad b c. eritq; per præmissam/ a c ad c b sicut d h ad h e. quare per 11/ d h ad h e: sicut d f ad f e. & quia d h prima/ est maior d f tertia: erit per 14/ e h secunda/maior e f quarta. qd quia est impossibile: sequitur propositum.

Euch. ex Zãb. Theo 18. Propõ 18. Cõuersa pręcedẽtis 18

℃Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoq; proportionales erunt.



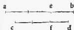
℃THEON ex Zã. ℃ Sit disiũctæ magnitudines ꝓportionales a e, e b, c f, & f d: sicut a e ad e b, sic c f ad f d. Dico q; & cõpositæ ꝓportionales erũt: sicut a b ad b e, sic c d ad d f. Si autẽ nõ est sicut a b ad b e, sic c d ad f d: erit sicut a b ad b e, sic c d ad minorẽ ipsa f d, aut ad maiorẽ. Sit prius ad minorem d g. Et quoniã est sicut a b ad b e, sic c d ad d g: compositæ magnitudines proportionales erunt per 17 quinti. Est igitur sicut a e ad e b: sic c g ad g d. supponitur autem sicut a e ad e b: sic c f ad f d. Et sicut igitur per 11 quĩti/c g ad g d: sic c f ad f d. maior autem est prima c g: tertia c f. maior igitur est per 14 quinti secunda g d: ipsa f d quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut a b ad b e: sic c d ad minorem ipsa f d. Similiter quoq; ostendemus q;

neq; ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint: & compositæ quoq; proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 19.

19 SI a duobus totis duę portiones abscindantur/ fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum; erit reliquū ad reliquū quātū totū ad totū.

¶CAMPANVS. ¶Quod quinta ꝓponit de multiplicibꝰ: hæc ꝓponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tāto cōmunior: quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b & c d: a quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f. sitq; proportio totius a b ad totam c d: sicut b e abscisæ ad d f abscisam. dico ꝙ eadem erit a e residui ad c f residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e sicut c d ad d f. & disiūctim a e ad e b: sicut c f ad f d. & iterū permutatim a e ad c f: sicut e b ad f d. & quia sic erat a b ad c d: patet propositū.



¶CAMPANI ADDITIO. ¶Ex hac autem decimanona/ & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi: qui dicitur proportionalitas euersa. vt si sit a b ad b e sicut c d ad d f: dico ꝙ erit b a ad a e sicut d c ad c f. quia cū sit a b ad b e sicut c d ad d f: erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f. quare per hanc 19/ b a ad d c: sicut a e ad c f. igitur permutatim b a ad a e: sicut c d ad c f. quod est propositū. ¶Conuersa quoq; proportionalitas/ quā ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponēdis principijs huius quinti: potest hic quoq; demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. vt si sit proportio a ad b sicut c ad d: dico ꝙ erit b ad a sicut d ad c. sin autē: sit d ad e, sicut b ad a. & quia a ad b est sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. & quia iterū b ad a sicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d sicut a ad e. quare erit a ad e: sicut d ad c. si igitur e non sit æquale c: accidet impossibile & contrarium secundę partis 9. si autem æqualis: erit b ad a sicut d ad c. quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

19 ¶Si fuerit sicut totum ad totum sic ablatum ad ablatum: et reliquū ad reliquū erit sicut totum ad totum.

¶THEON ex Zāb. ¶Esto sicut totum a b ad totum c d: sic ablatum a e ad ablatum c f. Dico ꝙ & reliquum e b ad reliquum f d: erit sicut totum a b ad totum c d. Quoniam enim est sicut totum a b ad totum c d sic a e ad c f, & vicissim quoq; per 16 quīti sicut a b ad a e sic & d c ad c f. Et quoniā cōpositæ magnitudines proportionales sunt per 17 & 18 quinti & disiunctæ proportionales sunt: sicut igitur b e ad e a, sic d f ad c f. et vicissim igitur per 16 quinti/ est sicut b e ad d f: sic e a ad f c. Sicut aūt a e ad c f: sic supponit totū a b ad totū c d. & reliquū igit e b ad reliquū f d: erit sicut totū a b ad totū c d. Si fuerit igit sicut totū ad totū sic ablatū ad ablatū: & reliquū ad reliquum erit sicut totum ad totum. quod demonstrandum erat. Et quoniam ostensum est ꝙ sicut est a b ad c d sic est e b ad f d, & vicissim sicut a b ad b e sic c d ad d f: cōpositæ igitur magnitudines proportionales sunt per 18 propositionem quīti. ostēsum est autem ꝙ sicut b a ad a e, sic d c ad c f: etiam & conuertendo.
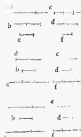


Eucli ex Camp. Propositio 20.

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; secūdū earū numerum quarum quæq; duæ priorum secundū proportionem duarum postremarum: necesse est in proportionalitate quidē æqualitatis vt si fuerit prima priorum vltima maior/ & posteriorum primam vltima esse ma-

iorem. Q? si minor: et minorē. Si vero ęqualis: et ęqualem.

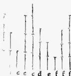
¶ CAMPANVS. ¶ Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas/siue quãtitates duorũ ordinũ directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandũ ꝓpositũ necessaria. per quorũ primũ demõstratur æqua ꝓportionalitas: cũ q̃titates duorũ ordinũ directe ꝓportionãtur. secũdũ aũt: cũ ꝓportionant peruersim: proponit aũt hæc duo antecedẽtia de q̃titatibus duorũ ordinũ numero equalibus: quæcunq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis vtrobiq; quantitatibus secundũ quęcunq; numerũ: veritatẽ habẽt. non est autẽ necesse vt demonstremus ea: nisi solũ in tribus. hoc enĩ omnino sufficiens est ad propositũ. de pluribus autẽ quibuscq; patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quãtitates a, b, e: sumãturq; tres aliæ quæ sint c, d, f. & sit proportio a ad b: sicut c ad d. & b ad e: sicut d ad f. dico q͏ si a est maior e: c erit maior f. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. Si enim est maior: erit per primã partẽ 8/maior proportio a ad b: q̃ e ad b. quare per 12/maior erit c ad d: q̃ e ad b. & quia per conuersam proportionalitatẽ/e ad b est sicut f ad d: erit c ad d maior q̃ f ad d. itaq; per primã partẽ 10: c est maior f. quod est propositũ. Q? si a sit minor e: per easdẽ & eodẽ modo probabitur c esse minorẽ f. erit enĩ minor proportio a ad b: q̃ e ad b, per primam partem 8. & ideo per 12 & per conuersam proportionalitatẽ/minor erit c ad d: q̃ f ad d. & ideo per primã partẽ 10: erit c minor f. quod est propositũ. Si autẽ a sit æqualis e: erit per primã partẽ 7/proportio a ad b sicut e ad b. & ideo per secundã partẽ 11 & conuersam proportionalitatẽ/ erit c ad d: sicut f ad d, quare per primã partẽ 9: c est æqualis f. quod est propositũ.



¶ CAMP. additio. ¶ Quidã autẽ hãc cõclusionem demonstrauerũt per proportionalitatẽ: permutatim/hoc modo. proportio a ad b: est sicut c ad d. ergo permutatim a ad c: sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f: erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d: sicut a ad c. ergo per 11/erit a ad c: sicut e ad f. itaq; per 14/si a prima est maior e tertia: erit c secũda maior f quarta. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. quod est propositum. ¶ Isti autẽ errauerant in sua demõstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare: non oporteret ipsum præmittere hãc cõclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatẽ. si enim rursus fiat vna permutatio proportionalitatis ad quam deuentum est/quæ est esse a ad c sicut e ad f: sequitur q͏ sit a ad e sicut c ad f. & hoc est æqua ꝓportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur: nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis vnius. Si enim a, b, e, sint lineæ/& c, d, f, superficies/aut corpora/aut tempora: non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur: vniuersaliter dictum/ particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zãb. Theorema 20. Propositio 20.

¶ Si fuerint tres magnitudines et alię eisdem ęquales numero cum duabus sumptis & in eadem ratione/ ex ęquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si ęqualis: ęqualis. & si minor: minor. 20
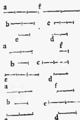


¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & aliæ eisdẽ æquales numero d, e, f, cum duabus sumptis & in eadem ratione: sicut quidem a ad b sic d ad e, sicutq; b ad c, sic e ad f. Ex æquali autem sit maior a ipsa c. Dico q͏ & d ipsa f maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Quoniam enim maior est a ipso c, alia autem quædã b, maior autem ad eandem per 8 quinti maiorẽ rationem habet q̃ minor: igitur a ad b maiorẽ rationẽ habet q̃ c ad b. Sed sicut est quidem a ad b: sic est d ad e. sicutq; c ad b: rursus sic f ad e. Et d igiť ad e maiorẽ rationem habet: q̃ f ad e, per correlarium 4. quinti. Ad eandẽ autẽ rationẽ ha

bentiũ/maiorẽ rationẽ habens: illud maius est/per 10 quinti. maior igitur est d: ipsa f. Similiter quoq; ostendemus q; et si æqualis est a ipsi c: æqualis erit & d ipsi f. & si minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdẽ æquales numero cum duabus sumptis & in eadẽ ratione ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit, & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod oportebat demõstrare.

Eucli ex Camp. Propositio 21.

21 Si fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundũ earum numerum/quarum quæq; duæ ex prioribus quibusq; duabus ex posterioribus peruersim cõparatæ secundũ proportionem earum fuerint: necesse quoq; est vt si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima vltima maior/ & posterorum prima vltima esse maiorem, si autem minor: & minorem. Si vero æqualis: & æqualem.



CAMPANVS. Scd̃m antecedẽs. sint tres q̃titates/a, b, e: sumantq; aliæ tres quæ sũt f, c, d. & sit ꝓportio a ad b, sicut c ad d: & b ad e, sicut f ad c. dico q; si a est maior e: erit maior d. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. hoc autẽ ꝓbatur per eandẽ & eodẽ modo: quo præcedens. si enĩ a sit maior e: erit maior proportio a ad b q̃ e ad b. quare maior c ad d: q̃ e ad b. & ideo maior q̃ c ad f. maior igitur f q̃ d: per secundam partem 10. quod est propositum. Q2 si a sit minor e: erit tandem minor c ad d, q̃ ad f. quare per eandem partem eiusdem: f erit minor d. Si autem a sit æqualis e: sequitur vt sit proportio c ad d, sicut c ad f. igitur per secũdam partem 9/erit f æqualis d. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 10.

21 Si fuerunt tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis & in eadem ratione/ fuerit autem perturbata earum proportio ex æquali vero prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor.
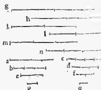
THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines a, b, c: & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus sumptis/ & in eadem ratione, sit autem earum proportio perturbata. sicut quidem a ad b, sic e ad f: sicutq; b ad c, sic d ad e. ex æquali autẽ; a ipsa c sit maior. dico q; & d ipsa f maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Quoniam enim maior est a ipsa c, aliaq; b: igitur per 8 quinti a ad b maiorẽ habet rationem q̃ c ad b. Sed sicut quidem a ad b: sic e ad f. sicutq; c ad b: rursus sic e ad d. & e igitur ad f maiorẽ rationem habet: q̃ e ad d, per correlarium quartę quinti. Ad quã autẽ eadẽ/ maiorẽ rationem habet: illa minor est per 10 quinti. minor igitur est f ipsa d. maior igitur est d: ipsa f. Similiter quoq; ostendemus/ q; & si æqualis fuerit a ipsi c: æqualis erit & d ipsi f. & si minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdẽ æquales numero cum duabus sumptis/ & in eadẽ ratione/ fueritq; perturbata earum proportio/ ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

a b c c e d d d e f

Eucli ex Camp. Propositio 22.

22 Si fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundũ earum numerum, quarum quæq; duæ secũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate: proportionales erunt.

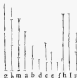
CAMPANVS. Demonstratis antecedentibus ad æquam proporti-



onalitatē:hic demonſtrat eā.& primo: cum quantitates duorum ordinū ſunt directe proportionales.Non eſt autem neceſſe vt demonſtraretur:niſi cum in vtroq; duorum ordinum ſunt tantum tres quātitates. Per hoc enim euidenter ſequitur:cum in vtroq; ordine fuerint quatuor quantitates/& deinceps.& ideo etiam non oportuit eius antecedens demonſtrari:niſi ſolum cum in vtroq; ordine ſunt etiā tres quantitates. ❡Sint igitur tres quantitates/a,b,e:ſumanturq; tres aliæ quæ ſunt c,d,f.& ſit proportio a ad b,ſicut c ad d:& b ad e,ſicut d ad f.dico q̄ erit a ad e:ſicut c ad f.Sumam enim g ad a,& h ad c,æque multiplicia. Itemq; k ad b,& l ad d:æque.& rurſus m ad e,& n ad f:æque.eritq; p 4/g ad k,ſicut h ad l:& k ad m,ſicut l ad n.quare per 20/ſi g eſt maior m:erit h maior n.& ſi minor:minor.& ſi æqualis: æqualis. igitur per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/proportio a ad e:eſt ſicut c ad f. qd̄ eſt ppoſitum. ❡Poteſt quoq; hoc demonſtrari per 15 huius/ſumptis g,k,m, ad a,b,e:& h,l,n,ad c,d,f,æque multiplicibus.erit enim per 15/ g ad k,ſicut h ad l:& k ad m,ſicut l ad n.Cætera pertracta vt prius. ❡Q̄ ſi fuerint quantitates plures tribus in vtroq; ordine vtpote quatuor:additis p & q,ita q̄ ſit e ad p ſicut f ad q, erit iterum a ad p,ſicut c ad q. erit enim a ad e:ſicut c ad f.hoc enim demonſtratum eſt.ſublatis igitur b et d:erunt tres quantitates a,e,p,& aliæ tres c,f,q,vt proponitur. quare a ad p:ſicut c ad q.Sicutq; demonſtratur de quatuor per tres/ ſublato vno medio: eodem modo demonſtrabis de quinq; per quatuor: ſublatis duobus medijs/& de ſex per quinq;/ſublatis tribus.& ſic de cæteris.

Eucli.ex Zāb.Theorema 22. Propoſitio 22.

22 ❡Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione:& ex ęquali in eadem ratione erunt.
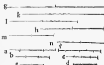


❡THEON ex Zāberto. ❡Sint quælibet magnitudines a, b,c: & aliæ eiſdem æquales numero d,e,f,cum duabus ſumptis in eadē ratione.ſicut quidē a ad b,ſic d ad e:ſicutq; b ad c,ſic e ad f. Dico q̄ & ex æquali in eadem ratione erunt:ſicut a ad c,ſic d ad f.Sumantur quidem ipſarū a,d:æque multiplices g,h.ipſarum autem b,e:aliæ quæ vtcunq; ſunt ęque multiplices/k,l. & inſuper ipſarum c,f: aliæ quæ vtcunq; ſint æque multiplices/m,n.Et quoniam eſt ſicut a ad b ſic d ad e,& ſumuntur quidem ipſarum a,d,æque multiplices g,h,ipſarum autem b,e,aliæ quę vtcunq; ſunt æque multiplices k, l:eſt igitur per 4 quinti/ ſicut g ad k, ſic h ad l.& per hoc/ſicut k ad ipſum m: ſic l ad ipſum n. Quoniam igitur tres magnitudines ſint g,k,m,& aliæ eiſdem æquales numero h,l, n,cū duabus ſumptis & in eadem ratione:ex æquali igitur per 20 quinti/ſi excedit n ipſum m,excedit & h ipſum g.& ſi æqualis:æqualis.& ſi minor:minor. Sūt autem g,h,ipſarum a,d,æque multiplices: & m,n, ipſarum c,f,aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices.eſt igitur per 6 diffinitionē quinti/ſicut a ad c:ſic d ad f.Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione:& ex æquali in eadē erunt ratione. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 23.

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundū earū numerum/quarum quęq; duę ſecundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionatę:in ęqua proportionalitate proportionales erunt.

❡CAMPANVS. ❡Demonſtrat æquam proportionalitatem in q̄titatibus duorum ordinum indirecte ſiue peruerſim proportionatis.Nec eſt neceſſe q̄ demonſtretur:niſi cum in vtroq; duorum ordinum ſunt tantum tres quantitates.per hoc enim euidenter ſequitur quæcunq; ponātur in vtroq; ordine:ſicut in præmiſſa de directe proportionatis demon



ſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a, b, e: ſumanturq; aliæ tres quæ ſint f, c, d. & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d: & b ad e, ſicut f ad c. dico φ erit a ad e: ſicut f ad d. Sumã eni g ad a, & h ad c, & k ad f: æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d. æque eritq; per 4 / g ad l: ſicut h ad n. & per 15 / l ad m: ſicut k ad h. quare per 21 / ſi g addit ſuper m: & k addit ſuper n. & ſi minuit: minuit. & ſi ęquat: æquat. ergo per diffinitionẽ incõtinuæ proportionalitatis / proportio a ad e: eſt ſicut f ad d. quod eſt propoſitum.

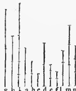
¶ Poteſt quoq; & hoc demonſtrari per decimamtertiam huius: ſumptis g, l, m, ad a, b, e, & k, h, n, ad f, c, d. æque multiplicibus. erit enim per decimamquintam / g ad l: ſicut h ad n. & l ad m: ſicut k ad h. cætera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa: ſecundum primum modum

¶ Qz ſi plures tribus fuerit quãtitates in vtroq; ordine / vtpote quatuor: additis p & q, ita φ ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterũ a ad p ſicut f ad q. erit enim per prædemonſtrata / a ad e: ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d: erunt tres quantitates a, e, p, & aliæ tres f, c, q, vt proponitur. quare a ad p: ſicut f ad q. Sic igitur demõſtratur de quatuor per tres: ſublato vno medio. Eodem modo demõſtrabis de quinq; per quatuor: ſublatis duobus medijs, & de ſex per quinq;: ſublatis tribus. & ſic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propoſitio 23.

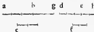
23 ¶ Si fuerint tres magnitudines: aliæq; eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione / fuerit autem perturbata earum proportio. & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶ THEON ex Zãbetto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c: & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione d, e, f. ſit autẽ perturbata ipſarum proportio. ſicut quidem a ad b, ſic e ad f: ſicut q; b ad c, ſic d ad e. Dico φ eſt ſicut a ad c: ſic eſt d ad f. Sumantur inq̃ ipſarum a, b, d, æque multiplices g, h, k: ipſarum autẽ c, e, f, aliæ quæ vtcunq; æque multiplices ſint l, m, n. Et quoniam æque ſunt multiplices g, h, ipſarum a, b, partes autẽ eodem modo multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut a ad b, ſic g ad h. Ac per hoc / & ſicut e ad f: ſic m ad n. & eſt ſicut a ad b: ſic e ad f. & ſicut igitur g ad h: ſic m ad n per 11 quinti. Et quoniam eſt ſicut b ad c ſic eſt d ad e, & ſumuntur ipſarum quidem b, d, æque multiplices h, k, ipſarum autẽ c, e, aliæ quæ vtcunq; ſunt æque multiplices l, m: & igitur ſicut h ad l ſic k ad m. & viciſſim per 16 quinti / ſicut b ad d: ſic c ad e. Et quoniã h, k, ipſarum b, d, æque ſunt multiplices / partes autẽ æque multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: eſt igitur ſicut b ad d ſic h ad k. Sed ſicut b ad d: ſic c ad e. & ſicut igitur h ad k: ſic c ad e per 11 quiti. Rurſus quoniam l, m, ipſarum c, e, æque ſunt multiplices: eſt igitur ſicut c ad e, ſic l ad m. Sed ſicut c ad e, ſic h ad k: & ſicut h ad k, ſic l ad m. & viciſſim per 16 quiti / ſicut h ad l: & k ad m. Oſtẽſum autem eſt φ ſicut g ad h: & ſic m ad n. Quoniã igitur tres magnitudines ſũt proportionales g, h, l, & aliæ eiſdem æquales numero k, m, n, cũ duabus ſumptis in eadem ratione / & eſt earum perturbata proportio: ex æquali igitur per 21 quinti / ſi excedit g ipſũ l, & excedit k ipſum n. & ſi æquale: æquale. & ſi minus: minus. Sunt autẽ g, k, ipſarũ a, d, æque multiplices: & l, n, ipſarum c, f, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut a ad c: ſic d ad f, per ſextam diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines: & aliæ eiſdem æquales numero cum duabus ſumptis in eadem ratione / fuerit autem perturbata ipſarum proportio: & ex æquali in eadem ratione erũt. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli.ex Camp. Propositio 24.

SI fuerit proportio primi ad secundum tanq̃ tertij 24
ad quartum/proportio vero quinti ad secundum tanq̃ sexti ad quartũ: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum/tanq̃ sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.



CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus: hæc proponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde hæc est illa tãto cõmunior: quãto multiplicitate proportio. & se habet ad illam: quemadmodum 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c: sicut d e ad f. & item b g ad c: sicut e h ad f. dico q̃ proportio a g ad c: est sicut d h ad f. Erit enim per conuersam proportionalitatem/ c ad b g: sicut f ad e h. quare per 22/ erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut d e ad e h. ergo coniunctim per 18 a g ad g b: sicut d h ad h e. itaq; per 22/ erit in æqua proportionalitate a g ad c: sicut d h: ad f. quod est propositum.

Eucli.ex Camp. Theorema 24. Propositio 24.

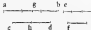
Si primum ad secundum eandem habuerit rationem & 24
tertium ad quartum/habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem/& tertium & sextum ad quartum.



THEON ex Zamberto. Primum m j a b, ad secundum c eandem habeat rationem: & tertium d e ad quartum f. habeat autem & quintum b g, ad secundũ c: eandẽ rationẽ & sextũ e h ad quartũ f. Dico q̃ & cõposita primũ & quintũ a g ad secundũ c eandẽ habebunt rationem: ac tertiũ & sextũ d h ad ipsum f quartũ. Quoniã eni est sicut b g ad c sic est est e h ad f; conuersim quoq; sicut c ad b g, sic f ad e h. Quoniam igitur est sicut a b ad c sic d e ad f, sicut autem c ad b g sic f a 1 e h: ex æq̃li igitur per 22 quĩti est sicut a b ad b g sic d e ad e h. Et quoniam disiunctæ magnitudines si proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erunt per decimãoctauã quinti; sicut igitur a g ad g b, sic d h ad h e. est autem & sicut b g ad c: sic e h ad f. ex æquali igitur per vicesimamsecundam quinti/ est sicut a g ad c: sic d h ad f. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/habuerit autem quintum ad secundum eandem rationẽ & sextũ ad quartũ: & cõposita primũ & quintũ ad secũdũ eandẽ habebunt rationem & tertium & sextum ad quartum. quod oportebat demõstrare.

Eucli.ex Camp. Propositio 25

SI fuerint quatuot quantitates proportionales/ fue- 25
ritq; prima earum maxima & vltima minima: primam & vltimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse necessario comprobatur.



CAMP. Qđ hic proponitur/ nõ habet locũ: nisi cũ õnes quatuor q̃titates sũt eiusdẽ generis. Sit igitur q̃tuor q̃titatũ eiusdẽ generis proportio a b ad c d: sicut e ad f. sitq; a b: maxima. Neq; oportet ponere q̃ f sit minima. q̃a ipsũ ex hoc seq̃tur: q̃ a b posita est maxima. vnde nõ posuit hoc author in cõclusione tãq̃ positionẽ: sed potius tãq̃ p̃cedẽtis positionis cõclusionẽ. Dicoq; cũ ita fuerit: maius erit aggregatũ ex a b & f, q̃ ex c d & e. Cũ eni a b sit maior e: abscindã ex a b, g b æqualẽ e. similiter quoq; quia c d est maior f: abscidã ex c d, h d ęqualem f. Eritq; per hypothesin a b ad c d: sicut g b ad h d. quare per 19/ a g residuũ ad c h residuũ: sicut totũ a b ad totũ c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d, quare a g maior est c h: additis igitur vtriq; duabus quã-

titatibus g b & h d, erit per communem scientiam/aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b. & quia d h posita est æqualis f,& g,b e: maius erit aggregatum ex a b & f, q̃ aggregatum ex c d & e. Quod est propositum.

Euclí. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

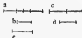
25 ¶Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima earum & minima/reliquis maiores erunt.



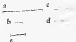
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor magnitudines proportionales a b,c d,e,f: sicut a b ad c d,sic e ad f. Sit autem maxima earum a b: minima vero f. Dico q̃ ipsæ a b & f: ipsis c d & e maiores sunt. Ponatur inq̃ per tertiam primi ipsi e æqualis a g: & ipsi f æqualis c h. Quoniam igitur est sicut a b ad c d,sic e ad f, æqualis autem est e ipsi a g,& ipsi f æqualis c h: est igitur sicut a b ad c d,sic a g ad c h. & quoniam est sicut totum a b ad totum c d,sic ablatum a g ad ablatum c h: & reliquum igitur g b per decimamnonam quinti / ad reliquum h d,erit sicut totum a b ad totum c d. Maior autem est a b: ipsa c d. maior igitur est g b: ipsa h d. Et quoniam æqualis est a g ipsi e,& c h ipsi f: igitur a g & f sunt æquales ipsis c h,e. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur omnia inæqualia fient per quartam communem sententiam: cum igitur g b & h d sint inæquales/& g b maior sit/ipsi autem g b addantur c h & e,producentur a b & f maiores ipsis c d & e. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: maxima & minima earum/reliquis maiores erunt. Quod demonstrare oportebat.

¶Nouem sequentes propositiones quas ad
25 adiecit Campanus: nihil in Zam-
berto eis respondens habent.
nec plures 25 in vetustiori
bus Euclidis exempla
ribus reperiuntur.
quare ex addi
tione Cāpa
ni esse vi
dent.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secundam maior q̃ tertiæ ad quartam: erit conuersim econtrario secundæ ad primam minor q̃ quartæ ad tertiam.

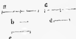


¶CAMPANVS. ¶ Sit proportio a ad b,maior q̃ c ad d. dico q̃ erit econuerso/modo contrario minor proportio b ad a: q̃ d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit econuerso a ad b vt c ad d. sed non est: immo maior. At vero si est b ad a maior q̃ d ad c: sit e ad a, vt d ad c. eritq; ex duodecima/e ad a minor q̃ b ad a. quare ex prima parte decimę e est minor b. Ideoq; ex secunda parte 8/maior erit proportio a ad e: q̃ a ad b. & quia per conuersam proportionalitatem/a ad e sicut c ad d: erit ex duodecima/proportio c ad d maior q̃ a ad b. sed erit minor. relinquitur ergo propositum. ¶ Possumus quoq; (si libet) astruere propositum ostensiue. manifestum enim est ex prima parte decimæ/q̃ illa quātitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo q̃ ponitur maior proportio a ad b q̃ c ad d. illa ergo quantitas sit e. cum sit igitur



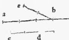
proportio e ad b vt c ad d: erit econuerso b ad e, vt d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ/ ꝙ proportio b ad a: minor est q̃ proportio b ad e. Itaq; per duodecimam/ proportio b ad a: est minor q̃ d ad c. Quod volumus.

¶Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam: erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam/ q̃ secundæ ad quartam. 27



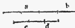
¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq; proportio a ad b maior: q̃ c ad d. dico ꝙ erit permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. Eadem enim non erit. quia tunc quoq; esset permutatim a ad b: sicut c ad d. Neq; minor. nam si hoc ponatur: sit itaq; e ad c, vt b ad d. eritq; ex duodecima/ maior proportio e ad c: q̃ a ad c. quare ex prima parte decimæ/ e est maior a. Itaq; per primam partem octauæ/ proportio e ad b: est maior q̃ a ad b. Et quia positum est vt sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d. ex duodecima igitur/ maior erit proportio c ad d: q̃ a ad b. sed positum erat oppositum. verum est ergo propositum. ¶Ostensiue quoq; idem: quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, vt c ad d: erit ex prima parte decimæ/ e minor a. quia ex prima parte octauæ/ maior erit a ad c: q̃ e ad c. Sed ex permutata proportionalitate/ est e ad c: vt b ad d. igitur ex duodecima/ a ad c: est maior q̃ b ad d. Quod est propositum.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio q̃ tertię ad quartam: erit quoq; coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam. 28



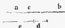
¶CAMPANVS. ¶Sit maior proportio a ad b: q̃ c ad d dico ꝙ maior erit totius a b ad b: q̃ totius c d ad d. quia ipsa neq; erit æqualis: neq; minor. Si enim æqualis: tunc erit disiunctim/ a ad b vt c ad d. Si autem est minor: sit e b ad b/ vt c d ad d. eritq; ex duodecima/ maior proportio e b ad b: q̃ a b ad b. itaq; ex prima parte decimæ/ e b: est maior q̃ a b. & per conceptionem: e maior q̃ a. quare ex prima parte octauæ/ maior est proportio e ad b: q̃ a ad b. sed e ad b: est vt c ad d per disiunctam proportionalitatem. eo ꝙ erat e b ad b: vt c d ad d. ergo per duodecimam/ c ad d: est maior q̃ a ad b. hoc autem est contra hypothesin. ¶Idem etiam ostensiue. Cum enim propositum sit ꝙ maior sit proportio a ad b, q̃ c ad d: sit proportio e ad b, vt c ad d. eritq; ex prima parte decimæ: e minor a. Ideoq; ex communi scientia: e b erit minor q̃ a b. quare ex prima parte octauæ/ maior erit proportio a b ad b: q̃ e b ad b. At vero proportio e b ad b: est per coniunctam proportionalitatem/ sicut c d ad d positum enim est, vt sit e ad b: tanq̃ c ad d. igitur ex duodecima/ maior est a b ad b: q̃ c d ad d. quod est propositum.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; disiunctim proportio primæ ad secundam maior q̃ tertiæ ad quartam. 29



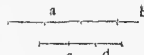
¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a b ad b: maior q̃ c d ad d. dico ꝙ erit disiũcti/ proportio a ad b: maior q̃ c ad d. alioqui erit æqualis vel minor. Q2 si æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem/ a b ad b, vt c d ad d. Si autem minor: erit maior c ad d, q̃ a ad b. ergo per

præmissam/maior erit c d ad d:q̃ a b ad b. quod est incõueniẽs: quia positum est q̧ minor, verum est ergo qđ dicitur. ❡Quod etiã ostensiue astruemus: hoc modo. Ponemus enim vt proportio e b ad b: sit tanq̃ proportio c d ad d. eritq́ ex prima parte 10: e b minor q̃ a b. quare ex communi scientia/e est minor q̃ a. minor igitur est ex prima parte 8/proportio e ad b: q̃ sit a ad b. sed proportio e ad b: est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate. itaq́ ex 12/proportio a ad b: est maior q̃ sit c ad d. quod est propositum.



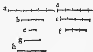
30 ❡Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio q̃ tertiæ & quartæ ad quartam: erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam q̃ tertiæ & quartæ ad tertiam.

❡CAMPANVS. ❡Sit maior proportio a b ad b: q̃ c d ad d. dico q̧ euersim minor erit proportio a b ad a: q̃ c d ad d. erit enĩ disiunctim ex præmissa/maior proportio a ad b: q̃ c ad d. Itaq́ per 26/erit econuerso minor b ad a: q̃ d ad c. quare per ante præmissam/ coniunctim minor erit b a ad a: q̃ c d ad c. quod est propositum.



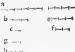
31 ❡Si fuerint tres quantitates in vno ordine / itemq́ tres in alio/fueritq́ primæ priorum ad secundam maior proportio q̃ primæ posteriorum ad secundam/itemq́ secundæ priorũ ad tertiam maior q̃ secundæ posteriorum ad terriam: erit quoq́ primę priorum ad tertiam maior proportio/q̃ primę posteriorum ad tertiam.

❡CAMPANVS. ❡Sint tres quantitates: a, b, c. itemq́ aliæ tres: d, e, f. sitq́ maior proportio a ad b: q̃ d ad e. itemq́ maior b ad c: q̃ e ad f. dico q̧ maior erit proportio a ad c: q̃ d ad f. Sit enĩ g ad c: vt e ad f. eritq́ ex prima parte 10: g minor b. quare ex secunda parte 8/proportio a ad g: est maior q̃ a ad b. multo maior ergo est proportio a ad g: q̃ d ad e. sit itaq́ h ad g: vt d ad e. eritq́ ex prima parte 10: a maior h. quare ex prima parte 8/ proportio a ad c: maior est q̃ proportio h ad c. At vero proportio h ad c: est per æquam proportionalitatẽ/sicut d ad f. est enim h ad g: vt d ad e. & g ad c: vt e ad f. igitur ex 12/proportio a ad c: est maior q̃ d ad f. quare constat propositum.
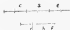


32 ❡Si fuerint tres quãtitates in vno ordine/itẽq́ tres in alio/ fueritq́ proportio secundæ priorum ad tertiam maior q̃ primæ posteriorum ad secundam / itemq́ primæ priorum ad secundam maior q̃ secundæ posteriorum ad tertiam: erit maior proportio primæ priorum ad tertiam / q̃ primæ posteriorum ad tertiam.

❡CAMPANVS. ❡Sint enim tres quantitates in vno ordine: a, b, c. Itemq́ tres in alio: d, e, f, quemadmodum in præmissa. sitq́ maior proportio b ad c: q̃ d ad e. & maior a ad b: q̃ e ad f. dico q̧ maior erit a ad c: q̃ d ad f. Sit enim g ad c: vt d ad e. eritq́ g minor b: per primam partem 10. quare maior erit proportio a ad g: q̃ ad b, per secundam partem 8. igitur multo maior est a ad g: q̃ e ad f. Sit itaq́ h ad g: vt e ad f. eritq́ a maior h: ex prima parte 10. quare proportio a ad c: maior est q̃ h ad c, ex prima parte 8. At vero ex 23/ proportio h ad c, est tanq̃ d ad f: eo q̧ est g ad c, vt d ad e. & h ad g: vt e ad f. igitur ex 12/maior est proportio a ad c: q̃ d ad f, quod est propositum.



¶ Si fuerit proportio totius ad totum/maior q̃ abscisi ad ab 33
scisum: erit residui ad residuum / maior proportio q̃ totius
ad totum.



¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates a, & b: a quibus abscindantur c & d. & residua sunt e & f. sitq; maior proportio a ad b: q̃ c ad d. dico q; maior erit proportio e ad f: q̃ a ad b. erit enim ex 27 / permutatim maior proportio a ad c: q̃ b ad d. quare ex 30/ erit euersim minor proportio a ad e: q̃ b ad f. igitur rursus ex 27/permutatim minor erit a ad b: q̃ e ad f. quod est propositum.

¶ Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur/ 34
fueritq; cuiuslibet præcedentis ad suam relatiuã maior proportio q̃ alicuius subsequentis ad suam: erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentium ad suam comparem/ aut etiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas/ minor autem q̃ primæ ad primam.



¶ CAMPANVS. ¶ Sint tres quãtitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ sint d, e, f. sitq; maior proportio a ad d, q̃ b ad e, & b ad e sit maior q̃ c ad f. dico q; proportio a, b, c, pariter acceptarum / ad d, e, f, pariter acceptas: est maior q b ad e, vel maior q̃ c ad f, & etiam maior q̃ b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas. & ipsa est minor: q̃ a ad d. Cum sit enim a ad d maior q̃ b ad e: erit permutatim a ad b maior q̃ d ad e. & coniunctim a b ad b: maior q̃ d e ad e. & iterum permutatim a b ad d e: maior q̃ b ad e. quare per præmissam/a ad d: est maior q̃ a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad e: q̃ b c ad e f. itaq; maior proportio est a ad d: q̃ b c ad e f. quare permutatim maior est a ad b c: q̃ d ad e f. & coniunctim maior a b c ad b c: q̃ d e f ad e f. & iterum permutatim maior a b c ad d e f: q̃ c b ad e f. quare per præmissam/ maior est a ad d: q̃ a b c ad d e f. Quod est propositum.

¶ EVCLIDIS NEGARENSIS
Geometricorum elementorum
Sexti Libri:

F I N I S.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq; facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zãberto Veneto: Geometricorum elementorum Liber Sextus.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 SVperficies similes dicuntur: quarũ anguli vnius angulis alterius æquales: lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.

¶CAMPANVS. ¶Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f: ipsi erunt similes.

2 ¶Superficies mutuorum laterum: sunt inter quarum latera incontinua proportionalitas retransitiue habetur.

¶CAMPANVS. ¶Vt si duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d e latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum siue mutekesia.

3 ¶Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium & duo extrema: quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem quæ est maioris ad minorẽ.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

1 SImiles figuræ rectilineæ: sunt quæ & angulos æquales habent ad vnum, & quæ circa angulos æquales sunt, latera proportionalia.

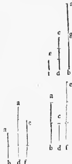
2 ¶Reciprocæ autem figuræ: sunt quando in vtraq; figura, antecedentes & consequentes termini rationales fuerint.

3 ¶Per extremam & mediam rationem, recta linea diuidi dicitur: quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

4 ¶Altitudo vniuscuiusq; figuræ: est a vertice ad basin perpendicularis deducta.

5 ¶Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur: quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit enĩ a b ad c d rationem habẽs datam: veluti duplam aut triplam aut quãlibet aliam. & c d ad e f: eandẽ quoq; datam. Dico q; ipsius a b & e f ratio: constat ex a b ad c d & ex c d ad e f. Vel q; ipsius a b ad c d rationis quantitas multiplicata in ipsius c d ad e f rationis quantitatem: efficit ipsius a b ad e f rationem. Sit enim primum a b ipsa c d maior: & c d ipsa e f. & sit quidem a b, ipsius c d dupla: & c d ipsius e f tripla. quoniam igitur c d ipsius e f tripla est, ipsius autem c d. dupla est a b: igitur a b ipsius e f sexicupla est. quoniam si triplum alicuius duplicamus: fit sexicuplum. hoc inq̃ est proprie com-



positio. ℭVel sic. Quoniam a b dupla est ipsius c d: diuidatur a b in ipsi c d æqualia/hoc est a g,& g b. Et quoniã c d ipsius e f tripla est/æqualis autem est a g ipsi c d: & a g igitur ipsius e f tripla est. Id propterea: & g b ipsius e f tripla est. Tota igitur a b: ipsius a f sexcupla est. Ipsius igitur a b ad e f ratio connectitur per c d medium limitem: composita ex ipsius a b ad c d & c d ad e f ratione. ℭSimiliter autem & si minor fuerit c d, vtraq; ipsarum a b & e f: id ipsum colligitur. ℭSit enim rursus a b ipsius c d tripla: at c d ipsius e f sit dimidia. & quoniam c d ipsius e f dimidia est ipsius autem c d tripla est a b: igitur a b sesqualtera est ipsius e f. si enim alicuius dimidium triplicamus: habebit ipsum semel & dimidiũ. At quoniam a b ipsius c d tripla est, & c d ipsius e f dimidia est: qualium est a b æqualiũ ipsi c d trium/talium est e f duorum. Quare sesqualterum est a b ipsius e f. Igitur ratio ipsius a b ad e f, connectitur per c d medium limitem: cõposita ex ipsius a b ad c d & c d ad e f ratione. ℭSed iam rursus sit c d vtraq; ipsarum a b & e f maior. & sit quidẽ a b ipsius c d dimidium: & c d ipsius e f sesquitertium. Quoniam igitur qualium est a b duorum/talium est c d quatuor qualium autem c d quatuor/talium e f trium: & qualium igitur a b duorum/talium e f trium. cõnectitur igitur rursus ratio ipsius a b ad e f, per c d medium limitem: quæ duorum est ad tria. similiter quoq; & in pluribus/& in reliquis casibus. Et manifestum est q̃ si a composita ratione/vnaquæq; compositarum auferatur: vno extremorũ electo/reliqua compositarum assumetur.



Eucli. ex Camp. Propositio 1.



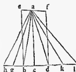
SI duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterum/siue triangulorum/ fuerit altitudo vna: tãta erit alterutra earum ad alteram/quanta sua basis ad basin alterius. 1

ℭCAMPANVS. ℭSint duo parallelogrãma a b c, d e f æqualis altitudinis. dico esse proportionẽ com sicut b c ad e f. ponam illa duo parallelogrãma super lineam vnam: quæ sit g m. eruntq; propter hoc q̃ sunt æqualis altitudinis: inter lineas æquidistantes/quarum sit altera k n. deinde ex linea g m: sumam g c multiplicem secundum quẽcunq; numerum voluero/ad b c. & diuidã eam in partes æquales b c: in punctis h & b. a quibus & pũcto g: ducam æquidistãtes lineæ a b, quæ sunt g k & h l. & complebo superficies æquidistantiũ laterum: k h & l b. eritq; vnaquæq; earũ per 36 primi: æqualis a c. quare sicut linea g c est multiplex lineæ b c: ita superficies c k, superficiei a c. Similiter quoq; ad lineam e f: sumam ex linea g m, lineam f m multiplicem secundũ quencunq; numerum voluero/ad e f. & complebo superficiem æquidistantium laterum/ducta linea m n æquidistanter lineæ d e. eritq; superficies n f ita multiplex superficiei d f: sicut linea m f lineæ e f. Et q̃a per 36 primi. si linea g c est maior linea f m, superficies k c est maior superficie n f, et si minor/minor/et si æqualis/æqualis: erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis/eadem proportio basis b c ad basin e f, quæ est superficiei a c ad superficiẽ d f. q̃d est propositũ. ℭDe triangulis vnius altitudinis idẽ ꝓbabis & eodẽ modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices/ad vertices triangulorum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

ℭTriangula & parallelogrãma/quæ sub eodem sunt vertice: ad se inuicem sunt vt bases. 1



ℭTHEON ex Zamb. ℭSint triãgula quidẽ a b c & a c d, parallelogrãma vero e c & c f: sub eodẽ vertice existentia. habentia q; ab a in b d: perpẽdicularẽ deductã a c. Dico q̃ est sicut b c basis ad c d basin: sic est a b c triãgulũ ad a c d triã gulũ/& e c parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ:

Producatur itaq̃ per 2 postulatum/d b ex vtraq; in h, l, signa. & ponantur per 2 primi ipsi quidem b c basi/æquales cuiuſmodicũq; b g & g h: ipsi autem c d basi/ æquales cuiuſmodicunq; d k & k l. Connectanturq; a g, a h, a k, & a l. Et quoniam c b, b g, & g h sibiinuicem ſunt æquales: & tri angula quoq; a h g, a g b & a b c ſibiinuicem ſunt æqualia per 38 primi. Q̃ multiplex igitur eſt h c baſis/ipſius b c baſis: tam multiplex eſt et triangulum a h c, trianguli a b c. Id propterea/q̃ multiplex eſt l c baſis/ ipſius d c baſis: tam multiplex eſt & a l c triangulum/ ipſius a d c trianguli. & ſi æqualis eſt h c baſis/ipſi c l baſi: æquum eſt per 38 primi/triangulum a h c triangulo a c l. & ſi baſis h c excedit baſim c l: excedit & triangulum a h c triangulum a c l. & ſi minor: minus/ per 6 diffinitionem quinti. Quattuor iam exiſtentibus magnitudinibus/ duabus quidem baſibus hoc eſt b c & c d, duobus autẽ triangulis hoc eſt a b c & a c d: ſumuntur æque multiplices. ipſius quidem b c baſis, & ipſius a b c triãguli: baſis videlicet h c, & triangulum a h c. ipſorum autem c d baſis & a d c trianguli: alia quæ vtcunq; ſunt æque multiplicia/ hoc eſt baſis c l, & triangulum a l c. & demõſtratum eſt q̃ ſi excedit baſis h c baſim c l: excedit quoq; & triangulũ a h c, triangulu a l c. & ſi ęqualis: ęquale. & ſi minor: minus. Eſt igitur ſicut baſis b c ad baſim c d: ſic triangulum a b c ad triangulum a c d, per ſextã diffinitionẽ quinti. Et quonia per 41 primi ipſius quidem trianguli a b c duplum eſt parallelogrãmũ e c, ipſius autẽ a c d trianguli duplũ eſt per eãdẽ parallelogrãmu f c, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ p 15 quinti eãdẽ habẽt rationẽ: eſt igit̃ ſicut triangulũ a b c ad triangulũ a c d, ſic parallelogrammũ e c ad parallelogrãmũ c f. Quoniã igitur patuit ſicut quidẽ baſis b c ad baſim c d ſic triangulũ a b c ad triangulum a c d, ſicutq; triangulũ a b c ad triangulũ a c d ſic parallelogrãmũ e c ad parallelogrãmum f c: & ſicut igitur per 11 quinti/ baſis b c ad baſim c d, ſic parallelogrãmum e c ad parallelogrammum f c. Triangula igitur & parallelogramma ſub eodem vertice exiſtẽtia: ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes. quod demonſtrare oportebat.

Eucli ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI linea recta duo trianguli latera ſecans/reliquo fuerit ęquidiſtans: eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si vero proportionaliter ſecet: eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c: cuius duo latera a b & a c ſecet linea d e æquidiſtanter tertio lateri quod eſt b c. dico q̃ erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c. & econuerſo ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c: linea d e erit æque diſtans lineæ b c. protraham enĩ duas lineas e b & d c, eritq; per 37 primi/triangulus e d b, æqualis triangulo d e c: propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes. itaq; per ſecundã partẽ 7 quinti/ proportio triãguli a d e ad vtrũq; illorũ: erit vna. ſed proportio eius/ per præmiſſã ad triangulũ e d b: eſt ſicut lineæ a d ad lineã d b. & ad triangulũ d e c: ſicut lineæ a e ad lineã e c. Nam ipſe cum vtroq; illorũ eſt æqualis altitudinis. quare erit proportio a d ad d b: ſicut a e ad e c. quod eſt primũ. Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam/ ipſius a d e ad vtrumq; illorũ proportio vna. quare per ſecundam partem 9 quinti: ipſi ſunt adinuicẽ æquales. & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin videlicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi/ linea d e æquidiſtans lineæ b c. quod eſt ſecundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 2.

2 Si triãguli ad vnũ laterũ acta fuerit aliqua recta linea parallelus: proportionaliter ſecat ipſius triãguli latera. & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint: ad ſegmẽta connexa recta linea/ parallelus ad reliquũ erit ipſius triãguli latus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Trianguli enī a b c parallelus ad latus b c agatur d e. Dico ꝙ est sicut b d ad d a: sic est c e ad e a. Cōnectantur inquam b e & c d. æquale igitur est per 37 primi/triangulum b d e: triangulo c d e. in eadem enim sunt basi d e: & in eisdem parallelis d e & b c. Aliud autem quoddam triangulum a d e. æqualia autem per 7 quinti/ad idem eandem habent rationem. Est igitur sicut triangulum b d e ad triangulum a d e: sic triangulum c d e ad triāgulum a d e. Sicut quidem triangulum b d e ad triangulum a d e: sic est b d ad d a. sub eodem namq; vertice/ ab e in a b, perpendicularem actam habent. & proinde ad seinuicē sunt sicut bases: per 1 sexti. Ac propterea sicut triangulum c d e ad triangulum a d e: sic c e ad e a. & sicut igitur per 11 quinti/b d ad d a: sic c e ad e a. ¶Sed iā ipsius a b c trianguli/latera a b & a c in proportione secentur: sicut b d ad d a, sic c e ad e a. & connectatur d e. Dico ꝙ parallelus est d e ipsi b c. Eisdem namq; dispositis/ quoniā est sicut b d ad d a sic c e ad e a, sed sicut quidem b d ad d a sic triangulum b d e ad triangulum a d e per 1 sexti/sicut autem c e ad e a sic triangulū c d e ad triangulum a d e per eandem: & sicut igitur per 11 quinti triangulum b d e ad triāgulum a d e, sic triangulum c d e ad triāgulum a d e. Vtrūq; igitur ipsorum b d e & c d e triangulorum: ad a d e eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur per eandem est triangulum b d e triangulo c d e & in eadem sunt basi d e. æqualia autem triangula & in eadem basi existentia: & in eisdem sunt parallelis per 39 primi. parallelus igitur est d e ipsi b c. Si trianguli ad vnum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea. proportionaliter secat trianguli latera. & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta coniuncta recta linea/parallelus erit ad reliquū triāguli latus. Quod demōstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 3.


I ab aliquo angulorū trianguli linea recta ad basin ducta/angulū illū per æqualia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdē trianguli lateribus proportionales esse. Si vero duę partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit/reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint: lineam illā angulum per ęqualia diuidere necessario comprobatur. 3

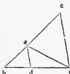


¶CAMPANVS. ¶Sit trigonus a b c: cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia. dico ꝙ proportio b d ad d c: est sicut b a ad a c, & ecōuerso. protraham enim b e: æquidistantem a d. & producam c a: quousq; cōcurrat cum b e in puncto e. eritq; per primam partem 29 primi/ angulus e b a: æqualis angulo b a d. & per secundam partem eiusdem/angulus e: angulo d a c. quare angulus e: est æqualis angulo e b a. ergo per 6 primi/e a: est æqualis a b. & ideo per primam partem 7 quinti/ proportio e a ad a c: est sicut b a ad a c. sed per præmissam/e a ad a c: est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c: sicut b d ad d c. quod est primum. ¶Secunda pars quæ est conuersa primæ partis: probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione/ si fuerit proportio b a ad a c sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c est sicut b d ad d c: erit eadem proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c. ergo per primam partem 9 quinti: e a & a b sunt æquales. quare per 5 primi/ duo anguli e & e b a: sunt æquales. igitur per primā & secundam partem 29 primi/angulus b a d: est æqualis angulo d a c. quod est secundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

¶Si trianguli angulus bifariam secetur/dispescens autē angulum recta linea secuerit & basin; basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis ipsius trianguli lateribus. & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis ipsius 3

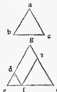
trianguli lateribus: a vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit triangulũ a b c: seceturq; per 9 primi/ angulus b a c bifariam sub recta linea a d. Dico q; est sicut b d ad c d: sic est b a ad a c. Exciterur eni per 31 primi per c: ipsi d a parallelus c e. & acta b a ei concurrat in e. & quoniam in parallelos a d & e c, recta linea a c cecidit: angulus igitur a c e per 29 primi/æqualis est angulo c a d. Sed angulo c a d: is qui est sub b a d supponitur æqualis. & angulus igitur b a d: ei qui sub a c e est angulo/ est æqualis. Rursus quoniã in parallelos a d & e c, recta linea cecidit b a e: per 28 primi angulus exterior b a d æqualis est angulo interior i a e c. ostensum autem est q; angulus a c e angulo b a d est æqualis. & angulus a c e igitur: angulo a e c est æqualis. quare & latus a e: lateri a c per 6 primi/est æquale. Et quoniam triãguli b c e ad vnum latus e c parallelus acta est a d: proportionalis igitur per 2 sexti/& per 11 quinti (& animaduerte quomodo) sicut b d ad d c, sic b a ad a e. Aequalis autem est a e ipsi a c. est igitur sicut b d ad d c: sic b a ad a c. ℭSed esto sicut b d ad d c: sic b a ad a c. & connectatur a d. Dico q; bifariam secatur angulus b a c: sub recta linea a d. Eisdẽ nãq; dispositis/ qm̃ est sicut b d ad d c sic est b a ad a c, sed sicut e d b ad d c sic b a ad a e per 2 sexti/ trianguli enim b c e ad vnũ latus e c, acta est parallelus a d: & sicut igitur b a ad a c sic b a ad a e per 9 quinti. æqualis autem est a c ipsi a e. quare & angulus qui sub a e c: per 5 primi/ ei qui est sub a c e est æqualis. Sed qui est sub a e c per 29 primi/ exteriori qui est sub b a d est æqualis. angulus autem a c e: ei qui vicissim est sub c a d angulo est æqualis. Angulus igitur b a c bifariã discinditur sub a d recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur/ eum autem dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus. & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus: a vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam secat ipsius triãguli angulum. quod erat demonstrandum.

Eucli ex Camp. Propositio 4.

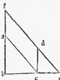
4 OMnium duorum triãgulorum quorum anguli vnius angulis alterius sunt æquales: latera æquos angulos continentia sunt proportionalia.



ℭCAMPANVS. ℭSint duo trianguli a b c, d e f: æquianguli. sitq; angulus a: æqualis angulo d, & angulus b: angulo e. & angulus c angulo f. dico q; proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c. ponam, enĩ ambos triangulos super lineam vnam quæ sit e c: ita q; duo anguli vni⁹ qui erunt super hanc lineam: sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius vnius/ extremo alterius. & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq; a f c: ipse idem triãgulus qui erat a b c. & quia angulus a f c est æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypothesin: erit per primam partem 28 primi/ linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c. complebo igitur superficiem æquidistantium laterum: quæ sit g f. eritq; per 34 primi/ g a: æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c & per eandem e d ad f a sicut e f ad f c. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 ℭAequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera: quæ circum æquales angulos; & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

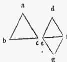


❡THEON ex Zamberto. ❡Sint triangula æquiangula a b c & d c e: æquum habentia angulum qui sub a b c ei qui sub d c e est angulo/ & angulum qui sub b a c ei qui sub c d e, & insuper angulum qui sub a c b ei qui sub d e c. Dico q̃ triangulorum a b c & d c e latera sunt proportionalia: quæ circum æquales sunt angulos. eiusdemq́ʒ rationis: quę ęqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam/ b c: ipsi c e. Et quoniam anguli a b c & a c b duobus rectis sũt minores per decimamseptimam primi/ æqualis autẽ est angulus a c b ei qui est sub d e c angulo: anguli igitur a b c & d e c, duobus rectis sunt minores. Igitur b a & e d productæ: in congressum veniunt. Congrediantur conueniantq́ʒ in f. & quoniam per hypothesin angulus d c e angulo a b c est ęqualis: parallelus est per 28 primi/ b f ipsi c d. Rursus quoniam per hypothesin/ angulus a c b æqualis est angulo d e c: parallelus est per 28 primi/ a c ipsi f e. Parallelogrammũ igitur est: f a d c. Aequalis igitur est f a, ipsi d c: & a c ipsi f d. Et quũ per 2 sexti/ triãguli b f e ad latus vnũ f e parallelus acta est a c: est igitur sicut b a ad a f, sic b c ad c e. Aequalis autem est a f ipsi c d. Sicut igitur per 11 quinti/ b a ad c d: sic b c ad c e. & vicissim per 16 quinti sicut a b ad b c sic d c ad c e. Rursus quoniã parallelus est c d ipsi b f: est igitur per 2 sexti sicut b c ad c e sic f d ad d e. Aequalis autem est f d ipsi a c. Sicut igitur b c ad c e: sic a c ad d e. vicissim igitur per 16 quinti/ sicut b c ad c a: sic c e ad e d. Quoniã igitur demonstratũ est q̃ sicut a b ad b c sic d c ad c e, sicut autem b c ad c a sic c e ad e d: ex æquali igitur per 22 quinti/ sicut b a ad a c sic c d ad d e. Proinde æquiangulorũ triangulorũ proportionalia sunt: quæ circum æquales angulos sunt latera. eiusdemq́ʒ rationis: quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. quod fuit demonstrandum.

Eucli ex Camp. Propositio 5.



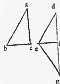
OMnium duorum triangulorum quorum cũctorum laterum sese respicientium est proportio vna: anguli lateribus proportionalibus contenti/ ęqui sibi inuicem esse probantur. 5



❡CAMPANVS. ❡Hæc est cõuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa vnã conclusionẽ/ sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdẽ medijs demonstratur quibus præcedẽs. Sint itaq́ʒ duo trianguli a b c, d e f, sitq́ʒ proportio a b ad d e, & a c ad d f: sicut b c ad e f. dico q̃ angulus a: est æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. et angulus c: angulo f. Cõstituam super lineã e f in opposita parte trianguli d e f, angulum f e g: æqualem angulo b. & angulum e f g: æqualem angulo c. eritq́ʒ per 32 primi/ angulus g: æqualis angulo a. ergo per p̃missã/ proportio a b ad e g, & a c ad f g: sicut b c ad e f. quare a b ad d e: sicut ad e g. & a c ad d f: sicut ad f g. igitur per secundã partẽ 9 quinti/ d e: est ęqualis e g. & per eãdem d f: æqualis f g. quare per 8 primi/ duo trianguli d e f, & g e f: sunt æquianguli. quia ergo triangulus g e f, est etiã æquiangulus triangulo a b c: constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

❡Si duo triangula/ latera proportionalia habuerint: æquiãgula erunt triangula/ & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. 5



❡THEON ex Zamberto. ❡Sint bina triangula a b c & d e f: latera proportionalia habentia. sicut a b ad b c: sic d e ad e f. sicutq́ʒ b c ad c a: sic e f ad d f. Dico q̃ æquiangulum est a b c triangulum: triangulo d e f. æqualesq́ʒ habebunt angulos: sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. hoc est angulum a b c angulo d e f: & angulum b c a angulo e f d. & insuper angulum b a c: angulo e d f. Constituatur per 23 primi inq̃/ ad rectam lineam e f, ad signaq́ʒ in ea e, f: angulo a b c æqualis angulus

f e g, angulo autem a c b æqualis qui est sub e f g. Reliquus igitur angulus qui sub b a c: reliquo qui sub e g f est æqualis. æquiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo f e g. Triangulorum autem a b c & f e g proportionalia sunt latera/ quæ circũ æquales sunt angulos per 4. sexti: eiusdemq; rationis/ quæ sub æqualibus angulis latera subtenduntur. Est igitur sicut a b ad b c: sic g e ad e f. Sed sicut a b ad b c: sic supponitur d e ad e f. Igitur sicut d e ad e f: sic g e ad e f. vtrumq; igitur ipsorum d e & g e: ad e f eandẽ habet rationẽ. Aequalis igitur per 9 quĩti est d e: ipsi e g. Id propterea/ & d f: ipsi f g est æqualis. Qm̃ igitur æqualis est d e ipsi e g, cõmunis autẽ e f: duæ igitur d e & e f duab9 g e & e f sũt æquales/ & basis d f basi f g est æqualis. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ angulo g e f est æqualis/ et triangulum d e f per 4 primi triangulo g e f est æquale et reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus d f e angulo g f e: & angulus e d f angulo e g f. Et quoniam angulus f e d angulo f e g est æqualis/ sed angulus f e g angulo a b c: & angulus a b c igitur ei qui sub d e f est angulo est æqualis. Id propterea/ & angulus a c b: angulo d f e est æqualis. & insuper angulus qui ad a: ei qui ad d. Aequiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina triangula igitur/ latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula. & æquales habebunt angulos: sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. quod erat demõstrandum.

Eucli ex Camp. Propositio 6.

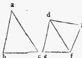
6 OMnes duo triãguli quorum vnius angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ lateraq; illos duos æquos angulos cõtinentia proportionalia: sunt inter seinuicem æquianguli.

¶CAMPANVS. ¶Maneat prior dispositio. & sit solum angulus b: æqualis ãgulo d e f. & proportio a b ad d e: sicut b c ad e f. dico adhuc duos triangulos a b c, d e f esse æquiãgulos. Cũ enim sit per 4. huius propter hypotheses præmissæ conclusionis/ a b ad e g sicut b c ad e f: erit a b ad d e sicut a b ad e g. quare per secundam partem nonæ quinti d e: est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f, sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e vnius angulo e alterius/ quia vterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartam primi/ æquianguli. & quia e g f est etiam æquiangulus a b c: patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 ¶Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint/ & circũ æquales angulos latera proportionalia: æquiãgula erunt triãgula/ & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

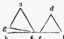
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum qui sub b a c, vni angulo qui sub e d f æqualem habentia. & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: sicut b a ad a c, sic e d ad d f. Dico ꝙ triangulum a b c: æquiangulum est ipsi triangulo d e f. & æqualem habebit angulum a b c angulo d e f: & angulum a c b angulo d f e. Constituatur inquam per 23 primi/ ad rectã lineam d f, ad signaq; in ea d, f: vtriq; ipsorum b a c & e d f æqualis angulus f d g. angulo autem a c b: æqualis angulus d f g. reliquus igitur ãgulus qui ad b: reliquo angulo qui ad g est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo d g f. Proportionale igitur est/ sicut b a ad a c: sic g d ad d f, per 4. sexti. Receptum autem est/ ꝙ sicut b a ad a c: sic e d ad d f. & sicut igitur per 11 quinti e d ad d f: sic g d ad d f. Aequalis igitur est per 9 quinti e d: ipsi d g. Et communis d f. Duæ iam e d & d f: duabus g d & d f sunt æquales. & angulus e d f: per hypothesin angulo g d f est æqualis. Basis



igitur e f:per 4. primi/basi g f est æqualis. & triangulum d e f per eandem triangulo g d f est æquale:& reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri/ sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus d f g angulo d f e:& qui ad g, ei qui ad e. Sed angulus qui sub d f g ei qui sub a c b est æqualis. & ãgulus a c b igitur ei qui sub d f e est æqualis. Receptum autẽ est / ꝙ angulus b a c:ei qui sub e d f est angulo æqualis est. & reliquus igitur qui ad b:reliquo qui ad e est ęqualis. æquiangulum igitur est triangulum a b c:triangulo d e f. Si bina triangula igitur vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum vero æquales angulos latera proportionalia:æquiangula erunt ipsa triangula/& æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

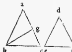

I fuerint duo trianguli quorũ vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis:duoq; suorum reliquorum angulorũ lateribus proportionalibus cõtenti/duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor:necesse est illos duos triãgulos omnibus suis angulis inter seinuicem æquiangulos esse. 7



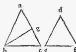
¶CAMPANVS. ¶Sint duo triãguli a b c, d e f. sitq; angulus a: æqualis angulo d. & proportio a c ad d f:sicut c b ad f e. & vterq; duorum angulorum b & e, aut neuter:sit minor recto. dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c vnius est æqualis angulo f alterius: patet propositũ per præmissam. Sin autem: sit c maior. fiatq; angulus a c g: æqualis eidem. eritq; per 32 primi/triangulus a g c:æquiangulus triangulo d e f. quare per quartam huius/proportio a c ad d f:sicut g c ad e f. sed sic fuit b c ad e f. ergo per 9 quinti/g c & b c:sunt æquales. ergo per quintam primi/ angulus b:est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto:accidet duos ãgulos vnius trianguli nõ esse minores duobus rectis. quod esse non potest/per 17 primi. Qz si vterq; fuerit minor recto:erit angulus a g c maior recto per 13 primi. quare & angulus e sibi æqualis: est etiam recto maior. quod est contra hypothesin. quare destructo opposito:remanet propositũ. ¶Oportet autem vtrumq; angulorum reliquorum/ aut neutrum:esse minorem recto. possibile enĩ est in eodem triangulo vt in triangulo a b c:lineam g c esse æqualem b c. & ideo erit a c ad vtramq; earum:vna proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c, æquianguli:ꝗuis vnus angulus vnius sit ęqualis vni angulo alterius/ immo idem vt angulus a. & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui:sicut b c latus magni ad g c latus parui. vtraq; enim æqualis. & hoc est/propter hoc ꝙ angulus g minoris: est maior recto. & angulus b maioris:minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum/ vterq; angulorum qui sũt ad basin:est minor recto.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

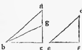
¶Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/circum autem alios angulos latera proportionalia/reliquorum vero vtrũq; simul aut minorem aut non minorem recto:æquiangula erunt triangula/& æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera. 7



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bina triangula a b c & d e f: vnũ angulum vni angulo æqualem habentia/ eum scilicet qui sub b a c ei qui est sub e d f. Circum autem alios angulos a b c & d e f, latera proportionalia sicut a b ad b c:sic d e ad e f. Reliquorum vero qui ad c, f, primo alterum simul maiorem recto. Dico ꝙ æquiangulum est a b c triangulum:



ipsi d e f triangulo.& æqualis erit angulus a b c:angulo d e f. & reliquus qui ad c:reliquo qui ad f.Si enim inæqualis est angulus a b c ei qui sub d e f est angulo:alter eorum maior est.sit maior angulus a b c.& constituatur per 23 primi/ad a b rectã lineam ad signũq; in ea b: ipsi d e f angulo æqualis angulus a b g.Et quoniam æqualis est angulus qui ad a ei qui est ad d,& angulus a b g ei qui sub d e f: reliquus igitur angulus a g b reliquo angulo d f e est æqualis.Aequiangulum igitur est triangulũ a b g:triangulo d e f.Est igitur per 4. sexti/sicut a b ad b g: sic d e ad e f. Sicutq; d e ad e f:recipitur sic a b ad b c. Et sicut igitur per 11 quinti/a b ad b c:sic a b ad b g.Igitur per 9 quinti/a b:ad vtrumq; ipsorum b c & b g,eandem habet rationem.æqualis igitur est b c ipsi b g.Quare per quitam primi/& angulus qui ad c:angulo qui sub b g c est æqualis.sed minor recto subijcitur angulus qui ad c. minor igitur recto est angulus qui sub b g c.Quare per 13 primi & altrinsecus ipse ãgulus a g b: maior est recto.& ostensum est φ æqualis est ei qui ad f. & qui ad f igitur: maior est recto.Subijcitur autem minor recto.quod est absurdum. Igitur inæqualis minime est angulus a b c:angulo d e f. Aequalis autem est & qui ad a signum ei qui ad d.& reliquus qui ad c igitur:reliquo qui ad f est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ a b c,triangulo d e f. ¶Sed rursus supponatur vterq; eorum qui ad c f:non minor recto. Dico rursus φ & sic esset æquiangulum triangulum a b c: triangulo d e f. Eisdem nempe dispositis/similiter demonstrabimus φ æqualis est b c: ipsi b g.quare & angulus qui ad c:ei qui sub b g c est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad c.neq; igitur minor recto est ãgulus qui est sub b g c.Trianguli iã b g c per 17 primi duo anguli duobus rectis sũt minores,quod est impossibile.Non igitur rursus inæqualis est angulus a b c:angulo d e f.æqualis igitur.est autem angulus qui ad a:ei qui ad d æqualis.Reliquus igitur qui ad c:reliquo qui ad f est æqualis.Aequiangulum igitur est triangulum a b c:triangulo d e f. Si bina igitur triãgula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/circum autem alios angulos latera proportionalia/reliquorum vero vtrumq; simul vel minorem vel non minorem recto:æquiangula erunt triangula/& æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera. quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI ab orthogonij angulo recto/ad basin linea perpendicularis ducatur:fient duo trianguli partiales/toti triangulo & sibiinuicem similes.

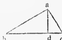
CORRELARIVM.

¶Vnde etiã manifestũ est:quia in omni triangulo rectangulo/si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur:erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtrumq; latus inter totam basin atq; sibi conterminalem basis portionem.

¶CAMPANVS. ¶Sit trigonus a b c,orthogonus:eiusq; angulus a,rectus/a quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico φ vterq; duorum triangulorum partialium qui sunt a b d,a d c: similis est totali triangulo a b c.& vnus eorum alteri.est eni vterq; ipsorum æquiãgulus totali per 32 primi:eo φ vterq; est orthogonius & in vno angulo communicat cũ totali.quare & sibiinuicem sunt æquianguli.ita φ angulus b est æqualis angulo d a c.& angulus b a d:angulo c.& duo anguli qui sunt ad d: sibiinuicẽ & angulo a totali æquales. quare per 4 huius latera æquos eorum angulos respicientia:sunt proportionalia.ergo per diffinitionẽ sunt similes.quod est propositum.Vtrumq; correlarium ex his euidenter apparet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

¶Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula/similia sunt toti & adinuicem. 8



¶THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum rectãgulum a b c: rectum habens eum qui sub b a c angulum. & excitetur per 12 primi/ ab a in b c perpendicularis a d. Dico ꝙ simile est vtrumqꝫ ipsorum a b d & a d c triangulorum: toti a b c,& insuper adinuicem. Quoniam inquam per 4. postulatũ æqualis est angulus b a c angulo a d b, rectus enim vterqꝫ est/ communis autẽ est ipsorum duorum triangulorum a b c & a b d angulus qui ad b: reliquus igitur ãgulus a c b, reliquo b a d est æqualis per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo a b d. Est igitur per 4 sexti sicut c b subtendens angulum rectum/a b c trianguli ad b a subtendentem rectum angulum ipsius a b d triãguli: sic ipsa a b subtendens angulum qui ad c trianguli a b c, ad b d subtendentem æqualem angulum b a d ipsius a b d trianguli/& insuper a c ad a d subtendẽtem angulum qui ad b communem duorum triangulorum. Triangulum igitur a b c: triãgulo a b d æquiangulũ est per 7 sexti/& quæ circũ æquales angulos sunt/ latera ꝓportionalia habẽt. Simile igitur est triangulũ a b c: triangulo a b d, per 1 diffinitionẽ sexti. Similiter tam ostẽdemus ꝙ & triangulo a d c: simile est triangulum a b c. vtrumqꝫ igitur ipsorum a b d & a d c triangulorum simile est toti a b c. Dico etiam ꝙ & adinuicem sunt similia: triangula a b d & a d c. Quoniam enim rectus angulus b d a recto angulo a d c est æqualis per 4 postulatum/sed & angulus b a d ei qui ad c ostensum est ꝙ est æqualis: reliquus igitur qui ad b reliquo qui sub d a c est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum a b d: triangulo a d c. est igitur sicut b d ipsius a b d trianguli subtendens angulum qui sub b a d, ad d a ipsius a d c trianguli subtendentem angulum qui ad c æqualem ei qui sub b a d: sic ipsa a d ipsius trianguli a b d subtendens angulum qui ad b, ad d c subtendentem angulum qui sub d a c ipsius trianguli a d c æqualem ei qui ad b. & insuper b a ad a c subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum a b d: triangulo a d c. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: triangula quæ circum perpendicularem/ similia sunt toti & adinuicem. quod demonstrare oportuit.

¶CORRELARIVM ¶Ex hoc inquam manifestum est/ ꝙ si in rectãgulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta/ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & vniuscuiusqꝫ segmentorum/latus quod ad segmẽtum: mediũ proportionale est. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

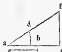
DVabus lineis propositis tertiam iter eas sub proportionalitate continua collocare. 9



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ propositæ a b & c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earum alteri. sitqꝫ tota ex eis composita: a d. ita ꝙ b d: sit æqualis c. & super totam describo semicirculum a e d. & produco b e vsqꝫ ad circumferentiam: perpendicularem ad lineam a d. dico lineam b e: esse quam quærimus. produco enim lineas e a & e d. eritqꝫ per 30 tertij/angulus, e totalis: rectus. quare per primam partem correlarij præmissæ/ proportio a b ad b e: sicut b e ad b d. quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

¶Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate subiungere. 10



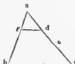
¶CAMPANVS.¶Sit duæ lineæ propositæ a b & c; quibus volo tertiã in continua proportionalitate subiungere. Cõiungo lineam c angulariter vt contingit: cum linea a b. sitq; a d: ei æqualis. & produco lineam a b vsq; ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineam a d: produco quousq; concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f: esse quam quærimus. est enim per secũdam huius/ proportio a b ad b e: sicut a d ad d f. sed a b ad b e: est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.

¶CAMPANI additio. ¶Q; si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam/ ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea vna/ & toti compositæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & secundæ: ducatur linea ad extremitatem tertię. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousq; concurrat cum tertia in cõtinuum rectũq; protracta. eritq; per secundam huius/ linea quam hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur. quẽadmodũ si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.



11 AB assignata linea: quotamcumq; iubearis/ partem abscindere.

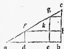


¶CAMPANVS. ¶Sit a b linea assignata. ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere. coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c. a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c. & produco lineas c b & d f. sibi æquidistantes. dico a f esse tertiam a b. est enim per secundã huius/ proportio c d ad d a: sicut b f ad f a. quare cõiunctim/ c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiã a b. q͛d est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.



12 DVuabus lineis propositis/ altera indiuisa/ altera per partes diuisa; indiuisam quidem ad modum diuisę diuidere.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ quas angulariter vt continget coniungam: a b & a c. sitq; a b diuisa in tres vel qualescũq; portiones: signatis in ea punctis d & e. volo secundum easdem portiones diuidere lineã a c. cum igitur ipsas angulariter cõiunxero: protraham lineam b c & ęquidistantes ei d f & e g. dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: i partes proportionales partibus a b. protraham enim f h æquidistantem a b: quæ secet e g in puncto k. eritq; per secundam huius/ proportio g f ad f a: sicut e d ad d a. & c g ad g f: sicut h k ad k f. quare & sicut b e ad e d per 34 primi/ & secundam partem 7 quinti. quod est propositum. Oportet autem secundam huius toties repetere: quot erunt partes lineę a b, minus vna. At vero 34 primi & 7 quinti/ minus duabus.

¶Quinq; sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones: præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent. nona vndecimæ/ decima duodecimæ/ vndecima & duodecima decimæ cũ additione decimætertia nonæ.

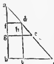
Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 9.



¶Data recta linea: ordinatam partem abscindere. 9

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data recta linea a b. oportet iã ex ipsa a b: ordinatam partẽ abscindere. Ordinetur inquã tertiũ. & ducatur ab a recta linea a c: continens angulum compræhensum cũ a b. & sumatur contingens signum super a c: sitq; illud d. & ponantur ipsi a d: per 2 primi/æqualis d c & e c. & connectatur b c. & per d: ipsi b c, per 31 primi/parallelus excitetur d f. Qm̃ igitur triãguli a b c ad vnũ latus b c acta est d f parallelus: proportionalis igitur est per 2 sexti sicut c d ad d a: sic b f ad f a. dupla autem est c d ipsius d a. dupla est igitur & b f ipsius f a. Tripla igitur est b a ipsius a f. Data igitur recta linea a b: ordinata tertia pars aufertur a f. quod fecisse oportuit.

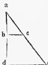
Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 10.



¶Datam rectam lineam non sectam: datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare. 10

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit quidem data recta linea non secta a b. secta vero sit a c in signis quidem d, e. & ponantur: tanq̃ angulũ contingentem compræhendant. & connectatur b c. & per d, e: ipsi b c paralleli excitẽtur d f & e g per 31 primi. & per d: ipsi a b parallelus excitetur d h k per eandẽ. parallelogrammũ igitur est vtrũq; ipsorũ f h & h b. æqualis igitur est quidẽ d h ipsi f g: & h k ipsi g b. & quoniã triãguli d k c, ad vnũ laterũ k c recta linea acta est h e: proportionẽ igitur habet per 2 sexti sicut c e ad e d sic k h ad h d. æqualis autẽ est k h ipsi b g: & h d ipsi g f. Est igitur per 2 quĩti/sicut c e ad e d: sic b g ad g f. Rursus quoniã triãguli a g e ad vnũ latus g e acta est f d: proportione habet per 2 sexti sicut e d ad d a sic g f ad f a. patuit autẽ q̃ sicut c e ad e d: sic b g ad g f. Est igitur sicut quidẽ c e ad e d: sic b g ad g f. sicut autem e d ad d a sic g f ad f a. Data igitur recta linea non secta a b: datæ rectæ lineæ sectæ a c similiter secatur. quod facere oportebat.

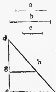
Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio. 11.



¶Duabus datis rectis lineis: tertiã proportionalẽ inuenire. 11

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint duæ datæ rectæ lineę: a b & a c. & ponãtur angulũ cõpræhẽdentes contingentẽ. oportet ipsis b a & a c: tertiã proportionalẽ inuenire. Producãtur enim a b & a c: ad signa d, e. & ponat per 2 primi/ipsi a c: ęqualis b d. & cõnectatur b c. & per d: p 31 primi ipsi b c parallelus excitetur d e. Qm̃ igitur triãguli a d e, ad vnũ latus d e acta est parallelus b c: proportionalis est per 2 sexti sicut a b ad b d sic a c ad c e. æqualis autem est b d: ipsi a c. est igitur sicut a b ad a c: sic a c ad c e. Duabus igitur datis rectis lineis a b & a c: tertia proportionalis eis inuenitur c e. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 12.



¶Tribus datis rectis lineis: quartã proportionalẽ inuenire. 12

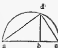
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c. oportet ipsis a, b, c: quartã proportionalẽ inuenire. Ponanẽ duę rectæ lineæ d e & d f angulũ cõtingẽtẽ cõpræhẽdentes eũ qui est sub e d f. & ponatur p 2 primi/ipsi quidẽ a: æqualis d g. ipsi autẽ b: æqualis g e. & insuper ipsi c: æqualis d h. & coniuncta g h, parallelus ei excitetur per 31 primi per e: sitq; e f. Qm̃ igitur triãguli d e f, ad vnũ latus e f acta est parallelus g h: igitur per 2 sexti est sicut d g ad g e sic d h ad h f. æqualis autẽ est d g ipsi a, & g e ipsi b & d, h ipsi c. est igitur sicut a ad b: sic c ad h f. Tribus igitur datis rectis lineis a, b, c: quarta proportionalis inuenta est h f. quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

¶Duabus datis rectis lineis: mediã proportionalẽ inuenire. 13

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint duæ rectæ lineæ a b & b c. oportet iam

ipsarum a b & b c: mediam proportionalem inuenire. Disponantur per 14 primi/ in rectas lineas. describaturq; super a c: semicirculus a d c. & excitetur per 11 primi/ a signo b, ipsi a c: ad angulos rectos b d. & connectantur a d & d c. Quoniam per 31 tertij/ in semicirculo angulus qui est sub a d c rectus est/ & in rectangulo triangulo a d c a recto angulo in basin perpendicularis deducta est d b: igitur per correlarium octauæ sexti/ d b: ipsius basis segmentis a b & b c media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis a b & b c: media proportionalis inuenta est d b. Quod fecisse oportuit.



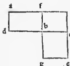
Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 SI duæ superficies æquidistãtium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos æquos angulos continentia mutekesia esse. Si vero latera duos æquos angulos cõtinentia/ mutekesia fuerint: duas superficies æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ superficies a b c d & c e f g, æquistantium laterum & equales: sitq; angulus c vnius/ æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad c g: esse sicut e c ad c d. & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illas duas superficies æquidistantium laterum/ esse æquales. Cõiungã enim eas angulariter/ videlicet angulum c vnius cum angulo c alterius: ita q; duo latera earum quæ sũt b c & c g fiant linea vna erũtq; similiter duo reliqua latera d c & c e linea vna. alioqui sequeretur per præsentẽ hypothesin/ quæ est angulum c vnius esse æqualem angulo c alterius/ & per 15 primi: partem esse æqualem toti. complebo itaq; superficiem æquidistantium laterum: productis lineis a d & f g, quousq; concurrant in h. eritq; per primã partem 7 quinti/ vtriusq; superficiei a c & c f: ad superficiem c h proportio vna. & quia per primã huius/ proportio superficiei a c ad superficiem c h sicut lineæ b c ad lineam c g, & superficiei c f ad eandem superficiẽ c h: sicut e c ad c d: manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secũda pars sic patet. per primã enim huius/ est proportio b c ad c g: sicut a c ad c h. & e c ad c d: sicut c f ad eandem c h. & quia positum est q; proportio b c est ad c g sicut e c ad c d: erit vtriusq; duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h vna proportio. ergo per primã partẽ 9 quinti/ a c: est æqualis c f. sicq; patet secũda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 13.

14 Aequalium/ & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera; quæ circũ æquales angulos. & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia.



THEON ex Zamber. Sint æqualia parallelogramma a b & b c: æquales habentia angulos qui ad b. & constituantur per decimãquartam primi in rectas lineas: d b & b e. in rectas lineas igitur sunt f b & b g. Dico q; ipsorum a b & b c reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc est q; sicut est b d ad b e: sic est g b ad b f. Compleatur namq; parallelogrammum f e. Quoniam igitur per hypothesin æquum est a b parallelogrãmum ipsi b c paralellogrammo / aliud autem quoddam f e: est igitur per 7 quinti/ sicut a b ad f e sic b c ad f e. Sed sicut quidem a b ad f e: sic d b ad b e. sicutq; b c ad f e. sic g b ad b f. & sicut igitur per 11 quĩti/ d b ad b e: sic g b ad b f. Ipsorũ igit̃ a b & b c parallelogrãmorũ reciproca sũt latera: q̃ circũ æq̃les ãgulos. Verũ sint latera reciproca: q̃ circũ æq̃les sũt ãgulos. estoq; sicut d b ad b e: sic g b ad b f. Dico q; æq̃le ẽ palle

logrammū a b: ipsi b c parallelogrāmo. Quoniam enim est sicut d b ad b e sic g b ad b f, sed sicut quidem d b ad b e sic per 1 sexti a b parallelogrammum ad f e parallelogramum/ sicut autem g b ad b f sic b c parallelogrammum ad f e: & vt igitur per 11 quīti/ a b ad f e, sic b c ad f e. æquū igitur est a b parallelogrammū: ipsi b c parallelogrāmo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorū reciproca sunt latera; quæ circum æquales angulos. & quorum æquiangulorum parallelogrammorū reciproca sunt latera/ quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekesia: duo trianguli æquales esse comprobantur.

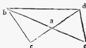
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c, c d e: æquales. sitq; angulus c vnius: æqualis angulo c alterius. dico proportionem a c ad c e: esse sicut d c ad c b. & si fuerit proportio a c ad c e sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illos duos triāgulos esse æquales. Cōiungam enim eos angulariter ita q; latera a c & c e: fiant linea vna. eruntq; similiter b c & c d: linea vna. alter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi. & protraham lineam b e. eritq; per primam partē 7 quinti/ vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e: proportio vna. & quia per primam huius/ primi eorū ad ipsum est sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundē sicut d c ad c b: manifesta est prima pars propositæ conclusionis. ¶Secunda pars econuerso probatur. quia a c ad c e est sicut primi trianguli ad triangulum b c e, & d c ad c b sicut secundi ad eundem per primam huius/ & quia positum est vt sit a c ad c e sicut d c ad c b: erit vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e vna proportio. quare per primā partem 9 quinti/ ipsi sunt æquales. sicq; patet secunda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 15.

¶Aequalium & vnum vni ęqualem habentium angulum triangulorum/ reciproca sunt latera: quę circum æquales angulos. & quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera/ quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt ęqualia. 15

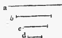
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æqualia triangula a b c & a d e: vnū vni æqualē habētia angulū/ eū scilicet qui sub b a c ei qui sub d a e. Dico q; ipsorū a b c & a d e triāgulorū reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc est sicut c a ad a d: sic e a ad a b. Constituantur enim per 14 primi in rectas lineas: c a ipsi a d. In directū igitur est & e a ipsi a b. & connectatur b d. Quoniam igitur per hypothesin æquum est triangulum a b c triangulo a d e, aliud autem quoddam b a d: est igitur per 7 quinti/ sicut triangulum b a c ad ipsum b a d triangulū sic triāgulum e a d ad triangulū b a d. Sed sicut quidē c a ad b a d: sic c a ad a d. sicut autem per primā sexti/ e a d ad b a d; sic e a ad a b. & sicut igitur per 11 quinti/ c a ad a d: sic e a ad a b. Triangulorum igitur a b c & a d e, reciproca sūt latera; quæ circū æquales angulos. ¶Verū reciproca sint latera ipsorū a b c & a d e triāgulorū. estoq; sicut c a ad a d: sic e a ad a b. Dico q; æquū est triāgulū a b c: triāgulo a d e. Cōnexa eni rursus b d/ quoniam est sicut c a ad a d sic e a ad a b, sed sicut quidem c a ad a d, sic triangulum a b c ad triangulum b a d, sicut autem e a ad a b sic tri-

angulum e a d ad triangulum b a d: ſicut igitur triangulum a b e tri ad angulum b a d: ſic triangulum e a d ad triangulum b a d. Vtrumqꝫ igitur ipſorum a b c & e a d ad b a d: eandem habet rationem. Aequum igitur eſt per nonam quinti/triangulum a b c triangulo e a d. Aequalium igitur & vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoqꝫ ſunt æqualia. quod demonſtrare oportuit.

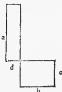


Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

15 SI fuerint quatuor lineæ proportionales: quod ſub prima & vltima rectangulum cõtinetur/ æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero qđ ſub prima & vltima continetur/ æquũ fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.



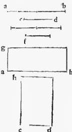
CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a, b, c, d: proportionales, ſitqꝫ proportio a ad b: ſicut c ad d. dico ꝙ ſuperficies contenta ſub a & d: æqualis eſt ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſi ſuperficies contenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c: dico ꝙ proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiant enim ſuperficies cõtenta ſub a & d: & ſuperficies cõtenta ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d: latera illarum ſuperficierum erunt mutekeſia. ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia vtraqꝫ eſt rectorum angulorum. quare per ſecundam partem 13 huius: ipſæ ſunt æquales. quod eſt primum. Secundum patet per primam partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales/quia omnes anguli earum ſũt recti: latera earum erunt mutekeſia. quare proportio a ad b: ſicut c ad d. quod eſt ſecundum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 16.

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis compræhẽſum rectangulum/æquum eſt ei quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis compræhenſum rectãgulum æquum fuerit ei quod ſub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e, f: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Dico ꝙ ſub ipſis a b & f compræhẽſum rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectãgulo. Excitetur enĩ per 11 primi/ab a, c, ſignis: ipſis a b & c d rectis lineis/ ad angulos rectos a g & c h. & ponatur per ſecundam primi/ipſi f: æqualis a g. ipſi autem e: æqualis c h. compleanturqꝫ g b & h d parallelogrãma. Et quoniam eſt ſicut a b ad c d ſic eſt e ad f, æqualis autẽ eſt e ipſi c h, & f ipſi a g: eſt igitur ſicut a b ad c d, ſic c h ad a g. Igitur per 14 ſexti b g & d h parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoqꝫ ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammũ b g ipſi d h parallelogrãmo. & eſt b g id quod ſub a b & f. æqualis enim eſt a g ipſi f. At d h id eſt quod ſub c d & e. æqualis enim eſt c h ipſi e. Igitur quod ſub a b & f cõtinetur rectangulum: æquum eſt ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. Sed iam quod ſub a b & f compræhenditur rectangulum: æquum eſto ei quod ſub c d & e continetur rectangulo. Dico ꝙ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: ſicut a b ad c d, ſic e ad f. Eiſ-

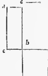




dem namq; constructis/ quoniam quod sub a b & f æquum est ei quod sub c d & e, & est quidē qđ sub a b & f id quod b g, æqualis enim est a g ipsi f, quod autem sub c d & e id est quod d h, æqualis enim est c h ipsi e: igitur b g æquum est ipsi d h. & æquiangula sunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum per 14 sexti reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur per 10 quinti/ sicut a b ad c d: sic c h ad a g. æqualis autem est c h ipsi e: & a g ipsi f. est igitur sicut a b ad c d: sic e ad f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerīt: quod sub extremis compræhensum rectangulū/ æquum est ei quod sub medijs compræhenditur rectangulo. & si quod sub extremis compræhēditur rectangulum æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo: ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.





I fuerint tres lineæ proportionales: quod sub prima & tertia rectangulum continetur/ æquū erit ei qđ a secunda quadrato describitur. Si vero qđ sub prima & tertia cōtinetur æquum ei quadrato quod a secunda producitur: ipsæ tres lineæ proportionales erunt. 16

CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b: sicut lineæ b ad lineam c. dico q superficies contenta sub a & c: æqualis est quadrato b. et si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b: dico q proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est euidens per præcedentem: posita alia linea quæ sit æqualis b/ ita q b sit in ratione secundæ & tertiæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 17.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprahensum rectangulum/ æquum est ei quod a media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum/ æquū fuerit ei quod a media quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17



THEON ex Zāberto. Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c: sicut a ad b, sic b ad c. Dico q sub a, c, compræhensum rectāgulum: æquum est ei quod ex b quadrato. Ponatur per 2 primi/ ipsi b: æqualis d. Et quoniam est per hypothesin/ sicut a ad b sic b ad c, æqualis autem est b ipsi d: est igitur per 7 quinti/ sicut a ad b sic d ad c. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis cōprahensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo per 16 sexti. Igitur quod sub a, c: æquum est ei quod sub b, d. Sed quod sub b, d: id est quod fit ex b. æqualis enim est b ipsi d. Igitur quod sub a, c, cōprehenditur rectangulum: æquum est ei quod ex b quadrato. Sed iā quod sub a, c: esto æquale ei quod ex b. Dico q est sicut a ad b: sic b ad c. Eisdē namq; constructis/ quoniam quod sub a, c, æquum est ei quod ex b, sed quod ex b id est quod sub b, d, æqualis enim est b ipsi d: igitur quod sub a, c, æquum est ei quod sub b, d. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub medijs: quatuor rectæ lineæ proportionales sunt per 16 sexti. Est igitur sicut a ad b: sic d ad c. Aequalis autem est b ipsi d. sicut igitur a ad b: sic b ad c. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis compræhenditur rectangulum/ æquum est ei quod a media quadrato. Et si quod sub extremis compræhenditur rectāgulum/ æquum fuerit ei quod a media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erunt, quod oportebat demonstrare.



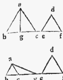
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 SI fuerint duo trĩãguli similes: proportio alterius ad alterum/est tanq̃ proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

¶CORRELARIVM.

¶Manifestũ etiam ex hoc/ quia oĩm trium linearũ cõtinue proportionalium quanta est prima ad tertiam: tanta erit superficies constituta super primam ad superficiẽ cõstitutã super secundam/ cũ fuerit ei similis in lineatione & creatione.

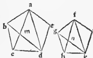
¶CAMPANVS. ¶Sint duo trianguli a b c & d e f similes. eruntq; per primam diffinitionem/ æquianguli: & laterum proportionalium. Sit ergo angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c: angulo f. eritq; ꝓportio a b ad d e, & a c ad d f: sicut b c ad e f. dico ꝙ proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: est sicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim secundum doctrinam 10 huius/ duabus lineis b c & e f: tertia in continua proportionalitate/ quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor. & producatur linea g a. eritq; per secundam partem 14 huius/ triangulus a g c, æqualis triangulo d e f: propter id quod proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f. quare per secundam partem 7 quinti/ trianguli a b c ad vtrumq; illorum: erit vna proportio. sed per primã huius/ proportio trianguli a b c ad triangulum a g c: est sicut b c ad g c. At vero proportio b c ad c g: sicut b c ad e f duplicata/ per 10 descriptionem quinti. ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: est sicut proportio b c ad d f duplicata. quod est propositum. ¶ Si autem c g sit æqualis b c: erit per secundam partem 14 huius/ triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata vel triplicata vel quotiensq; sumpta. ¶Istam eãdem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistantium laterum/ similibus: sumpta solum 13 præsentis/ loco 14. Nõ demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlariũ quod vniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus: nõdum patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente: patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius. nõ autem sequentis. ex modo enim demonstrationis huius/ sua veritas manifestata est: non ex modo illius.

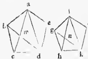


Eucli. ex Camp. Propositio 18.

18 OMnes duæ superficies similes multiãgulæ: sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero ęquales. estq; proportio alterius earum ad alteram: sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius/ proportio duplicata.

¶CAMPANVS. ¶Sint gratia exẽpli/ duo pẽtagoni a b c d e, f g h k l: similes. dico ꝙ ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes/ numero æquales. & ꝙ proportio alterius eorũ ad alterũ: est sicut a b ad f g proportio duplicata. ducantur enim lineæ duæ a c & a d: itemq; f h & f k. eritq; per præsentem hypothesin & per 6 huius/ triangulus a b c: æquiangulus triangulo f g h. & triangulus a e d: triangulo f l k. Similiter quoq; per hãc communẽ scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt/ erit triangulus a c d: æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pentagoni: positi sunt æquianguli/ & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli/ vt probarum est: erunt etiam & similes per 4 huius/ & diffinitionem similium super-

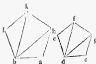




ficierum. quare cum ipsi sint numero æquales: patet primum. ℭSecundū sic. ꝑtrahanť b d q̄ secet a c in pūcto m: & g k q̄ secet f h in pūcto n. eritq; triāgulus b c d æquiāgul⁹ triāgulo g h k p 6 huius & p̄sentē hypothesin. quare & triāgul⁹ a b m triāgulo f g n: & a m d, f n k. ergo p 4 huius ꝓportio b m ad g n, est sicut a m ad f n: & a m ad f n, sicut m d ad n k. quare per 11 quīti b m ad g n: sicut m d ad n k. ergo ꝑmutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius a b m ad a m d, & b c m ad c m d: sicut b m ad m d. & per eandē f g n ad f n k, & g n h ad h n k: sicut g n ad n k. ergo per 13 quīti a b c ad a c d: sicut f g h ad f h k. quare ꝑmutatim a b c ad f g h: sicut a c d ad f h k. Eadē rōne probabis q̄ & sicut a c d ad f l k. ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum: sicut a b c ad f g h. p præmissā igiť est ꝓportio pentagoni a c d ad pentagonū f h k: sicut ꝓportio a b ad ad f g duplicata. qd ē ꝓpositū. Ex quo rursꝰ patet correlariū p̄cedētis. ℭAliť pōt demōstrari sic. cū eni triāguli i quos pentagoni diuiduntř sint adinuicē similes: erit per p̄cedentē ꝓportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata. & a c d ad f h k: sicut c d ad h k duplicata. & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata. quia igiť oēs hæ ꝓportiones duplicatæ sunt æquales propter hoc q̄ positum est simplas esse æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris vnius ad suum relatiuū latus alterius proportio duplicata.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

ℭSupra datā lineā: datę sup̄ficiei similē sup̄ficiē describere. 19

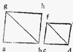


ℭCAMPANVS. ℭSit data linea a b: supra quā volo cōstituere superficiē similē datæ sup̄ficiei quæ sit pentagona. & sit c d e f g, diuido hūc pētagonū in triāgulos: ductis lineis d f & d g. & sup pūctū a cōstituo angulū æqualē angulo c, ducta linea a h. & super pūctū b: cōstituo aliū āgulū: qui sit a b h, ęqualē angulo c d g, ꝑtracta linea b h quousq; cōcurrat cū a h in pūcto h. eritq; p 32 primi āgulus a h b: æqualis āgulo c g d. & ideo p 4 huius latera duorū triāgulorū g c d & h a b: ꝓportionalia. Facto quoq; āgulū h b k, ducta linea b k: ęqualē āgulo g d f. & angulū k b l, ducta linea b l: æqualē āgulo f d e. & angulū b h k, ducta linea h k: ęqualē angulo d g f. & āgulū b k l ducta linea k l, ęqualē angulo d f e. eritq; ꝑfectus pentagonus qui cōstituendus erat super lineā a b. est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatē angulorū triangulorū: in quos est vterq; diuisus. sed & laterum proportionaliū: propter proportionalitatē laterū ipsorum triangulorū, quæ ex 4 huius euidenter apparet. quare per diffinitionem similium superficierum, pentagonus constitutus super lineā a b: est similis pentagono dato. quod est propositū.

ℭTres ex Zāberto sequētes propositiones: tribus præcedētibus ex Cāpano, conuerso ordine respondent. prima vltimæ: media primæ & vltima mediæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18.

ℭA data recta linea: dato rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere. 18



ℭTHEON ex Zāberto. ℭSit data quidē recta linea a b: datū vero rectilineū c e. oportet iā a data a b recta linea: ipsi c e rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere. Cōnectatur d f. & cōstituatur per 23 primi ad a b rectā lineā, ad signaq; in ea a, b: ei qui ad c est āgulo æqualis āgulus g a b. ei autē q est sub c d f: æqualis āgulus a b g. reliquus igitur qui sub c d f: ei qui sub a g b est æqualis. ęquiāgulū igitur est f c d triāgulū: ipsi g a b triāgulo p 4 sexti. proportionale igitur est sicut f d ad g b: sic f c ad g a, & c d ad a b. Rursus cōstituať per 23 primi, ad b g rectā lineā, ad signaq; in ea b, g: ei qui sub d f e est āgulo, ęqualis angulus b g h. ipsi autē f d e: qui est sub g b h. Reliquus igit qui ad e: reliquo q ad h ē ęqualis. ęquiāgulū igitur est triāgulū f d e: triāgulo g b h. proportionale igiť est p 4 sexti, sicut f d ad g b: sic f e ad g h, & e d ad h b. ostēsū autē est q̄ sicut f d ad g b: sic f c ad g a, & c d ad a b. & sicut igitur p 11 qui

ti/c f ad a g:sic c d ad a b,& f e ad g h,& insuper e d ad h b. Et quoniam æqualis est ãgulus c f d ãgulo a g b,& ãgulus d f e angulo b g h, totus igitur qui sub c f e toti qui sub a g h est ęqlis. Id propterea/& qui sub c d e:ei qui sub a b h est æqualis. Est autẽ & qui ad c:ei qui ad a æqualis. & qui ad e:ei qui ad h. æquiangulum igitur est a h ipsi c e:& ea quæ circum æquales ãgulos sũt latera/ei proportionalia habet. Simile igitur est per primã diffinitionẽ sexti/a h rectilineũ: ipsi c e rectilineo. A data igitur recta linea a b:dato rectilineo c e simile/similiterq; positum rectilineum descriptum est a b. quod facere oportebat.

Eucli.ex Zamb. Theorema 13. Propositio 19

19 ℂSimilia triangula: adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

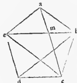
ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint similia triangula a b c & d e f:æqualem habentia eum qui ad b angulum ei qui ad e.sicutq; a b ad b c sic d e ad e f. Dico q triangulum a b c ad triangulum d e f duplicem habet rationem:q̃ b c ad e f. Sumatur nãq; per 10 sexti/ipsorum b c & e f: laterũ proportionale b g. quoniã igitur est sicut b c ad e f sic e f ad b g:cõnectatur a g. Quoniã igit̃ est sicut a b ad b c sic d e ad e f:vicissim igitur per 16 quinti/sicut a b ad d e sic b c ad e f. Sed sicut b c ad e f: sic est e f ad b g.& sicut igitur per 11 quinti/a b ad d e:sic e f ad b g. Igitur per 15 sexti/a b g & d e f triãgulorũ reciproca sũt latera:quæ circũ æquales angulos. Quorũ autẽ vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ triangulorũ reciproca sunt latera quæ circũ æquales angulos/ea quoq; sunt æqualia per eãdem. Aequale igitur est triãgulũ a b g:triangulo d e f.& quoniã est sicut b c ad e f sic e f ad b g,si autẽ tres rectæ lineæ proportionales fuerint/prima ad tertiã duplicẽ habebit rationẽ/q̃ ad secundã:igitur b c ad b g duplicẽ rationẽ habet:q̃ ad e f per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut autẽ c b ad b g:sic per 1 sexti/a b c trianguli ad a b g triangulũ. Triãgulũ igitur a b c ad a b g:per eãdẽ diffinitionẽ/duplicẽ rationẽ habet/q̃ b c ad e f. Aequale autem est triangulũ a b g:triangulo d e f. Igitur & triangulũ a b c: ad triãgulũ d e f duplicẽ rationẽ habet:q̃ b c ad e f. Similia igitur triãgula: adiuicẽ in duplici ratione sũt similis laterũ. quod oportebat demõstrare.

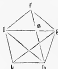
ℂCORRELARIVM. ℂEx hoc vtiq; manifestum est/q si tres rectæ lineæ proportionales fuerint:sicut prima ad tertiã/sic quod a prima rectãgulũ ad id quod est a secunda simile similiterq; descriptum. quoniã ostensum est q sicut c b ad b g:sic triangulum a b c ad triãgulum d e f. quod oportebat demonstrare.

Eucli.ex Zamberto. Theorema 14. Propositio 20.

20 ℂSimilia polygona:in similia triangula diuiduntur/& in æqualia numero:& æqua ratione totis. & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet:q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus.

ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint similia polygona:a b c d e & f g h k l. similis autẽ rationis:esto a b ipsi f g. Dico q a b c d e & f g h k l polygona: in similia triangula diuiduntur & in æqualia numero/& æqua ratione totis.& polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet:q̃ a b ad f g. Connectantur b e,e c:g l,& l h.& quoniam polygonum a b c d e per hypothesin simile est polygono f g h k l:æqualis est angulus b a e ei qui sub g f l est angulo. & est sicut b a ad a e:sic g f ad f l. Quoniam igitur duo triangula sunt a b e & f g l vnum angulum vni angulo æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia:æquiangulum igitur est per sextam sexti/ triangulum a b e triangulo f g l. quare & simile. Aequalis autem est angulus a b e:angulo f g l. est autem & totus a b c,toti f g h æqualis: propter similitudinem polygonorum. Reliquus angulus e b c:reliquo angulo l g h est æqualis,& quoniã ob similitudinem ipsorum a b e & f g

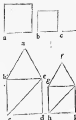




l triangulorũ/est sicut e b ad b a sic l g ad f g, sed & propter similitudinẽ polygonorũ est sicut a b ad b c sic f g ad g h: ex æquali igitur per 22 quinti/est sicut e b ad b c sic l g ad g h. & circum æquales angulos e b c & l g h: latera proportionalia sunt. æquiangulum igitur est per 6 sexti/triangulum e b c: triangulo l g h. Quare & triangulum e b c: ipsi triangulo l g h est simile. Id propterea/& per 1 sexti diffinitionem/triangulũ e c d: simile est triangulo l h k. Polygona igitur a b c d e & f g h k l: in similia triangula diuiduntur/& æqualia numero. ¶Dico insuper q̃ similis rationis sunt totis. hoc est q̃ sunt proportionalia & quidẽ antecedentia a b e, e b c & e c d: sequentia autem illorum f g l, l g h & l h k. & q̃ polygonum a b c d e, ad polygonum f g h k l, duplã rationem habet: quã similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est a b ad f g. Cõnectantur enim a c & f h. & quoniam propter similitudinem polygonorum/æqualis est angulus a b c angulo f g h, & est sicut a b ad b c sic f g ad g h: æquiangulum est igitur per 6 sexti/triangulum a b c triangulo f g h. æqualis igitur est angulus b a c: angulo g f h. & qui sub b c a: ei qui sub g h f. & quoniam æqualis est angulus b a m angulo g f n, patuit autem q̃ angulus a b m angulo f g n est æqualis: & reliquus igitur angulus a m b, reliquo f n g est æqualis. Aequiangulum igitur est per 6 sexti/triangulum a b m: triangulo f g n. Similiter quoq; ostendemus q̃ & triangulum b m c: æquiangulum est triangulo g n h. proportionale igitur est per 3 sexti/sicut quidem a m ad m b: sic f n ad n g. Sicut autem b m ad m c: sic g n ad n h. Quare & æque per 22 quinti/sicut a m ad m c: sic f n ad n h. Sed sicut a m ad m c: sic triangulum a b m ad triã gulum m b c/& a m e ad e m c. ad se inuicem enim sunt: sicut bases/per 1 sexti. Et sicut vnum antecedentium ad vnum sequentium/per 12 quinti: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur per conuersionem primæ diffinitionis sexti/triangulum a m b ad triangulum b m c: sic a b e ad c b e. Sed sicut a m b ad b m c: sic a m ad m c. & sicut igitur per 11 quinti/a m ad m c: sic triangulum a b e ad triangulum e b c. Id propterea/& sicut f n ad n h: sic triangulum f g l ad triangulum g l h. Estq; sicut a m ad m c: sic f n ad n h. & sicut igitur per 11 quinti/triangulum a b e ad triangulum b e c: sic triangulum f g l ad triangulum g l h. & vicissim per 16 quinti/sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic triangulum b e c ad triangulũ g l h. Similiter quoq; ostendemus/cõnexis b d & g k, q̃ & sicut triangulum e b c ad triangulum l g h: sic triangulum e c d ad triangulum l h k. Et quoniam est sicut triangulum a b e ad triãgulum f g l sic triangulum e b c ad triangulum l g h, & etiam triangulum e c d ad triangulum l h k: & sicut igitur per 12 quinti/vnũ antecedẽtium ad vnum sequentium/sic omnia antecedentia ad omnia sequẽtia. Est igitur sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l. Sed triangulum a b e ad triangulum f g l, duplam rationẽ habet: quã a b similis rationis latus ad f g similis rationis latus. Similia enim triangula in duplici sunt ratione similis rationis laterum per 19 sexti. & polygonum igitur a b c d e ad polygonum f g h k l, duplam habet rationẽ: quã a b similis rationis latus ad f g similis rationis latus. Similia igitur polygona: in similia triangula diuiduntur/& in æqualia numero/& æqua ratione totis. & polygonum ad polygonũ duplam rationem habet: quam similis rationis latus ad similis rationis latus. quod demonstrare oportebat.



¶PRIMVM CORRELARIVM. ¶Proinde in vniuersum manifestũ est/q̃ similes rectilineæ figuræ ad inuicem in dupla sunt ratione: similis rationis laterum. & si ipsorum a b & f g proportionalem accipiamus x: ipsa a b ad x duplam habet rationem q̃ a b ad f g. habet autem & polygonũ ad polygonũ siue quadratum ad quadratum duplam rationẽ: quã similis rationis latus ad similis rationis latus. hoc est a b ad f g. patuit autem hoc etiam in triangulis.

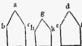


¶SECVNDVM CORRELARIVM. ¶Proinde etiam in vniuersum est manifestũ / q̃ si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad tertiam / sic quæ a prima species ad eam quæ a secunda similis & similiter descripta est.

¶ALITER. ¶Demonstrabimus aliter & expeditius inq̃: similis rationis triangula. Instituantur enim rursus a b c d e & f g h k l polygona. & connectantur b e, e c; g l & l h. Dico q̃ est sicut triangulum a b e ad f g l: sic e b c ad l g h, & e c d e ad h k l. Quoniam enim simile est triangulum a b e triangulo f g l: igitur per 19 sexti / triangulum a b e ad f g l duplam habet rationem q̃ b e ad g l. Id propterea / & triangulum b e c, ad triãgulum g l h duplam habet rationem: q̃ b e ad g l. Est igitur sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic triangulum b e c ad g l h. Rursus quoniã triãgulũ e b c, simile est triãgulo l g h: igitur e b c ad l g h duplã habet rationem q̃ c e recta linea ad h l. Id propterea / & triangulum e c d duplam rationem habet ad triangulum l h k: q̃ c e ad h l. Est igitur sicut triangulum b e c ad l g h: sic c d e ad l h k. Patuit autem & sicut e b c ad l g h: sic a b e ad f g l. & sicut igitur per 11 quinti / a b e ad f g l: sic b e c ad g l h, & e c d ad l h k. & sicut igitur per 12 quinti / vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. & reliqua vt in priore demonstratione. quod oportebat demonstrare. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur: q̃ in duplici ratione sunt similis rationis laterum. patuit autem & in triangulis.

Eucli. ex Camp. Propositio 20.

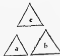
20 I fuerint vni supeficiei similes: quaslibet superficies sibi inuicem similes esse est.



¶CAMPANVS. ¶Sit vterq; pentagonorũ a b c, d e f: similis pentagono g h k. dico eos esse similes sibi inuicẽ. Est enim vterq; eorũ æquiãgulus pẽtagono g h k: per cõuersionẽ diffinitionis similiũ superficierũ. quare sunt æquianguli adinuicẽ. Similiter quoq; per cõuersionẽ eiusdẽ diffinitionis / proportio a b ad g h: sicut a c ad g k. & g h ad d e: sicut g k ad d f. ergo per æquam proportionalitatẽ / a b ad d e: sicut a c ad d f. Eodẽ modo probabis reliqua latera pẽtagonorũ a b c & d e f, cõtinẽtia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionẽ itaq; similiũ superficierũ: ipsi sunt similes adinuicem. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 21.

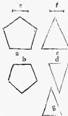
21 ¶Quæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.



¶THEON ex Zamber. ¶Sit vtrũq; ipsorũ a, b, rectilineorũ: simil ipsi c. Dico q̃ & a ipsi b est simile. Quoniã eni simile est a ipsi c: æquiangulũ est & ei per conuersionẽ primæ diffinitionis sexti / & quæ circũ æquales angulos sunt latera / proportionalia habet. Rursus quoniã b simile est ipsi c: æquiangulum igitur est & ei per eandẽ / & quæ circũ æquales sunt angulos latera proportionalia habet. vtrũq; igitur ipsorũ a, b: ipsi c æquiangulũ est per 6 sexti: & quæ circa æquales sũt ãgulos latera habet proportionalia. quare per eandem & a ipsi b: æquiãgulum est / & quæ circũ æquales sunt ãgulos latera habet proportionalia. Simile igitur est b ipsi a. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

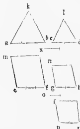
21 I fuerint quotlibet lineæ proportionales / atq; super binas & binas similes superficies designentur: ipsę quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas & binas / similes superficies constitutę fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas ꝓportionales esse necesse est.



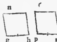
¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineæ proportionales: a, b, c, d. sitq; proportio a ad b: sicut c ad d. dico q; si superficies similes constituantur super a & b vtpote duo pentagoni similes/ & aliæ similes constituantur super c & d vtpote duo anguli similes; erit proportio pentagonorũ sicut triangulorum. Q; si fuerint pentagoni similes & similiter triãguli similes/ fueritq; proportio pentagoni ad pentagonũ sicut trianguli ad triangulũ: dico q; erit proportio a ad b sicut c ad d. ¶ Subiungantur eni lineis a & b: e, & lineis c & d: f, in continua proportionalitate: sicut docet 10 huius. eritq; per 22 quinti/ & per æquã proportionalitatẽ/ a ad e: sicut c ad f. quia ergo per correlariũ 17 huius/ proportio pẽtagonorũ: est sicut a ad e & triangulorum sicut c ad f: erit proportio pentagonorũ sicut triãgulorũ. & hoc est primũ. ¶ Secundũ sic patet. Sit duo pẽtagoni similes & duo triãguli similes. sitq; proportio pẽtagonorũ sũt triãgulorũ. dico q; proportio a ad b: est sicut c ad d. Sit eni c ad g. sicut a ad b. hoc eni qualiter fiat: dictum est supra 11 huius. & super g fiat sicut docet 19 huius: superficies similis illi quę est constituta super lineam c. eritq; per præmissam/ similis ei quæ constituta est super lineam d, eritq; etiam per primam partẽ huius 21/ quæ proportio pentagoni a ad pentagonũ b: eadẽ trianguli c ad triangum g. sed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d. ergo per secundã partẽ 9 quinti triangulus d: est æqualis triãgulo g. Et quia sunt similes: erit linea g æqualis lineæ d, per primã partem 17 huius. cum super lineas c d & g sint trianguli. vel secundam partẽ/ 18. cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotieslibet sumpta: nisi ex æquali. erit itaq; c ad d sicut a ad b. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterq; descripta/ proportionalia erũt. 22
Et si ab ipsis rectilinea/ proportionalia fuerint: ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



¶THEON ex Zãberto. ¶Sint quatuor rectæ lineæ a b, c e, e f, & g h: sicut a b ad c d, sic e f ad g h. Describanturq; per 18 sexti/ ab ipsis a b & c d: similia similiterq; posita rectilinea k a b & l c d. Ab ipsis autem e f & g h: per eandem similia similiterq; posita rectilinea m f & n h. Dico q; est sicut k a b ad l c d: sic est m f ad n h. Sumatur inq̃ per 11 sexti/ ipsorũ a b & c d: tertia proportionalis x. ipsarum autem e f & g h: tertia proportionalis o. & quoniam est sicut a b ad c d sic e f ad g h, sicut autem c d ad x sic g h ad o: ex æquali igitur per 22 quinti/ sicut a b ad x sic e f ad o. Sed sicut quidem a b ad x: sic & k a b ad l c d per correlarium secũdum 20 sexti. Sicut autem e f ad o: sic m f ad n h. ¶Sed iam esto/ sicut k a b ad l c d: sic m f ad n h. Dico q; est sicut a b ad c d: sic e f ad g h. Fiat inq̃ per 22 sexti/ sicut a b ad c d; sic e f ad p r. & describatur per 18 sexti ex p r: vtriq; ipsorũ m f & n h simile/ similiterq; positũ s r. Quoniã igitur est sicut a b ad c d sic e f ad p r, & describũtur ab ipsis quidẽ a b & c d similia similiterq; posita k a b & l c d, ab ipsis autẽ e f & p r similia similiterq; posita m f & s r. est igitur sicut k a b ad l c d sic m f ad s r. positũ autẽ est q; sicut k a b ad l c d: sic m f ad n h. & sicut igitur per 11 quinti m f ad s r: sic m f ad n h. Igitur per 9 quinti/ m f ad vtrũq; ipsorũ n h & s r/ eãdẽ habet rationẽ. æquale igitur est n h: ipsi s r. Est autẽ ei & simile similiter positũ. æqualis igitur est g h ipsi p r. Et quoniã est sicut a b ad c d sic e f ad p r, æqualis autem est p r ipsi g h: est igitur sicut a b ad c d sic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerĩt: & quæ ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta/ proportionalia erunt. & si ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta/ proportionalia fuerint: & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.

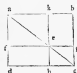


¶LEMMA. ¶Qz autem si rectilinea ęqualia & similia fuerint/similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt : sic demonstrabimus. sint æqualia & similia rectilinea n h & s r, sitq; sicut h g ad g n: sic r p ad p s. Dico q æqualis est r p: ipsi g h. Si autem inæquales sunt: earum altera maior est. sit maior r p: ipsa h g. & quoniam est sicut r p ad p s sic h g ad g n: & vicissim quoq; per 16 quinti/sicut r p ad h g. sic p s ad g n, maior autē est r p: ipsa h g. maior igitur & p s: ipsa g n. Quare & r s: maius est ipso h n. sed & æquale per hypothesin. quod est impossibile. inæqualis igitur minime est p r: ipsi h g. æqualis igitur. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 Vnctæ superficies æquidistantium laterum/quę circa diametrum consistunt: toti parallelogrāmo atq; sibi inuicem sunt similes.

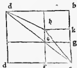
¶CAMPANVS. ¶Sit vt in parallelogrāmo b d cuius diameter a c: cōsistant superficies g h & f k æquidistantium laterum/circa diametrum. dico eas esse similes toti parallelogrāmo & sibi inuicem. est enim per secundā huius/b g ad g c & d h ad h c: sicut a e ad e c. ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h: sicut a c ad c e. quare per 11 quinti/ b c ad c g: sicut d c ad c h. sed etiam sicut a b ad e g cum a b sit æqualis d c, & e g, h c: eodem modo erit a d ad e h sicut a b ad e g, & d c ad h c. quia ergo ista paralellogrāma sunt æquiangula: cōstat per diffinitionē similium superficierū g h esse simile b d. Simili quoq; modo probatur f k esse simile eidē: propter hoc q b a ad a k & d a ad a f est sicut c a ad a e per secundam huius & coniunctam proportionalitatem. quare per 20 huius f k est etiam simile g h. sicq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

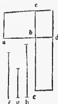
¶Si in suo spacio paralellogrāmum partiale distinctum toti paralellogrāmo simile atq; secundum suum illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit. 23

¶CAMPANVS. ¶Sit vt in paralellogrāmo b d sit distinctum paralellogrāmum f g. qd sit ei simile & secūdum suū esse id est participans cum eo in angulo c. dico q paralellogrāmum f g consistit circa diametrum paralellogrāmi b d. & est hæc conuersa præcedentis. producam enī a e c. quæ si fuerit diameter paralellogrāmi b d: constat propositum. Sin autem: sit a h c diameter eius. & ducatur h k: æquidistans f c. eritq; per præmissam paralellogrāmum f k: simile paralellogrāmo b d. ergo per cōuersionem diffinitionis similium superficierum proportio b c ad k c: est sicut d c ad f c. sed per eandem conuersionē dictæ diffinitionis/ proportio b c ad g c est sicut d c ad f c: propter id q paralellogrāmum f g positum est simile paralellogrāmo b d. ergo per 11 quinti/proportio b c ad g c: est sicut b c ad k c. vtraq; enim est sicut d c ad f e. quare per secundam partem nonæ quinti/g c est æqualis k c pars videlicet toti. qd est impossibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrāmi b d. quod est propositū.



Eucli. ex Camp. Propositio 24.

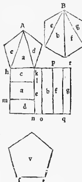
¶Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius æqualis/proportio alterius ad alterā: est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos æquos angulos continentium. 24



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ superficies æquidistantium laterum: a c & e d. sitq́ꝫ ãgulus b vnius: æqualis angulo b alterius. dico ꝙ proportio vnius ad alteram: producta est ex proportione a b ad b d, & c b ad b e. disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 13 huius: adiuncto ad vtramq́ꝫ parallelogrammo c d. & ponam vt proportio lineæ f ad lineam g: sit sicut a b ad b d, & g ad h sicut c b ad b e. qualiter enim hoc fiat: dictum est supra 10 huius. eritq́ꝫ per primam huius & 11 quinti/a c ad c d: sicut f ad g, & c d ad d e sicut g ad h. quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h. & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, vt dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit vt a c ad d e producatur ex eisdem. quare constat propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

¶Datæ superficiei similem/ alijq́ꝫ propositæ æqualem de- 25
signare.



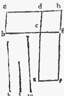
¶CAMPANVS. ¶Sint propositæ duæ superficies rectilineæ. A: pentagona. B: hexagona. volo facere vnam superficiẽ similem A: & æqualẽ B. vtramq́ꝫ propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triãgulos a, c, d. B vero: in triãgulos e, b, f, g. & super basin trianguli a, quæ sit h k: constituo secundum doctrinam 44 primi superficiem æquidistantium laterum rectangulam/ æqualem c, quæ sit h l. & l m æqualem a. & m n æqualem d. vt sit tota superficies: æquidistantium laterum h n, constituta super basin h k: æqualis pentagono A. Eodem modo super lineam k n quæ est secundum latus huius superficiei h n, constituo aliam superficiem rectãgulam æqualem hexagono B. quia facio k o æqualẽ e. & o p æqualẽ b. & p q æqualẽ f. & q r æqualẽ g. vt sit tota rectãgula superficies n r: æqualis hexagono B. & pono per 9 huius/ lineã s t: proportionalẽ inter lineã h k & lineam k r. & super eã secundũ doctrinã 19 huius: cõstituo superficiẽ v similẽ sup̃ficiei A. dico ipsã esse quã q̃rimus: & æqualẽ superficiei B. Cũ eni tres lineæ h k, s t, & k r sint cõtinue ꝓportionales/ & super primam & secundam sint constitutæ superficies similes videlicet A & v: erit per correlariũ 17 huius/ A ad v sicut h k ad k r. quare per primã huius sicut h n ad n r. & ideo per primã partem 7 quinti: sicut A ad n r. & propter hoc per secũdã partem eiusdem: sicut A ad B. itaq́ꝫ per secũdam partem 9 quinti: v est ęqualis B. qđ est propositum.

¶Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facile probare. quia cũ sit A ad v sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut v ad n r. & quia A est æqualis h n: erit v æqualis n r. quare v est etiã æqualis B per hanc cõmunem scientiam: quæcunq́ꝫ vni & eidem sunt æqualia inter se sunt ęqualia. Non est autem necessarium vt superficies h l, l m, & m n æquidistantium laterum æquales triangulis c, a, d, aut superficies k o, o p, p q, & q r æquales triangulis e, b, f, h: sint rectãgulæ. sed vt angulus extrinsecus superficiei l m: sit æqualis ãgulo intrinseco superficiei l h. & extrĩsecus m n intrĩseco m l. Similiter quoq́ꝫ vt extrinsecus superficiei k o, sit æqualis intrinseco superficiei h n: & extrinsecus o p, intrinseco k o. sicq́ꝫ de cæteris. Cum enim sic fuerit erit vnaquaq́ꝫ linearum k n & sibi opposita h m, itemq́ꝫ h r & sibi opposita n q: linea vna per vltimã partem 29 primi & per 14 eiusdem quotiẽs oportuerit ęqualiter repetitas. propter id ꝙ õnes superficies h l, l m, & m n, itemq́ꝫ k o, o p, p q, & q r: sunt æquidistantium laterum: & angulus extrinsecus cuiusq́ꝫ sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis: quare duæ superficies h n & n r: erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistantes & ęqualis altitudinis. Cætera ergo argue vt prius.

¶Quatuor ex Zãberto sequẽtes propositiones: præcedentibus quatuor ex Cãpano/ ordine peruerso respõdẽt. prima tertiæ/ secunda primæ/ tertia quartę/ quarta secundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 23.

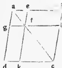
23 ℭAequiangula parallelogramma adinuicem habent compositam ex lateribus.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭ Sint æquiangula parallelogrãma a c & c f: æqualem habentia angulum b c d angulo e c g. Dico q parallelogrãmum a c ad parallelogrãmum c f: rationem habet compositam ex lateribus. hoc est quam habet b c ad c g: & quam habet d c ad c e. Ponatur inquam per 14 primi/ vt sit in rectas lineas b c ipsi c g. in rectas lineas igitur est per candẽ: d c ipsi c e. Compleaturq; parallelogrãmum. & ponatur quędam recta linea: k. & fiat per 12 sexti/ sicut quidem b c ad c g: sic k ad l. sicutq; d c ad c e: sic l ad m. proportiones iam ipsius k ad l & ipsius l ad m: ęędem sunt ipsis rationibus laterum b c ad c g, & ipsius d c ad c e. Sed ipsius k ad m ratio: componitur ex ratione ipsius k ad l, & ipsius l ad m. Quare & k ad m: rationem habet compositam ex lateribus. Et quoniam est sicut b c ad c g sic a c parallelogrãmum ad c h per primã sexti/ sed sicut b c ad c g sic k ad l: & sicut igitur per vndecimã quinti / k ad l sic a c ad c h. Rursus quoniã est sicut d c ad c e sic c h parallelogrãmũ ad c f parallelogrãmũ, sed sicut d c ad c e sic l ad m: & sicut igitur per eãdẽ l ad m sic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmũ. Quoniã igitur ostẽsum est q sicut quidem k ad l sic a c parallelogrãmum ad c h parallelogrãmum/ sicut autem l ad m sic c h parallelogrãmum ad c f parallelogrãmum: & æque igitur per 22 quinti/ sicut k ad m, sic a c parallelogrammũ ad c f parallelogrammum. At k ad m: rationem habet compositam ex lateribus. & a c parallelogrammum igitur ad c f: rationem habet confectam ex lateribus. Aequiãgula igitur parallelogramma: adinuicẽ rationẽ habent compositam ex lateribus. quod demonstrare oportebat.

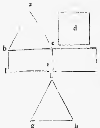
Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 24.

24 ℭOmnis parallelogrammi: quæ circa dimetientem parallelogramma: similia sunt toti/ & adinuicem.



ℭTHEON ex Zamberto. ℭSit parallelogrammum a b c d: dimetiens vero illius a c. circum autem a c: parallelogramma sint e g & h k. Dico q vtrũq; ipsorũ e g & h k parallelogrãmorũ: simile est toti a b c d, & adinuicẽ. Quoniã enim trianguli a b c ad vnum latus b c acta est parallelus e f: proportionale est per 2 sexti / sicut b e ad e a, sic c f ad f a. Rursus per candẽ/ quoniã triãguli a d c ad vnũ latus c d acta est parallelus f g: proportionale est per 2 sexti / sicut c f ad f a, sic d g ad g a. Sed sicut c f ad f a: sic ostẽsa est & b e ad e a. Et sicut igitur per 11 quĩti / b e ad e a: sic d g ad g a. & cõpositæ igitur per 18 quinti / sicut b a ad a e: sic d a ad a g. & pmutati per 16 quinti / sicut b a ad a d: sic e a ad a g. parallelogrammorũ igitur a b c d & e g: proportionalia sunt latera/ quæ circum cõmunem angulum b a d sunt. & quoniam parallelus est g f ipsi d c: æqualis est per 19 primi / angulus a g f angulo a d c. & qui sub g f a ei qui sub d c a. & communis duorum triangulorũ a d c & a f g: angulus qui sub d a c. Aequiangulum igitur est triangulũ d a c: triangulo a g f. Idq; propterea/ & triãgulum a b c: æquiangulum est triangulo a e f. & totum a b c d parallelogrãmum ipsi e g parallelogrammo æquiangulum est. proportionale igitur est per 4 sexti / sicut a d ad d c: sic a g ad g f. sicutq; d c ad c a: sic g f ad f a. Sicut autẽ a c ad c b: sic a f ad f e. & insuper sicut c b ad b a: sic f e ad e a. & quoniam ostensum est sicut quidem d c ad c a sic g f ad f a, sicut vero a c ad c b sic a f ad f e: ęque igitur est per 22 quinti / sicut d c ad c b sic g f ad f e. Parallelogrammorum igitur a b c d & e g, proportionalia sunt latera: quæ circum ęquales angulos. Simile igitur est per primam diffinitionem sexti / parallelogrammum a b c d: parallelogrammo e g. Id propterea/ & parallelogrammum a b c d: parallelogrammo k h est simile. vtrunq; igitur ipsorũ e g & h k parallelogrammorum: ipsi a b c d parallelogrammo simile est. Quę autem eidem rectilineo simi

ha.& sibi inuicem sunt similia per 21 sexti.igitur & e g parallelogrãmũ ipsi h k parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrãmi quæ circa dimetientem parallogramma:similia sunt toti & adinuicem.quod erat demonstrandum.



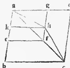
Eucli.ex Zamb.Problema 7. Propositio 25.

¶Dato rectilineo simile/& alij dato æquale : idem constituere. 25

¶THEON ex Zamber. ¶Sit quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere:a b c.cui autem oportet æquale:d. oportet iam ipsi a b c simile/ipsi autem d æquale:idem constituere.prætendatur per 44 primi igitur ad b c,ipsi triangulo a b c: æquale parallelogrammum b e. & ad c e,ipsi d æquale parallelogrammum c m, in angulo qui sub f c e: qui æqualis est ei qui sub c b l.In rectam lineam igitur est per 14 primi/ b c ipsi c f:& l e ipsi e m.Sumaturq; per 13 sexti/ipsarum b c & c f: media proportionalis g h. describaturq; per 18 sexti/ex g h:ipsi a b c simile/similiterq; positum k g h. Et quoniam est sicut b c ad g h sic g h ad c f, si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ a prima est species ad eã quæ a secunda similis similiterq; descripta est:est igitur per correlariũ secundũ 20 sexti/sicut b c ad c f sic triãgulum a b c ad triangulum k g h.Sed sicut b c ad c f:sic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum.Et sicut igitur per primam sexti/triangulum a b c ad triangulum k g h: sic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum.vicissim quoq; igitur per 16 quinti/ sicut triangulum a b c ad b e parallelogrammum:sic triangulum k g h ad parallelogrãmum e f.æquale autem est triangulum a b c: parallelogrãmo b e.æquale igitur est & triangulum k g h: ipsi e f parallelogrammo:sed parallelogrammum e f:ipsi d est æquale.& k g h igitur: ipsi d est æquale.est autem k g h ipsi a b c simile.Dato igitur rectilineo a b c simile/ & alij dato d æquale:idem k g h constitutum est,quod facere oportebat.

Eucli.ex Zamb.Theorema 19. Propositio 26.

¶Si a parallelogrãmo parallelogrammum auferatur/ simile & toti & similiter positum/communem angulum habens ei:circum eundem dimetientem est toti. 26

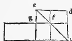


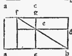
¶THEON ex Zamb. ¶A parallelogrãmo inquã a b c d:parallelogrãmum auferatur a f simile ipsi a b c d & similiter positum/communẽ angulum habens ei qui sub d a b.Dico ꝙ circum eandem diametrum est a b c d:ipsi a f.Non enim:at si possibile est/sit eorum dimetiens a h c.& excitetur per 31 primi/ab h vtriq; ipsarũ a d & b c:parallelus h k. Quoniam igitur circum eundem dimetientem est a b c d ipsi k g:simile est per 24 sexti a b c d ipsi k g.est igitur sicut d a ad a b:sic g a ad a k per cõuersionẽ 1 diffinitionis sexti. Est autem propter similitudinem ipsorum a b c d & e g,sicut d a ad a b:sic g a ad a e.Igitur per 9 quinti/g a ad vtrunq; ipsarum a k & a e: eandem habet rationem.æqualis igitur est a k:ipsi a e minor maiori.qđ absurdum est.Igitur a b c d:non est circa eũdem dimetientem ipsi k g.Circa eundem igitur dimetientem est a b c d parallelogrammum:ipsi a f parallelogrammo.Si a parallelogrãmo igitur parallelogrammum auferatur/simile & toti & similiter positum communem angulum habens ei:circa eundem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.

Eucli.ex Camp. Propositio 26.



SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ designatum:maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati. 26

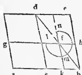




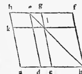
¶CAMPANVS. ¶Sit data linea a b: sup cuius dimidiũ c b: cõstituat parallelogrãmũ c d, cuius diameter b e. & ad lineã a b applicet parallelogrãmũ a f: cuius vnũ latus secet e c in pũcto g. ita q̧ ad cõplementũ totius lineæ a b: desit sup̃ficies f b q̃ sit similis: sup̃ficiei c d. & cõsistẽs circa diametrũ eius. dico tũc q̧ parallelogrãmũ c d est maius parallelogrãmo a f. Est enĩ per primã huius/ a g: ęquale g b. & per 43 primi/ c f æquale f d. ergo p̃ hãc cõmunẽ sciẽtiã si æq̃libus æq̃lia addas tota quoq; fient ęqualia: erit gnomo cõstãs ex tribus parallelogrãmis q̃ sũt c f, f b, & f d, æqualis parallelogrãmo a f. quare parallelogrãmũ c d: est maius parallelogrãmo a f: parallelogrãmo e f. qd̃ est propositũ. ¶Idẽ etiã esset si sup̃ficies a f fieret altior superficie c d: vt videre potes in secunda figura i qua etiã per primã huius a g est æq̃le g b. dẽptis itaq; vtriq; duobus supplemẽtis sup̃ficiei f b: excedet parallelogrãmũ c d parallelogrãmũ a f in parallelogrãmo f e.

Eucli. ex Zãb. Theorema 20. Propositio 27.

27 ¶Omniũ parallelogrãmorũ circũ eandẽ rectã lineã proiectorũ deficientiũq; specie parallelogrãmis similibus/ similiterq; positis ei qd̃ a dimidia descriptũ est: maximũ est qd̃ a dimidia proiectũ parallelogrammũ simile existẽs sumpto.



¶THEON ex Zãb. ¶Sit recta linea a b: & secetur p̃ 10 primi/ bifariã ĩ c. prętẽdatur quoq; per 18 sexti ad a b rectã lineã/ parallelogrãmũ a d deficiẽs specie parallelogrãmo d b simili/ similiterq; descripto qd a dimidia ipsius a b hoc est c b. Dico q̧ omniũ circa a b cõparatorũ parallelogrãmorũ & deficiẽtiũ specie parallelogrãmis similibus similiterq; positis ipsi d b: maximũ est a d. Prętẽdatur inquã ad a b rectã lineã parallelogrãmũ a f deficiẽs specie parallegrãmo f b simili similiterq; posito ipsi d b. Dico q̧ maius est a d ipso a f. Quoniã enĩ simile est d b parallelogrãmũ ipsi f b parallelogrãmo: circũ eundẽ igitur sunt dimetientẽ per 26 sexti. excitetur eorũ dimetiẽs d b: & describatur figura. Quoniam igitur per 42 primi/ æquũ est f c ipsi f e: cõmune apponatur f b. totũ igitur c h: toti k e est æquale. Sed c h ipsi c g est æquale per 36 primi: quoniã & a c ipsi c b. Igitur g c: ipsi e k est æquale. Cõmune apponatur c f. totum igitur a f: toti l m n gnomoni est æquale. Quare parallelogrãmum d b hoc est a d: ipso a f parallelogrammo maius est. omnium igitur circum eandem lineã consistẽtium parallelogrammorum/ & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ei quod a dimidia describitur: maximum est quod a dimidia comparatum est. quod oportebat demonstrare.



¶ALITER. ¶Sit inq̃ rursus a b: dissecta bifariã in c. & cõparatũ a l deficiẽs specie ipso l b. Cõpareturq; rursus ad a b, parallelogrãmũ d h: deficiẽs ab ipso e b simili similiterq; posito et quod a dimidia fit l b. Dico q̧ maius est qd a dimidia cõparatũ a l ipso a e. Quoniã eni simile est e b ipsi l b: circũ eũdẽ dimetiẽtẽ sunt per 26 sexti. Sit eorũ demetiẽs e b: describaturq; figura. & quoniã æquũ est l f ipsi l h, quoniã & f g ipsi g h: maius igitur est l f ipso k e. æquũ autẽ est l f ipsi d l. maius igitur est & d l ipso k e. cõmune esto k d. totũ igitur a l: toto a e maius est. quod demõstrare oportebat.

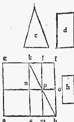
Eucli. ex Camp. Propositio 27.



27 TRilatera sup̃ficie p̃posita ęquũ ei sup̃ quãlibet assignatã lineã parallelogrãmũ designare: cui desit ad cõplẽdã lineã alij sup̃ficiei p̃posite simile parallelogrãmũ qd̃ secundũ eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collato minime maius existat.

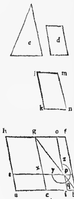


¶CAMPANVS. ¶Sit assignata linea a b. & propositus triangulus c. propositumq; parallelogrãmum d. volo super lineam a b: designare parallelogrammum æquale triangulo c. ita q̧ desit ad cõplendam lineam a b parallelogrammum simile d. & sit ita conditionatumq; triangulus c: non sit maior parallelogrammo simili d, collato super dimidium lineæ a b. alioquin ad impossibile laboraretur: per premissam. Diuido igitur lineã



neā a b per æqualia in pūcto e.& secundū doctrinā 19 huius super eius
medietatē b e cōstituo parallelogrāmū e f simile d.& cōplebo sup totā li-
neā a b: parallelogrāmū b g. Quia igitur c nō est maior parallelogrāmo e
f, sed æqualis ei aut minor sicut positū est: si fuerit ei æqualis/erit paralle
logrāmū e g quale intēditur per 36 primi coadiuuāte prima parte 9/&
per diffinitionē similiū superficierū & 20 huius. Si autē minor: sit mi-
nor in supficie aliqua/cui æqlis & similis d fiat secūdū doctrinā 25 hu-
ius quæ sit h. eritq; h similis e f per 20 huius. quare per cōuersionē diffi-
nitionis/æquiāgula sibi & proportionaliū laterū. protrahā igitur in pa-
rallelogrāmo e f diametrū b k.& resecabo latera k f,& e k supficiei e f, ad
mēsurā laterū superficiei h: protractis lineis l m & n o æquidistātibus la-
teribus superficiei e f, secātibus se in pūcto p. vt superficies k p sit æqua-
lis & similis supficiei h. eritq; per 23 huius pūctū p: in diametro k b. pro-
tracta itaq; o n vsq; ad a g: dico parallelogrāmū a p esse quale proponi-
tur. Deest eni sibi ad cōplemētū lineæ a b parallelogrāmū p b: qd per 22
& 20 huius est simile parallelogrāmo d. Sed ipsū etiā parallelogrāmū a
p est æquale triāgulo c. Est eni per primā huius: a n æquale n b. ergo per
43 primi/& hāc cōmunē sciētiā si æqlibus æqlia addas: tota quoq; fiēt
æqualia/parallelogrāmū a p: est æquale gnomoni n b l.& qa iste gnomo
est æqualis triāgulo c, ppter id q; parallelogrāmū e f positū fuit esse ma-
ius triāgulo c i parallelogrāmo h, qd est æquale parallelogrāmū k p: patet
propositū. Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 28.

¶Ad datā rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogrā- 28
mū cōparare: deficiēs specie parallelogrammo simili dato.
Oportet iā datū rectilineū cui expedit æquū comparare: nō
maius esse eo quod a dimidia cōparatū similibus existētibus
sūptis & eius quod a dimidia & cui expedit simile deficere.

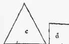


¶THEON ex Zāb. ¶Sit qdē data recta linea a b, datū vero rectilineū
cui oportet æquū prædere circū a b. sitq; illud c: nō maius existēs eo quod
a dimidia cōparatū est similibus existētibus sūptis. cui autē expedit si-
mile deficere: d. oportet iā ad datā rectā lineā a b: dato rectilineo c æqua-
le parallelogrāmū prætēdere deficiēs specie parallelogrāmo simili existē-
te ipsi d. Secetur per 10 primi/a b bifariā i signo e. Describaturq; per 18
sexti/ab e b: ipsi d simile similiterq; positū e b f g. Cōpleaturq; a g paral
lelogrāmū. Iam a g aut ęquū est ipsi c: aut eo maius per determinationē.
Si quidē igitur æquū est a g ipsi c: quod quærimus iā est. Cōparatū siqui
dē esset ad datam rectā lineā a b, dato rectilineo c æquū parallelogram-
mum a g deficiens specie parallelogrammo g b simili ipsi d. Si autē nō:
fuerit maius h e ipso c. ęquale autē h e ipsi g b. maius igitur & g b ipso
c. Quo autē maius est g b ipso c: tali excessui per 25 sexti æquale/ipsi d si-
mile similiterq; positū idē cōstituatur k l m n. Sed ipsi g b: ipsū d est simile.
& k m igitur: ipsi g b est simile. Esto igitur similis rationis k l ipsi g e: & l
m ipsi g f. Et quoniā ęquū est g b ipsis c, k m: maius igitur est g b ipso k m.
Maior igitur est g e ipsa k l: & g f ipsa l m. ponatur p 11 primi ipsi qdē k l æq-
lis g x: ipsi autē l m æqlis g o. & cōpleatur parallelogrāmū x g o p. Aequū
igitur est & simile g p ipsi k m. Sed k m: ipsi g b est simile. & g p igitur
ipsi g b est simile. Circū eūdē dimetiētē p 26 sexti igitur: est g p ipsi g b.
Sit eorum dimetiens g p b: & descrbas figuram. Quoniam igitur æquū
est b g ipsis c, k m, quorum g p ipsi k m est æquale: reliquus igitur y q z
gnomon reliquo c est æqualis. & quoniam æquum est o r ipsi x s: commu
ne apponatur p b. Totum igitur o b: toti x b est æquale. Sed x b ipsi t e
est æquale: quoniam & latus a e lateri e b est æquale. & t e igitur: ipsi
o b est æquale. Commune applicetur x s. totum igitur t s toti z q y gno
moni æquum est. Sed z q y gnomon ipsi c: ostensum est q; est æqua-
lis. & t s igitur: ipsi c æquum est. Ad datam rectam lineam igitur a b: da-
to rectilineo c æquum parallelogrammum comparatum est s t defi-

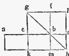
ciens specie parallelogrammo p b simili existēti ipsi d/quoniam p b ipsi g p simile est. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

25 SVper datam lineã datæ superficiei trilateræ æquũ parallelogrammum constituere: quod addat super completionem datæ lineæ superficiem æquidistantium laterum datæ superficiei æquidistãtium laterũ similẽ.



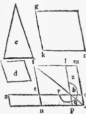
¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius data linea a b: & datus triangulus c, datumq; parallelogrãmum d. volo super lineã a b constituere parallelogrammũ æquale triãgulo c: quod addat super totã lineã a b, parallelogrãmum simile d. Diuido lineã a b per æqualia in pũcto e. & super eius medietatem e b: facio e f similem d, secundũ quod docet 19 huius. & secũdũ doctrinã 25 huius/facio k l cuius diameter g h: similẽ d & æqualẽ duabus superficiebus e f & c. eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficiei e f ita ꝙ ambæ cõmunicẽt in angulo g: erit per 23 huius superficies e f consistens circa diametrum superficiei k l. quare punctũ b est in diametro g h. cõplebo igitur parallelogrãmum a h: quod dico esse quale proponitur. qđ cõstat protractis linea f b vsq; ad m, & linea e b vsq; ad n. Est enim per primã partem huius: a k æquale k b. & ideo per 43 primi est etiã æquale n f. addito ergo vtriq; e h: erit per cõmunem scientiã a h æquale gnomoni e h f. sed iste gnomo est æqualis triangulo c: quia parallelogrãmum k l positum fuit æquale duabus superficiebus c & e f. ergo parallelogrammũ a h est æquale c. & addit ad cõplementũ lineæ a b parallelogrammũ m n: quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrãmo d. quare cõstat perfectũ esse quod volumus.



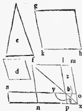
¶CAMPANI additio. ¶Possumus autem ad lineam datam adiũgere parallelogrammum æquale non solum trilateræ superficiei positæ/ sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcunq; ipsa fuerit: cui desit ad cõplẽdã lineã datã sup̃ficies similis superficiei æqdistãtiũ laterũ propositæ sicut docet p̃missa. obseruata conditione eius ne laboretur ad ĩpossibile per ante præmissam. vel ꝙ addat super completionem lineæ superficiem æquidistantium laterũ similẽ superficiei propositæ: sicut proponit cõclusio præsens. Propositã eñi superficiẽ cui æquale parallelogrãmum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad cõpletionẽ lineæ parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato: resoluemus in triangulos. & ipsis mediantibus/describemus superficiem æquidistãtium laterum/totali superficiei propositæ æqualem. hoc autẽ qualiter fiat & si scire volueris: requi re 25 huius. Dehinc super duplũ basis eius æqualis altitudinis triangulũ constituemus. quẽ (si 44 primi diligenter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualem. quare & superficiei propositæ. huic ergo triangulo si æquale parallelogrãmũ ad lineam datam adiũxeris quod addat ad complementũ lineæ aut minuat parallelogrammũ simile parallelogrammo dato secundũ quod docet hæc & præmissa: quod propositum erat te perfecisse non dubites.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propositio 29.

29 ¶Ad datã rectã lineã: dato rectilineo ꝗuale parallelogrãmum p̃tẽdere/excedẽs specie parallelogrãmũ simile dato.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit quidem data recta linea a b. datum vero rectilineum cui expedit ad a b æquale parallelogrammum pretendere: c. Cui autem oportet simile prætẽdere: d. oportet iam circum a b rectam lineam ipsi c rectilineo æquum parallelogrammũ prætẽdere excedẽs specie parallelogrammum simile ipsi d. Secetur per 10 primi/ ab bifariam in e. & describatur per 16 sexti/ ex e b: ipsi d simile similiterq; positũ parallelogrammũ b f. & ambobus quidem b f, c, ꝗuale/ipsi autem d simile similiterq; positũ: idem constituatur g h. Simile igitur est g h ipsi b f. Similis autẽ rationis esto k h ipsi f l, & k g ipsi f e. Et quoniã maius est



g h ipso f b: maius igitur est & quidẽ k h ipso f l, & k g ipso f e. Extẽdatur f l & f e, & ipsi quidẽ k h: æqualis esto f l m. ipsi autẽ k g: æqualis esto f e n. Cõpleaturq; m n. Igitur m n: ipsi g h æquũ est & simile. sed g h ipsi e l est simile. Igitur per 26 sexti/m n ipsi e l est simile. circũ igitur eundẽ diametrũ consistũt e l & m n. Excitetur eorũ dimetiẽs f x: & describatur figura. quoniã æquũ est g h ipsis e l, c, sed g h ipsi m n est æquale; & m n igitur ipsis e l, c, est æquale. Cõmune auferatur e l. reliquus igitur y q z gnomon: ipsi c est æqualis. Et quoniã a e ipsi e b est æqualis: æquũ est per 36 primi & a n ipsi n b hoc est per 43 primi/toti l o. cõmune apponatur e x, totũ igitur a x: æquũ est ipsi y q z gnomoni. Sed y q z gnomon æqualis est ipsi c. Igitur a x: ipsi c est æquale. Ad datã igitur rectã lineam a b dato rectilineo c æquale parallelogrammũ comparatum est a x: excedens specie parallelogrammũ p o simile existens ipsi d. Igitur d simile est ipsi b f: & b f ipsi p o est simile, circum enim eundem dimetiẽtem consistunt, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29

Vamlibet lineam propositam: secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema secare. 29



CAMPANVS. Sit ꝓposita linea a b: quã volo diuidere secundũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratũ b c. & ad eius latus a c adiungo secundũ quod docet præmissa/parallelogrammũ c d æquale quadrato b c: quod addat ad cõplemẽtum lineæ a c parallelogrãmũ a d, quod sit simile b c. sitq; latus parallelogrãmi c d, quod æquidistat a c: d e. & secet lineã a b in pũcto f. Dico lineã a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enĩ a d quadratũ: propter id q est simile b c. quare a f est æquale f d. sed & f e est æqualis a b: propter id q est ęqualis a c per 34 primi. & quia c d æquale b c: dempto ab vtroq; c f, erit a d æquale e b. & ãgulus f vnius angulo f alterius. ergo per 13 huius latera sunt mutekesia. ergo e f ad f d: sicu a f ad f b. & quia e f est æqualis a b: & f d, a f: erit a b ad a f sicut a f ad f b. ergo per diffinitionẽ est diuisa vt proponitur. Idẽ etiã potest demõstrari ex 11 secũdi. Diuidatur enĩ a b in pũcto f: secundũ quod docet 11 secũdi. sitq; e b qđ cõtinetur sub tota a b & eius pte f b: ita q f e sit æq̃lis a b & a d sit q̃dratũ a f. est itaq; per ꝑdictã 11 secũdi e b: æquale a d. Qđ restat arguere vt prius p 13 huius: vel sic. cũ a b sit diuisa in pũcto f secũdũ quod docet 11 secũdi: qđ fit ex a b prima in f b tertiã est æquale quadrato a f secũdæ. ergo per secundã partẽ 16 huius proportio a b primæ ad a f secũdã: est sicut a f secũdę ad f b tertiã. per diffinitionẽ itaq; diuisa est a b vt proponitur.

Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 30.

Datam rectam lineam terminatam: per extremã ac mediam rationem dispescere. 30



THEON ex Zãb. Sit data recta linea terminata a b. oportet iã ipsã a b rectã lineã: per extremã & mediã rationẽ dispescere. Describatur inq̃ per 46 primi ex a b quadratũ b c. Cõpareturq; per 29 sexti: ad a c ipsi b c æquũ parallelogrãmũ c d excedẽs specie ipsum a d simile ipsi b c. Quadratũ autẽ est b c. quadratũ igitur est & a d. & quoniã æquũ est b c ipsi c d: cõmune auferatur c e. reliquũ igitur b f: reliquo a d est æquale. est autẽ & æquiangulũ. Igitur per diffinitionẽ secundã tertij & per 14 sexti/ipsorum b f & d a reciproca sunt latera: quæ circũ æquales angulos. Est igitur sicut f e ad e d: sic a e ad e b. Aequalis autẽ est f e ipsi a c hoc est ipsi a b. Ipsa autẽ e d ipsi a e. Est igitur sicut b a ad a e: sic a e ad e b. maior autẽ est per 34 primi/a b ipsa a e. maior igitur est & a e ipsa e b. Igitur a b recta linea per extremã & mediã rationem secatur in e. at maius segmentum ipsius est a e. quod fecisse oportuit.

ALITER. Sit data recta linea a b. oportet iam ipsam a b: per extremam & mediam rationem secare. secetur enim a b in c per 11 secundi: vt

quod sub a a b & b c æquũ sit ei qđ ex c a quadrato. Quoniã igitur quod sub a b & b c æquũ est ei quod ex c a: est igitur per 17 huius sicut b a ad a c sic a c ad c b. Igitur a b: per mediam & extremam diuiditur rationem in c, quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

30 SI fuerint duo anguli super vnum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistēt: fuerintq; illa quatuor latera secundũ æquidistantiam relata, proportionalia: illos duos triangulos super vnam lineam rectam constitutos esse necesse est.

❡CAMPANVS. ❡Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d, sitq; a c: æquidistans d e. & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico q̄ duæ bases eorũ b c & c e: sunt linea vna. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia vterq; eorum est æqualis angulo a c d per primam partē 29 primi, igitur per præsentem hypothesin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquiãguli. & angulus b, est æqualis angulo d c e: & ãgulus a c b ãgulo e, quare per 32 primi tres anguli qui sũt ad c: sunt æquales duobus rectis. ipsi enĩ æquãtur tribus ãgulis vtriuslibet duobus triangulorum. ergo per 14 primi b c: est linea vna quod est propositũ.

Eucli. ex Camp. Propositio. 31

31 IN omni triãgulo rectãgulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto: æqualis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint similes ei in lineatione & creatione.

❡CAMPANVS. ❡Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis: proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. vnde hæc est illa tanto vniuersalior: quanto superficies laterata quadrato. ❡Sit itaq; triangulus rectangulus a b c: cuius angulus a sit rectus. Dico q̄ superficies constituta super latus b c: est æqualis duabus superficiebus cõstitutis super a b & a c, cũ omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpẽdicularem a d: ad lineam b c, eritq; per secundam partem correlarij 8 huius, proportio b c a d c a: sicut c a ad d c, & c b ad b a: sicut b a ad d b. Si itaq; super quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ: erit per correlarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad cõstitutam super c a secundam, sicut b c primæ ad d c tertiam. & item eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secũdam: sicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuersam proportionalitatem superficiei a c ad superficiem c b: sicut c d ad c b. & similiter superficiei a b ad superficiem b c: sicut b d ad superficiem b c. & ponatur a c prima & c b secunda & quarta, & c d superficies tertia, & a b superficies quinta. & b d superficies sexta. & arguatur per 24 quinti q̄ proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cõstitutas super c a & a b simul: est sicut b c ad c d & d b simul. quia igitur b c est ęqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis: erit superficies cõstitura super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.

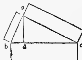
❡CAMPANI additio. ❡Conuersam quoq; huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis vltimæ primi. sit enĩ triangulus a b c. sitq; superficies constituta b c æqualis duabus superficiebus cõstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico q̄ ãgulus a est rectus. ponã enim angulũ c a d rectum & lineam a d æqualẽ a b. & claudo superficiẽ ducta linea d c, eritq; per hanc 31 superficies cõstitura super

c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d sibi similib9. quare etiam constitutæ super b c sibi simili. hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus. erit ergo linea b c æqualis c d. quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.

¶ Sequētes duæ ex Zamberto propositiones: duabus præcedētibus ex Cāpano ꝑpostero ordine respōdent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 31.

¶ In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum sub- 31
tendente latere species: æqualis est eis quæ ab rectum angulum compræhendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis.

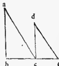


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: rectum habens angulum qui sub b a c. Dico ꝙ quæ ex b c species: æqualis est eis quæ ex b a & a c speciebus similibus similiterq; descriptis. Excitetur per 12 primi: perpendicularis a d. Quoniā igitur in triangulo rectangulo a b c, ab a recto āgulo in b c basin perpendicularis acta est a d: triangula a b d & a d c quæ ad perpendicularem/similia sunt toti a b c & sibi inuicē per 8 sexti. quoniam simile est a b c ipsi a b d: est igitur sicut c b ad b a sic a b ad b d. At quoniā tres rectæ lineæ proportionales sunt: est igitur per correlarium secundum 20 sexti sicut prima ad tertiam sic quæ a prima species ad eam quæ a secunda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur c b ad b d: sic species quæ ex c b ad eam quæ ex b a similis similiterq; descripta est. Id propterea & sicut b c ad c d: sic species quæ ex b c ad eam quæ ex c a. Quare sicut b c ad b d & d c: sic quæ sub b c species ad eas quę ex b a & a c similes similiterq; descriptæ sunt. Aequalis autem est b c ipsis b d & d c. æqualis igitur est species quæ ex b c eis quæ ex b a & a c sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectāgulis igitur triangulis/quæ ab rectum angulū subtēdente species; æqualis est eis quæ ab rectum angulum compræhēdentibus speciebus similibus similiterq; descriptis. quod demonstrasse oportuit.

¶ A L I T E R. ¶ Quoniam per correlariū primū 20 sexti/similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterū: igitur quæ ex b c est species ad eam quæ ex b a duplam rationem habet ꝗ c b ad b a. habet autē & quod ex b c quadratum ad id quod ex b a quadratum duplam rationē ꝗ c b ad b a. & sicut igitur quæ ex c b species ad eam quæ ex b a speciem: sic quadratum q̄d ex c b ad quadratum quod ex b a. Id propterea & sicut species quæ ex b c ad speciem quæ ex c a: sic quadratum q̄d ex b c ad quadratum quod ex c a. Quare & sicut species quæ ex b c ad species quæ ex b a & a c: sic quadratum quod ex b c, ad quadrara quæ ex b a & a c. Quadratum autem quod ex b c: æquum est eis quæ ex b a & a c quadratis per 47 primi. æqualis igitur est species quæ ex b c: eis quæ ex b a & a c speciebus similibus similiterq; descriptis.

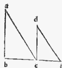
Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32.

¶ Si duo triangula componantur ad vnum angulū duo la- 32
tera duobus lateribus proportionalia habentia/vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d c e: duo latera t b a & a c, duobus lateribus d c & d e proportionalia habentia / sicut quidem a b ad a c, sic d c ad d e. parallelum autem a b ipsi d c: & a c ipsi d e. Dico ꝙ in rectam lineam est b c ipsi c e. Quoniā enim parallelus est a b ipsi d e, & in eas incidit recta linea a c: anguli igitur per 29 primi/ vtrobiq; qui sub b a c & a c d, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus c d e: angulo a c d est æqualis. Quare angulus b a c: angulo c d e

est æqualis. & quoniam duo triangula sunt a b c & d c e, vnum angulũ qui ad a vni angulo qui ad d æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia sicut quidem b a ad a c sic c d ad d e: æquiangulum igitur est per sextam sexti triangulum a b c triangulo d c e. Aequalis igitur est angulus a b c angulo d c e. patuit autem q angulus a c d: æquus est per 29 primi angulo b a c. Totus igitur angulus a c e duobus a b c & b a c est æqualis. Communis apponatur angulus a c b. Igitur anguli a c e & a c b: eis qui sũt sub c a b, a c b, & c b a sunt aquales. Sed anguli b a c, c b a & a c b per 32 primi duobus rectis sunt æquales. & anguli igitur a c e & a c b duobus rectis sunt æquales. Ad aliquã autem rectam lineam a c ad signumq; in ea c, duę: rectæ lineæ b c & c e non ad easdem partes ductæ: ęquos vtrobiq; sub a c e & a c b duobus rectis æquales efficiunt angulos, per 14 primi in rectam lineam igitur est b c ipsi c e. Si bina igitur triangula componantur ad vnum angulum/ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/ vt eorũ similis rationis & parallela sint latera: reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 SI in circulis æqualibus supra cẽtrum siue supra circunferentiam anguli consistant: erit angulorũ proportio tanq̃ proportio arcuum illos angulos suscipientium.



ÇCAMPANVS. ÇSint circuli/ a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: æquales. super quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g: & super eorum circunferentias alij duo qui sunt b a c & f e g. dico q proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̃ eorum qui super circunferentias: est sicut arcus b c ad arcum f g. Cõtinuabo enĩ illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundũ eundẽ numerũ siue secundũ diuersos. sitq; arcus k b: æqualis b c. & vterq; duorum arcuum l m & f l: æqualis f g. & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. eruntq; per 26 tertij/ anguli qui sunt ad d: adinuicem æquales. similiter quoq; & qui sunt ad h: adinuicem æquales. Idem etiam de ijs qui sũt ad a & de ijs qui sunt ad e. sicut igitur arcus k c est multiplex arcus b c: ita angulus k d c anguli b d c, & angulus k a c anguli b a c. similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g: ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g. sed si arcus k c est æqualis arcui m g: angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g. & si maior: maiores. & si minor: minores per 26 tertij. per diffinitionem itaq; incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcum f g: est, sicut anguli b d c ad angulum f h g, & sicut anguli b a c ad angulum f e g. quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo.

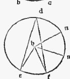


Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 33.



33 ÇIn æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur: & si ad centra/ & si ad circunferentias fuerint deducti. tum etiam sectores ad centra constituti.

ÇTHEON ex Zãb. ÇSint æquales circuli a b c & d e f. ad eorũq; centra g, h, anguli sint b g c & e h f: ad eorũ circũferẽtias vero/ ãguli qui sub b a c & e d f. Dico q est sicut circũferẽtia b c ad circunferẽtiã e f: sic est angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f, & insuper g b c sector ad h e f sectorem. Ponatur per 28 tertij/ ipsi quidem b c circunferentię: æquales quotcunq; ordine hoc est c k & k l: ipsi autem e f, quotcunq; æquales circunferentiæ f m & m n. Connectanturq; g k, g l: h m & h n. Quoniam igitur æquales sunt b c, c k & k l circunferentiæ ad-





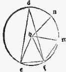


inuicē:aequales per 27 tertij/quoq; sunt anguli b g c, c g k & k g l. Quotuplex igitur est b l circunferentia ipsius b c circunferentiae: totuplex est & angulus b g l ipsius anguli b g c. Id propterea iā & quotuplex est n e circunferentia ipsius e f circunferentiae: totuplex est & angulus n h e ipsius e h f. Si igitur aequalis est circunferentia b l ipsi circunferentiae e n: equalis est & angulus b g l angulo e h n. & si maior est b l circunferētia ipsa n e circunferentia: maior est & angulus b g l angulo n h e. & si minor: minor. Quatuor iā existentibus magnitudinibus/duabus inquā circunferentijs b c & e f, binisq; angulis hoc est b g c & e h f: suscipiuntur quidem ipsius b c circunferentiae atq; ipsius anguli b g c aeque multiplices hoc est b l circunferentia & angulus b g l. ipsius autem e f circunferētiae & anguli e h f: circunferentia e n & angulus e h n. Ostensum autē est q si circunferentia b l excedit circunferentiā e n: angulus quoq; b g l excedit angulū e h n. & si aequalis: aequalis. & si minor: minor. Est igitur per 6 diffinitionē quinti/sicut b c circunferentia ad e f circūferētiā: sic angulus b g c ad angulū e h f. Sed sicut angulus b g c ad angulū e h f: sic angulus b a c ad angulū e d f. duplus inquā est per 20 tertij: alter alterius. Et sicut igitur b c circunferentia ad e f circūferentiā: sic angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulū e d f. In aequalibus igitur circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs: & si ad centra & si ad circunferentias deducti fuerint. quod demonstrasse oportuit.

¶Dico etiā q & sicut b c circūferentia ad e f circunferentiā: sic g b c sector ad h e f sectorē. Cōnectantur inquā b c & c k. & assumptis super b et c k circūferentijs x, o, signis: cōnectantur b x, x c, c o & o k. Et quoniā per 15 diffinitionē primi/duae b g & g c duabus c g & g k sunt aequales: aequalesq; angulos cōpraehendunt/& basis b c ipsi c k est equalis: triāgulum igitur g b c per 4 primi/triāgulo g c k est aequale. Et quoniā aequalis est b c circunferentia ipsi c k circūferētiae: & reliqua igitur quae in toto circulo a b c circūferentia reliquae quae in eodē toto a b c circulo circūferētiae. Quare & āgulus b x c: ipsi c o k est aequalis. Simile igitur per 10 diffinitionē tertij est b x c segmentum: ipsi c o k est segmento. & in aequalibus sūt rectis lineis b c & k c. Quae autem super aequalibus rectis lineis similia circulorū segmēta cōsistunt: ea adinuicē sunt aequalia per 24. tertij. segmētū igitur b x c: ipsi c o k segmēto est aequale. est autē & triāgulū g b c triangulo g c k aeqle. Totus igitur sector g b c: toti g c k sectori est aequalis. Id propterea & g k l sector: vtriq; ipsorū g b c & g c k est aequalis. Tres igitur sectores g b c, g c k & g k l: sibi inuicē sūt aequales. Id propterea & h e f, h f m & h m n sectores: sibi inuicē sūt aeqles. Quotuplex igitur est b l circūferētia ipsius b c circūferētiae: totuplex est & l g b sectore ipsius g b c sectoris. Id propterea & quotuplex est n e circūferētia ipsius e f circūferentiae: totuplex est & h e n sector ipsius h e f sectoris. Si igitur aequalis est b l circūferētia ipsi e n circūferētiae: aequalis est & b g l sector ipsi e h n sectori. Et si excedit b l circūferētia ipsā e n circūferētiā: excedit quoq; & b g l sector ipsū h e n sectorē. & si deficit: deficit. Quatuor autē existentibus magnitudinibus/duabus inquā b c & e f circūferētijs/duobusq; g b c & e h f sectoribus: suscipiūtur aeque multiplices ipsius quidē b c circūferētiae & ipsius g b c sectoris, hoc est b l circūferentia & g b l sector. ipsius autē e f circūferentiae & ipsius h e f sectoris: circunferētia nēpe e n & sector h e n. Et ostensum est q si circunferentia b l excedit ipsam circunferentiā e n: excedit quoq; et b g l sector ipsum e h n sectorem. & si aeqlis: aequalis & si deficit deficit. Est igitur per cōuersionē primae diffinitionis sexti/sicut circūferētia b c ad e f: sic g b c sector ad h e f sectorem.

¶CORRELARIVM. ¶Et manifestum est q sicut sector ad sectorem: sic angulus ad angulum.





¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
sexti libri Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumque facile principis: primum ex Cāpano, deinde ex Theone Græco commētatore, interprete Bartholomæo Zāberto Veneto, Arithmetica elementa. Liber septimus.

¶Ex Campano triplex principiorum genus.

Primum. Diffinitiones.



1 Nitas: est qua vnaquęque res vna dicitur.

2 ¶Numerus: est multitudo ex vnitatibus composita.

3 ¶Naturalis series numerorum: dicitur in qua secūdum vnitatis additionē fit ipsorum computatio.

4 ¶Differentia numerorum: appellatur numerus quo maior abundat a minore.

5 ¶Numerus primus dicitur: qui sola vnitate metitur.

6 ¶Numerus cōpositus dicitur quē alius numerus metitur.

7 ¶Numeri contra se primi dicuntur: qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur.

8 ¶Numeri adinuicem compositi siue communicantes dicūtur: quos alius numerus quam vnitas metitur/ nullusque eorū est ad alium primus.

9 ¶Numerus per aliū multiplicari dicitur: qui toties sibi coaceruatur/ quoties in multiplicante est vnitas.

10 ¶Productus vero dicitur: qui ex eorū multiplicatiōe crescit.

11 ¶Numerus alium numerare dicitur: qui secūdum aliquem multiplicatus illum producit.

12 ¶Pars: est numerus numeri minor maioris/ cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur: numerantis multiplex appellatur.

13 ¶Denominans: est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto.

14 ¶Similes dicūtur partes: quæ ab eodē numero denoiantur.

15 ¶Prima simpla numeri pars: est vnitas.

16 ¶Quando duo numeri partem habuerint communem: tot partes maioris dicetur esse minor/ quoties eadem pars fuerit in minore, totæ vero: quoties ipsa fuerit in maiore.

17 ¶Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidē ad maiorem: in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem: secundum quod eum continet & eius partē vel partes.

18 ¶Cum fuerint quotlibet numeri continue proportionales: dicetur proportio primi ad tertiū sicut primi ad secūdū

duplicata, ad quartum vero: triplicata.

¶ Cum continuatæ fuerint eædem vel diuersæ proportiones: dicetur proportio primi ad vltimum: ex omnibus cõposita. 19

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem: pars/ vel partes ipsius minoris quæ in maiore sunt. Maioris autem ad minorẽ: totum/ vel totum & pars vel partes/ prout maior superfluit. 20

¶ Similes siue vna alij eadẽ dicuntur proportiones: quę eandem denominationem recipiunt. Maior vero: quæ maiorem. Minor autem: quæ minorem. 21

¶ Numeri vero quorum proportio vna: proportionales appellantur. 22

¶ Termini siue radices dicuntur: quibus in eadem proportione minores sumi impossibile est. 23

¶ Petitiones.

¶ Cuilibet numero: quotlibet posse sumi æquales prout libet/ vel multiplices. 1

¶ Quolibet numero: aliquem quantũlibet sumere posse maiorem. 2

¶ Seriem numerorum: in infinitum posse procedere. 3

¶ Nullum numerum in infinitum posse diminui. 4

¶ Communes animi conceptiones.

¶ Omnis pars: minor est suo toto. 1

¶ Quicunq; eiusdem siue æqualium fuerint æque multiplices: ipsi quoq; erunt æquales. 2

¶ Quibus idem numerus æquæ multiplex fuerit: siue quorum æque multiplices fuerint æquales: & ipsi etiam erunt æquales. 3

¶ Omnis numeri pars est vnitas: ab ipso denominata. 4

¶ Omnis pars est minor: quæ maiorem habet denominationem. maior vero: quæ minorem. 5

¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate: quota pars ipsius est vnitas. 6

¶ Quicunq; numerus in vnitatem ducitur: seipsum producit. Vnitas quoq; in quẽcunq; ducta: producit eundem. 7

¶ Quicunq; numerus numerat duos: numerat quoq; compositum ex illis. 8

¶ Quicunq; numerus numerat aliquem: numerat omnem numeratum ab illo. 9

¶ Quicunq; numerus numerat totum & detractum: numerat residuum. 10

¶EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHIlosophi Mathematicorumq; facile principis: ex Theone Græco commẽtatore, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Arithmetica elementa. Liber septimus.

¶Euclidis ex Zamb. Diffinitiones.

1 VNitas: est qua vnumquodq; existens vnum dicitur.

2 ¶Numerus autem: ex vnitatibus composita multitudo.

3 ¶Pars: est numerus numeri minor maioris/ quando dimetitur maiorem.

4 ¶Partes autem: quando non metitur.

5 ¶Multiplex vero: maior minore/ quãdo eũ metitur minor.

6 ¶Par numerus: est qui bifariam diuiditur.

7 ¶Impar vero: qui bifariã non diuiditur/ vel qui vnitate differt a pari.

8 ¶Pariter par numerus: est quẽ par numerus metitur per numerum parem.

9 ¶Pariter autem impar: est quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 ¶Impariter vero par: est quem impar numerus dimetitur per numerum parem.

11 ¶Impariter vero impar numerus est/ quem impar numerus metitur per imparem numerum.

12 ¶Primus numerus: est quem vnitas sola metitur.

13 ¶Primi adinuicem sũt numeri: quos vnitas sola dimetitur communi mensura.

14 ¶Compositus numerus: est quẽ numerus aliquis metitur.

15 ¶Compositi autem adinuicẽ numeri: sunt quos numerus aliquis communi dimensione metitur.

16 ¶Numerus numerum multiplicare dicitur: quando quotæ sunt in ipso vnitates toties cõponitur multiplicatus/ & gignitur aliquis.

17 ¶Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes/ aliquem fecerint: factus/ planus appellatur. Latera vero illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

18 ¶Quando vero tres numeri sese multiplicantes adinuicem fecerint aliquem: factus solidus appellatur. latera vero illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

19 ¶Quadratus numerus: est qui æque æqualis/ vel qui sub duobus æqualibus numeris continetur.

20 ¶Cubus vero: qui æque æqualis æque. vel qui sub tribus æqualibus numeris continetur.

21 ¶Numeri proportionales: sunt quando primus secundi/ & tertius quarti æque fuerit multiplex/ vel eadem pars vel

cædem partes.

¶ Similes plani et solidi numeri: sunt qui proportionalia habent latera.

¶ Perfectus numerus: est qui suis ipsius partibus est equalis.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.



I a maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo supersit, ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur, itemq̃ a reliquo primo reliquũ secundum quousq̃ minus eo supersit, atq̃ in huiuscemodi cõtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret vsq̃ ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est. 1

a . . . . e . . . g . b

c . . . . . f . . . d

h . .

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri, a b & c d: c d, minor, detrahaturq̃ c d ex a b quoties potest: & sit residuum e b. qui erit minor c d: alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d. detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest: sitq̃ residuũ f d. sed & f d detrahatur ex e b, quoties potest: & sit residuum g b, quod sit vnitas dico tũc numeros a b & c d: esse contra se primos. Si enim sunt compositi: numerabit eos cõmuniter per diffinitionẽ aliquis numerus preter vnitatem, qui sit h. & quia h numerat c d: numerabit a e per penultimam conceptionem. & quia idem numerat a b: numerabit etiam e b per vltimam cõceptionem. ergo & c f per penultimã. quare & f d per vltimam. ergo & g e per penultimã. ergo & g b per vltimam. & quia g b est vnitas: sequitur numerum esse partem vnitatis vel sibi æqualem. quod est impossibile. Erũt igitur a b & c d: contra se primi. quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b

c . . . . . f . . . d

¶ CAMPANI additio. ¶ Quod si duo numeri a b & c d sint cõtra se primi: non erit in hac mutua detractione status anteq̃ ad vnitatem perueniatur. Et est illud conuersum eius qđ author proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status anteq̃ perueniatur ad vnitatẽ: sit vt g b sit numerus qui detrahatur ab f d. & nichil sit residuum. igitur g b numerat f d ergo per penultimã conceptionẽ: numerat & e g. & quia etiam numerat seipsum: numerabit per antepenultimã conceptionem totum e b. ergo per penultimã numerat c f. Sed ostẽsum est prius q̃ numerat f d. ergo per antepenultimã numerat totum c d. quare per penultimam numerat a e. & quia ostensum est prius q̃ etiam numerat e b: sequitur per antepenultimam vt etiam numeret a b. quia igitur numerus g b numerat vtrunq̃ duorum a b & c d: numeri a b & c d sunt compositi. nõ igitur contra se primi. quod est contra hypothesin. ¶ Per hãc ergo viam, propositis quibusq̃ duobus numeris: inuestigamus vtrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad vnitatẽ: ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̃ perueniatur ad vnitatem: ipsi sunt compositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

¶ Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore a maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit vnitas: qui a principio numeri primi adinuicem erunt. 1

a
h
f
b

c
g
d

e

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duobus namq̃ inæqualibus numeris propositis a & c d, sublato semper minore a maiore: reliquus minime metiatur precedẽtem quoad sumpta fuerit vnitas. Dico q̃ ipsi a b & c d, primi adinuicem sunt: hoc est q̃ ipsos a b & c d vnitas sola dimetitur. Si autẽ a b & c d non sunt primi adinuicem: eos aliquis numerus metie-

tur, metiatur: estoq; e. & c d ipsum b f metiens: relinquat eo minorem f a. at a f ipsum d g metiens: relinquat eo minorem g c.& g c ipsum f h metiens: relinquat vnitatem h a. Quoniam igitur e ipsum d c metitur/& c d ipsum b f metitur: igitur & e ipsum b f metitur. metitur autem & totum b a.& reliquum igitur a f metietur. At a f ipsum d g metitur.& e igitur ipsum d g metietur. metitur autem & totum d c. & reliquum igitur c g metietur. At c g ipsum f h metitur. & e igitur ipsum f h metietur. metitur autẽ & totum f a.& reliquam igitur a h metietur vnitatem: numerus existẽs, quod est impossibile. Igitur ipsos a b & c d: nullus numerus metietur. Igitur a b & c d primi adinuicem sunt. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 Propositis duobus numeris adinuicem compositis: maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

¶ CORRELARIVM. ¶ Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerãs: numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri compositi a b & c d. minor: c d. quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem: volo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secũdum modum & similitudinem prioris: minuo minorẽ de maiori/quoad possum. videlicet c d de a b. & sit residuũ e b. iteq; e b de c d quoad possum: & sit residuum f d. & quia huius diminutio non potest fieri infinities per vltimam petitionem/nec potest etiam ad vnitatẽ peruenire in proposito per præcedentem/ quia tunc essent numeri propositi contra se primi/ quod est contra hypothesin: sit vt cũ detraxero f d ex e b quoad potero/q; nichil sit residuum. dico tunc f d esse maximũ numerũ numerantẽ a b & c d. Q2 enim numeret eos: patet per penultimam & antepenultimã conceptionẽ/alternatim quoties oportuerit repetitas/ sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d: e b. quia cũ ab ipso detrahitur quoad potest: nichil fit residuũ. ergo & c f per penultimã coceptionẽ. ergo & c d per ãtepenultimã. quare & a e per penultimã. igitur & a b per antepenultimã. Q2 autẽ nullus maior f d, numeret a b et c d: sic patet. Si eni fieri potest: sit numerus g maior f d, numerans vtrũq; duorũ numerorũ a b et c d. quia igitur g numerat c d: numerabit per penultimã conceptionem a e. et quia numerat a b: numerabit per vltimã e b. ergo per penultimã numerat c f. et quia etiam numerat c d: numerabit per vltimã f d, maior videlicet minorẽ. quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlariũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio. 2.

2 ¶ Duobus numeris datis non primis adinuicem: maximã eorum communem dimensionem inuenire.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint dati bini numeri non primi adinuicẽ: a b et c d. oportet iã ipsorum a b et c d: maximã dimẽsionẽ inuenire. Si quidem c d ipsum a b metitur: metitur & seipsum. Igitur c d: ipsorum c d & a b communis dimensio est. & manifestum est q; maxima. nullus autem maior ipso c d: ipsum c d metietur. ¶ Si autẽ c d non metitur ipsum a b: ipsorum a b & c d sublato per primam septimi semper minore a maiore/sumetur numerus aliquis qui metietur præcedẽtẽ/ vnitas quidẽ non sumetur. Si autẽ nõ erunt a b & c d primi adinuicẽ. quod nõ supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem. & c d quidem ipsum e b metiens: per primã septimi relinquat eo minorem a e. a e autem ipsum d f metiens: relinquat eo minorem c f. & c f ipsum a e metiatur. Quoniam igitur c f ipsum a e metitur/& a e ipsum d f

metitur; igitur c f ipsum d f metietur. metitur & seipsum. & totum igitur c d metietur. At c d ipsum b e metitur. & c f igitur ipsũ b e metitur. metitur autẽ & e a. igi & totũ b a metieт. metitur & c d. igitur c f ipsos a b & c d metitur. Igitur c f ipsorum a b et c d communis dimensio est. ¶Dico φ et maxima. si c f ipsorum a b et c d non est maxima cõmunis mẽsura: metietur ipsos a b et c d numeros aliquis numerus maior existẽs ipso c f. metiatur: estoq; g. Et quoniam g ipsum c d, et c d ipsum b e metitur: & g igitur ipsum b e metitur. Metitur autẽ et totum a b. et reliquũ igitur a e metietur. at a e ipsum d f metitur. et g igitur ipsum d f metietur. metitur autem et totũ c d. et reliquũ igitur c f metietur: maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsos a b et c d numeros numerus non metietur; maior existens ipso c f. Igitur c f ipsorum a b et c d maxima est communis mensura. quod oportebat facere.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc manifestũ est φ si numerus binos numeros metitur: et maximã communem eorum dimensionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

PRopositis tribus numeris adinuicem compositis: maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire. 3

¶CAMPANVS. ¶Priusq̃ hanc tertiam conclusionem demonstremus: demonstrandum arbitramur ipsius antecedens. videlicet propositis tribus numeris: qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. ¶Sint itaq; tres numeri a, b, c: de quibus volo videre vtrũ ipsi sint adinuicẽ cõpositi. per primã igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicẽ primi. φ si sic: nõ erũt a, b, c, adinuicem cõpositi per diffinitionem. ¶Si autẽ a & b sunt adinuicem compositi: sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans. qui si numerat c: erunt per diffinitionem/ a, b, c adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum/ sed ipsi c & d quidem sunt contra se primi: non erunt a, b, c adinuicem compositi. nam quicunq; numeraret eos: numeraret etiã d per correlarium præcedentis/ sicq; essent d & c compositi. quod est contra hypothesin. Si autem c & d sunt compositi: erunt etiam a, b, c adinuicem cõpositi. Sit enim per præmissam/ e: maximus numerans c & d. qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b. quare per diffinitionẽ a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur/ propositis quotlibet pluribus q̃ tribus: an omnes sint adinuicem compositi. ¶Propositis itaq; tribus qui sunt adinuicem compositi/ qui etiam sint a, b, c: volo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ: d maximum numerantẽ a & b. qui si numerat c: ipse est quem quærimus. alioqui per correlariũ præcedentis sequeretur maiorẽ numerare minorẽ. Si autẽ non numerat c: erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlariũ præcedentis & diffinitionem. sit igitur maximus eos numerans: e. dico e esse maximũ numerãtem a, b, c. Q, enim eos numeret: patet per hanc vltimã hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantẽ c & d, et per penultimã cõceptionem. Et φ nullus eo maior numeret eos: sic patet. sit enim si potest fieri/ f maior e: qui numeret a, b, c. qui cũ numeret a & b: numerabit per correlariũ præmissæ d. & quia etiã numerat c: numerabit per idẽ correlarium e, maior videlicet minorem. quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e: numerans a, b, c. quod est propositum.

¶CAMPANI additio. ¶Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus: numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus & ars in tribus & pluribus. ¶Ex vltimo autem huius demonstrationis processu: possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde manifestũ est φ omnis numerus nume-

rans quotlibet adinuicem compositos; numerat maximum numerantē eos omnes. & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio. 3

3 ¶Tribus numeris datis nō primis adinuicem: maximam eorum communem mensuram inuenire.

¶THEON ex Zāberto. ¶Sit dati tres numeri nō primi adinuicē a, b, c. oportet iam ipsorum a, b, c: maximam communē dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum a, b: maxima communis mensura d, per secundā septimi. Iā ipse d: ipsum c aut metitur aut nō metitur. metiatur primū. metietur autem & a, b. Igitur d metitur ipsos a, b, c. Igitur d: ipsorum a, b, c communis dimensio est. Dico iam ꝙ & maxima. Si autem d ipsorum a, b, c non est maxima communis mensura: metietur ipsos a, b, c, numeros aliquis numerus maior ipso d. Metiatur: & esto e. Quoniam e metitur ipsos a, b, c: metietur igitur & ipsos a, b. Igitur & ipsorum a, b, maximam communem mensuram metietur/ per correlarium secundæ septimi. Ipsorum autem a, b: maxima cōmunis mensura est d. Igitur e ipsum d metitur/ maior minorem. quod est impossibile per constructionem. Ipsos igitur a, b, c, numeros: numerus aliquis non metietur maior existēs ipso d. Igitur d: ipsorum a, b, c, maxima communis dimēsio est.

a b c d e

¶Non metiatur iam d ipsum c. Dico ꝙ primum d & c: non sunt primi adinuicem. Quoniam enim a, b, c, per hypothesin non sunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. At ipsos a, b, c, metiens/ metietur & ipsos a, b: & ipsorum a, b, maximam mensuram d, metietur per correlarium secundæ septimi. Metitur autem & c. Ipsos igitur d, c, numeros: numerus aliquis metietur. igitur d & c: non sunt primi adinuicem. Sumatur per 2 septimi igitur ipsorum ipsorum d, c, maxima cōmunis mēsura e. & quoniam e ipsum d metitur/ at d ipsos a, b, metitur: & e igitur ipsos a, b, metit̃. metitur autē & c. Igit̃ e ipsos a, b, c, metitur. Igit̃ e ipsorū a, b, c, cōmunis dimēsio est. ¶Dico aūt ꝙ & maxima. Si aūt e ipsorū a, b, c, nō est maxima mēsura: ipsos a, b, c, numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso e. metiatur: & esto f. Et quoniam f ipsos a, b, c, metitur/ & ipsos a, b, metitur: & ipsorum a, b, igitur communē maximam mensuram metietur per correlarium secundæ septimi. Ipsorū autem a, b: maxima cōmunis mensura est d. Igitur f ipsum d metitur: metitur autem & c. Igitur f ipsos d, c, metitur. & ipsorum d, c, maximā cōmunem mensuram metietur per idem. At ipsorum d, c, maxima cōmunis mensura est e. Igitur f ipsum e metitur: maior minorem. quod est impossibile. Ipsos igitur a, b, c, numeros numerus aliquis nō metitur maior existens ipso e. Igitur e ipsorum a, b, c, maxima cōmunis dimensio est. quod fecisse oportuit.

a b c d e f

¶CORRELARIVM. ¶Proinde manifestum est/ ꝙ si numerus aliquis tres numeros metitur: & maximam eorum communem dimensionē metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicē: maxima communis dimensio inuenietur/ & correlarium succedet.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 Mnium duorum numerorum inæqualium: minor/ maioris aut pars est/ aut partes.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b. b: minor. dico ꝙ b est pars vel partes a. Aut enī b numerat a: aut non. si numerat: pars eius est per diffinitionem. Si nō numerat ipsum: aut ergo sūt adinuicem primi/ aut non. si non sunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem communem/ quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionem. si autem sint adinuicem primi: quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata/ patet idem per vnitates.

a b b b

¶ Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 4.

¶ Omnis numerus: omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes. 4

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit bini numeri a, b c: & sit minor b c. Dico q̃ b c: ipsius a aut pars est aut partes. Ipsi enim a, b c, aut primi ad inuicem sunt: aut non. sint primum a, b c: primi ad inuicem. Diuiso etenim b c in eas quæ in ipso sunt vnitates: erit vnaquæq; vnitas earum quæ in b c, pars aliqua ipsius a. proinde partes sunt b c: ipsius a. ¶ Nõ sint autem ipsi a, b c: primi ad inuicẽ. Iam b c ipsum a aut metitur: aut non metitur. Si quidem igitur b c ipsum a metitur: pars est b c ipsius a. Si autem non: sumatur per secundam septimi ipsorum a, b c, maxima communis mensura. sitq; d. Diuidatur b c in æquales ipsi d: hoc est b e, e f & f c. Quoniam d ipsum a metitur: pars est d ipsius a. æqualis autẽ est d vnicuiq; ipsorum b e, e f & f c. & vnusquisq; igitur ipsorum b e, e f & f c: ipsius a est pars. Quare partes est b c ipsius a. Omnis igitur numerus: omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes. quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

SI fuerint quatuor numeri quorũ primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum/ quota primus secundi. 5

¶ CAMPANVS. ¶ Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere/ sed per seipsos stare: partem eius quod proposuit per primã quinti de quantitatibus in genere/ proponit per hãc quintã huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitq; b tota pars a: quota d, c. dico q̃ b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorum: quota b est a. diuisis enim a & c secundum quãtitatem b & d: argumentare sicut in prima quinti. erit enim vt totidem sint partes a: quot c per positionem. & vt aggregatum ex prima parte a & prima c: sit æquale aggregato ex b & d. similiter quoq; & aggregatũ ex secunda parte a & secunda c. & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cõtinetur b in a: sequitur vt numerus æqualis aggregato ex b & d toties contineatur in aggregato ex a & c quoties b cõtinetur in a. quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

¶ Si numerus numeri pars fuerit/ & alter alterius eadem pars: & vterq; vtriusq; eadem pars erit/ quæ vnus vnius. 5

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus enim a, numeri b c esto pars: & alter d alterius e f eadem pars/ quæ est a ipsius b c. Dico q̃ vterq; a, d, vtriusq; b c & e f eadem pars est: quæ & a ipsius b c. Quoniam enim a pars est ipsius b c, ea demq; pars est d ipsius e f: quot igitur sunt in ipso b c numero æquales ipsi a, tot sunt & in ipso e f numero æquales ipsi d. Diuidatur inquam b c in æquales ipsi a, hoc est b g & g c: & e f in æquales ipsi d, hoc est e h, h f. erit iam æqualis multitudo ipsorum b g & g c: multitudini ipsorum e h & h f. Et quoniam æqualis est b g ipsi a, & e h ipsi d: igit̃ b g ipsi a est æqualis/ & b g & e h ipsis a, d. Id propterea iam & g c ipsi a est æqualis: & g c & f h ipsis a, d. Quot enim sunt in ipso b c numeri æquales ipsi a: tot sunt & in b c & e f ęquales ipsis a, d. Quotuplex igitur est b c ipsius a: totuplex est & vterq; b c & e f, vtriusq; a, d. Quæ igitur pars est a ipsius b c: eadẽ pars est: & vterq; a, d, vtriusq; b c & e f. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus totæ partes secũdi quotæ tertius quarti: erũt primus & tertius pariter accepti totæ partes secũdi & quarti pariter acceptorum/quotæ primus secundi.

¶CAMPANVS. ¶Quod proposuit præmissa de parte: proponit ista de partibus. Sint itaq; vt prius quatuor numeri a, b, c, d: sitq; vt b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c. dico ꝙ b & d pariter accepti erũt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ: quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas: quia partiũ pluralitas duobus numeris diffinitur/quorum alter numerator dicitur/alter denominator. vt cũ dicimus tres quintæ: ternarius numerat/quinarius denominat. Quia igitur b est partes a: sit vt sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k. eritq; similiter per positionem/ d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b sit e: & vna partium d, sit f. eritq; per hypothesin/e pars b denominata ab h: & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d secundum h: & pars c secundum k. Compositus igitur ex e & f sit g. eritq; per præmissam/g pars b & d pariter acceptorum/secundum h. itemq; per eãdem erit pars a & c pariter acceptorum/secũdum k. quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denoĩatæ a k: eo ꝙ eorũ cõis/pars est g minoris secundũ h & maioris secũdũ k. & quia sic erat b, a: cõstat ꝓpositũ.

¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autem & per hanc & præmissam/qđ proponit de quatuor numeris: ad quotlibet numeros ãpliare. ꝙ si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur/fuerintq; singuli singulorum tota pars aut partes/quota vel quotæ primus secundi: erũt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum/quota vel quotæ primus secundi. quod facile probatur per hanc & præmissam/quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit: ex 13 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia videtur oppositum (aliter enim supervacue proposuisset multa de numeris: quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs vti demonstrationibus tanq̃ ex prioribus nichil sumentes/solis huius septimi contẽti principijs. propter quod & petitiones & communes animi conceptiones/ꝓposito ꝓprias non incõueniẽter huius septimi pricipio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

6 ¶Si numerus numeri partes fuerit/ & alter alterius eædẽ partes: & vterq; vtriusq; eædẽ partes erũt/quæ vnus vnius.

¶THEON ex Zamb. ¶Numerus inq̃ a b, numeri c esto partes: & alter d e alterius f eædem partes, quæ a b ipsius c. Dico ꝙ & vterq; a b et d e; vtriusq; c, f, eædem partes sunt: quæ a b ipsius c. Quoniam enim quales partes sunt a b ipsius c, eædem partes sunt & d e ipsius f: quotæ igitur partes sunt in ipso a b ipsius c, totæ partes & in d e ipsius f. Diuidatur quidem a b in partes ipsius c: hoc est a g & g b: necnon d e in partes ipsius f: hoc est d h, & h e. Erit multitudo ipsorum a g, g b æqualis multitudini ipsorum d h, h e. & qm̃ qualis pars est a g ipsius c, talis pars est & d h ipsius f: qualis igiť pars est a g ipsi⁹ c, talis pars est & vterq; a g & d h vtriusq; c, f. Id propterea et qualis pars g b ipsi⁹ c: talis ꝑs est & vterq; g b & h e vtriusq; c f. Quales igiť partes sunt a b ipsius c: tales partes sũt et vterq; a b et d e vtriusq; c, f. qđ demõstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars/ detrahaturq; ab ambobus ipsa pars: erit reliquus

nu,

tota pars reliqui/quota totus totius.

¶CAMPANVS. ¶Quod proponit hic Euclides de numeris: ꝓposuit superius in quinta quinti de q̄titatibus in genere. Sit ita vt quota pars est totus a totius b: totus sit c detractus ab a, d detracti a b. dico ꝙ tota erit e residuus a f residui b: quota est totus a totius b. & hæc est quasi cōuersa quintæ. Sit eni per petitionē/e tota pars g: quota c est d. eritq; per 5/tota pars a compositi ex g & d: quota est c, d. quare & quota est a, b. igitur per secundam conceptionē compositus ex g & d est æqualis b. dēpto itaq; ab vtroq; numero/d: erit g æqualis f. quare erit e tota pars f: quota est a, b. tota enim erat e, g. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7. 7

¶Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati: & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus eni a b numeri c d pars esto: qualis ablatus a e ablati c f. Dico ꝙ & reliquus e b reliqui f d eadē est pars: qualis est a b ipsius c d. Qualis eni pars est a e ipsius c f: talis pars esto & e b ipsius c g. Et quoniam qualis pars est a e ipsius c f talis pars est & e b ipsius c g: qualis igitur pars est a e ipsius c f, talis est per 5 septimi & a b ipsius f g. Qualis autem pars est a e ipsius c f: talis pars supponitur a b ipsius c d. Qualis pars igitur est a b ipsius f g talis pars est a b ipsius c d. igitur a b: vtriusq; ipsorum g f & c d eadem pars est. æqualis igitur est f g ipsi c d. Communis auferatur c f. Reliquus igitur g c: reliquo f d est æqualis. Et quoniam qualis pars est a e ipsius c f, talis pars est e b ipsius g c, æqualis autem est g c ipsi f d: qualis igitur pars est a e ipsius c f, talis pars est & e b ipsius f d. Sed qualis pars est a e ipsius c f: talis pars est & a b ipsius c d. qualis igitur pars est e b ipsius f d: talis pars est & a b ipsius c d. Et reliquus igitur e b, reliqui f d talis est pars: qualis totus a b totius c d. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

SI a duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahantur: erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius. 8

¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi conuersa sextæ. vt si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b ad detracti a b: erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit eni g vna partium a: & h vna partium c. eritq; propter hypothesin/ g tota pars a: quota h, c. & tota b: quota h, d. detrahatur igitur h de g: & remaneat k. eritq; k per præmissam/tota pars e: quota g, a. & tota f per eandem: quota g, b. quia igitur e & f habent partem communem quæ est k: erit per 16 diffinitionem/e partes f tot quidem quota pars est k, e. & totæ: quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b: patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 8.

¶Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati: & reliquus reliqui eædem partes erit quæ totus totius. 8

¶THEON ex Zāberto. ¶Numerus eni a b, numeri c d partes esto: quæ ablatus a e, ablati c f. Dico ꝙ reliquus e b, reliqui f d eædem partes est: quæ totus a b totius c d. Ponatur inquā ipsi a b æqualis g h. quæ igitur partes est g h ipsius c d: eædē partes est & a e ipsius c f. Diuidatur quidem g h in ipsius c d partes: hoc est g k & k h & a e in ipsius c f partes: hoc est a l & l e. erit autem æqualis multitudo ipsorū g k & k h multitudini ipsorum a l & l e. & quoniam qualis pars est g k ipsius c d talis pars est & a l ipsius c f, maior autē est c d ipso c f: maior igitur est & g k ipso a l. ponatur ipsi a l æqualis m g. Igitur qualis pars est g k ipsi-

us c d:talis pars est & g m ipsius c f. & reliquus igitur m k per 7 septi-mi reliqui f d eadem pars est: sicut totus g k totius c d. Rursus quoniam qualis pars est k h ipsius c d talis pars est & e l ipsius c f, maior autẽ est c d ipso c f: maior igitur est & h k ipso e l, ponatur ipsi e l æqualis k n. Qualis igitur pars est k h ipsius c d: talis pars est & k n ipsius c f. & reliquus igitur n h per 7 septimi reliqui f d eadem pars est: quæ totus k h totius c d. patuit autẽ ꝙ & reliquus m k reliqui f d eadem pars est: qualis totus g k totius d c. & vterq; igitur m k & n h per 5 septimi ipsius d f eædem partes est: quæ totus h g totius c d. Aequalis autem est vterq; ipsorum m k & n h ipsi e b. At h g ipsi b a: & reliquus igitur e b, reliqui f d eædem partes est: quæ totus a b totius c d, quod oportebat demonstrare.

3...m.k. .. n.h

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij/ quota pars aut partes secundus quarti.

❡CAMPANVS. ❡Sit a primus tota pars b secundi: quota c tertius d quarti. sintq; a & b minores c & d. aliter enim esset econuerso ei qđ proponit. dico ꝙ quota pars vel partes est a; c: tota vel totæ est b, d. diuidatur enim/ b quidem secundum quantitatem a: d vero secundum c. eruntq; per præsentem hypothesin/ tot partes b: quot d, & quia vnaquæq; partium b est æqualis a, & vnaquæq; d, c: est autem a; c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartam huius: erit vnaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d vt prima primæ secunda secundæ sicq; de cæteris: tota pars aut partes/ quota vel quotæ est a, c. per 5 igitur vel 6 sub disiũctione quoties oportuerit repetitas/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ est a, c. quod est propositum.

b...... d........
a... c....

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

9 ❡Si numerus numeri pars fuerit/ & alter alteri9 eadẽ pars: & vicissim qualis pars est vel partes prim9 tertij/ eadẽ pars erit vel partes secundus quarti.

❡THEON ex Zamberto. ❡Numerus inquam a numeri b c esto pars: & alter d alterius e f eadem pars, qualis est a ipsius b c. minor autẽ esto a ipso d. Dico ꝙ & vicissim qualis pars est a ipsius d vel partes: eadẽ pars est vel partes b c ipsius e f. Quoniam enim qualis pars est a ipsius b c talis pars est & d ipsius e f: quot igitur sunt in b c numeri æquales ipsi a: tot sunt & in e f æquales ipsi d. Dirimatur quidem b c in ipsi a æquales: hoc est b g & g c. & e f in ipsi d æquales: hoc est e h & h f. est iã æqualis multitudo ipsorum b g et g c: multitudini ipsorum e h et h f. Quare et qualis pars est b g ipsius e h vel partes: eadẽ est pars. et vterq; b c vtriusq; ipsorum e f vel eædem partes. & quoniam æquales sunt b g et g c numeri adinuicem; et e h et h f numeri/ sibiinuicem sunt equales/ et æqualis est multitudo ipsorum b g et g c multitudini ipsorum e h et h f: qualis igitur pars est b g ipsius e h vel partes/ eadem pars est per 2 quinti et 5 septimi et vterq; b c vtriusq; e f vel eædẽ partes. æqualis autem est g b ipsi a: et e h ipsi d. Qualis igitur pars est a ipsius d vel partes: eadem pars est et b c ipsius e f vel eædẽ partes: quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quotę secundus quarti.

a.... b......
c........d..........

¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor numeri vt prius: quorũ similiter minores sint a & b. sitq; a totæ partes b: quotæ c est d. dico ꝙ quota pars aut partes est a, c: tota vel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c. eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam vt quota pars aut partes est b, d, tota vel totæ sit vnaquæq; ex partibus a suæ comparis ex partibus c. per quitam igitur vel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ est a, c. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio. 10.

¶ Si numerus numeri partes fuerit & alter alterius eædem partes: & vicissim quę partes est primus tertij vel pars, eædem partes erit & secundus quarti vel eadem pars. 10

b g a — c — e h d — f

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a b: numeri c partes esto. & alter d e: alterius f eædem esto partes, sit autem a b: ipso c d minor. Dico ꝙ & vicissim quales partes est a b ipsius d e vel pars: eædem partes est & c ipsius f vel eadem pars. Quoniam enim quales partes est a b ipsius c, eędẽ partes est & d e ipsius f: quot igitur sunt in ipso a b partes ipsius c, tot & in d e sunt partes ipsius f. Diuidatur quidem a b in ipsius c partes æquales: hoc est a g & g b. Itidemq; d e in ipsius f partes æquales: hoc est d h & h e. erit iam æqualis multitudo ipsorum a g & g b: multitudini ipsorum d h & h e. Et quoniam qualis pars est a g ipsius c eadem pars est & d h ipsius f: vicissim quoq; per præcedentẽ qualis pars est a g ipsius d h vel partes, eadem pars est & c ipsius f vel eædem partes. Quare qualis pars est a g ipsius d h vel partes: eadẽ pars est & a b ipsius d e vel eædem partes per diffinitionẽ. Sed per 6 septimi qualis pars est a g ipsius d h vel partes: talis pars ostensus est & c ipsius f vel eædem partes. & per 11 quinti quales igitur partes est & a b ipsius d e vel pars: eædem partes est & c ipsius f vel eadẽ pars. quod oportebat demonstrare.

¶Hæc vndecima: in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

SI fuerint quatuor numeri proportionales quorũ primus secundo & tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars aut partes primi, quota vel quotæ quartus tertij. Q; si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota vel quotæ quartus tertii: quatuor numeros proportionales esse conueniet. 11

a...... c.......
b... d....

a e
....e.. ....f....
b d
....

¶CAMPANVS. ¶Sit proportio a ad b: sicut c ad d, sintq; a & c maiores. dico ꝙ quota pars aut partes est b, a: tota vel totæ est d, c. & ecõuerso. Erit enĩ per conuersionem diffinitiõis similium proportionũ, vt quoties b in a: toties sit d in c. & si qua pars aut partes b superfluunt in a: tota pars aut partes d superfluant in c. si itaq; contineatur b in a sine superfluitate partis: quia toties sine superfluitate cõtinetur d in c, erit per diffinitionẽ similiũ partiũ quota pars b a, tota d c. Q; si quotieslibet cõtinet b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cũ supfluitate similis partis: distincto a secũdũ b vt supfluitate, atq; e secũdum d vt supfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties cõtinetur b in differentia a ad e, quoties d in differẽtia c ad f: erit per comunem scientiam toties e in a quoties f in c. cum igitur a & b habeant e partem communem, similiter c & d, f: sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c. erit per 16 diffinitionem, b tot & totæ partes a: quot & quotę

d c. Si autem quotieslibet b continetur in a cum superfluitate quotlibet partium/ toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similium partium: distincto a secundum b vt superfluat e, similiter c secundum d vt superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; vna ex ipsis: argumentandum vt prius. sicq; patet primum. Secundum sic. Sit b, a, tota pars aut partes: quota vel quotę d, c. dico q, erit proportio a ad b: sicut c ad d. si enim est tota pars: constat propositum. Si autem totæ partes: diuisis eis secundum partes illas/ patebit toties esse b in a quoties d in c. & totam partem aut partes b, superfluere in a: quota an quotæ d superfluunt in c. per diffinitionem itaq;/ est proportio a ad b: sicut c ad d. sicq; liquet totum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 SI a duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractū a b: erit e residui a ad f residuum b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b: erit per præsentē hypothesin & per conuersionem diffinitionis/ c tota pars aut partes d, quota vel quotæ est a, b. per 7 igitur vel 8/ erit e tota pars aut partes f: quota vel quotæ est a, b. per diffinitionem igitur erit proportio vna. quod est propositum. Q; si a sit maior b: erit per primam partē præmissæ quota pars aut partes b, a, tota vel totæ d, c. quare per 7 vel 8/ tota vel totæ erit f, e. itaq; per secundam partem præmissæ erit e ad f: sicut a ad b. quare constat propositum.

CAMPANI annotatio. Cedunt autē huic: 7 & 8. hæc enī sola qđ ambæ illæ/ continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti. sed si hoc intenderet Euclides: cū ista proponat particulariter quod illa vniuersaliter/ vane (illa demōstrata in quinto) proposuisset hanc hic in septimo. & quia iterum non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At vero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationē huius: cum illa demōstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatā quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autē/ & rationabiliter conuinci videtur Euclidem (quem vultum demonstratoris arithmetici/ gratia decimi in quo sine numerorum aliqua præcognitione transire non poterat constat assumere) idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit/ hic repetere demonstranda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum/ quæ magis nota sunt intellectui q̄ ea per quæ processit in quinto/ ipsa demonstrare intendit. principia enī quīti propter malitiā q̄titatū incōmunicātiū difficilia sūt. principia vero numerorum: magis vltro se intellectui applicant faciliusq; q̄ illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Hæc sequens vndecima Euclidis ex Zamberto propositio: duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Proposito 11

11 Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum: & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

THEON ex Zāberto. Esto sicut totus a b ad totū c d: sic ablatus a e ad ablatū c f. Dico q, & reliqu9 e b ad reliquū f d: est sicut totus a b ad totum c d. Quoniam est sicut a b ad c d sic a e ad c f: qualis igitur pars

est a b ipsius c d vel partes/eadem pars est & a e ipsius c f vel eædẽ partes. & reliquus igitur e b per 8 septimi/reliquũ f d eadẽ pars est vel partes: quæ a b ipsius c d. est igitur per 11 quinti sicut e b ad f d: sic a b ad c d. Quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.



SI fuerint quotlibet numeri proportionales: quantus erit vnus antecedens ad suum cõsequentem/ tanti erũt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos. 13

¶CAMPANVS. ¶Qđ proponit Euclides per 13 quinti de q̃titatibus in genere: proponit per hãc de numeris. Vt si sint a, b & c, d & e, f proportionales: dico q̃ quæ est ꝓportio a ad b ea est quæ a, c, e, pariter acceptorum ad b, d, f pariter acceptos. Si enim a, c, e sint minores b, d, f: erit per conuersionem diffinitionis quota pars aut partes a b, tota vel totæ c, d, & e, f. p 5 ergo vel per 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes a, b: tota vel totæ a, c, e pariter accepti b, d, f pariter acceptorũ. quare per diffinitionẽ/ ꝓportio vna. Si autem a, c, e, sunt maiores b, d, f: erit per primam partem 11/ quota pars vel partes b, a, tota vel totæ d, c & f, e. p 5 ergo vel 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes b, a: tota vel totæ b, d, f, pariter accepti/ a, c, e pariter acceptorum. itaq; per secũdam partẽ 11/ proportio a ad b sicut a, c, e pariter acceptorum/ ad b, d, f pariter acceptos. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12.

¶Si fuerint quotcunq; numeri proportionales: erit sicut vnus antecedẽtium ad vnũ sequentiũ/ sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. 12

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. Dico q̃ est sicut a ad b: sic sũt a & c ad b & d. Quoniam per hypothesin est sicut a ad b sic c ad d: qualis igitur pars est a ipsius b vel partes/ eadem pars est & c ipsius d vel partes. & per 5 septimi vterq; igitur a, c, vtriusq; b, d, eadem pars est vel eædem partes: quæ a ipsius b. est igitur per 11 quinti sicut a ad b: sic a c ad b d, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.



SI fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt. 14

¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur ꝓportionalitas permutata quam demõstrant Euclides per 16 quinti in genere: proponit hic demonstrãdũ in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d; erit permutatim a ad c sicut b ad d. erit enĩ a maior b aut minor: similiter quoq; & maior c aut minor. ¶Sit itaq; primo minor vtroq;. erit ergo per præsentẽ hypothesin & cõuersionem diffinitionis/ a tota pars aut partes b: quota vel quotæ c, d. per 9 itaq; vel 10/ erit permutatim a tota pars aut partes c: quota vel quotæ b, d. quare per diffinitionẽ proportio vna. ¶Sit secũdo a maior vtroq;. erit per primam partem 11/ vt quota pars aut partes est b, a: tota vel totæ sit d, c. quare per 9 vel 10 tota pars aut partes erit b, d: quota vel quotæ c, a. igitur p secũdã partem 11 erit a ad c: sicut b ad d. ¶Sit tertio a maior b: & minor c. eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a: quota vel quotæ est d, c. quare per 9 vel 10 quota vel quotæ est a, c: tota vel totæ erit b, d. per diffinitionẽ itaq; proportio vna. ¶Vltimo quoq; sit a minor b maiorq; c. eritq; vt tota pars aut partes sit c, d: quota ve quotæ est a, b. p 9 itaq; vel 10 erit tota vel totæ d, b: quota vel quotæ c, a. quare per secũdam partem vndecimæ/ b ad d: sicut a ad c. sicq; cõstat propositũ. Huic autem cedunt 9 vel 10: quia hæc sola quođ ambæ illę proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13

13 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerit: & vicissim proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales: a, b, c, d. sicut a ad b: sic c ad d. Dico q & vicissim proportionales erũt. sicut a ad c: sic b ad d. Quoniam enim per hypothesim est sicut a ad b sic c ad d: qualis igitur pars est a ipsius b vel partes/ eadem pars est & c ipsius d vel partes/ per 6 septimi. Vicissim igit̃ qualis pars est a ipsius c vel partes: eadem pars est & b ipsius d vel partes/ per 9 septimi & 10 eiusdem. Sicut igitur a ad c: sic b ad d per vndecimam quinti. Quod erat demonstrandum.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 SI fuerint quotlibet numeri aliiq; secundum eorum numerum/ omnesq; duo ex prioribus secundũ proportionem omnium duorum ex posterioribus: in proportione æqualitatis proportionales erunt.

¶CAMPANVS. ¶Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quam demonstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic demonstrandum in numeris directæ proportionalitatis. æquam autem proportionalitatem quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis: non proponit demonstrandũ in numeris. sed eam demonstrabimus infra super 19 huius. nec est necessarium vt prædemonstremus in numeris: quod demonstratum est per 11 quinti de quãtitatibus in genere: videlicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint vni æquales vel eædem: ipsas esse sibi æquales vel easdem. hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, sit sicut b ad d: erit tam a, c q̃ e, f tota pars aut partes/ quota vel quotæ b, d. aut toties continebit a, c, & e, f quoties b, d. & tota pars aut partes superfluẽt e in a, & f in c: quota vel quotæ d in b. quia ergo quota pars aut partes est a, c, tota vel totæ est e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c superfluunt in a tota vel totæ f in e: erit per diffinitionẽ a ad c sicut e ad f. ¶Sint igit̃ vt proponitur numeri a, b, e & alii totidem c, d, f. sitq; a ad b: sicut c ad d: & b ad e: sicut d ad f. dico q erit in æqua proportionalitate a ad e: sicut c ad f. erit enĩ per præmissam a ad c sicut b ad d. sed & b ad d: sicut e ad f. quare a ad c: sicut e ad f. igitur per eandẽ a ad e: sicut c ad f. idem erit sumptis pluribus. sicq; constat propositum.

a c e
b d f

a c
b d
e f

¶CAMPANI additio. ¶Quoniã autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa: coniuncta/ disiuncta/ euersa/ proponit demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas nõ author tanq̃ facile demõstrabiles prætermisit/ demonstrare. ¶Primũ itaq; demonstrabimus conuersam. vt si sit a ad b sicut c ad d: dico q erit econuerso b ad a sicut d ad c. si enim fuerit a minor b: tunc quoq; erit c minor d. & tota pars aut partes a, b: quota vel quotæ c, d. quare per secundam partem 11/ erit b ad a: sicut d ad c. si autem fuerit a maior b: erit quoq; & c maior d. & per primam partem 11 b tota pars aut partes a: quota vel quotæ d, c. per diffinitionem igitur/ b ad a: sicut d ad c.

a c
b d

¶Disiunctam proportionalitatem ostendere.

¶Vt si sit a b ad b sicut c d ad d: erit a ad b sicut c ad d. erit enim permutatim a b ad c d sicut b ad d. & per 12 sicut a ad c: quia ergo a ad c sicut b ad d: erit permutatim a ad b sicut c ad d.

a b
c d

¶Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

a......b...
c....d..

¶Vt si sit a ad b sicut c ad d: erit a b ad b sicut c d ad d. erit enĩ permutatim a ad c sicut b ad d. quare per 13 a b ad c d sicut b ad d: ꝑmutatim igitur erit a b ad b: sicut c d ad d.

¶Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

a......b...
c....d..

¶Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d: erit a b ad a, sicut c d ad c. erit enim permutatim a b ad c d: sicut b ad d. quare per 12 sicut a ad c. permutatim igitur erit a b ad a: sicut c d ad c. paret itaq; totum. ¶Ex his quoq; leue est demonstrare in numeris: quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere. videlicet.

¶Si proportio primi ad secundũ fuerit sicut tertij ad quartum/quinti quoq; ad secũdum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij et sexti pariter acceptorum ad quartum.

a.........e.... c......f...
b.... d...

¶Vt si sit a ad b sicut c ad d, itemq; e ad b sicut f ad d: erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d. erit enim per conuersam proportionalitatem/b ad e: sicut d ad f. quare per æquam proportionalitatem a ad e: sicut c ad f. ergo coniunctim a & e ad e: sicut c & f ad f. itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b: sicut c & f ad d. quod est propositum. ¶Eodemq; modo probabis ecõuerso. si sit b ad a sicut d ad c, itemq; b ad e sicut d ad f: erit b ad a & e sicut d ad c & f. erit enim per conuersam proportionalitatem a ad b: sicut c ad d. quare per æquã/a ad e: sicut c ad f. & coniunctim a & e ad e: sicut c & f ad f. igitur econuerso e ad a & e: sicut f ad c & f. per æquam itaq; proportionalitatẽ erit b ad a & e: sicut d ad c & f. quod erat propositum. ¶Ex hoc quoq; manifestum est ꝙ si fuerit proportio quotlibet numerorum ad primũ sicut totidẽ aliorũ ad secundum: erit aggregati ex oĩbus antecedẽtibus ad primum/ad primũ/sicut aggregati ex oĩbus antecedentibus ad secundum/ad secundum. Itemq; ecõuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum/sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio. 14.

¶Si fuerint quilibet numeri/& alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis & in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt. 14

a b c d e f

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri a, b, c & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis in eadẽratione d, e, f: sicut quidem a ad b sic d ad e, sicutq; b ad c sic e ad f. Dico ꝙ & ex æquali est sicut a ad c: sic d ad f. Quoniam enim per hypothesin est sicut a ad b sic d ad e: & vicissim quoq; igitur per 13 septimi est sicut a ad d sic b ad e. Rursus quoniam est sicut b ad c sic est e ad f: vicissim igitur per eandem est sicut b ad e sic c ad f. sicut autem b ad e: sic a ad d. & sicut igitur per 11 quinti a ad d: sic c ad f. Vicissim igitur per 13 septimi est sicut a ad c: sic d ad f. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.



I numeret vnitas aliquẽ numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq; permutatim vt quoties vnitas numerat tertium/toties secundus numeret quartum. 16

vnitas b..
a.... c........

¶CAMPANVS. ¶Vt si sit vnitas ad a sicut b ad c: erit permutatim vnitas ad b sicut a ad c. Non superfluit autem hæc demonstrata permutata proportione: non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus: vnitas vero non est numerus per diffinitionẽ. Hoc ergo modo pateat ꝓpositũ.

Diuidatur a per vnitates:& c, secundum quantitatem b. eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a: quot c. & quia vnaquæq; partium a est vnitas/& vnaquæq; partium c est æqualis b: erit vt quoties vnitas in b, toties vnaquæq; partium a in sua compari ex partibus c. per modum itaq; demonstrationis quintæ/sequetur toties esse a in c: quoties vnitas in b. quod est propositum.

Vnitas b a e

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.

15 ¶Si vnitas numerum aliquem metiatur: pariter autem alter numerus alium quempiam numerũ metiatur: & vicissim pariter vnitas tertiũ numerũ metietur/& secũdus quartum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Vnitas inq̃ a numerũ aliquem b c metiatur: pariter autem alius numerus d, alium quẽpiam numerum e f metiatur. Dico φ & vicissim pariter a ipsũ d numerũ metietur: & b c ipsum e f. Quoniã enĩ æque a vnitas ipsum b c numerũ metietur, & d ipsum e f: quot igitur sunt in b c vnitates: tot sunt in e f numeri æquales ipsi d. Diuidatur inq̃ b c in eas quæ in eo sunt vnitates: hoc est b g, g h & h c. Ipse vero e f in ipsi d æquales: hoc est e k, k l & l f: est iam æqualis multitudo ipsorum b g, g h & h c: multitudini ipsorũ e k, k l & l f. & quoniã b g, g h & h c vnitates sibi inuicẽ sunt æquales: & e k, k l & l f numeri sibi inuicẽ sunt æquales: & est æqualis multitudo ipsarũ b g, g h & h c vnitatum multitudini ipsorũ e k, k l & l f numerorum: est igitur sicut b g vnitas ad e k numerũ/sic est g h vnitas ad k l numerum/& h c vnitas ad l f numerum. erit igitur per 12 septimi/& sicut vnus antecedentiũ ad vnum consequentium: sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut b g vnitas ad e k numerũ: sic b c ad e f. æqualis autẽ est b g vnitas ipsi a vnitati: & e k numerus ipsi d numero. est igitur per 11 quinti sicut a vnitas ad d numerum: sic b c ad e f. pariter igitur a vnitas ipsum d numerum metitur: & b c ipsum e f, quod oportuit demonstrasse.

f l k e h g c b a d

Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 SI duorum numerorum vterq; ducatur in alterum: qui inde producentur erunt æquales.

¶CAMPANVS. ¶Sicut si ex a in b proueniat c b: & ex b in a proueniat d: erũt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c: erit per conuersionẽ diffinitionis b in c: quoties vnitas in a. ergo per præmissam/erit a in c: quoties vnitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d: sequitur vt toties sit a in c quoties in d. per conceptionẽ igitur c & d sunt æquales.

Vnitas a b c d

¶CAMPANI ãnotatio. ¶Possumus quoq; hãc conclusionẽ alio modo proponere. Si duorum numerorũ vterq; ducatur in alterũ idem numerus vtrobiq; proueniet. vt si ex a in b proueniat c: idem etiã ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c: erit prius per conuersionẽ diffinitionis b in c quoties vnitas in a. Et permutatim per præmissam a in c: quoties vnitas in b. quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est vnitas: sequitur per diffinitionem φ ex b in a fit c.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 16.

16 ¶Si bini numeri multiplicantes se / adinuicem fecerint aliquos: geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri a, b. & a quidem ipsum b multiplicans/efficiat c: & b ipsum a multiplicans/efficiat d. Dico φ æqualis est c ipsi d. Quoniam enim a ipsum b multiplicans/c fecit: & b igitur ipsum c metitur per eas quæ in a sunt vnitates, metitur autem & e vnitas ipsum a numerũ per eas quæ in eo sunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti/e vnitas ipsum a numerum metitur & b ipsum c. Vicissim igitur per 15 septimi pariter e vnitas ipsum b numerum metitur: & a ipsum c. Rursus quoniam b ipsum a multiplicans/fecit ipsum d: igitur a

e a b c d

ipsum d metitur per eas quæ in ipso b sunt vnitates. Metitur autem & e vnitas: ipsū b per eas quæ in eo sunt vnitates. pariter igitur per 11 quinti e vanitas ipsum b numerū metitur: & a ipsum d. pariter autem e vnitas ipsum b numerū metitur: & a ipsum c. Pariter igitur a: vtrunq; c, d, metitur. æqualis igitur est c ipsi d. quod erat demonstrandum.

e a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

SI vnus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum. 18

¶CAMPANVS. ¶ Multiplicet a vtrunq; duorum numerorū b & c: & prouemant d & e. Dico q; erit proportio d ad e: sicut b ad c. sequitur enī per conuersionem diffinitionis eius qd est multiplicari/ vt b in d, & c in e sit: quoties vnitas in a. quare per diffinitionem/ proportio d ad b: est sicut e ad c. æqualiter enim eos continent. quia quoties a vnitatem. ergo permutatim d ad e: sicut b ad c. quod est propositum.

d e
b c
a
Vnitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 17.

¶ Si numerus duos numeros multiplicans/ fecerit aliquos: geniti ex eis eandem rationem habebunt quā multiplicati. 17

¶THEON ex Zamberto. ¶Numerus enim a duos numeros b, c, multiplicans: efficiat d, e. Dico q; est sicut b ad c sic est d ad e. Quoniam enī a ipsum b multiplicans/ ipsum d fecit: & b igitur ipsum d metitur per eas quæ in a sūt vnitates. Metitur autē & f vnitas/ ipsum a numerū: per eas quæ in eo sunt vnitates. Pariter igitur f vnitas ipsū a numerū metitur: & b ipsum d. est igitur sicut f vnitas ad a numerū: sic est b ad d. Propterea iam et sicut f vnitas ad a numerū: sic c ad e. & sicut igitur per 11 quinti b ad d: sic c ad e. Vicissim igitur per 15 septimi/ est sicut b ad c: sic est d ad e. Si igitur numerus duos: & reliqua quæ sequūtur. quod oportebat demonstrare.

f a b c d e

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

SI duo numeri vnum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanq̄ duorum multiplicantium. 19

¶CAMPANVS. ¶Ex conuersione antecedentis præmissæ: concluditur hæc eadē passio quæ in præmissa. vt si vterq; duorū numerorū b & c multiplicet a, & prouenīāt d & e: erit d ad e sicut b ad c. erit enī per antepræmissam vt ex a in b & c fiant d & e. quare per præmissam d ad e: sicut b ad c. quod est propositum.

d e
a
b c

¶CAMPANI annotatio. ¶Potes autē quod proponit per hāc & præmissam de duobus numeris: ad quotlibet numeros ampliare. q; si vnus multiplicet quotlibet: erit productorū & multiplicatorū vna proportio. Similiter quoq; si quotlibet multiplicent vnū: erit productorū & multiplicantium vna proportio. quod per hanc & præmissā quoties oportuerit repetitas: facile probabis. ¶Hic autē (vt supra polliciti sumus) demōstrare volumus æquam proportionalitatē in quotlibet numeris duorum ordinū indirectæ proportionalitatis: quam demonstrat Euclides per 23 quinti/ in quantitatibus in genere. Dicimus igitur

¶Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales: extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

g h
a e
b d
c f
k

¶Vt si sit a ad b sicut d ad f, & b ad c sicut e ad d: erit a ad c sicut e ad f. ducatur enī c in d & f: & prouenīant g & h. eritq; per præmissam g ad h, sicut d ad f: quare & sicut a ad b. ducatur itē f in d: & prouentat k. eritq; per hanc 19 g ad k: sicut c ad f. & quia ex f in d fit k: fiet idem econuerso per 10 ex d in f. quia igitur ex c & d in f fiunt h & k: erit per hanc 19/ h

ad k ficut c ad d. quare ficut b ad c. & quia iam oftenfum eft q̄ eft g ad h ficut a ad b; erit per 15 a ad e ficut g ad k. fed ficerat etiam c ad f. eft igitur a ad e: ficut c ad f. quod eft propofitum. Idem probabis fi fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus. quemadmodum probatur in 23 quinti/de quantitatibus pluribus tribus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propofitio 18.

18 ¶Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes/fecerint aliquos: geniti ex eis eandem habebunt rationem quā multiplicantes.

¶THEON ex Zamberto. ¶Duo inq̄ numeri a, b, numerum aliquem c multiplicantes: efficiāt d, e. Dico q̄ eft ficut a ad b: fic eft d ad e. Quoniam a multiplicans ipfum c, fecit ipfum d: & c igitur ipfum a multiplicans/facit ipfum d. Id propterea c ipfum b multiplicans: ipfum e facit. Numerus iam c duos numeros a, b, multiplicās: fecit ipfos d, e. Eft igitur per 17 feptimi/ficut a ad b: fic eft d ad e. quod oportuit demōftraffe.

a b c d e

Eucli. ex Camp. Propofitio 20.

20 SI fuerint quatuor numeri proportionales: qđ ex ductu primi in vltimum producetur/ęquum erit ei qđ ex ductu fecundi in tertium. Si vero quod ex primo in vltimum producetur/æquū eft ei quod ex fecundo in tertium: illi quatuor numeri funt proportionales.

¶CAMPANVS. ¶Quod propofuit Euclides per 15 fexti/ de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. verbi gratia. Sit proportio a ad b ficut c ad d. fiatq; ex a in d: e. & b in c: f. dico q̄ e & f funt æquales. & ecōuerfo. Ducatur enim a in b: & fiat g. eritq; per 18 g ad e: ficut b ad d. & quia per 17 ex b ī a fit g, & ex eodē b in c, fierit per 18 g ad f ficut a ad c. æq̄les igitur fūt f & e. qđ eft primū. Nec oportet prædemōftrare fi vnius numeri ad duos fit vna proportio: q̄ funt æquales. aut fi ipfi funt æquales: q̄ vnius ad ipfos fit vna proportio. Si enī eft vna proportio g ad e & ad f: aut ipfe erit tota pars vel partes e quota vel quotę idem eft f, & tunc per conceptionem patet e & f effe æquales. aut toties g continebit e quoties f: & fuperfluent in eo tota pars vel partes e quota vel quotę in eodem fuperfluent f. & tūc etiā per conceptionem patet eos effe æquales. Q2 fi ipfi fuerint ęquales patet per conceptionē q̄ aut g erit tota pars vel pattes e quota vel quotæ f. & tūc per diffinitionem erit ipfius g ad vtrunq; eorū proportio vna. aut æqualiter continebit vtrūq; cum fuperfluitate fimilium & tot numero partiū: & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrunq; proportio vna.

e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . . . c . . . .
b . . . d . .

¶Secundū fic patet. Sit e productus ex a in d: ęqualis f producto ex b in c. dico proportio a ad b eft ficut c ad d. & eft hæc cōuerfa primæ partis. Sit enim vt prius g qui fit ex a in b. & quia e & f funt æquales: erit g ad vtrunq; eorum proportio vna. & quia vt prius per 18 g ad f ficut a ad c, & ad e ficut b ad e: erit a ad c ficut b ad d. quare permutatim a ad b: ficut c ad d.

¶CAMPANI annotatio. ¶Nō proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus q̄ ille qui ex ductu primi in tertiū producitur fit æqualis quadrato medij/& fi ille qui ex primo in tertium producitur fuerit æqualis quadrato medij q̄ illi tres numeri fint continue proportionales: ficut proponit in 16 fexti/de tribus lineis. hoc enim facile demonftratur per hanc 20: medio illorum trium numerorum / æquali affumpto. quēadmodum in fexto de tribus lineis probatur per quatuor: affumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propofitio 19.

19 ¶Si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo

& quarto fit/æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus ęqualis fuerit ei qui ex secūdo & tertio: ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor numeri proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. & a quidem ipsum d multiplicans: efficiat ipsum e. & b ipsum c multiplicans: efficiat ipsum f. Ipse autem a ipsum c multiplicans: efficiat ipsum g. Quoniam igitur a ipsum c multiplicans/ipsum g fecit: multiplicans autem ipsum d, ipsum e fecit: numerus autem a duos numeros c, d, multiplicās/ ipsos g, e, fecit: & igitur per 17 septimi/sicut c ad d, sic est g ad e. Sicut autem c ad d: sic a ad b. & sicut igitur per 11 quinti/a ad b: sic g ad e. Rursus quoniā a ipsū c multiplicās/ipsum g fecit: sed b ipsum c multiplicans/ipsū f fecit: duo numeri a, b, numerum aliquē c multiplicantes/ipsos fecerunt g, f. est igitur per 18 septimi sicut a ad b: sic g ad f. sed & sicut a ad b: sic g ad e. & sicut igitur per 11 quinti g ad e: sic g ad f. Igitur g ad vtrunq; ipsorum e, f: eādem habet rationem. æqualis igitur est e ipsi f per 7 quinti. ¶Sit vero rursus æqualis e ipsi f. Dico ꝙ est sicut a ad b: sic est c ad d. Eisdem nāq; dispositis/quoniā a ipsos c, d, multiplicās/ipsos g, e fecit: est igitur per 17 septimi/sicut c ad d sic g ad e. æqualis autem est e ipsi f. est igitur sicut g ad e: sic g ad f p secūdā partē septimę quīti. Sed sicut quidē g ad e: sic c ad d. sicut autem g ad f: sic a ad b, per 18 septimi. sicut igitur per 11 quinti/a ad b: sic c ad d. Quod oportebat demonstrare.

a b c d e f g

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

¶Si tres numeri proportionales fuerint: qui sub extremis/æqualis est ei qui a medio. Et si qui sub extremis æqualis fuerit ei qui a medio: ipsi tres numeri proportionales erunt. 20

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint tres numeri proportionales a, b, c. sicut a ad b: sic b ad c. Dico ꝙ qui ex a, c: æquus est ei qui ex b. Ponatur enim ipsi b æqualis d. est igitur sicut a ad b: sic d ad c. Igitur qui ex a, c: æquus est ei qui ex b, d. at qui ex b, d: æquus est ei qui ex b. æqualis enī est b ipsi d. Qui igitur ex a, c: æquus est ei qui ex b. ¶Sed qui ex a, c: æquus esto ei qui ex b. Dico ꝙ sicut a ad b: sic est b ad c. Quoniā enī qui ex a, c, æquus est ei qui ex b: qui vero ex b, æquus est ei qui ex b, d: est igitur per vndecimam quinti/sicut a ad b sic d ad c. æquus autem est b ipsi d, est igitur sicut a ad b: sic b ad c. quod erat demonstrandum.

a b c
d

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi: numerāt quoslibet in eadem proportione minor minorem & maior maiorem æqualiter. 21

¶CAMPANVS. ¶Sit a & b: minimi numeri in sua proportione. sitq; c ad d: sicut a ad b. dico ꝙ a numerat c, & b, d: æqualiter. Cum sit enim a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. erit igitur a, c tota pars vel partes: quota vel quotæ b, d. si itaq; fuerit pars: constat propositum. At si partes: sit e vna partium a, & f vna partium b. & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d: erit per diffinitionem proportio e ad c sicut f ad d. quare permutatim e ad f: sicut c ad d. quare etiam sicut a ad b. non sunt itaq; a & b: minimi suę proportionis. quod est contrarium positis. Similiter quoq;

¶Quotlibet numeri/siue in eadem proportione siue in diuersis minimi: numerant omnes in eadē proportione quisq; suum correlatiuum æqualiter.

c d
a b
c d
a b
e f

¶Vt si sint a,b,c,minimi in eadem proportione vel in diuersis / sintq; in eadem vel eisdem d,e,f: ita q; sit d ad e vt a ad b,& e ad f vt b ad c. dico q; a numerat d,& b,e,& c,f: æqualiter. quia enim est a ad b, vt d ad e: erit permutatim a ad d, vt b ad e. & quia b ad c. vt e ad f: erit etiã pet mutatim b ad e: vt c ad f. quare b ad e. & c ad f: sicut a ad d. & quia a,b, c,sunt minores d,e,f: erit b,e,& c,f,tota pars aut partes: quota est a,d. Si itaq; pars: constat propositum. At si partes. sit g vna partium a,& h vna partium b,& k vna c. eritq; per præsentem hypothesin tota pars h, e,&k,f: quota g,d. quare per diffinitionem h ad e,& k ad f: sicut g ad d. permutatim igitur erit g ad h vt d ad e: & h ad k, vt e ad f. quare g ad h vt a ad b: & h ad k vt b ad c. quia ergo g,h,k,sunt minores a,b,c,& in eadem proportione: sequitur contrarium positi.

d . . . . e . . . . . . f . . . .
a . . . . b . . . c . .

d . . . . e . . . . . . e . . . . .
a . . . . b . . . c . .
g . . . h . . k .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 ¶Minimi numeri eandem rationem habentium eis: metiũtur eandem rationem habentes æqualiter / maior maiorem / minor minorem.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a,b: ipsi c d & e f. Dico q; æqualiter c d ipsum a metitur: & e f ipsum b. Ipse c d: ipsius a non est partes. Si enim possibile: esto c d ipsius a partes, & h f igitur ipsius b eædem partes est: quæ & c d ipsius a. Igitur quot sũt in c d, partes ipsius a: tot sunt & in e f, partes ipsius b. Diuidatur quidem c d in ipsius a partes: hoc est c g & g d. Sicq; e f in ipsius b partes: hoc est e h & h f. erit iam æqualis multitudo ipsorum c g & g d: multitudini ipsorum e h & h f. & quoniam æquales sũt c g & g d numeri adinuicem / sunt autem & e h, h f numeri inuicem æquales / estq; multitudo ipsorum c g & g d æqualis multitudini ipsorũ e h & h f: est igitur p 7 quĩti / sicut c g ad e h, sic g d ad h f. Erit igitur per 12 septimi / & sicut vnus antecedentiũ ad vnum sequentium : sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut c g ad e h: sic c d ad e f. Igitur c g & e h: ipsis c d & e f in eadem ratione sunt / minores existentes eis. quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi c d & e f minimi: eandem rationem habẽtium eis. Igitur c d minime partes est ipsius a. pars igitur . & e f igitur ipsius b eadem pars est quæ & c d ipsius a. pariter igitur c d ipsum a metitur: & e f ipsum b. quod oportebat demonstrare.

d f . .
g h
c e a f

¶Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra / ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

22 ¶Si fuerint tres numeri / & alij eiusdem æquales numero / cum duobus sumptis & in eadem ratione / fuerit autem perturbata eorũ proportio: & ex æquali in eadẽ ratione erũt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint numeri a,b,c,& alij eisdem æquales numero d,e,f: cũ duobus sumptis / & in eadem ratione. sit autem perturbata eorum proportio. sicut quidẽ a ad b: sic e ad f. & sicut b ad c: sic d ad e. Dico q; & ex æquali est sicut a ad c: sic est d ad f. Quoniam enim est sicut a ad b sic e ad f: qui igitur ex a,f, per 20 septimi æqualis est ei qui ex b,e. Rursus quoniam est sicut b ad c sic est d ad e: qui igitur ex d,c, æqualis est ei qui ex b,e. ostẽsum autem est q; qui ex a,f: æquus est ei qui ex b,e. & qui ex a,f igitur: per 20 septimi / æquus est ei qui ex d,c. Est igitur per 11 quinti / sicut a ad c: sic d ad f. quod oportebat demonstrare.

a b c d e f

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 I fuerint duo numeri secundum suam proportionẽ minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

a b
c
d e

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: secundum suam proportionem minimi. dico ꝙ ipsi sunt contra se primi. Si enim non: numeret eos e secundū d & e. eritq; per 18 d ad e sicut a ad b. & quia d & e sunt minores a & b: sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos: qd̄ est cōtrarium positioni. Similiter quoq;

¶Si fuerint quotlibet numeri in cōtinuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi: nullus numerus numerabit omnes.

a b c
d
e f g

¶Vt si sint a, b, c, minimi in continuatione suarum proportionum. dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem: numeret eos d. a quidem secūdum e. b vero secundū f. & c secundū g. eritq; per 18 e ad f: sicut a ad b. & f ad g: sicut b ad c. quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundū proportionē eorū: non erūt a, b, c, quales positi sunt. quod est inconueniens. ¶Q̄ñ autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi: potest tamen esse vt quoslibet duos ex eis numeret vnus. ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum: ac vtroq; eorum in aliquem tertium ad vtrūq; primū: prouenient tres numeri quorū quiq; duo erūt cōpositi. nullus tamē numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorū quisq; sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c: & proueniat d & e. itēq; b in c: & proueniat f. dico quosq; duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos: tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq; patet esse compositos. a enim numerat d & e. b vero d & f. & c, e & f. ꝙ autem nullus numeret omnes: patebit prius demonstrato ꝙ a est maximus numerans d & e. b quoq; maximus numerās d & f. & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic cōstat. si eni a nō est maximus numerās d & e: sit itaq; g. numeretq; d secūdū h, & e secūdū k. erit per secundā partē 20 a ad g: sicut h ad b. itēq; per eandē a ad g: sicut k ad c. Quia ergo a est minor g: erit b minor h, & k minor c. & quia h ad k sicut b ad c, vtraq; enim est sicut d ad e per 18 bis assumptam: sunt autem h & k minores b & c: erit per immediate sequentem & per hanc hypothesin ꝙ b & c sunt contra se primi: reperire minimis minores. quod quia est impossibile: erit a maximus numerans d et e. Eodemq; modo probabitur ꝙ b sit maximus numerans d & f: & c maximus numerans e & f. si quis ergo numerat d, e, f: per correlarium secūdæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c. sed quisq; eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile. Similiter quoq;

g h k
a b e
d e f

¶Quotlibet numeri quos vnus non numerat: secundum cōtinuationem suarum proportionum sunt minimi.

a b c
d e f
g

¶Vt si sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. Alioquin sint minimi d, e, f. qui per 21 numerabunt a, b, c, quisq; suum relatiuū æqualiter. sit ergo vt secundum g. eritq; per 17 vt viceuersa g numeret a, b, c, secundum d, e, f. quare accidit contrarium positioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23.

¶Primi numeri adinuicem: minimi sunt eandem rationem 23
habentium eis.

¶THEON ex Zamb. ¶Sint primi numeri adinuicē a, b. Dico ꝙ ipsi a, b: minimi sunt eandem rationem habentium eis. si autem a & b non sunt minimi eandē habentium rationem eis: erūt aliqui numeri ipsis a, b, minores in eadem ratione existentes ipsis a, b. sint autem c, d. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium eis metiuntur eandem rationem habentes pariter maior maiorem / minor minorē / per 21 septimi / hoc est antecedens ipsum antecedentem & consequens ipsum consequentem: æqualiter igitur c ipsum a metitur, & d ipsum b. Quoties enim c ipsum a metitur: tot vnitates sint in e, & d igitur ipsum b metitur: per eas quæ in e sunt vnitates. & quoniam c ipsum a metitur per eas quæ in ipso e sunt vnitates: igitur & e ipsum a metitur per eas

a b e e d

quæ in ipso c sunt vnitates. Id propterea & e ipsum b metitur: per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Igitur & e ipsos a,b, metitur primos existentes adinuicem. Quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. Non erunt igitur aliqui numeri ipsis a,b, minores in eadem ratione existentes ipsis a, b. Minimi igitur sunt a, & b eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.

¶Sequens ex Campano 23: præcedenti 23 ex Zamberto respondet. præcedens autem ex Campano 22: sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 QVilibet numeri contra se primi: sunt secundum suã proportionem minimi.

¶CAMPANVS. ¶Hæc est conuersa præmissæ. vt si duo numeri sint a & b contra se primi: ipsi erunt secundum suã proportionem minimi, sin autem: sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d. constat itaq; per 21 q; c numerat a, & d, b, æqualiter: sit igitur vt secundum e. erit per 17 vt viceuersa e numeret a & b. a quidẽ secundũ c: & b secundum d, non sunt igitur a & b contra se primi. quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theo. 22. Propo. 24. Cõuersa pcedẽtis.

24 ¶Minimi numeri eandem rationem habentium eis: primi adinuicem sunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis a, b. Dico q; a, b, primi adinuicem sunt. Si autẽ a, b, adinuicem nõ sunt primi: metietur aliquis numerus ipsos a, b. metiatur: & esto c. & quoties quidem c ipsũ a metitur: tot vnitates sint in d. quoties autem c ipsum b metitur: tot vnitates sint in e. Quoniam c ipsum a metitur per eas quæ in d vnitates existunt: igitur & c ipsum d multiplicãs ipsum a facit. id propterea & c ipsum e multiplicãs: ipsum b facit. numerus igitur c duos numeros d, e, multiplicans: ipsos a b facit. Est per 17 septimi/ & per 11 quinti igitur sicut d ad e: sic est a ad b. Qui autem ipsis a, b, in eadem sunt ratione minores sunt. quod est impossibile. Ipsos igitur a, b, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Igitur ipsi a, b: primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI fuerint duo numeri contra se primi: si quis vnum eorum numeret/ ad alterum esse primus necessario comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra se primi: c vero numeret a. Dico q; c primus est ad b. alioquin: numeret eos d. quæ per penultimã conceptionẽ numerabit etiam a. non sunt ergo a & b, contra se primi: d enim numerat ambos.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 25.

25 ¶Si bini numeri/ primi adinuicem fuerint: vnum eorũ metiens ad reliquum primus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a & b. Ipsum autẽ a metiatur aliquis numerus c. Dico q; & c, b: primi adinuicem sunt. Si autem c, b, non sunt adinuicem primi: metietur ipsos c, b, aliquis numerus. metiatur: & esto d. Quoniã d ipsum c metitur, & c ipsum a metitur: & d igitur ipsum a metitur. metitur autem & b. Igitur d ipsos a, b, metitur: primos adinuicem existentes, qđ est impossibile/ per 13 diffinitionem septimi. Ipsos igitur b, c, numeros numerus aliquis nõ metietur. Ipsi igitur c, b, primi adinuicem sunt, quod erat demõstrandũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 25

SI fuerint duo numeri ad aliũ quemlibet primi: qui ex ductu vnius in alterũ producetur: ad eundem erit primus. 25

CAMPANVS. Sit vterq; duorum numerorum a & b, primus ad c: & ex a in b sit d. Dico q d est primus ad c. aliter enim numeret eos e. d, quidem secundum f. eritq; per secundam partem 20/a ad e: sicut f ad b. & quia a & c sunt primi/& e numerat c: ipse erit per 24 primus ad a. quare per 23 a & e: sunt secundum suam proportionem minimi. sequitur ergo per 21/vt e numeret b. & quia positum est q ipse numeret c: non erunt b & c contra se primi. quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 26

Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint: & ex eis genitus ad eundem primus erit. 26

THEON ex Zamberto. Bini numeri inq̃ a, b; ad aliquem numerũ c, primi sint: & a ipsum b multiplicans/ipsum d efficiat. Dico q ipsi c, d: primi sunt adinuicem. Si autem c, d, non sunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. metiatur: & esto e. Et quoniam c, a, primi ad inuicem sunt/ipsum autem c metitur aliquis numerus e: igitur e, a, per 25 septimi/primi sunt adinuicẽ. Quoties iam e metitur ipsum d: tot vnitates sint in f. & f igitur ipsum d metitur: per eas quæ in e sunt vnitates. Igitur e ipsum f multiplicans: ipsum d facit. Sed & a ipsum b multiplicans: ipsum d facit. æqualis igitur est qui ex e, f: et qui ex a, b. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs: quatuor numeri proportionales sunt per 19 septimi. Est igitur per 11 quinti/sicut e ad a: sic est b ad f. Ipsi autem a, e, primi. ipsi autem primi: & minimi. minimi autem numeri per 21 septimi eandem rationem habentium eis: metiuntur eãdem rationem habẽtes pariter maior maiorem minor minorem. hoc est antecedens antecedentem: & consequens consequentem. Igitur e ipsum b metitur. metitur autem & c. igitur e ipsos c, b, metitur primos existentes adinuicem. quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. Ipsos igitur c, d, numeros: numerus aliquis nõ metietur. Ipsi igitur c, d: primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrate.

Eucli. ex Camp. Propositio 26

SI fuerint duo numeri cõtra se primi: qui ex vno eorum in se ipsum producitur/ad reliquũ est primus. 26

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b. & ex a in se fiat c. Dico q c primus est ad b. sit enim d: æqualis a. eritq; d primus ad b. & ex a in d: fiet c. per præmissam igitur patet c primum esse ad b. quod proposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 27.

Si duo numeri primi adinuicem fuerint: qui ex vno eorũ fit/ad reliquum primus erit. 27

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem a, b: et a seipsum multiplicans/ipsum c efficiat. Dico q ipsi b, c: primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi a æqualis d. Quoniam a, b, primi adinuicem sunt/æqualis autem est a ipsi d: & d, b, igitur primi adinuicem sunt. vterq; igitur ipsorum d, a, ad b primus est. & qui ex d, a, igitur fit: ad b primus est per 26 septimi. Qui autem ex d, a, fit numerus: est c. Igitur c, b: primi adinuicem sunt. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 27.

SI duobus numeris ad alios duos comparatis/vterq; ad vtrumq; fuerit primus: qui ex duobus 27

prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, priores: c & d, posteriores. sitq; vterq; duorũ a & b: primus ad vtrũq; duorũ c & d. & ex a in b sit e: & ex c in d, f. dico q̃ e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorum vterq; primus est ad c & ad d: erit per ipsam / e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorũ vterq; primus est ad e: erit rurius per ipsam / f primus ad e. quod est propositum.

a b
e
c d
f

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 28.

18 ¶Si bini numeri ad binos numeros vterq; ad vtrũq; primi fuerint: & qui ex eis fient / primi adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamb. ¶Bini inq̃ numeri a, b: ad binos numeros c, d, vterq; ad vtrunq; primi sint. & a quidẽ ipsum b multiplicans / efficiat ipsũ e: & c ipsũ d multiplicãs / efficiat ipsũ f. Dico q̃ e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ vterq; ipsorũ a, b, ad ipsũ c primus est: & q ex a, b, igitur fit / p 26 septimi / ad c primus est. qui autẽ fit ex a, b: est e. igitur e, c: primi sunt adinuicẽ. Id propterea & ipsi e, d: primi sunt adinuicem. & vterq; igitur ipsorum c, d: ad e primus est. & qui ex c, d, igitur: ad e primus est / per eandem. Qui autem fit ex c, d: est f. Igitur e, f: primi sũt adinuicem. Quod erat demonstrandum.

a b e c d f

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

18 SI fuerint duo numeri contra se primi / ducaturq; eorum vterq; in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in vtrunq; productorum suum ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b: contra se primi. ducaturq; vterq; in se: & proueniant ex a quidem c, ex b vero d. itemq; ducatur a in c, & proueniat e: & b in d, & proueniat f. dico c & d esse contra se primos: itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 / c primus ad b. per eãdem igitur erit d primus ad a & ad c. sicq; constat primum: quod est c & d esse contra se primos. ¶Reliquũ sic. est enim vterq; duorũ numerorum a & c: primus ad vtrunq; duorum b & d. itaq; per 27 / erit e primus ad f. quod est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f: sed etiam per 25 / ad b & ad d. itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur vtrũq; productorum in suum principium: essent omnes producti contra se primi. & non solum: sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

a c e b d f

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 29.

29 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint / & multiplicans vterq; seipsum fecerit aliquos: qui ex eis fiunt / primi adinuicem erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fecerint aliquos: & illi quoq; primi adinuicem erunt. & semper circa extremos hoc continget.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini numeri primi adinuicem a, b. & a seipsum multiplicans / efficiat c: ipsum vero c multiplicãs / efficiat e. At b seipsum multiplicans / efficiat d: ipsum autem d multiplicans / efficiat f. Dico q̃ c, d, & e, f: primi sũt adinuicẽ. Quoniã enĩ a, b, primi adinuicẽ sũt / & a seipsũ multiplicãs fecit ipsũ c: igitur c, b, primi sũt adinuicẽ p 27 septimi. Quoniã igitur c, b, primi sũt adinuicẽ / & b seipsũ multiplicans ipsum d fecit: igitur c, d, primi sunt adinuicem per eandẽ. Et b seipsum multiplicans: ipsũ d fecit. igitur a, d: primi sunt adinuicẽ per eandẽ.

a c e b d f

Quoniam igitur bini numeri a,c, ad binos numeros b,d, vterq; ad vtrunq; primi sũt:per 27 septimi/& qui ex a,c,ad eum qui ex b,d,primus est:qui autem ex a,c,est e:qui ex d,b, vero est f. igitur e,f,primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.



I fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus coaceruatur / ad vtrunq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrũq; eorum fuerit primus: duo quoq; numeri adinuicem erunt primi. 29

a . . . b . . . .
d . .

℄CAMPANVS. ℄Sint a & b: contra se primi. dico q; ex eis compositus a b: ad vtrunq; eorum erit primus. & econuerso. nam si d numerat totum a b, & alterum eorum: numerabit per cõmunem scientiam & reliquum. quare non erunt contra se primi. sed hoc positum fuerat. patet ergo primum. ℄Secundum sic. Sit a b primus ad vtrunq; suorum componentium qui sunt a & b. dico q; a & b: sunt contra se primi. Posito eni q; d numeret vtrunq; duorum numerorum a & b: sequitur per communem scientiam q; etiam numeret a b ex eis compositum. quare ad neutrum duorum numerorũ a & b: erit a b primus. sed positum erat q; esset ad vtrunq;. accidit igitur impossibile.

℄CAMPANI ãnotatio. ℄Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus/primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquum. ideoq; & coaceruati inter se. Sit eni compositus ex a, b: primus ad a. dico q; erit etiam primus ad b, alioqui: numeret eos d, qui per cõceptionem numerabit & a: cum numeret totum & detractum. hoc autem inconueniens. erat enim compositus ex a & b: primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 30. 30

℄Si bini numeri: primi adiuicẽ fuerint: & vterq; ad vtrũq; ipsorum primus erit. Et si vterq; ad vnum aliquem eorum primus fuerit: & qui in principio numeri/ primi adinuicem erunt.

a . . . . b c
d . . . .

℄THEON ex Zamberto. ℄Componãtur enim bini numeri primi adinuicem: a b & b c. Dico q; & vterq; a b c: ad vtrunq; ipsorũ a b, b c, primus est. Si autem c a & a b primi adinuicem non sunt; metietur eos aliquis numerus. metiatur: & esto d. Quoniam igitur d ipsos c a & a b metitur: & reliquum igitur b c metietur. Metitur autem & b a. Igitur d: ipsos a b & b c metitur / primos existentes adinuicem. quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. ipsos igitur c a & a b numeros: numerus aliquis non metietur. Igitur c a & a b: primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi c a & b c: primi sunt adinuicem. Igitur a c: ad vtrunq; ipsorum a b & b c primus est. ℄Sint rursus c a & a b: primi adinuicem. Dico q; ipsi a b & b c primi adinuicem sunt. Si enim ipsi a b, b c, primi non sunt adinuicem: metietur ipsos a b & b c, numerus aliquis. metiatur: & esto d. & quoniã d vtrunq; ipsorum a b & b c metitur: & totũ igitur c a, metietur. metitur autẽ & ipsũ a b. Igitur d: ipsos c a a b primos adinuicem existentes metietur, quod per 13 diffinitionẽ septimi est impossibile. Ipsos igitur a b & b c numeros: numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur a b & b c: primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

Zamb. 33.



Mnis numerus compositus: ab alio primo numeratur. 30

a . . . .
b . . . .
c . . . .
d . . .

℄CAMPANVS. ℄Sit a quilibet numerus cõpositus. Dico q; aliquis primus numerat ipsum. quia enim est cõpositus: numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit

primus: verum erit quod dicitur. si autẽ compositus: sit c qui numerat eũ/ qui etiam per communem scientiam numerabit a. si ergo ipse fuerit primus: cõstat quod dicitur. At si cõpositus: necessario numerabit eum alius/qui sit d. qui etiam per communem scientiam numerabit a. de quo ratiocinare vt prius. Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret: sequitur vt tandem deueniatur ad aliquem primum. alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni: numerum in infinitum decrescere.

Eucli. ex Camp. Propositio 31. — Zamb. 34.

31 ℭOmnis numerus: aut est primus: aut a primo numeratur.

ℭCAMPANVS. ℭSit a quilibet numerus. dico ipsum esse primum/ vel numerari a primo. quia si non est primus: erit cõpositus. quilibet autẽ talis: ab aliquo primo numeratur per præmissam. a igitur: vel primus est vel a primo numeratur. quod proponitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 32. — Zamb. 31.

32 ℭOmnis numerus primus: ad omnem quem non numerat est primus.

ℭCAMPANVS. ℭSit a numerus primus non numerans b. dico ꝙ a & b: sunt contra se primi. si enim c numerat eos: non est verum ꝙ a sit primus.

Eucli. ex Camp. Propositio 33. — Zamb. 32.

33 ℭSi numerus ex duobus productus/ab aliquo primo numeretur: necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

ℭ CAMPANVS. ℭSit c productus ex a in b: & sit d numerus primus qui ponatur numerare c. dico ꝙ d numerat a vel b. numeret enĩ c: secũdum e. si ergo non numerat a: erit primus ad ipsum per præmissam. & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23. & quia a ad d sicut e ad b, per secundam partem 20: sequitur vt d numeret b per vigesimamprimam. quod est propositum.

ℭCORRELARIVM. ℭVnde manifestũ est/ ꝙ si aliquis numerus numerat productum ex duobus/ vel si eidem fuerit cõmensurabilis: cõmensurabilis quoqꝫ erit alteri eorum.

ℭQuatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

Campanus.			
30	31	32	33
33	34	31	32
Zambertus.			

Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 31

31 ℭOmnis primus numerus: ad omnem numerum quem nõ metitur primus est.

ℭTHEON ex Zãb. ℭSit primus numerus a: & ipsũ b nõ metiat. Dico ꝙ ipsi b, a: primi adinuicẽ sũt. Si autẽ ipsi a, b, nõ sũt adinuicẽ primi: aliqs numerus eos metietur. metiatur c. ipse c nõ est vnitas. Quoniã igit c ipsũ b metitur/ & a nõ metitur ipsũ b: igitur c ipsi a nõ est idẽ. Et quoniã c ipsos a, b, metitur: & a igitur metitur primũ existẽtẽ/ nõ existens ei idẽ. qđ est ipossibile per 13 diffinitionẽ septimi. Ipsos igitur a, b: numerus aliqs non metietur. Igitur ipsi a, b: primi adinuicem sunt. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 32.

32 ℭSi bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem/ factum autẽ ex eis metitur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in principio metietur.

THEON ex Zāb. Bini inq̃ numeri a,b,multiplicātes se adinuicē ipsum efficiāt c.ipsum autem c:metiatur aliquis numerus primus d.Dico q̄ d:vnū ipsorum a,b,metitur.Ipsum a nō metiatur:estq; primus d.Igitur a,d,primi adinuicem sunt per præcedentem.Et quoties d ipsum c metitur:tot vnitates sint in e.Quoniam igitur d ipsum c metitur per eas quæ in e sunt vnitates:igitur d ipsum e multiplicans/ipsum c efficit.Atq; & a ipsum b multiplicans:ipsum efficit c.æqualis igitur est qui ex d,e:ei q ex a,b.Est igitur per 19 septimi/sicut a ad d:sic b ad e.Ipsi autem d,a,primi sunt.primi autem & minimi.minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter:maior maiorem/& minor minorem/per 21 septimi.hoc est antecedens antecedentem:sequens sequentem.Igitur d ipsum b metitur.Similiter quoq; ostendemus q̄ & si d ipsum b non metiatur:metietur & a.Igitur d:vnum ipsorum a,b metitur.Quod erat demonstrandum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Proppsitio 33.

Omnis compositus numerus: sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. 33

THEON ex Zamberto. Sit compositus numerus a.Dico q̄ a sub alicuius primi numeri dimensionem cadit.Quoniam a compositus est:metietur eum aliquis numerus per 14 diffinitionem septimi.metiatur:& esto b.& si b primus est:manifestum iam est quod quærimus per eandem.Si autem compositus:metietur eum aliquis numerus per eandem.metiatur:& esto c.Et quoniam c ipsum b metitur/& b ipsum a metitur:& c igitur ipsum a metitur:& si c quidem primus est:manifestum iā est id quod quæritur.Si autem compositus:eū aliquis numerus metietur.talis vero factus:sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentē/qui & ipsum a metietur.Si autem nō sumetur:metientur ipsum a numerum infiniti numeri/quorum alter altero minor est.quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem:qui & ipsum a metietur. Omnem igitur compositū numerū:primus aliquis numerus dimetitur.quod oportuit demōstrasse.

ALITER. Sit compositus numerus a.Dico q̄ eum aliquis primus numerus metitur.Quoniā cōpositus est ipse a:metietur eū aliqs numerus per 14 diffinitionem septimi.& sit minimus metientium eum:b.Dico q̄ b primus est.Si autem b primus non est:metietur igitur eum aliquis numerus.Cadat sub dimensionē ipsius c.Igitur c ipso b minor est.& quoniam c ipsum b metitur/& b ipsum a metitur:& c igitur ipsum a metitur minor existens ipso b ipsum a metientiū minimo.quod absurdum est.Igitur b non est compositus:sed primus.

Eucli.ex Zamb. Theorema 32.Propositio 34.

Omnis numerus:aut primus est:aut eum aliquis primus metitur. 34

THEON ex Zamberto. Sit numerus a.Dico q̄ a:aut est primus/aut eum aliquis numerus metitur.Si autem primus est a:factum iam est id quod quæritur.Si autem cōpositus:eum aliquis numerus primus metietur per 33 septimi.Omnis igitur numerus:aut primus est aut eum aliquis primus numerus metitur.quod oportuit demonstrasse.

Eucli.ex Camp. Propositio 34.

NVmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos:inuenire. 34

CORRELARIVM. Vnde manifestum est/maximum numerum duos communiter numerātē:secundū minimos illius proportionis eos numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b numeri propositi: secundũ quotum proportionem volumus inuenire minimos. si ergo fuerint contra se primi: sunt quales inquirimus/per 23. si autem compositi: sumatur (vt docet secunda) maximus eos cõmuniter numerãs qui sit c. numeretq; eos secũdũ d & e. eruntq; in eadẽ proportione per 18: quos dico esse quales quærimus. Sin autem: sint f & g. qui per 21/numerabũt a & b æqualiter. sit igitur vt secũdum h. eritq; per secundam partem 20/c ad h: sicut f ad d, vel sicut g ad e. quare c est minor h. itaq; cum h numeret a & b: non fuit c maximus eos numerãs. sed erat positum φ sic. ergo contra hypothesin.

a b
c
d e
f g
h

¶CAMPANI additio. ¶Numeros secũdum continuitatẽ proportionum numerorum assignatorum minimos/reperire.

¶CORRELARIVM. ¶Vnde etiam manifestũ est maximum numerum quotlibet cõmuniter numerantem: secũdum minimos proportionum eorum eos numerare.

¶Vt si sint a, b, c. secundũ quorũ proportiones volumus minimos inuenire: siue fuerit in eadẽ proportione siue in diuersis. si nullus numerus numerat eos omnes: ipsi sunt quos quærimus/per 23. hoc enĩ ibi demonstratũ est. Si autem vnus numerat omnes: sumatur vt docet tertia maximus eos cõmuniter numerãs qui sit d. numeretq; eos secũdũ e, f, g. qui erunt in eadẽ proportione per 18. dico eos esse quos quærimus. alioqui sint h, k, l: q per 21/numerabunt a, b, c. æqualiter. sit vt secundũ m. eritq; per secundã partẽ 20/d ad m: vt h ad e. vel k ad f, vel l ad g. Minor est igitur d q̃ m. quare cũ m numeret a, b, c: non fuit d maximus eos numerans. quare sequitur impossibile. fuit enim d: maximus numerãs a, b, c.

a b c
d
e f g
h k l

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 35.

35 ¶Numeris datis quibuscũq;: inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

¶THEON ex Zãb. ¶Sint dati qlibet numeri a, b, c. Oportet iã inuenire minimos easdẽ rationes habẽtiũ eisdẽ a, b, c. Ipsi inq̃ a, b, c: aut primi adinuicẽ sũt/aut nõ. Si qdẽ ipsi a, b, c, primi sunt adinuicẽ: minimi sũt eandẽ rationẽ habentiũ eis per 23 septimi. Si autẽ non: sumatur per 3 septimi/ipsorũ a, b, c, maxima cõmunis dimẽsio d. & quoties d vnũquodq; ipsorũ a, b, c, metitur: tot vnitates sint in vnoquoq; ipsorũ e, f, g. & vnusquisq; igitur ipsorũ e, f, g: vnũquenq; ipsorũ a, b, c, metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Igitur ipsi e, f, g: ipsos a, b, c, æque metiũtur. Igitur per 18 septimi/ipsi e, f, g: ipsis a, b, c, in eadẽ sunt ratione. Dico iam φ & minimi. Si autẽ ipsi e, f, g, non sunt minimi eandẽ rationẽ habentiũ eisdẽ a, b, c: erunt aliqui numeri ipsis e, f, g, minores in eadẽ ratione existentes ipsis a, b, c. Sint h, k, l. æque igitur h metitur ipsũ a: & vterq; ipsorũ k, l, vtrũq; ipsorũ b, c. Quoties autẽ h ipsũ a metitur: tot vnitates sint in ipso m. & vterq; igitur per 21 septimi: ipsorũ k, l: vtrũq; ipsorũ b, c, metitur per eas quæ in m sũt vnitates. & m igitur ipsũ a metitur per eas quę in vtroq; ipsorũ k, l, sunt vnitates. Igitur m ipsos a, b, c, metitur. Et quoniã h ipsũ a metitur per eas quę in m sunt vnitates: igitur h ipsũ m multiplicãs: ipsũ a facit. Id propterea & ipsũ d multiplicãs: ipsũ efficit a. Aequalis igitur est qui ex e, d: ei qui ex h, m, per 16 septimi. Est igitur p 19 septimi/sicut e ad h, sic est m ad d. maior autẽ est e ipso h. maior igitur est & m ipso d. & metitur ipsos a, b, c. qđ est impossibile. Supponitur nãq; d: ipsorũ a, b, c, maxima cõmunis dimẽsio. Igitur non erũt aliq numeri: minores ipsis e, f, g: in eadẽ existẽtes ratione ipsis a, b, c. Igitur e, f, g: minimi sunt eandẽ rationẽ habentiũ ipsis a, b, c, qđ fecisse oportuit.

a b c d e f g h k l m

Eucli. ex Camp. Propositio 35.

35 QVilibet duo numeri minimos numeros suę proportionis maior minorẽ & minor maiorẽ multiplicãtes: minimum ab ipsis numeratum producunt.

Zamb.37.

¶CORRELARIVM. ¶ Vnde manifestũ est minimũ quē duo numerãt: quēlibet ab eis numeratũ numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: minimiq; in eorum proportione c & d, eritq; per primam partem 20/ vt ex a in d, & b in c: fiat idē numerus qui sit e, quem dico esse minimum numeratum ab a & b. aliter enim: sit f. quem numerēt a & b secundũ g & h. eritq; per secũdam partem 20/ h ad g: sicut a ad b, & sicut c ad d. & per 18 erit c ad h: sicut e ad f. cum itaq; per 21 c numeret h: e numerabit f, maior minorē, quia ergo hoc est impossibile: constat verum esse quod dicitur

a.... b......
c.. d....
e..........
f.......
g... h.....

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

Zamb.36.28



Ropositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

¶CORRELARIVM. ¶ Manifestum etiã ex hoc est/ minimum numerum quem quotlibet numerant: quemlibet ab eis numeratum numerare.

¶CAMPANVS. ¶Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b. q; si a numerat b: non erit alius q̃ b. si autem non numerat eum nec econuerso/ si ipsi sunt contra se primi: qui ex vno in alterum prouenit/ erit minimus per 23/ & præmissam Q: si sunt cõmunicãtes: sumantur minimi in eorũ proportione/ vt docet 34. & maiore in minorem eorum multiplicato: prouentate. qui erit/ minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c: qui sit f: eritq; f minimus numeratus ab a, b, c. sed & minimus quem numerant f & d: sit g. eritq; g minimus: quem numerant numeri propositi. q; enim omnes ipsum numerent: patet per conceptionem. sed si non est minimus: ponatur ergo h. quem quia numerant a & b: numerabit etiam ipsum/ e per correlarium præmissæ, per idem quoq; correlariũ: nũerabit ipsũ f. sed & g. maior itaq; nũerat minorē: q̃d ē ĩpossibile.

¶CAMPANI additio. ¶Hæc & præmissa proponũtur in alio loco sub tribus conclusionibus: quarum prima æquiualet præmissæ. secunda componitur ex correlarijs ambobus: tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

a b c d e f g h

Zamb.36.

¶Datis duobus numeris: minimũ ab eis numeratũ iuenire

¶Dati numeri sint a & b. quorũ minor si numerat maiorē: est maior quē quærimus. alioq̃ maior eorũ numeraret minorē se. Si autē neuter neutrũ numeret/ si ipsi sũt cõtra se primi: erit qui ex a in b ꝓuenit (qui sit c) minimus omniũ quē numerãt a & b. Nã si minorē eo numerauerit: esto d, quē numerēt scd̃m e & f. eritq; per secũdã partē 20/ a ad b: sicut f ad e. & quia a & b sũt suæ proportionis minimi per 23: numerabit a, f, per 21. & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nã ex b in a & f fiũt c & d: sequitur c numerare d. sed erat d minor c. quare ĩpossibile. ¶Si autē a & b sint cõmunicantes: negociare propositum vt in 35.

a... b....
c.............
d..........
e.. f.....

¶Secunda trium conclusionũ ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb.37

¶Si plures numeri numerum vnum numerēt: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶Vt si sit q̃libet nũerus quē numerat a & b, d: minimusq; ab eisdē numerat9 c: erit vt c nũeret d. cũ enĩ sit d maior c, si c nõ numerat ipsũ: numerabit tñ aliq̃d eius. sitq; plurimũ q̃ numerat e. & residuũ sit f. eritq; f minus c. q̃a igitur a & b numerãt c: numerabũt ꝑ cõem sciẽtiã & e. sed numerabũt d. itaq; per altã cõmunē scientiã numerabũt f. incõuentēs ergo sequtur q̃ c nõ fuit minim9 quē numerãt a & b. ¶Idē q̃ cõuinces & eodē mõ de quolibet nũerato a quotlibet pluribus: sc; q̃ minim9 ab illis quotlibet pluribus numeratus eundē numeret. ¶Vltima triũ conclusionũ est.

a.. b...
d
e..........f...
e.......

ZAMB. 38.

¶Propositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire.

¶Tres numeri propositi sint a, b, c. minimusque quem numerant a & b, sit d: qui sumetur vt prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d: scito d esse quē quærimus. Si enī a, b, c, minorē eo numerant: sit e. quē per præmissam conclusionē numerabit d. quod est impossibile. ¶Si autem c non numerat d: sumatur e minimus numeratus ab eis. Quod autem e numeretur ab a, b, c: patet. quia c numerat ipsum: & d similiter. ergo & a, b: qui numerant d. quare e numerabitur ab a, b, c. Eritque e minimus quem numerant a, b, c. Sin autem: sit f. quem per præmissam conclusionem numerabit d. sed c numerat f: quia a, b, c, numerāt eum. quare c, d, numerabūt eum. quare per præmissam e numerabit eum: maior minorem. quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

a... b.... c.......
d............
e..........

a... b.... c.......
d............
e.......................
f................

¶Duæ præcedentes ex Campano propositiones/35 scilicet & 36/tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respōdēt: vt correlariū 35 ex Campano/37 ex Zamberto respondeat. 36 autem ex Campano: sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones vniuersalis.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 36.

36 ¶Duobus numeris datis: inuenire quem minimum metiūtur numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint dati bini numeri a, b. oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipsi a, b: certe aut primi sunt adinuicem/aut non. Sint prius a, b: primi adinuicem. & a ipsum b multiplicans: efficiat ipsum c. & b igitur ipsum a multiplicans: ipsum efficit c per 16 septimi. Igitur ipsi a, b: ipsum c metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non: ipsi numeri a, b, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c. metiantur: & esto d. & quoties a ipsum d metitur: tot vnitates sint in e. quoties autem b ipsum d metitur: tot vnitates sint in f. Igitur a ipsum e multiplicans: efficit ipsū d. & b multiplicās ipsum f: efficit ipsum d: æqualis igitur est qui ex a, e, ei qui ex b, f. est igitur per 19 septimi/sicut a ad b: sic est f ad e. Ipsi autem a, b: sunt primi. primi autē per 23 septimi: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem/& minor minorem. Igitur per 21 septimi/ b metitur ipsum e sicut sequens sequētem. Et quoniam a ipsos b, e, multiplicans ipsos c, d, fecit: est igitur per 17 septimi/sicut b ad e, sic est c ad d. At b: ipsum e metitur. metitur ergo & c ipsum d: maior minorē. quod est impossibile. Igitur ipsi a, b, nō metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c: quando ipsi a, b, primi adinuicem fuerint. Igitur c minimus existēs: sub ipsorum a, b, dimensionē cadit. ¶Non sint primi ipsi a, b, adinuicē. & sumantur per 35 septimi/minimi numeri eandem rationem habētium ipsis a, b: sintque f, e. æqualis igitur est qui ex a, f: ei qui ex b, e, per decimamnonā septimi. & a ipsum e multiplicans: efficiat ipsum c. & b igitur ipsum f multiplicans: efficit ipsum c. Igitur a, b: ipsum c metiuntur. Dico iam quod & minimum. si autem non: metientur ipsi numeri a, b, aliquem numerum minorem existentem ipso c. metiantur: & esto d. & quoties quidē a ipsum d metitur: tot vnitates sint in g. Quoties autem b ipsum d metitur: tot vnitates sint in h. A igitur g multiplicans: efficit ipsum d. ipse b vero ipsum h multiplicans: efficit ipsum d. æqualis igitur est qui ex a, g: ei qui ex b, h. Est igitur per 19 septimi/sicut a ad b: sic est h ad g. Sicut autē a ad b: sic f ad e. & per vndecimā quīti: igitur sicut f ad e: sic h ad g.

b
a c d e f

a b
f e c d g h

Ipsi autem f,e:minimi.minimi vero eandem rationem habentes æque metiuntur:maior maiorẽ/& minor minorem/per 21 septimi.Igitur e ipsum g metitur.& quoniam a ipsos e,g,multiplicans/ipsos fecit c,d:est igitur per 17 septimi sicut e ad g sic est c ad d.At e ipsum g metitur.& c igitur ipsum d metitur/maior minorem.quod est impossibile. Ipsi igitur a,b:non metientur aliquem numerum minorem existentem ipso c. Igitur c minimus existens:sub ipsorũ a,b,dimensionẽ cadit.quod oportuit facere.

a b f e c d g h

Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propositio 37.

¶Si bini numeri numerum aliquem mensi fuerint:& minimus qui sub eorum dimensionem cadit/ eundem metietur. 37

¶THEON ex Zamberto.¶Bini inq̃ numeri a,b:numerum aliquem c d metiantur.minimus vero sit e.Dico q͛ e quoq; ipsum c d metitur.Si autem e ipsum c d non metitur:ipsum d f metiens ipse e,relinquat ipso minorem hoc est c f.& quoniam ipsi a,b,ipsum e metiuntur;at e ipsum d f:& ipsi a,b,igitur ipsum d f metiuntur.metiuntur autem & totum c d.& reliquum igitur c f metientur minorem existẽtẽ ipso e.quod est impossibile.Igitur e ipsum c d metitur.quod erat demonstrandum.

d f a b e c

Eucli.ex Zamb. Problema.5. Propositio 38.

¶Tribus numeris datis:inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. 38

¶THEON ex Zamberto.¶Sint dati numeri a,b,c.oportet iam inuenire:quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim per 36 septimi/minimus numerus d:qui sub ipsorum a,b,dimensionem cadat. Iam c ipsum d aut metitur:aut non metitur.metiatur prius. metiuntur autem & ipsi a,b:ipsum d.Igitur ipsi a,b,c:ipsum d metiuntur.Dico q͛ & minimum.Si autem non:ipsi a,b,c,numeri metientur numerum minorem ipso d.metiantur e. Quoniam ipsi a,b,c,ipsum e metiuntur:igitur & a,b,ipsum e metiuntur.& minimus igitur quem ipsi a,b,metiuntur:metietur ipsum e per 37 septimi. At minimus quem ipsi a,b,metiuntur:est d. Igitur d ipsum e metietur / maior minorem.quod est impossibile.Ipsi a,b,c,igitur:non metientur numerum aliquem minorem existentem ipso d.Igitur ipsi a,b,c:minimum d metiuntur.¶Non metiatur rursus c ipsum d:& suscipiatur per 36 septimi minimus numerus e quem metiantur ipsi c,d.Quoniam a,b,ipsum d metiuntur / at d ipsum e metitur:& a,b,ipsum e igitur metiuntur.metitur autem & c ipsum e.igitur ipsi a,b,c:ipsum e metiuntur. Dico q͛ & minimum.si autẽ non:ipsi a,b,c,metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso e. metiantur f.Quoniam ipsi a,b,c,ipsum f metiuntur:& ipsi a,b,igitur ipsum f metiũtur.& minimus igitur quẽ a,b,metiũtur:ipsum f metietur per 37 septimi.minimus autem quẽ ipsi a,b,metiuntur:est d.igitur d ipsum f metitur.metitur autem & c ipsum f.Igitur ipsi d,c,ipsum f metiuntur.quare per eandem & minimus igitur quem ipsi c,d,metiuntur:ipsum f metietur.At minimus quem ipsi c,d,metiũtur:est e.Igitur e ipsum f metitur:maior minorem.q͛d est impossibile.Ipsi a,b,c,igitur:non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso e. Igitur e minimus est:quem ipsi a,b,c,metiuntur.quod oportebat facere.

a b c d e
a b c d e f

Eucli.ex Camp. Propositio 37.

SI numerus aliquis alium numerum numeret: erit 37
in numerato pars a numerante denominata.

vnitas
b ... c...
a ......

¶CAMPANVS.¶Huius sensus est/q͛ oĩs numerus numeratus a ternario:habet tertiam. & numeratus a quinario:habet quintã.sicq; de cæteris.vt si b numeret a:erit i a pars denoĩata a b. numeret eni ipsũ:quoties vnitas i c,eritq; per 16 vt c quoq; toties numeret a:quoties

vnitas in b. quare tota pars est c, a: quota vnitas, b. & quia vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

39 ¶ Si numerum aliquis numerus metiatur: mensus cognognominatam partem habebit metienti.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Numerum enim a: numerus aliquis b metiatur. Dico q̄ a: cognominatam partem habet ipsi b. Quoties enim b ipsum a metitur: tot vnitates sint in c. Quoniam b ipsum a metitur per eas quæ in c sunt vnitates / metitur autem & d vnitas ipsum c per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur per 15 septimi / d vnitas ipsũ c numerum metitur & b ipsum a. Vicissim igitur per eandem / æque d vnitas ipsum b metitur numerum: metitur vero & c ipsum a. Qualis igitur pars est d vnitas ipsius b numeri: talis pars est & c ipsius a. At d vnitas: pars est ipsius b ei cognominata. & c igitur ipsius a pars est cognominata ipsi b. Quare a partem habet c cognominatã ipsi b. quod erat demonstrandum.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat: numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus

¶ CAMPANVS. ¶ Hæc est conuersa præmissæ: cuius est intentio / q̄ omnis numerus habens tertiam: numeratur a ternario. & habens quintã: a quinario. sicq; de cæteris. vt si b sit pars a denominata a c: sequitur vt c numeret a. quia enĩ b est pars a denominata a c, sed & vnitas est pars c denominata ab ipso c per cõceptionẽ: sequit̃ vt quoties vnitas numerat c, toties b numeret a. itaq; per 16 quoties vnitas b: toties c numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem. Cũ sit b pars a, sit tota vnitas / c. eritq; per hanc communem scientiam / vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam: c denominans b in a. & quia est b in a quoties vnitas in c: euidenter sequitur propositũ per 16.

vnitas
b c
a

Eucli. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

40 ¶ Si numerus partem habuerit quamlibet: eum cognominati numeri metietur pars.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus inquam a, partem habeat quãlibet b: & ipsi b parti cognominatus sit numerus c. Dico q̄ c ipsũ a metitur. Quoniam enim b ipsius a pars est cognominata ipsi c, est autẽ & d vnitas ipsius c pars cognominata ei: qualis igitur pars est d vnitas ipsius c numeri / talis pars est & b ipsius a. æque igitur d vnitas ipsum c numerum metitur: & b ipsum a. Vicissim igitur per 15 septimi æque d vnitas ipsum b numerum metitur: & c ipsum a. & c igitur ipsum a metitur. quod erat demonstrandum.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 NVmerum minimum / propositarum denominationum habentem partes: inuenire.

¶ CORRELARIVM. ¶ Ex quo manifestũ est / q̄ minimus numerus numeratus a quotlibet: est minimus habens partes denominatas ipsis.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, d denominantes partes propositas: & e minimus numeratus ab eis sumptus secundũ 36. Ipsum e dico esse quẽ quærimus. Sint enim secundum quos numerant ipsum: f, g, h, k. eritq; per 16 & hanc communem scientiam / vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa f, g, h, k, numerent e secundum a, b, c, d. quare

e
a f
b g
c h
d k

e
a f
b g
c h
d k
l
m
n
p
q

sunt partes eius ab illis dictæ. est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam. quoniam si alter fuerit vt l: sint partes l dictæ ab eis/m, n, p, q. eruntq; per 16 & prædictam communem scientiam a, b, c, d: viceuersa partes l dictæ ab m, n, p, q. quare non erat e minimus quem numerãt a, b, c, d. quod est inconueniens.

CAMPANI annotatio. Habito minimo/ si cura est habere secundum/aut quotumcunq; libet: si secundum quidem: sume duplum minimi. si tertium: triplum. & ad hunc modum in aliis. Cum enim ois multiplex ipsius e numeretur ab a, b, c, d, per hanc communẽ scientiã/omnis nomerus numerans alium numerat omnem numeratũ ab illo: necesse est per 37 vt omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a, b, c, d. si itaq; duplus e, nõ fuerit secundus habens partes propositarum denominationũ: erit alius. quem sicut sequitur esse maiorem e: sic sequitur esse minorem duplo. & quia illum numerant a, b, c, d, per 38: sequitur per correlariũ 36 q' e numeret eundem. quod est impossibile. cũ enĩ numeret se: numeraret per hanc communẽ scientiam. omnis numerus numerans totum & detractum: numerat residuum/ differentiam illius ad se. quæ cum sit minor eo: maior numerus numeraret minorem. qđ esse nõ potest. Sequitur itaq; duplum e: esse secundum numerum habẽtem propositarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secundum. alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum. quod vt prius patet: est impossibile. probato autẽ triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplũ esse quartum. & sic in cæteris.

CAMPANI additiones.

Minimum numerum habentem partes propositarũ denominationum sumptarum continue: reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam. quæ etiam tertia habeat quartam; aut qualitercunq; contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorẽ secundæ. & ex eis productum in denominatorem tertiæ. productũ quoq; in denominatorem quartæ. sicq; de cæteris vsq; ad vltimam/ a prima: vel vsq; ad primam ab vltima. & qui prouenerit: erit qui inquiritur. vt in proposito 60 vel 84. Hoc autem ita esse demõstratiue sic habeto. Sint numeri partes ꝓpositas denominantes a, b, c. volumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a: ita q' illa pars habeat partem denominatã a b, sed & hæc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b: & proueniat e. & e in a, & proueniat f: quem dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e: erit e pars f dicta ab a. sed & propter hoc erit c pars e dicta a b. & quia vnitas est pars c dicta ab ipso c: patet f habere partes vt ꝓponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g. sitq; h pars eius dicta ab a. & k pars h dicta a b. l quoq; pars k dicta a c. eritq; per 18/ f ad g: vt e ad h. & e ad h: vt c ad k. itemq; c ad k: vt vnitas ad l. quare permutatim f ad e: vt g ad h. & e ad c: vt h ad k. & c ad vnitatem: vt k ad l. ergo per 15/ erit in proportione æqualitatis f ad vnitatem: vt g ad l. ergo permutatim erit f ad g: vt vnitas ad l. quare cum g sit minor f: erit l minor vnitate. sequitur igitur impossibile: partem numeri/ minorem esse vnitate. erit itaq; f minimus: habens partes vt proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secundum aut quotũcũq; libet: per minimi multiplices (vt prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

a
b
f e c vnitas g h k l

Propositis partibus quotiscunquelibet: minimum numerum eas continẽtium inuenire.

¶Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintq; eas denominātes d,e,f,& sumatur minimus quē numerant d,e,f, qui sit g: hūc dico esse quē quærimus. erūt enim in eo propositæ partes per 37. qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod est incōueniēs: quia minimus erat.

a	tertia	d . . .
b	quinta	e . . . . .
c	sexta	f . . . . . .
g		
h		

¶CAMPANI annotatio. ¶Intelligo vero partes a,b,c, indeterminate poni: nō sub quātitate certa. aliter enim nō esset necessariū vt minimus numerus quē numerāt d,e,f: esset minimus cōtinēs ptes propositas. plurimas enim contingit partes reperire: quas numerus numeratus ab eorū denominatoribus non continet. verbi gratia. Tres numeri qui sunt 120. 90. & 72: sunt eiusdē numeri partes. primus quidē: tertia. secundus vero: quarta. & tertius: quinta. nec tamē minimus quem numerāt denominatores eorum qui est 60: partes istas continet. Instandū igitur est (si partes sub certa quantitate ponantur) primæ consequētiæ huius demonstrationis. Non enim sequitur vt arguit per 37 si ternarius hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. sed ergo habet tertiam. quapropter idem est quod proponitur secundū vtrūq; modū. sed secundum primum: conuenientius videtur quod intēditur proponi. Attendere autē oportet cū omnis pars habeat quantitatē: q in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem. & inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis: secundum quos vero numerat/ sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes; & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Minimum quoq; constat esse minimum numeratum ab illis. secundum quos vero numerant: sunt qui quantitates determinant. vtrobiq; autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sūt hinc quidem qui has partes continēt: inde vero in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidē denominationes vel quotlibet denominationes & totidem partes. non autem quaslibet cum quibuslibet: sed certas cum certis. Si enim ponā partes tres/ quatuor/ quinq; & denominationes earum 6/7/8/& inquirā quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori vano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non vt contingit: & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet/ non autem quos minimus. vnicus enim est. nam. siuē proposita fuerit vna pars & vna denominatio/ siue plures & plures: non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua/ & senarius quarta: non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipsarum in toto: non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denomiationibus/ sed quis vnus continet: proponentem autem partes tantum/ contingit quærere quis minimas cōtinet & a quibus in eo denominantur: solas quoq; proponentem denominationes/ conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem videtur partes per denominationes inquirere: q̄ denominationes per partes. diuersitatem quidem denominationum non partium: comitatur proportionum diuersitas.

Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 41.

41 ¶Numerum inuenire: qui minimus existens habeat datas partes a,b,c.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Oportet iam numerum inuenire: qui minimus existens habeat ipsas a,b,c, partes. Sint per 39 septimi/ ipse a, b,c, partes cognominatæ numeris d,e,f. & sumatur per 38 septimi/ g minimus numerus: quem d,e,f, metiantur. Quoniā g ipsi d,e,f, metiū-

a	secunda.	d . .
b	tertia.	e . . .
c	quarta.	f . . . .
g		
h		

a secunda d..
b tertia. e...
c quarta. f....
g............
h..........

tur:cognominatam partem habet g,ipsis d,e,f,per 39 septimi.Ipsis autem d,e,f,cognominatæ partes sunt a,b,c.Igitur g habet partes a,b,c. Dico q & minimus existens.Si autem g non existat minimus habens ipsas a,b,c,partes:erit aliquis numerus minor ipso g qui habebit ipsas partes a,b,c.Sit per 40 septimi/h.quoniã h habet ipsas partes a,b,c: igitur h,numeri quibus cognominatæ sunt ipsæ a b,c,metiẽtur.quibus autem ipsæ a,b,c, partes cognominatæ sunt: sunt numeri d,e,f. Igitur ipsi d,e,f:ipsum h metiẽtur/ qui minor est ipso g. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso g: qui habeat ipsas a,b,c, partes.quod oportebat demonstrare.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
septimi libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philsophi Mathematicorumq; facile principis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Septimus.

Ex Campano. Diffinitiones.



Atera numerorum dicuntur:quorum multiplicatione numeri producuntur. 1

¶Superficialis appellatur numerus:qui sub duobus lateribus continetur. 2

¶Solidus vero:qui sub tribus/ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3

¶Quadratus: est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 4

¶Cubus:est solidus æqualibus consistens lateribus. 5

¶Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi:quorum latera sunt proportionalia. 6

Eucli.ex Camp. Propositio 1.



I numerorum quotlibet continuę proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi:eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est. 1

a...., b......, c.........

d..., e....., f........

¶CAMPANVS. ¶Sint continue proportionales a,b,c.duoq; extremi qui sunt a,c:sint contra se primi. dico q in eadem proportione non reperientur totidem minores.Si autem contingit:sint d,e,f.eritq; per 15 septimi/a ad c:sicut d ad f.& quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem:sequitur per 21 vt a numeret d, & c,f, maiores scilicet minores.quod esse non potest.

Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

1 SI fuerint quilibet numeri continue proportionales/ extremi vero ipsorum primi adinuicē fuerit: minimi sunt eandem rationem habentium eis.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales: a,b,c,d, extremi autem ipsorum hoc est a,d: primi sint adinuicē. Dico q ipsi a,b,c,d: minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis a,b,c,d, ipsi e,f,g,h, in eadē ratione existētes eis. Et quoniam ipsi a,b,c,d, in eadem sunt ratione ipsis e,f,g,h, & equalis est multitudo ipsorum e,f,g,h, multitudini ipsorum a,b,c,d: æque igitur est sicut a ad d, sic e ad h. at a,d: primi sunt adinuicem. primi vero: & minimi per 14. septimi. minimi autē numeri metiuntur eandem rationem habentes equaliter: antecedens antecedentem/ & sequens sequentem per 21 septimi. Metitur igitur a ipsum e, maior minorē, quod est impossibile. Igitur ipsi e,f,g,h, minores existentes ipsis a,b,c,d: in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur a,b,c,d: minimi sunt eandem rationem habentium eis, quod oportebat demonstrare.

a b c d e f g h

Eucli.ex Camp. Propositio 2.

2 NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis/ secundū proportionē datam minimos: inuenire. ¶CORRELARIVM. ¶ Vnde manifestum erit/ q si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi: duo extremi erunt quadrati. q si fuerint quatuor: erunt extremi cubi.

¶CAMPANVS. ¶Sint datæ proportionis minimi a & b. ducaturq; a in se: & fiat c. & in b: & fiat d. b quoq; in se: & proueniat e. eruntq; c,d,e: continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra septimi per 28 eiusdem: erunt c,d,e, secundum datam proportionem minimi per præmissam. Ducatur iterum a in ōnes illos: & proueniant f,g,h. & b in e: & proueniat k. & erunt etiam f,g,h, k, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi: minimi quoq; per 28 eiusdem & præmissam. Hac via & ratione inuenietur quinq;/ vel sex/ vel quotlibet.

a b c d e f g h k

Eucli.ex Zamb. Problema 1. Propositio 2.

2 ¶Numeros inuenire continue proportionales minimos: quos ordinauerit aliquis in data ratione.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit data ratio in minimis numeris: ipsius a ad b. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quos aliquis ordinauerit in ipsius a ad b ratione, ordinētur iā quatuor. & a seipsum multiplicans: efficiat c. ipsum vero b multiplicans: efficiat ipsum d. & isuper b seipsum multiplicās: ipsum efficiat e. Et insuper a ipsos c,d,e, multiplicās: ipsos f,g,h, faciat. at b ipsum e multiplicās: efficiat ipsum k. Et quoniam a seipsum multiplicās ipsum effecit c/ ipsum autem b multiplicās fecit ipsum d: numerus iam a, binos numeros a,b, multiplicās/ ipsos effecit c,d. Est igitur per 17 septimi/ sicut a ad b: sic est c ad d. Rursus quoniam a ipsum b multiplicans ipsum d fecit/ at b seipsum multiplicans ipsum fecit e: vterq; igitur ipsorum a,b, ipsum b multiplicans effecit vtrūq; ipsorum d,e. Est igitur per 18 septimi/ sicut a ad b: sic est d ad e. Sed sicut a ad b: sic est c ad d. & sicut igitur per 11 quinti/ c ad d: sic est d ad e. Et quoniam a ipsos c,d, multiplicans ipsos f,g, fecit: est igitur per 17 septimi/ sicut c ad d, sic est f ad g. Sicut autem c ad d: sic erat a ad b, & sicut igitur per 11 quīti/ a ad b: sic est f ad g. Rursus quoniā a ipsos d,e, multiplicans/ ipsos efficit g,h: est igitur per eam-

a b c d e f g h k

dem 17/sicut d ad e,sic est g ad h,sed sicut d ad c:sic est a ad b.& sicut igitur per 11 quinti/a ad b:sic g ad h.& quoniam ipsi a,b,ipsum e multiplicantes/ipsos efficiũt h,k:est igitur per 18 septimi/sicut a ad b,sic h ad k.patuit autem ꝙ & sicut a ad b:sic f ad g,& g ad h. & sicut igitur per 11 quinti/f ad g,& g ad h:sic est h ad k. Igitur ipsi c,d,e,& f,g,h,k:proportionales sunt in ipsius a ad b ratione.Dico ꝙ & minimi.quoniam ipsi a,b,minimi sunt eandem rationem habentium eis. minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem per 21 septimi:ipsi a,b, igitur primi sunt adinuicem.& vterqꝫ ipsorũ a,b,se ipsum multiplicans:vtrumqꝫ ipsorum c,e,fecit.vtrunqꝫ autẽ ipsorum c,e,multiplicans:vtrunqꝫ ipsorum f,k,fecit.Igitur per 29 septimi/ipsi c,e,& f,k:primi sunt adinuicem.Si autem fuerint quilibet numeri continue proportionales/extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis/per primam octaui.Ipsi c,d,e,igitur & f,g,h,k:minimi sunt eandem rationem habentium eisdem a,b,quod oportuit fecisse.

a b c d e f g h k

¶PORISMA siue correlarium. ¶Proinde manifestum est/ꝙ si tres numeri continue proportionales minimi fuerit eandẽ rationem habentiũ eis:extremi eorum quadrati sunt.si autem quatuor: cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

SI numeri quotlibet continue proportionales secun- 3
dum suam proportionem fuerint minimi:duos eo
rum extremos contra se primos esse necessario
comprobatur.

¶CAMPANVS.¶Hæc tertia est conuersa primæ.Sint enim a,b,c,d, continue proportionales:& secundũ suã proportionẽ minimi.dico ꝙ a & d extremi:erunt adinuicem primi.minimi enim in proportione a ad b:sint e & f.eruntqꝫ per 22 septimi contra se primi.per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem continue proportionales & minimi:quot sunt numeri propositi.primo quidem tres qui sũt g,h,k.deinde quatuor:qui sunt l,m,n,p.& ad hunc modum continue per additionẽ vnius:quousqꝫ fiant tot quot sunt numeri propositi vt sũt hic l,m,n,p.sequitur ergo l,m,n,p,æquales esse a,b,c,d:eo ꝙ in eadẽ proportione sunt vtriqꝫ minimi.& quia l & p sunt contra se primi per 28 septimi:erunt quoqꝫ a & d illis æquales:contra se primi.quod est propositum.

a b c d e f g h k l m n p

Eucli.ex Zamb. Theo.2.Propo.3.Cõuersa primæ.

¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/ mini 3
mi eandem rationem habentium eis:eorum extremi primi
adinuicem erunt.

¶THEON ex Zamberto.¶Sint quilibet numeri continue proportionales minimi eandem rationem habentium eis:a,b,c,d. Dico ꝙ extremi eorum hoc est a & d:primi adinuicẽ sunt.Sumantur enim per 2 octaui vel 35 septimi/bini numeri minimi in ipsorũ a,b,c,d,ratione : hoc est e,f.Tres autem g,h,k.& semper continuo vno plus:ex quo assumpta multitudo ęqua sit multitudini ipsorũ a,b,c,d.Suscipiantur:sintqꝫ l,m,n,x.Igitur per 29 septimi/eorum extremi l,x: primi adinuicem sunt. Quoniã enim e,f,primi sunt/vterqꝫ autem eorum se ipsum multiplicãs vtrũqꝫ ipsorũ g k,fecit/vtrũqꝫ autẽ ipsorũ g,k, multiplicãs vtrũqꝫ ipsorũ l,x,fecit:igit̃ p 29 septimi & l,x,primi ipsi g,h,sũt.Et quoniã ipsi a,b,c,d,minimi sũt eãdẽ rationẽ habẽtiũ eis/sũt autẽ & l,m,n,x,minimi in eadẽ ratione existentes ipsis a,b,c,d,& æqualis multitudo ipsorũ a,b,c,d,multitudini ipsorũ l,m,n,x:vnusquisqꝫ igitur ipsorum a,b,c,d,vnicuiqꝫ ipsorum l,m,n,x,est æqualis.æqualis igitur est a ipsi l:& d ipsi x,& quoniã ipsi l,x,primi adinuicẽ sunt/æqualis quidẽ est l ipsi a,& x

a b c d e f g h k l m n x

ipsi d: igitur & ipsi a, d, primi sunt adinuicem. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secũdum ipsas proportiones cõtinuati proportionalibus inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur vt docet 34. septimi: sintq́ prima inter a & b. secunda: inter c & d. tertia: inter e & f. sic quoq́ de pluribus si fuerint plures. volo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g, minimum quem numerant b & c. & quoties b numerat ipsum g: toties a numeret h. d quoq́ toties numeret k: quoties c, g. Itaq́ si e numerat k: fiat vt f numeret l. eruntq́ h, g, k, l: quos quærimus. constat enim per 18 septimi q́ sit h ad g: sicut a ad b. & g ad k: sicut c ad d. atk ad l: sicut e ad f. Minimi quoq́. nã si alij sint minimi vt m, n, p, q: oportebit per 21 septimi/bis assumptam vt vterq́ duorum b & c numeret p. quare & g numerabit eundem: per correlarium 35 septimi. quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l minimi.

¶ At vero si e non numerat k: sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k. quem in quoties numerat k: toties h numeret n. & g: toties p. eruntq́ per 18 septimi/n, p, m: in proportione h, g, k. quare n ad p: vt a ad b. & p ad m: vt c ad d. sed quoties e numerat m: toties f numeret q. & erit per eandem/m ad q: sicut e ad f. Manifestum igitur q́ assignatæ proportiones: cõtinuata sunt in quatuor numeris/q sũt n, p, m, q. Qui si nõ fuerint minimi: sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x. quia itaq́ per 21 septimi/bis assumptã vterq́ duorũ numerorũ b & c numerat s: sequitur per correlariũ 35 septimi/ vt g numeret eundẽ. quare etiã k numerabit t. at quia per 21 septimi e numerat eundẽ t: nõ erit m minimus quẽ numerãt k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo continuare poteris.

Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 4.

4 ¶Rationibus datis quibuscunq́ in minimis numeris numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datæ rationes in minimis numeris: ipsius a ad b, & ipsius c ad d, & ipsius e ad f. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos: in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f ratione. Sumatur itaq́ g: minimus numerus quem metiantur b, c. & quoties quidem b ipsum g metitur, toties a ipsum h metiatur. quoties autem c ipsum g metitur: toties d ipsum k metiatur. At e: ipsum k aut metitur/aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties e ipsum k metitur: toties & f ipsum l metiatur. & quoniã a ipsum h æque metitur & b ipsum g: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b, sic est h ad g. Id propterea & sicut c ad d: sic g ad k. et insuper sicut e ad f: sic k ad l. Igitur ipsi g, h, k, l: continue sunt proportionales: & in ipsius a ad b, & ipsius c ad d, & insuper ipsius e ad f ratione. Dico q́ & minimi. Si autem ipsi g, h, k, l, non sunt continue proportionales minimi in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus: erũt aliqui numeri minores ipsis g, h, k, l, in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. sint autem n, x, m, o. Et quoniam est sicut a ad b, sic n ad x, ipsi autem a, b, minimi: minimi autẽ per 21 septimi metiuntur eandem habentes æque maior maiorem & minor minorem/hoc est antecedens antecedentem & sequens sequẽtem: igi-

a b c d e f h g k l m n p q

b d f

a c e g h k n p m q r s t x

a b c d e f h g k l n

tur b ipsum x metitur. Id propterea & c ipsũ x metitur. Igitur e, b, ipsum x metiuntur. et minimus igitur quem ipsi b, c, metiuntur: per 36 septimi/ ipsum x metietur. minimus autem quem ipsi b, c, metiuntur: est g. Igitur g ipsum x metitur/ maior minorem. quod est impossibile. Nõ erunt igitur aliqui numeri minores per 35 septimi ipsis g, h, k, l: continue proportionales in ipsius a ad b & c ad d, & e ad f, ratione. ℂ Non metiatur iam e ipsum k. & sumatur per 36 septimi/ minimus numerus: quem metiantur ipsi e, k: & sit m. & quoties quidẽ k, ipsum m metitur: toties vterq; ipsorum g, h, vtrunq; ipsorum n, x, metiatur. Quoties autem e ipsum m, metitur: toties & f, ipsum o metiatur. Et quoniã g ipsum n, & h ipsum x, æque metitur: est igitur sicut h ad g, sic est x ad n. Sicut autẽ h ad g: sic est a ad b. & sicut igitur per 11 quinti a ad b: sic x ad n. Id propterea iam & sicut c ad d: sic est n ad m. Rursus quoniã quoties e ipsum m metitur/ toties & f ipsum o: est igitur sicut e ad f, sic est m ad o. Igitur ipsi x, n, m, o: continue proportionales sũt in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Dico q & minimi. Si autem ipsi x, n, m, o, non sunt cõtinue proportionales minimi in ipsorũ a, b/ c, d/ e, f rationibus: erunt aliqui numeri ipsis x, n, m, o, minores/ cõtinue proportionales in ipsorum a, b/ c, d/ e, f rationibus. Sint p, r, s, t. & quoniã est sicut p ad r sic est a ad b, ipsi autem a, b, minimi/ minimi autem per 21 septimi metiuntur eandem rationẽ habentes eis, æqualiter antecedens antecedentem et sequens sequentẽ: igitur b ipsum r metitur. Id propterea iam et c ipsum r metitur. Igitur ipsi b, c: ipsum r metiuntur. & minimus igitur per 36 septimi/ quẽ ipsi b, c, metiuntur: ipsum metietur r. minimus autẽ quẽ ipsi b, c, metiuntur: est g. Igitur g ipsum r metitur. estq; sicut g ad r: sic est k ad s. & k igitur ipsum s metitur. metitur autẽ & e ipsum s. Igitur ipsi e, k, ipsum s metiuntur. & minimus quẽ ipsi e, k, metiuntur: per eandem metietur ipsum s. Minimus autẽ quem ipsi e, k, metiuntur: est m. Igitur m ipsum s metitur/ maior minorẽ. quod est impossibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipsis x, n, m, o: continue proportionales i ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Igitur ipsi x, n, m, o, cõtinue proportionales minimi sunt in ipsorum a, b/ c, d/ e, f rationibus. quod oportuit fecisse.

b d f

a c e h g k x n m o p r s t

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

OMnium duorum numerorum compositorum proportio vnius ad alterum: est ex laterũ suorum producta proportionibus. 5

ℂ CAMPANVS. ℂ Quod proponit 24 sexti de superficiebus equidistantiũ laterũ: proponit hæc de numeris cõpositis. Sint duo nũeri cõpositi: a, b. latera a: sint c & d. latera b: sint e & f. dico itaq; q proportio a ad b: cõstat ex ea q̃ est c ad e & d ad f. Sit enĩ vt ex d i e: fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 septimi/ a ad g, sicut c ad e. & per 19 eiusdẽ g ad b: sicut d ad f. quare per diffinitionem/ proportio a ad b: composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f. quod est propositum.

a b c d e f g

ℂ CAMPANI annotatio. ℂ Nec est necessarium vt constituemus proportiones laterum (videlicet eam quæ est c ad e & eam quæ est d ad f) in minimis numeris repertis secundũ doctrinam præcedentis: vt docent quidam. hoc enĩ est proposito prętet necessariũ. Arguunt enĩ posito q illi minimi sint h, k, l, ita q sit h ad k sicut c ad e, & k ad l sicut d ad f: proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptoq; g fieri ex d in e. arguunt a ad g, vt h ad k, quia vt c ad e/ & g ad b

a g b c e d f h k l

vt k ad l:quia vt d ad f.ideoq; secundum æquam proportionalitatem/& a ad b:vt h ad l.concludunt igitur a ad b:componi ex quibus h & l.verũ quidem sed non necessarium assumpto.

Eucli.ex Zamb. Theorema.3.Propositio 5.

5 ¶Plani numeri:adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

¶THEON ex Zam.¶Sint plani numeri a,b. ipsius qdẽ a:latera sint c,d,ipsius autẽ b:sint e,f.Dico q̃ a ad b:rationẽ habet ex lateribus compositã.Rationibus datis quas habent c ad e,& d ad f,suscipiãtur per 4 octaui/numeri cõtinue proportionales minimi in ipsorum c,e,& d,f, rationibus:sintq; g,h,k.Quoniã est sicut c ad e, sic est g ad h,sicutq; d ad f sic est h ad k,& d ipsũ c multiplicãs:efficiat ipsum l.Quoniã d ipsũ c multiplicans ipsum fecit a,multiplicans autẽ ipsum e ipsum efficit l: est igitur per 17 septimi/ sicut c ad e sic est a ad l.Sicut autem c ad e:sic g ad h.& sicut igitur per 11 quinti/g ad h:sic a ad l.Rursus quoniã e ipsum d multiplicans ipsum fecit l,sed & ipsum f multiplicans ipsum fecit b: est igitur per 17 septimi/sicut d ad f,sic est l ad b.Sed sicut d ad f:sic est h ad k.& sicut igitur per 11 quinti/h ad k:sic est l ad b.patuit autẽ q̃ sicut g ad h:sic est a ad l.Aeque igitur est per 14. septimi/sicut g ad k sic est a ad b.ipse autẽ g ad k:rationẽ habet cõpositã ex lateribus.& a igitur ad b:rationẽ habet compositã ex lateribus.quod oportuit demõstrasse.

a l b c d e f g h k

Eucli.ex Camp. Propositio 6.

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret:nullus eorum numerabit vltimum.

¶CAMPANVS.¶Sint a,b,c,d,e:continue proportionales.dico q̃ si a non numeret b:nullus eorum numerabit e. Manifestum autem est q̃ si ipsum numeret:omnes numerabunt e,& simpliciter quilibet præcedens quẽlibet sequentẽ.Si autem non numerat ipsum:patet q̃ d non numerabit e,nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentẽ e, quia sunt positi continue proportionales.Sed q̃ nullus alius vt c. numeret ipsum:sic constat.Sumãtur secundum doctrinam 2 huius/totidem minimi continue proportionales in proportione eadẽ:quot sunt ipse c & omnes sequẽtes/ qui sunt f,g,h.eruntq; per 3 huius/& f & h: contra se primi. & quia per ęquam proportionem c ad e vt f ad h:cum f non numeret h,nec c numerabit e.eodẽ modo nec aliquis aliorũ.quare liquet quod ꝓpositũ est.

C.6.
Z.6.

Eucli.ex Zamb. Theorema 4.Propositio 6.

6 ¶Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/primus autem secundum non metiatur:& alius nullus nullum metietur.

¶THEON ex Zãberto.¶Sint numeri continue proportionales a,b,c,d,e.Ipse autẽ a ipsum b nõ metiatur.Dico q̃ & alius nullus:nullũ metietur.Quoniam quidem ipsi a,b,c,d,e,continue adinuicem sese non metiũtur/manifestum est:qa neq; a ipsum b metitur.dico iam q̃ neq; alius vllus:vllum alium metietur.Dico enim q̃ neq; a ipsum c metitur.quot enim sunt in ipsis a,b,c: tot sumantur per 35 septimi/ minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a,b,c.sintq; f,g,h. Et quoniam ipsi f,g,h,in eadem ratione sunt ipsis a,b,c,& est æqualis multitudo ipsorũ a,b,c,multitudini ipsorum f,g,h:ex æquali igitur per 14 septimi/est sicut a ad c sic est f ad h.Et quoniam est sicut a ad b sic est f ad g,non metitur autem a ipsum b:igitur neq; f ipsum g metitur.Igitur f non est vnitas.Si enim f esset vnitas:omnem numerum metiretur.Et f,h, per 3 octaui:primi sunt adinuicem.Igitur neq; f ipsum h metitur.& est sicut f ad h:sic a ad c.neq; igitur a ipsum c metitur.Similiter quoq; ostẽdemus:q̃ neq; alius vllus vllum metietur.quod oportuit demonstrasse.

a b c d e f g h

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI nnmerorum continue proportionalium primus vltimum numeret: idem ipse & secũdũ numerabit.

a b c d e

CAMPANVS. Sint qui prius: cõtinue proportionales. dico si a numerat e: ipse numerabit b. alioqui ex præmissa non numeraret e. quod est contrariũ & impossibile. Nom solum autem numerabit b: sed & omnes. & quisq; eorum: quemlibet ipsum sequentem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7

7 Si fuerint quilibet numeri continue proportionales: primus autẽ extremum metiatur: & secundũ quoq; metietur.

a b c d

THEON ex Zamberto. Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. at a ipsum d metiatur. Dico q̃ & a ipsũ b metietur. Si autẽ nõ metitur a ipsum b: neq; alius vllus per 6 octaui/aliũ illũ metietur. quod per hypothesin est impossibile. supponitur enim a ipsum d metiri. metitur autẽ a ipsum d. metitur igitur & a ipsum b. quod oportuit demõstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadẽ ꝓportione relatos cadere necesse est.

a c d b e m n f g h k l

CAMP. Sint a & b, inter quos cadũt c & d in cõtinua ꝓportione: habẽtes se in proportione e ad f. dico q̃ totidẽ cadũt inter e & f & in eadẽ proportione: quot inter a & b. Sint eni g, h, k, l, totidẽ minimi: quot sunt a & b q̃ inter eos cadũt/sumpti quẽadmodũ docet 2 huius/cõtinue proportionales in eadẽ proportione. erũtq; ꝑ 3/g & l: cõtra se primi. & ꝑ æquã ꝓportionalitatẽ erit g ad l: sicut a ad b. ideoq; & sicut e ad f. & q̃a ipsi sunt in sua proportione minimi per 23 sep: seq̃tur per 21 eiusdẽ vt g numeret e, & l, f equaliter. toties igitur numeret h: m. et k: n. positisq; m et n inter e & f: cõstat per 18 septimi/e, m, n, f, esse cõtinue ꝓportionales quemadmodum sunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b. quare patet quod dictum est.

CAMPANI ãnotatio. Ex hac cõstat nullã superparticularẽ posse per equalia diuidi. si enĩ hoc esset: oporteret ĩter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere mediũ. quod esse nõ potest. ideoq; tonus in musica quẽ sesquioctaua continet proportio: in duo vera semitonia diuidi nõ potest. sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 8.

8 Si inter duos numeros/cõtinue proportionales ceciderint numeri: quot in eos ceciderint numeri/tot & inter eandẽ rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zãb. Inter binos inq̃ numeros a, b: cõtinue proportionales cadãt numeri c, d. Fiatq; sicut a ad b: sic e ad f. Dico q̃ quot iter ipsos a, b, continue proportionales numeri cadũt: tot quoq; iter ipsos e, f cõtinue proportionales cadẽt. Quot enĩ sũt multitudine ipsi a, b, c, d: tot sumãtur ꝑ 35 septimi/minimi numeri eãdẽ rationẽ habẽtiũ eisdẽ a, b, c, d. sintq; g, h, k, l. Igitur extremi ipsorũ hoc est g, l: primi sũt adinicẽ ꝑ 3 octaui. Et q̃m ipsi a, c, et d, b, ipsis g, h, et k, l, ĩ eadẽ sũt ratiõe/et ęq̃lis est multitudo ipsorũ a, c, et d, b, multitudini ipsorũ g, h, et k, l: ex ęq̃li igitur ꝑ 14 septimi/est sicut a ad b sic est g ad l. Sicut autẽ a ad b: sic e ad f. Ipsi autẽ g, l, primi sũt. primi autẽ: et minimi. minimi vero nũeri: eãdẽ rõnẽ hñtes eis ęq̃ metiũtur maior maiorẽ et minor minorẽ ꝑ 21 septimi/ hoc est ãtcedẽs ãtcedẽtẽ et sequẽs sequẽtẽ. Aeque igitur g ipsũ e metit: et l ipsum f. Quoties autẽ g ipsũ e metitur toties & vterq; ipsorũ h, k, vtrũq; ipsorũ m, n, metiat. Ipsi igitur g, h, k, l: ipsos e, m, n, f, æq̃ metiũ-

a c d b g h k l e m n f

tur. Igitur per 18 septimi/ipsi g,h,k,l: ipsis e,m,n,f, in eadem sunt ratione. Sed ipsi g,h,k,l: ipsis a,c,d,b, in eadem sunt ratione. & ipsi a,c,d,b, igitur: ipsis e,m,n,f, in eadē sunt ratione. Ipsi autem a,c,d,b: continue sunt proportionales. et ipsi a,c,d,b, igitur: ipsis e,m,n,f, in eadem sunt ratione. Quot igitur inter ipsos a,b, continue proportionales numeri ceciderint: tot & inter e,f, continue proportionales cadunt. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter vtrunq; eorum & vnitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b contra se primi: inter quos cadāt in continua proportionalitate c & d. Dico q̄ totidem erūt continue proportionales inter a & vnitatem: itemq; totidem inter b & vnitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti vt docet 34. septimi: ex q̄bus sumantur tres continue proportionales & minimi in eorū proportione prout docet 2 huius/qui sint g,h,k. deinde quatuor: qui sint l,m,n,p. & hoc toties fiat: vsquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi. vt sunt hic l,m,n,p. Constat itaq; (cū sint a,c,d,b, in sua proportione minimi per primam huius/sintq; l,m,n,p, totidē minimi in eadem/non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) q̄ numeri l,m,n,p, æquales erunt numeris a,c,d,b, quisq; suo relatiuo. est igitur l, æqualis a: & p,b. Manifestum autē est ex secūda huius/q̄ ex f in se fit k. & ex eodem in k: p. per diffinitionem igitur eius quod est multiplicari/erit f in k, k quoq; i p: quoties vnitas est in f. itaq; vnitas/ f,k,p: sunt continue pooportionales. similiter autē & vnitas/e,g,l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & vnitatem g & e, & inter b & vnitatem k & f continue proportionales totidem; quot sunt inter a & b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

9 ¶Si bini numeri primi adinuicem fuerint/& inter eos continue proportionales ceciderint numeri: quot inter eos continue ꝓportionales ceciderint numeri/tot quoq; inter vtrūq; eorum & vnitatem continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zāb. ¶Sint bini numeri primi adinuicē a,b. & īter eos cōtinue proportionales cadāt c,d. & ponat̄ e vnitas. Dico q̄ quot inter a,b, cōtinue proportionales ceciderit numeri: tot quoq; inter vtrāq; ipsorū a,b, & e vnitatē cōtinue proportionales numeri cadēt. Sumātur p 35 septimi/bini numeri minimi in ipsorū a,c,d,b, ratione existētes: sintq; f,g. tres autē: sintq; h,k,l. & semper ordinatim vno plus: ex quo æqualis fiat multitudo ipsorū/multitudini ipsorū a,c,d,b. sumātur: sintq; m,n,x,o. Manifestū iā est q̄ f seipsū multiplicās/facit ipsū h: ipsū autē h multiplicās/ipsū efficit m. & g seipsū multiplicās/ipsū l efficit: ipsum autē l multiplicās. ipsū o facit. Et quoniā ipsi m,n,x,o, p hypothesin minimi sunt eādē ratione habētiū ipsis g,f, sunt autem per 1 octaui/ & ipsi a,c,d,b, minimi eādē ratione habētiū ipsis g,f, & æqualis est multitudo ipsorū m,n,x,o, multitudini ipsorū a,c,d,b: vnuīq̄q; igit̄ ipsorū m,n,x,o vnicuiq; ipsorū a,c,d,b, est ęqualis. Aequalis igitur est m ipsi a: & o ipsi b. Et quoniā f seipsum multiplicās/ipsum efficit h: igitur per 16 septimi/f ipsum h metitur per eas quæ in f sunt vnitates. metitur autem & e vnitas ipsum f per eas q̄ in ipso sunt vnitates. pariter igitur per 15 septimi/e vnitas ipsum f numerū metitur: & f ipsum h. Est igitur sicut e vnitas ad f numerum sic est f ad h. Rursus quoniam f ipsum h multiplicās/ipsū efficit m: igitur h ipsum m metitur per eas quæ in f sunt vnitates.

Metitur autem e vnitas ipsum f numerum per eas quæ in ipso sunt vnitates. æque igitur per eandem/e vnitas ipsum f metitur numerum: & h ipsum m. Est igitur sicut e vnitas ad f numerum sic est h ad m. Ostensũ autem est ꝙ & sicut e vnitas ad f numerũ: sic est f ad h. et sicut igitur per 11 quinti/e vnitas ad f numerũ: sic est f ad h & h ad m. At m, ipsi a est ęqualis. est igitur sicut e vnitas ad f, numerum: sic est f ad h & h ad a. Id propterea per 7 & 11 quinti/& sicut e vnitas ad g numerũ: sic g ad l, et l ad b. Quot igitur iter ipsos a, b, cõtinue proportionales ceciderit numeri: tot & inter vtrunq; ipsorum a, b, & ipsam e vnitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

SI inter vtrunq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint: ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est. 10

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a & b. sintq; c & d c d inter a & vnitatẽ/e quoq; & f inter b & vnitatẽ: cõtinue proportionales. Dico totidẽ esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris. excepto ꝙ ad subiectũ præmissæ/appositum erat a & b esse contra se primos: quod non apponitur hic ad passionem. quapropter vniuersalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties vnitas in d, toties est d in c & toties c in a: constat ꝙ ex d in se: fit c, & ex eodẽ d in c, a. Similiter quoq; ex f in se & in e: fient e & b. Ducatur itaq; d in f: & productus sit g. itemq; idem d ducatur in g & e: & sint producti h & k. Cõstat igitur ex 18 septimi/ꝙ c ad g, vt d ad f: & ex 19 ꝙ g ad e, vt d ad f. quare c, g, e, sunt cõtinue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e: & per 19 k ad b sicut d ad f. igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.

Eucli. ex Zãb. Theo. 8. Propo. 10. Conuersa pręcedẽtis. 10

¶Si inter binos numeros & vnitatem continue proportionales numeri ceciderint: quot inter vtrunq; ipsorum & vnitatem continue proportionales ceciderint numeri: tot & inter eos continue proportionales cadent.

¶THEON ex Zamberto. ¶Inter binos inquã numeros a, b, & vnitatem c: continue proportionales cadant numeri d, e, & f, g. Dico ꝙ quot inter vtrunq; ipsorum a, b, & ipsam c vnitatem/ continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq; inter a, b, continue proportionales cadent. Igitur d ipsum f multiplicãs: ipsum efficiat h. vterq; autẽ ipsorum d, f, ipsum h multiplicans: efficiat ipsos k, l. Et quoniam est sicut c vnitas ad d numerũ sic est d ad e: æque igitur c vnitas ipsum d metitur numerum: & d ipsum e. Ipsa autem c vnitas ipsum d numerum metitur per eas quæ in ipso sunt d vnitates. & d igitur numerus e metitur per eas q̃ in d sunt vnitates. Igitur d seipsum multiplicans: ipsum efecit. Rursus quoniam est sicut c vnitas ad d numerum sic est e ad a: ęque igitur c vnitas ipsum d numerum metitur/& e ipsum a. At c vnitas: ipsum d numerum metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. & e igitur ipsum a metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Igitur d ipsum e multiplicans: ipsum a facit. Id propterea iam & f seipsum multiplicans: ipsum g facit, ipsum autem g multiplicans: ipsum b facit. Et quoniã d seipsũ multiplicãs ipsũ e fecit/ipsũ autem f multiplicãs ipsum fecit h: est igitur per 17 septimi/ sicut d ad f sic est e ad h. Id propterea iã & sicut d ad f: sic h ad g. Et sicut igitur p 11 quinti e ad h: sic h ad g. Rursus quoniã d vtrũq; ipsorum e, h, multiplicans/ vtrunq; ipsorum a, k, fecit: est igitur per 17 septimi/sicut e ad h sic a ad k. Sed sicut e ad h: sic est d ad f. & sicut igi-

tur per 11 quinti d ad f:sic a ad k. Rursus quoniam vterque ipsorum d, f, ipsum h multiplicans: vtrunque ipsorum k, l, fecit: est igitur per 17 septimi/sicut d ad f sic k ad l. Sed sicut d ad f:sic a ad k. & sicut igitur per 11 quinti/a ad k: sic k ad l. Insuper quoniam f vtrunque ipsorum h, g, multiplicans/vtrunque ipsorum l, b, fecit: est igitur per 17 septimi/sicut h ad g: sic l ad b. Sicut autem h ad g: sic d ad f. & sicut igitur per 11 quinti/d ad f: sic l ad b. patuit autem quod sicut d ad f: sic a ad k, & k ad l, & l ad b. igitur ipsi a, k, l, b: continue sunt proportionales. Quot igitur inter vtrunque ipsorum a b & c vnitatem/continue proportionales cadunt numeri: tot & inter a, b, continue cadunt. quod demonstrasse oportuit.

¶ Hec vndecima ex Campano: duabus ex Zamberto sequentibus respondet.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 Si fuerint ambo quadrati: erit proportio vnius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo quadrati a & b: & duo cubi c & d. latera tam quadratorum quam cuborum: sint e quidem, a & c. f vero: b & d. Dico quod proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata: c vero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim est quod ex e in se fit a: & ex ipso e in a, c. sic quoque ex f in se fit b: & ex ipso in b, d. ducatur igitur e in f: & proueniat g. & in g & b: & proueniant h & k. eritque per 18 septimi a ad g, sicut e ad f: & per 19 g ad b, sicut e ad f. igitur ex diffinitione a ad b: sicut e ad f duplicata. quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. Sunt enim per 18 iterum c ad h sicut a ad g: & h ad k sicut g ad b. & per 19 k ad d sicut e ad f. quare c, h, k, d: sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f. per diffinitionem igitur erit c ad d: sicut e ad f triplicata. quod est secundum

c h k d
a g b
e f

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 11.

11 ¶ Duorum numerorum quadratorum: vnus medius proportionalis est numerus. Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem: quam latus ad latus.

¶ THEON ex Zam. ¶ Sint quadrati numeri a, b. & ipsius quidem a: latus sit c. ipsius vero b: sit latus d. Dico quod ipsorum a, b, vnus medius proportionalis est numerus: & a ad b duplam habet rationem quam c ad d. Ipse autem c ipsum d multiplicans: ipsum efficiat e. Et quoniam a quadratus est/latus autem eius est c: igitur c seipsum multiplicans ipsum efficit a: ad propterea & d seipsum multiplicans: ipsum b facit. Quoniam igitur c vtrunque ipsorum c, d, multiplicans vtrunque ipsorum a, e, efficit: est igitur per 17 septimi sicut c ad d sic est a ad e. Rursus quoniam c ipsum d multiplicans ipsum efficit e, at d seipsum multiplicans ipsum efficit b: duo iam numeri c, d, vnum & eundem multiplicantes d, ipsos e, b, efficiunt. Est igitur per 18 septimi/sicut c ad d: sic est e ad b. Sed sicut c ad d: sic est a ad e. & sicut igitur per 11 quinti/a ad e: sic est e ad b. Ipsorum igitur a, b: vnus medius proportionalis est numerus c. ¶ Dico iam quod & a ad b duplam rationem habet: quam c ad d. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt a, e, b: igitur per 10 diffinitionem quinti/a ad b duplam rationem habet quam a ad e. Sicut autem a ad e: sic c ad d. Igitur a ad b duplam rationem habet: quam c latus ad d latus. quod oportuit demonstrasse.

c e b d a

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12.

12 ¶ Duorum cuborum numerorum: bini medij proportiona

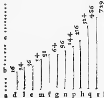
les sunt numeri. Et cubus ad cubũ triplã rationem habet: q̃ latus ad latus.

a h k b c d e f g

THEON ex Zamberto. Sint bini cubi numeri: a, b. & ipsius quidẽ a, latus esto c: ipsius autem b, latus esto d. Dico q̀ ipsorũ a, b: bini medii proportionales sũt numeri. & a ad b triplam rationẽ habet: q̃ c ad d. Igitur c seipsum multiplicãs ipsum efficiat e: ipsum autem d multiplicans ipsum efficiat f. at d seipsum multiplicans: ipsum g faciat. Vterq; autẽ ipsorum c, d, ipsum f multiplicans: vtrunq; ipsorum h, k, faciat. Et quoniam a cubus est / ipsius autem latus est c: igitur c seipsum multiplicans ipsum efficit e, ipsum autem e multiplicans ipsum a conficit. Id propterea & d seipsum multiplicans / ipsum g efficit: ipsum autem g multiplicans / ipsum efficit b. Et quoniã c vtrunq; ipsorum c, d, multiplicans / vtrunq; ipsorum e, f, facit: est igitur per 17 septimi / sicut c ad d, sic est e ad f. Id propterea iam & per eandem / sicut c ad d: sic f ad g. Rursus quoniam c vtrũq; ipsorum e, f, multiplicans / vtrũq; ipsorum a, h, fecit: est igitur sicut e ad f, sic a ad h. sicut autem e ad f: sic c ad d. Et sicut igitur per 11 quinti / c ad d: sic est a ad h. Rursus quoniam vterq; ipsorum c, d, ipsum f multiplicans / vtrunq; ipsorum h, k, fecit: est igitur per 18 septimi / sicut c ad d, sic est h ad k. Rursus quoniã d vtrunq; ipsorũ f, g, multiplicans / vtrũq; ipsorum k, b, fecit: est igitur per 17 septimi / sicut f ad g, sic est k ad b. sicut autem f ad g: sic est c ad d. & sicut igitur per 11 quinti / c ad d: sic k ad b. Patuit autem q̀ & sicut c ad d: sic est a ad h, & h ad k, & k ad b. Ipsorũ igitur a, b, bini medii proportionales sunt: hoc est h, k. Dico iam q̀ & a ad b triplam rationem habet: q̃ c ad d. Quoniam enim quatuor numeri proportionales sunt a, h, k, b: igitur per 10 diffinitionem quinti / a ad b triplam habet rationem q̃ a ad h. sicut autem est a ad h: sic est c ad d. Igitur a ad b triplam rationem habet q̃ c ad d. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

SI numerorum continuę proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur: qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Qz si item in ipsos productos principia sua ducantur: inde quoq; productos continue proportionalitatis esse necesse est. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12



CAMPANVS. Sint a, b, c, cõtinue proportionales: quorum quisq; in se ducatur. & prouenĩant ex a quidem: d. ex b vero: e. & ex c: f. Dico q̀ d, e, f, sunt continue proportionales. q̀ si item a ducatur in d & proueniat g, b quoq; in e & proueniat h, & c in f & proueniat k: dico etiã q̀ g, h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b: l. & ex c in eundem: m. eruntq; per 18 et 19 septimi / d, l, e, m, f: continue proportionales in proportione a, b, c. itaq; per æquam proportionalitatem argue d ad e: sicut e ad f. quod est primũ. Reliquũ sic. Ducatur a in l et e: & proueniãt n & p. c quoq; ducatur in e & m: & proueniãt q & r. erũtq; per easdem / g, n, p, h, q, r, k: continue quoq; proportionales in proportione primorum. per ęquam igitur proportionalitatem conclude g ad h: sicut h ad k. quod est reliquum. Eadem erit ratio: quotiescunq; primi in productos ducãtur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

Si fuerint quilibet numeri cõtinue proportionales / & multiplicans vnusquisq; seipsum fecerit aliquos: qui fiunt ex ipsis proportionales erunt. Et si qui in principio genitos multiplicãtes / fecerit aliquos: & ipsi quoq; proportionales erũt. 13

& semper circa extremos hoc euenit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri continue proportionales a,b,c: sicut a ad b sic b ad c. & ipsi quidem a,b,c, se ipsos multiplicantes: efficiāt ipsos d,e,f. ipsos autē d,e,f, multiplicātes: ipsos efficiant g,h,k. Dico q & ipsi d,e,f, & ipsi g,h,k: cōtinue sūt proportionales. Ipse nanq a ipsum b multiplicans: ipsum efficiat l. vterq autem ipsorum a, b, ipsū multiplicās l: efficiat vtrūq ipsorū m,n. & rursus ipse b ipsum c multiplicās ipsū efficiat x. vterq autem ipsorum b,c, ipsum x multiplicans: vtrūq ipsorū o,p, faciat. Similiter iā ex pcedētis theorematis discursu ostēdemus q ipsi d,l,e, & g,m,n,h: cōtinue sūt proportionales in ipsius a ad b ratione. & ipsi e,x,f, & h,o,p,k, sūt proportionales in ipsius b ad c ratione. Et est sicut a ad b: sic est b ad c. & ipsi d,l,e, igitur: ipsis e,x,f, i eadē sunt ratione. & insuper ipsi g,m,n,h, ipsis h,o,p,k. & æqualis est quidem ipsorū d,l,e, multitudo: multitudini ipsorum e,x, f. ei autem quæ ipsorum est g,m,n,h: ea quæ ipsorum est h,o,p,k. Ex æquali igitur per 14. septimi/est sicut quidē d ad e sic est e ad f. Sicut autem g ad h: sic est h ad k quod demonstrare oportebat.

32 64 64 128 256 512
a d l e x f g m n h o p k

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 SI quis quadratus numerus alium quadratum numeret: latus quoq suum/latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret: quadratus numerat quadratum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b quadrati: lateraq eorum c et d, dico q si a numerat b: c quoq numerabit d. & ecōuerso. Constat enim q ex c in se fit a: ex d quoq in se/b. fiat igitur e ex c ī d. erūtq per 18 & 19 septimi/a,e,b: continue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b: idem ipse per 7 huius/ numerabit e. quare & c: d. quod est primum. ¶Conuersa sic patet. si c numerat d: a numerabit e, propter id q proportio a ad e sicut c ad d. & si numerat e: ipse numerabit b, propter hoc q sunt continue proportionales.

a e b c d

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14.

14 ¶Si quadratus numerus quadratum numerū mensus fuerit: & latus latus metietur. Et si latus latus metietur: & quadratus quadratum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quadrati numeri a,b. latera vero ipsorum: sint c,d. at a ipsum b metiatur. Dico q & c ipsum d metietur. Igitur c ipsum d multiplicans: efficiat ipsum e. Igitur per 17 & 18 septimi/ & 11 quinti/ac 13 octaui/ipsi a,e,b, continue proportionales sunt in ipsius c ad d ratione. Et quoniam ipsi a,e,b, cōtinue sunt proportionales: metitur a ipsum b. metitur igitur per 7 octaui/& a ipsum e. Estq sicut a ad e: sic c ad d. metitur igitur & c ipsum d. ¶Sed iā metiatur & c ipsum d. Dico q & a ipsū b metitur. eisdē nāq dispositis similiter ostēdemus q ipsi a,e,b: cōtinue sunt proportionales in ipsius c ad d ratione. & quoniā est sicut c ad d sic est a ad e, metitur autē c ipsum d: metitur igitur & a ipsū e. & sūt ipsi a,e,b: cōtinue proportionales. metitur igitur & a ipsū b. Si quadratus igitur: & q̄ sequūtur reliqua. quod oportebat demōstrare.

a e b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI cubus aliū cubū numeret: latus quoq suū/latus alterius numerabit. Si vero latus suū/latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b cubi: lateraq eorū c & d. dico q si a numerat b: c quoq numerabit d. & econuerso. ducatur enim b in se/& fiat e: d quoq in se/& fiat f. constat igitur q ex c in e fit a: & ex

a h k b c d e f g

d in g,b. fiat itaq; f: ex c in d. eruntq; per 17 & 19 septimi/e,f,g: cõtinue proportionales in proportione c ad d. sed & h & k: proueniant ex c in f & g. per easdẽ igitur erũt a,h,k,b: continue quoq; proportionales in eadem proportione. itaq; si a numerat b: idem per 7 huius numerabit h. quare & c: d. est enim c ad d: sicut a ad b. constat igitur prima pars. Cõuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si c numerat d: a quoq; numerabit h. quem si numerat: necesse est vt numeret b.

C.14.
Z.15.

a h k b c d e f g

Eucli. ex Zamb. Theorema. 13. Propositio 15.

¶Si cubus numerus cubum numerum mensus fuerit: & latus latus metietur. Et si latus latus mensum fuerit: & cubus cubum metietur. 15

¶THEON ex Zamberto. ¶Cubus enim numerus a: cubũ b metiatur. & ipsius quidem a: latus sit c. ipsius autem b: sit d. Dico q᷑ c ipsum d metitur. Igitur c seipsum multiplicans: ipsum efficiat e. & insuper c ipsum d multiplicans ipsum efficiat f. At d seipsum multiplicãs ipsum efficiat g. Vterq; autem ipsorum c,d, ipsum f multiplicans: vtrunq; ipsorum h, k, faciat. Manifestum iam est per 17 & 18 septimi & 12 octaui/q᷑ ipsi e, f, g, & a, h, k, b: continue sunt proportionales in ipsius c ad d ratione. Et quoniam ipsi a, h, k, b, continue sunt proportionales/& metitur a ipsum b: metitur igitur per 7 octaui & a ipsum h. & est sicut a ad h: sic est c ad d. Metitur igitur & c ipsum d. ¶Sed iam metiatur c ipsum d. Dico q᷑ & a ipsum b metitur. Eisdẽ nanq; dispositis: similiter ostendemus q᷑ ipsi a, h, k, b, continue proportionales sunt in ipsius c ad d ratione. & quoniam c ipsum d metitur/estq; sicut c ad d sic a ad h: & a igitur ipsum h metitur. Quare & a ipsum b metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

SI numerus quadratus quendam alium quadratum nõ numeret: neclatus suum/latus illius numerabit. Si vero latus suum/latus illius nõ numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur. 15

a.... b........
c.. d...

¶CAMPANVS. ¶Hæc 15 proponit negationes conuerti: quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti proposuit opponuntur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, si a non numerat b: c quoq; non numerabit d, econuerso etiam si c non numerat d: nec a, b. Sit enim primo vt a non numeret b. si itaq; c numerat d: per secundam partem 13 huius/& a numerabit b. quod est contrariũ positioni. sicq; patet primũ. ¶Secũdũ quoq; sic. sit vt c nõ numeret d. itaq; si a numeret b: per primam partem 13 necesse est vt c numeret d. necesse est igitur vt numeret ipsum: cum non numerat ipsum. quod est impossibile.

¶CAMPANI annotatio. ¶Quemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 13 demonstrauit conuerti: sic quoq; necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demõstrauit/conuertantur. Vnde si cubus nõ numerat cubũ: nec latus eius numerabit latus illius. econuerso quoq; si latus vnius non numerat latus alterius: nec ipse cubus numerabit alterum cubum. demonstratur autem hoc per præmissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per 13. ideoq; hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositũ est/ipsum dedit intelligi.

Hæ sequẽtes ex Zamberto duæ propositiones precedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Eucli. ex Zāb. Theo. 14. Propositio 16. Conuersa. 14.

16 ¶Si quadratus numerus quadratum numerum mēsus nō fuerit: neq; latus latus metietur. Et si latus latus mensum nō fuerit: neq; quadratus quadratum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quadrati numeri a, b: eorum autē latera sint c, d. At a: ipsum b non metiatur. Dico q̄ neq; c: ipsum d metietur. Si autem c ipsum d metitur: metitur per 14. octaui/& a ipsum b. nō metitur autem per hypothesin a: ipsum b. neq; igitur c ipsum d metitur. ¶Non metiatur autē rursus c: ipsū d. Dico q̄ neq; a ipsum b metietur. Si autē a ipsum b metitur; & c per 14. octaui: ipsum d. Non metitur autē c: ipsum d, per hypothesin. neq; a igitur: ipsum b metitur. quod erat demonstrandum.

a b c d

Eucli. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 17. Conuersa. 15.

17 ¶Si cubus numerus cubum numerum non metiatur: neq; latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur: neq; cubus cubum metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Cubus enī numerus a: cubū numerū b nō metiatur. & ipsius quidem a, latus esto c: ipsius vero b, sit d. Dico q̄ & c ipsum d nō metitur. Si enī c ipsum d metitur: & a ipsum b metitur, per 15 octaui. non metitur autē a ipsum b per hypothesin. neq; igitur c ipsum d metitur. ¶Sed iā non metiatur c ipsum d. Dico q̄ et a ipsum b non metitur. si enī a ipsum b metitur: et c ipsum d metietur per 15 octaui. non metitur autē c ipsum d per hypothesin. neq; a igitur ipsum b metietur. quod oportuit demōstrasse.

a b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

15 SI duo numeri superficiales fuerint similes: necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritq; proportio vnius numeri ad alterum sibi similem: velut vnius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

¶CAMP. ¶Sint duo numeri a et b: superficiales & similes. dico q̄ inter ipsos cadet vnus numerus in cōtinua proportione. latera enī a, sint c et d: b vero latera/sint e et f. eruntq; ex cōuersione diffinitionis numerorū similiū/c ad e: sicut d ad f. cōstat autē q̄ ex c in d fiat a. et ex e i f: b. fiat itaq; g ex e in d. eritq; p 19 septimi/a ad g: sicut c ad e. et p 18 eiusdē g ad b sicut d ad f. quare a ad g: sicut g ad b. est itaq; g: cōtinua proportionalitate medius inter a et b. quod est propositum. ¶Correlarium autem patet: cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata / quæ eadem est illi quæ est c ad e.

a g b c d e f

Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 SI secundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris intersit: illi duo numeri superficiales sunt & similes.

¶CAMPANVS. ¶Hæc est cōuersa præmissæ. Vt si inter a et b sit c sub continua proportionalitate constitutus: a et b erunt superficiales et similes. sint enī d et e minimi in proportione qua continuantur a, c, b: qui per 21 septimi/numerabunt a et c æqualiter. sitq; vt secundū f. & per eādem c et b æqualiter: et sit vt secundū g. erunt igitur per diffinitionē a et b superficiales. et erunt etiā per diffinitionem / d et f, latera numeri a: e quoq; et g, latera numeri b. Q̄ autē ipsi sint similes: sic habeto. cū enī ex d in g sit c, et ex e in f sit idē c: erit per secundā partem 20 septimi/d ad e sicut f ad g. per diffinitionē igitur a et b sunt similes, quod est ꝓpositū.

a c b d e f g

¶Hoc autẽ vltimũ quod est a et b esse similes: potest etiã haberi per 19 et 18 septimi/et p has hypotheses q a, c, b, sunt cõtinue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a et c secundum f, et c et b secundum g.

a c b d e f g

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

SI fuerint duo numeri solidi similes: necesse est eis duos numeros secundum continuam proportionalitatem interesse. eritq; proportio vnius solidi ad alterum sibi similem: velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se proportionaliter/ proportio triplicata. 18

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: solidi similes. dico q inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint eni latera numeri a: c, d, e. latera vero b: sint f, g, h. eritq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium/ c ad f, & d ad g: sicut e ad h. Sit igitur ex c in d, k: & ex f in g, l. eruntq; ex diffinitione/ k & l: superficiales & similes. quare per 16 huius/ vnus numerus cadit inter eos medius secundũ proportionem c ad f. qui sit m. Manifestum autem est q ex e in k: fit a, & ex h in l: b. si igitur ex e in m & l fiãt n & p: erũt per 18 septimi/ a ad n sicut k ad m, & n ad p sicut m ad l. quare a, n, p: sunt continue proportionales in proportione c ad f. & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo sicut c ad f: sequitur vt quatuor numeri a, n, p, b, sint continue proportionales secundum proportionem c ad f. sunt itaq; inter a & b duo numeri n & p: medij in continua proportionalitate suorum laterum interpositi. quod est propositum. Correlarium autem patet: cum proportio a ad b sit per diffinitionem sicut a ad n triplicata / quæ est eadem illi quæ est c ad f.

a n p b c d e f g h k m l

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

SI eis secũdum continuam proportionalitatem duo numeri interiacent: quilibet duo numeri/ solidi sunt atq; similes. 19

¶CAMPANVS. ¶Hæc est cõuersa præmissæ. vt si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione: erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione cõtinue proportionales: qui sunt e, f, g. eruntq; per 17/ e & g: superficiales & similes. sint ergo h & k: latera e. at l & m: latera g. eritq; per correlariũ 16 huius/ e ad f: sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia q e & g sunt contra se primi ideoq; per 23 septimi/ in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g: sequitur per 21 septimi/ vt ipsi numerent a & d æqualiter. quod sit secundum n. & item c & b æqualiter: quod sit secundum p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a: sequitur per diffinitionem vt a fit solidus eiusq; latera h, k, n. similiter quia ex l in m fit g, & ex g in p, b: sequitur etiam vt b fit solidus & eius latera l, m, p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cũ ex g in n fiat d, & ex eodem in p, b: erit per 18 septimi/ n ad p sicut d ad b. & quia sic erant h ad l, & k ad m: per diffinitionem manifestum est a & b esse similes. quod est propositum.

n p
k l
h m
a c d b e f g

¶Quatuor pręcedentes ex Campano Euclidis propositiones/ scilicet 16/17/18/19: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18/19/20/21/ hoc ordine respondent. prima: primę. secunda: tertię. tertia: secundæ. quarta. quartæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

¶Duorum similium planorum numerorum: vnus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem: q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini plani numeri a, b. et ipsius a, latera sint c, d: ipsius autem b, sint e, f. At similes plani sunt: qui proportionalia habent latera / per 22 diffinitionem septimi. est igitur sicut c ad d: sic est e ad f. Dico igitur q ipsorũ a, b, vnus medius proportionalis est numerus: et a ad b duplã rationẽ habet: q̃ c ad e, vel d ad f. hoc est q̃ similis rationis latus: ad similis rationis latus. Et quoniam est sicut c ad d sic est e ad f: vicissim igitur est per 13 septimi / sicut c ad e sic est d ad f. Et quoniam a planus est / ipsius autẽ latera sunt c, d: igitur d ipsum c multiplicãs / ipsũ a facit. Id propterea iã & e ipsũ f multiplicãs: ipsũ efficit b. At d ipsũ e multiplicãs: ipsũ efficiat g. & quoniã d ipsũ quidẽ c multiplicãs ipsũ efficit a, ipsũ autẽ e multiplicãs ipsũ conficit g: est igitur per 17 septimi / sicut c ad e sic est a ad g. Sed sicut c ad e: sic est d ad f. & sicut igitur per 11 quinti / d ad f: sic a ad g. Rursus quoniã e ipsũ quidẽ d multiplicans ipsum efficit g, ipsum autẽ f multiplicãs ipsum b conficit: est igitur per 17 septimi / sicut d ad f, sic est g ad b. ostẽsum autẽ est q & sicut d ad f: sic est a ad g. & sicut igitur per 11 quinti / a ad g: sic est g ad b. Igitur ipsi a, g, b, continue sunt proportionales. Ipsorum igitur a, b: vnus medius proportionalis est numerus. ¶Dico iam insuper q & a ad b duplã rationem habet: q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus / hoc est q̃ c ad e, vel q̃ d ad f. Quoniam enim ipsi a, g, b, in principio proportionales sunt: igitur per 10 diffinitionem quinti / a ad b duplam habet rationem q̃ ad g. & est sicut a ad g: sic est c ad e, & d ad f. & a igitur ad b duplam rationem habet q̃ c ad e vel d ad f. quod erat demonstrandum.

a g b c d e f

Eucli. ex Zamb. Theorema. 17. Propositio 19.

19 ¶Duorum similium solidorum numerorum: bini medij proportionales sunt numeri. Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet: q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit bini similes solidi numeri: a, b. & ipsius quidem a: latera sint c, d, e, numeri. ipsius autem b: sint f, g, h. & quoniam per 22 diffinitionem septimi / similes solidi sunt qui latera habẽt proportionalia: est igitur sicut c ad d sic est f ad g, sicut autem d ad e sic g ad h. Dico q ipsorum a, b, bini medij proportionales sunt numeri. & q a ad b triplam rationem habet: q̃ c ad f, vel d ad g, vel insuper e ad h. Igitur c ipsum d multiplicãs: ipsum efficiat k. at f ipsum g multiplicãs: ipsum efficiat l. Et quoniam ipsi c, d, ipsis f, g, in eadem sunt ratione / ex ipsisq; c, d, gignitur k, ex ipsis autẽ f, g, gignitur l: igitur k, l, similes plani sunt numeri. Ipsorũ igitur k, l: vnus medius proportionalis est numerus per 18 octaui. sit m. Igitur m ex ipsis d, f, gignitur: quemadmodum ex pręcedenti patuit theoremate. Est igitur sicut k ad m: sic est m ad l. Et quoniam d ipsum quidem c multiplicãs fecit ipsum k, ipsum autẽ f multiplicans fecit ipsum m: est igitur per 17 septimi / sicut c ad f, sic est k ad m. sed sicut k ad m: sic m ad l. Ipsi igitur k, m, l, continue sunt proportionales: in ipsius c ad d ratione. Et quoniam est sicut c ad d sic est f ad g: vicissim igitur per 13 septimi / est sicut c ad f, sic est d ad g. Rursus quoniam est sicut d ad e sic g ad h: vicissim igitur per 13 septimi / est sicut d ad g sic est e ad h. Ipsi igitur k, l, m: continue sunt proportionales in ipsius c ad f, & d ad g ratione / & insup ipsius e ad h. Vterq; iã ipsorũ e, h, ipsum m multiplicans: vtrũq; ipsorum n, x, faciat. & quoniam a solidus est / latera autem eius ipsi c, d, e: igitur e eum qui ex c, d, multipli-

a n x b c d e f g h k m l

cãs/ipsũ efficit a. at qui gignitur ex c,d: est k. Igitur e ipsũ k multiplicãs: ipsũ efficit a. Id ꝓpterea iã & h ipsũ g gignit ex f,g hoc ẽ l multiplicãs: ipsum efficit b. Et quoniam e ipsum k multiplicans ipsum a efficit/ sed iam & ipsum m multiplicans ipsum n efficit: est igitur per 17 septimi/ sicut k ad m sic est a ad n. Sicut autẽ k ad m: sic est c ad f,& d ad g,& insuper e ad h. sicut igitur c ad f,& d ad g,& e ad h: sic est a ad n. Rursus quoniã vterq; ipsorum c,h, ipsum multipliãs m, vtrũq; ipsorũ n,x, facit: est igitur per 18 septimi/ sicut e ad h sic est n ad x. Sed sicut e ad h: sic est c ad f,& d ad g,& sicut igitur per 11 quinti/ c ad f,& d ad g,& e ad h: sic est a ad n,& n ad x. Rursus quoniã h ipsum m multiplicãs ipsum conficit x, sed & ipsum l multiplicans ipsum efficit b: est igitur per 17 septimi/ sicut m ad l sic x ad b. Sed sicut m ad l: sic est c ad f,& d ad g,& e ad h. & sicut igitur c ad f,& d ad g,& e ad h: sic non solum x ad b, sed & a ad n, & n ad x. Igitur ipsi a, n, x, b: continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. ¶ Dico insuper q & a ad b triplam rationem habet: q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus/ hoc est q̃ c numerus ad f, vel d ad g, & insuper q̃ e ad h. Quoniam certe quatuor numeri continue sunt proportionales hoc est a, n, x, b: igitur per 10 diffinitionem quinti/ a ad b triplam rationem habet q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus/ hoc est q̃ c numerus ad f numerum/ & d ad g,& e ad h. quod erat demonstrandum.

a n x b c d e f g h k m l

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

¶ Si binorum numerorum vnus medius proportionalis fuerit numerus: similes plani erunt ipsi numeri. 20

Hoc fiet: p 35 septimi/ sumendo ipsorum aut a c aut c b, maximã dimẽsionem per quã inueniẽtur duo in eadẽ ratione minimi hoc est d, e.

a c b d e f g

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorũ a, b: vnus medius proportionalis esto c numerus. Dico q ipsi a, b: similes plani sũt numeri. Sumantur per 35 septimi inq̃ minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a, c, b, duo: sintq; d, e. Est igitur sicut d ad e: sic est a ad c. sed sicut a ad c: sic est c ad b. & sicut igitur per 11 quĩti/ d ad e: sic c ad b. Aeque igitur d ipsũ a metitur: & e ipsũ c. quoties autẽ d ipsũ a metitur: tot vnitates sint i f. igitur f ipsũ d multiplicãs ipsũ efficit a. Ipsi autẽ e multiplicãs: ipsũ facit c. quare a planus est: latera autẽ eius sũt d, f, p 22 diffinitionẽ septimi. Rursus quoniã ipsi d, e, minimi sunt eãdem rationem habentium ipsis c, b: æque igitur per 21 septimi d ipsum c metitur & e ipsum b. Quoties autẽ e ipsum b metitur: tot vnitates sint in ipso g. Igitur e ipsum b metitur per eas quæ in g sũt vnitates. igitur g ipsum e multiplicãs: ipsum efficit b. igitur b planus est per 22 diffinitionem septimi: latera autem eius sũt e, g. Igitur ipsi a, b: plani sunt duo numeri. ¶ Dico insuper q & similes. Quoniam enim vterq; ipsorũ f, g, ipsum e multiplicans/ vtrunq; ipsorũ c, b, efficit. est igitur per 17 septimi/ sicut f ad g sicut est c ad b. Sicut autẽ c ad b: sic d ad e. & sicut igitur per 11 quinti/ d ad e: sic f ad g. Ipsi igitur a, b: similes plani sunt numeri. eorum enim latera proportionalia sunt. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

¶ Si duorũ numerorum duo medij proportionales fuerint numeri: similes solidi sunt ipsi numeri. 21

Hoc fiet: p 35 sep. sumendo ipsorũ aut a c d aut c d b, maximã dimẽsionẽ per quã iuenient tres in eadẽ rõne minimi. Aut ipsorũ vel a c vel c d vel d b sumẽdo maximã dimẽsionẽ p quã sumẽt duo i eadẽ rõne minimi/ p quos p 2 oct. sument tres, hoc ẽ e, f, g.

a c d b e f g h k l m

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq̃ numerorum a, b: duo medij proportionales sint numeri c, d. Dico q ipsi a, b: similes solidi sunt. Sumantur inq̃ per 35 septimi/ aut 2 octaui/ minimi numeri eandem rationem habẽtium eisdem a, c, d, b, tres: sintq; e, f, g. Igitur per 3 octaui/ eorum extremi e, g, primi adinuicẽ sunt. & quoniã ipsorũ e, g, vnus medius proportionalis est numerus: similes igitur plani sunt per 20 octaui. Sint igitur ipsius quidem e: latera h, k. ipsius autem g: sint l, m. Manifestum igitur est ex hoc: q ipsi e, f, g, continue proportionales sunt in ipsius h ad l ratione, & ipsius k ad m. Et quoniã ipsi e, f, g, minimi sunt eandẽ rationem habentium eisdem a, c, d: ex æquali igitur per 14 septi-

mi/est sicut e ad g sic est a ad d. At e, g: per 3 octaui primi sunt. primi autem: & minimi. minimi vero per 21 septimi/metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorem & minor minorem/hoc est antecedens antecedentem/& sequens sequentem. quoties igitur e ipsum a metitur: tot vnitates sint in ipso n. Igitur eni ipsum e multiplicans: ipsum efficiat a. At e est ex h,k. Igitur eum qui ex h,k, gignitur multiplicans: ipsum efficit a. Solidus igitur est a. latera autem eius sunt h,k,n. Rursus quoniam ipsi e,f,g, minimi sunt eandem rationem habentium eisdem c,d,b: æque igitur e ipsum c metitur/& g ipsum b. Quoties autẽ g ipsum b metitur: tot vnitates sint in x. Igitur g ipsum b metitur per eas quæ in x sunt vnitates. Igitur x ipsum g multiplicans: ipsum efficit b. At g: est. ex l,m Igitur x eum qui ex l,m, gignitur multiplicans: ipsum conficit b. Solidus igitur est b. latera autem eius sunt l,m,x. Igitur ipsi a,b: solidi sunt. Dico insuper ꝙ & similes. quoniam n,x, ipsum e multiplicantes/ipsos conficiunt a,c: est igitur per 18 septimi/sicut n ad x sic est a ad c, hoc est e ad f. Sed sicut e ad f: sic est h ad l, & k ad m. & sicut igitur per 11 quinti/h ad l: sic k ad m & n ad x. & sunt quidem ipsi h,k,n, latera ipsius a: ipsi vero x,l,m, latera sunt ipsius b. Igitur ipsi a,b: numeri solidi sunt similes. quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus: tertiũ quoqꝫ quadratũ esse.

a .... b ...... c ....

CAMPANVS. Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, sitqꝫ a quadratus. Dico ꝙ c est etiam quadratus. sunt enim per 17 a & c superficiales & similes. cum igitur a sit quadratus: per hypothesin: erit c quadratus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

22 Si tres numeri continue proportionales fuerint/primusqꝫ fuerit quadratus: & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri cõtinue proportionales a,b,c. primus autem sit quadratus. Dico ꝙ & tertius quadratus est. quoniam enim ipsorum a,c, per 20 octaui / vnus medius proportionalis est numerus b: igitur a,c, similes plani sunt. at quadratus est a. quadratus est & c. quod erat demonstrandum.

a b d

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus: quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d, sitqꝫ a cubus. dico ꝙ d est etiam cubus. constat enim per 19 ꝙ a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin: erit etiam d cubus.

Camp. 21.
Zamb. 23.

Eucli ex Zamb. Theorema 22. Propositio 23.

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint / primus autem cubus fuerit: & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales continue: a,b,c,d. sit autẽ a cubus. dico ꝙ & d: cubus erit. Quoniam enim ipsorum a,d, similes sunt solidi numeri: at a cubus est / cubus igitur est & d. quod demonstrasse oportuit.

d b c d

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI duorum numerorum quorum proportio sicut quadrati ad quadratum / fuerit vnus quadratus: alterum quoqꝫ quadratum esse.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b: in proportione duorũ quadratorum qui sunt c & d. sitq; a vel b quadratus. dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d sint quadrati: sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 16 cadet vnus medius inter eos in continua proportione. quare per 8 & inter a & b. per 26 igitur constat propositum.

C.22.
Z.24

a b c d

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24

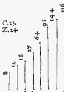
¶Si bini numeri rationem habuerint quã quadratus numerus ad quadratum numerum/primus autem fuerit quadratus: & secundus quadratus erit. 24

¶THEON ex Zamberto. ¶Bini inq̃ numeri a, b, adinuicem rationem habeant: quam quadratus numerus c ad quadratum numerum d. Dico q̃ & b quadratus est. Quoniam ipsi c, d, sunt quadrati: ipsi c, d, igitur similes plani sunt. Ipsorum igitur c, d: per 18 octaui vnus medius proportionalis est numerus. Et est sicut c ad d: sic est a ad b. Ipsorum igitur a, b, vnus medius proportionalis est numerus. At a quadratus est. & b igitur quadratus est. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 23.

SI duorum numerorum quorum proportio vnius ad alterum sit sicut cubi ad cubum/alteruter fuerit cubus: & alterum cubum esse. 23

C.23.
Z.24



¶CAMPANVS. ¶Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui sunt c & d. sitq; a vel b cubus. dico reliquum esse cubum. Necesse est enim q̃ c & d sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes & solidi. itaq; per 18 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione. totidem igitur per 8 cadent inter a & b. itaq; per 21 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 25.

¶Si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam cubus numerus ad cubũ numerum/primus autem cubus fuerit: & secundus cubus erit. 25

¶THEON ex Zamb. ¶Bini inquã numeri a, b, adinuicem rationem habeãt: quam cubus numerus c ad cubũ numerum d. cubus autem esto a. Dico q̃ & b cubus est. Quoniam enim ipsi c, d, cubi sunt: sũt igitur p 19 octaui/ipsi c, d, similes solidi. ipsorũ igitur c, d, bini medij sũt proportionales per 21 octaui. quot autem inter ipsos c, d, continue proportionales cadunt: totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri per 8 octaui. cadant ipsi e, f. Quoniam igitur quatuor numeri a, e, f, b, continue proportionales sunt/& a cubus est: cubus igitur est per 23 octaui/& b. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

NVmerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum: sicut proportio quadrati ad quadratum. 24

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b superficiales similes. dico q̃ vnus ad alterum est proportio sicut quadrati ad quadratum. erit enim per 16 inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit c. sumptis itaq; tribus minimis in proportione eorũ qui sunt d, e, f: erũt per correlarium 2/d & f quadrati. & quia per æquam proportionalitatem est a ad b sicut d ad f: constat verum esse quod proponitur.

a c b d e f

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 26

¶Similes plani numeri adinuicem rationem habent: quam 26

quadratus numerus ad quadratum numerum.

¶THEON ex Zāberto. ¶Sint similes plani numeri a,b. Dico q̃ a ad b rationē habent quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniam ipsi a,b, similes plani sunt: ipsorum igitur a,b, vnus medius proportionalis cadit numerus per 18 octaui. Cadat: & sit c. assumanturq; per 35 septimi, minimi numeri eandem ipsis a,b,c, habentium rationem: sintq; d,e,f. ipsi igitur ipsorum extremi hoc est d,f, sunt quadrati. Et quoniā est sicut d ad f sic a ad b, & ipsi d,f, sunt quadrati: igitur a ad b rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.

a c b d e f

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 Omnium duorum solidorum similium est proportio vnius ad alterum: sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b solidi similes. dico q̃ proportio vnius eorum ad alterū: est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij secundum cōtinuam proportionem: qui sint c & d. in eorum proportione sint minimi quatuor e,f,g,h: quorū e & h erunt cubi per correlarium secundæ. quia igitur per æquam proportionalitatem est a ad b sicut e ad h: liquet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 27.

27 ¶Similes solidi numeri adinuicem rationem habent: quam cubus numerus ad cubum numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint similes solidi numeri a,b. Dico q̃ a ad b rationem habet: quā cubus numerus ad cubum numerū. Quoniā enim ipsi a,b, similes solidi sunt: ipsorum igitur a,b, per 19 octaui bini sunt numeri proportionales. cadant: & sint c,d. Accipianturq; per 35 septimi, minimi numeri eandem habentium rationē ipsis a,c,d,b: sintq; ipsis æquales multitudine e,f,g,h. Ipsi igitur eorum, e,h, extremi cubi sunt. estq; sicut e ad h: sic a ad b. Et a igitur ad b rationem habet: quā cubus numerus ad cubum numerum. quod oportuit demonstrasse.

C.25.
Z.27.

a c d b e f g h

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
octaui libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile pricipis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Nonus.

Ex Campano. Diffinitiones.



Ar numerus: est qui potest in duo æqualia diuidi. 1

¶Impar numerus: est qui in duo æqualia diuidi non potest, additq; supra parem vnitatem. 2

¶Pariter par: est quem cuncti pares eum numerãtes, paribus vicibus numerant. 3

¶Pariter impar est quem cũcti pares eum numerantes, imparibus vicibus numerant. 4

¶Pariter par & impariter: est quem pares eum numerãtes, quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 5

¶Impariter impar: quem cuncti impares eum numerãtes, imparibus vicibus numerant. 6

¶Perfectus numerus appellatur: qui omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 7

¶Abundans dicitur: qui omnibus suis partibus minor est. 8

¶Diminutus vero: qui maior. 9

Eucli. ex Camp. Propositio 1.



I fuerint duo numeri superficiales similes: qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerum quadratum esse necesse est. 1

¶CAMPANVS. ¶Sint a & b superficiales similes: ex quorum multiplicatione proueniat c. dico c esse quadratũ. fiat enim d ex a in se. eritq; per 18 septimi, d ad c: sicut a ad b. & quia inter a & b cadit medius secundũ cõtinuã proportionalitatẽ per 16 octaui: sequitur per 8 eiusdem vt vnus quoq; cadat inter d & c. itaq; cum d sit quadratus: erit per 20 eiusdem c quoq; quadratus. quod est propositũ.

C.1.
Z.1.

Eucli ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.



I bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquẽ fecerint: factus ex eis quadratus erit. 1

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini similes plani numeri a, b. & a ipsum b multiplicãs: ipsum efficiat c. Dico q; c quadratus est. ipse eni a seipsum multiplicans: ipsum d efficiat. ipse igitur d: quadratus est. Quoniam igitur a seipsum quidem multiplicans ipsum d fecit, ipsum autem b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 septimi, sicut a ad b sic d ad c. Et quoniam ipsi a, b, similes plani sunt numeri: vnus medius per 18 octaui proportionalis cadit numerus ipsorũ a, b. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint: quot inter ipsos cadunt totidem quoq; per 8 octaui, & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos c, d,

a b d c

vnus medius proportionalis numerus cadit. est autem ipse d: quadratus. quadratus igitur est c. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SI ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur: duo quilibet numeri sunt superficiales similes. ℭCORRELARIVM. ℭEx his itaq; patẽs est/ quia si tetragonus in tetragonũ ducat̃: q ex eis producetur/ tetragonũ esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ/ tetragonus producatur: illũ numerũ aliquẽ esse tetragonũ. Itẽq; si ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ/ non tetragonus producatur: eũ numerũ aliquem nõ tetragonũ esse. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producetur/ non tetragonum esse necesse est.

ℭCAMPANVS. ℭ Hæc est cõuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus: erũt a & b, supficiales similes. Sit enĩ d ex a in se. eritq; per 18 sep. d ad c: sicut a ad b. Per 16 autẽ octaui/ cũ d & c sint superficiales similes/ eo q; sunt ambo quadrati: erit inter eos vnus numerus medius secundũ cõtinuam proportionem. per 8 itaq; eiusdem erit etiã vnus inter a & b. igitur per 17 eiusdem/ a & b sunt superficiales similes. quod est propositum

ℭPrima pars correlarij patet per præmissam. sunt enĩ õnes tetragoni: supficiales similes. Secũda patet ex hac: cũ sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet/ ex prima ipsius correlarij parte: a destructiõe cõsequẽtis. Quarta vero patet ex eiusdẽ parte secũda: a destructione etiã cõsequẽtis.

a b d c

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2

2 ℭSi bini numeri inuicem sese multiplicantes/ quadratum fecerint: similes plani sunt.

ℭTHEON ex Zamb. ℭBini enĩ numeri a, b, inuicẽ sese multiplicantes: quadratũ efficiãt c. Dico q; ipsi a, b: similes plani sunt numeri. Ipse enĩ a seipsum multiplicans: ipsum d efficiat. d igitur quadratus est. Et quoniã a seipsum qdẽ multiplicãs ipsũ d fecit/ ipsũ autẽ b multiplicãs ipsũ c fecit: est igitur p 17 sep. sicut a ad b, sic d ad c. & qm̃ d quadrat⁹ est/ sed & c: ipsi igit d, c, similes plani sunt. ipsorũ igitur d, c, p 18 octaui/ vnus medius proportionalis est numerus. ipsorũ igitur d, b: p 8 octaui/ vnus medius est proportionalis. Si autẽ binorũ numerorũ vnus medius proportionalis est nũerus: p 18 octa. similes plani sũt nũeri. ipsi igitur a, b, siles plani sũt. qd oportuit demõstrasse.

a b d c

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 SI numerus cubus in seipsum ducatur: qui inde producetur erit cubus.

ℭCAMPANVS. ℭSit a cubus: ex quo in se ducto fiat b. dico b esse cubũ. sit enĩ c latus cubicũ a. ex c vero in se: fiat d. patet itaq; q; ex c in d: fit a. sunt igitur vnitas/ c, d, a: cõtinue proportionales. quod ex 18 septimi & p̃sentibus hypothesib⁹ manifestũ est. & qa est a ad b sicut vnitas ad a, eo q; quoties vnitas est i a toties a in b: erũt inter a & b, duo numeri medij secundũ proportionalitatẽ cõtinuã p 8 octaui. cũ igitur ex hypothesi sit a cub⁹: erit per 21 eiusdẽ/ b quoq; cub⁹. qd oportebat demõstrare.

C. 3.
Z. 3.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 ℭSi cub⁹ nũer⁹ seipsũ multiplicãs aliquẽ fecerit: fact⁹ cub⁹ erit

ℭTHEON ex Zãb. ℭ Cubus enĩ numerus a, seipsum multiplicãs: ipsum efficiat b. Dico q; b cubus est. accipiatur enĩ ipsius a, latus c: & c seipsum multiplicans/ ipsum efficiat d. manifestũ iam est: q; c ipsium d multiplicãs ipsum efficit a. & quoniã c seipsum multiplicans ipsum d fecit; igitur c ipsum d metitur per eas quæ ipso sunt vnitates. Sed & vnitas ipsum c metitur: per eas quæ in ipso sunt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad c: sic c ad d.

vnitas c d a b

Rursus quoniã c ipsũ d multiplicãs ipsum efficit a: igitur ipse d ipsũ a me-
titur ꝑ eas quæ in ipso c sunt vnitates. At vnitas ipsum c metitur ꝑ eas q̃ in
ipso sũt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad c: sic d ad a. Sed sicut vnitas ad
c: sic c ad d. & per 11 quinti/igitur sicut vnitas ad c: sic c ad d & d ad a. Ipsius
igitur vnitatis & a: bini medij sunt continue proportionales numeri c, d.
Rursus quoniam a seipsum multiplicans: ipsum b fecit: igitur a ipsum b
metitur per eas quæ in seipso sunt vnitates. Metitur autẽ & vnitas ipsum
a per eas q̃ in seipso sunt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad a: sic a ad b. Ipsi
us autẽ a & vnitatis: bini medij sũt proportionales nũeri. & ipsorũ igiť a, b:
bini medij ꝓportionales sũt numeri ꝑ ƀ octa. Si autẽ binorũ numerorũ bi-
ni medij ꝓportionales fuerĩt nũeri/primus autẽ cub⁹ fuerit: & quart⁹ cubus
erit per 21 octaui, est autẽ a cub⁹. & b igiť cub⁹ est. qđ ostẽdere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI cubus ĩ aliũ cubũ ducatur: qui inde ꝓduceť erit cub⁹. 4
¶CAMPANVS. ¶Sint a & b cubi: fiatq; c ex a in b. dico c esse
cubũ. fiat eni d ex a in se. eritq; per p̃missã d cub⁹. & q̃a per 18 se-
ptimi est a ad b sicut d ad c: constat ex 23 octaui c esse cubum.
quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

¶Si cubus numerus cubum numerum multiplicans: aliquem 4
C.4 fecerit: factus cubus erit.
Z.4 ¶THEON ex Zambetto. ¶Cubus enim numerus a, cubũ numerũ b mul-
tiplicans: efficiat c. Dico q̃ c cubus est. Ipse nanq; a seipsum multiplicans:
ipsum efficiat d. Igitur d cubus est per præcedentem. Et quoniã a seipsum
multiplicans ipsum d fecit/ipsum autẽ b multiplicans ipsum c fecit: est igi
tur per 17 septimi/sicut a ad b sic d ad c. Et quoniã ipsi a, b, cubi sunt: simi
les solidi sunt ipsi a, b. Ipsorũ igitur a, b, per 19 octaui/bini medij sunt pro-
portionales nũeri. Quare & ꝑ 8 eiusdẽ ipsorũ d, c, bini medij proportiona
les sunt numeri: est autem d cubus. cubus igitur est & c. quod demonstrare
oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

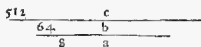
SI numerus cub⁹ in numerũ aliũ ducatur/fueritq; pro- 5
duct⁹ cub⁹: ĩquẽ duct⁹ est/nũerũ cubũ esse necesse est.
¶CORRELARIVM. ¶Vnde & manifestũ est/
quia ex ductu cubi in non cubum: producitur non cubus. Du-
ctoq; cubo in numerum aliquem /si fuerit qui inde producitur
non cubus: in quem ille ductus fuerit/necesse est esse nõ cubum.
¶CAMP. ¶Sit eni ex a cubo in b numerũ: productus c cubus. dico b esse
cubũ. fiat eni d ex a in se: q per antep̃missã erit cub⁹. q̃a igitur est per 18 se-
ptimi/a ad b sicut d ad c, estq; a cubus/sed & d & c cubi: erit per 23 octaui/
C.5. b cubus. quod est propositum. Prima pars correlarij: patet ex hac quinta/a
Z.5. destructione cõsequẽtis. secũda: ꝑ p̃missã/similiter a destructione cõsequẽtis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

¶Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans/ cubum 5
fecerit: & multiplicatus cubus erit.
¶THEO ex Zãb. ¶Cubus eni nũerus a numerũ aliquẽ b multiplicãs: cu-
bũ efficiat c. Dico q̃ b cubus est. Ipse eni a seipsũ multiplicãs: ipsũ d effici-
at. Cub⁹ igiť est ꝑ 3 noni & ipse d. & q̃m a seipsũ multiplicãs ipsũ d fecit/ip
sum autẽ b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 sep. sicut a ad b, sic d
ad c. & q̃m ipsi d, c, cubi sũt: siles solidi sunt. Ipsorũ igitur d, c, per 19 octa
ui bini medij sunt proportionales numeri. Estq; sicut d ad c: sic est a ad b. &
ipsorum igitur a, b, per 8 eiusdẽ/bini medij sunt proportionales numeri.
estq; a cubus. cubus igitur & b. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI ex ductu cuiusdā numeri in seipsū cubus producatur: eum esse cubū necessario comprobatur.



CAMPANVS. Sit vt ex a in se fiat b: sitq; b cubus. dico ergo a esse cubū. Fiat eni c ex a in b: eritq; ex diffinitione/ c cubus. & quoniam cōstat ex 18 septimi q; sit a ad b sicut b ad c: cū sint b & c cubi/ sequitur ex 23 octaui/ a esse cubum. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si nūerus seipsū multiplicās/ cubū fecerit: et ipse cub⁹ erit.

THEON ex Zāb. Numerus eni a seipsum multiplicās: cubū efficiat b. Dico q; a cubus est. Ipse inq; a ipsum b multiplicās: ipsum efficiat c. Qm̄ igitur a seipsum qdē multiplicās ipsū b fecit/ ipsum autē b multiplicās ipsū c fecit: igitur c per 4 noni cubus est. Et qm̄ a seipsū multiplicās ipsum b facit/ ipsum autē b multiplicās ipsum efficit c: sicut igitur p 17 septi. a ad b, sic b ad c. Et quoniā ipsi b, c, cubi sūt: similes solidi sunt. ipsorū igitur b, c, p 19 octaui bini sūt medij pportionales numeri: estq; sicut b ad c sic a ad b. & ipsorū igitur a b bini medij sūt proportionales numeri p eādē. est autē b cubus. cubus igit est & a. qđ ostēdere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI numerus cōpositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

CAMPANVS. Sit a numerus cōpositus/ q ducat in b: & pueniat c. dico c esse numerū solidū. Cū eni a sit cōposu⁹: numeratur ab aliquo numero/ q sit d. nūeretq; eū secūdū e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c: erit ex diffinitiōe solidorū c solid⁹/ eiusq; latera e, d, b. qđ ē propositū.



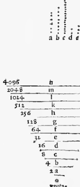
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si compositus numerus numerum aliquem multiplicās/ aliquem fecerit: factus solidus erit.

THEON ex Zāb. Cōpositus inq̄ numerus a, numerū aliquē b multiplicās: ipsū c efficiat. Dico q; solid⁹ est. Qm̄ eni a cōpositus est: eū aliqs numerus metietur p diffinitionē. metiatur eū d. & quoties d ipsū a metitur: tot vnitates sint i e. Igitur e ipsū d multiplicās: ipsū efficit a. Et qm̄ a ipsū b multiplicās ipsū c fecit/ & a ē ex d, e: q igit ex d, e, ipsū b multiplicās: ipsū efficit c. & b igitur eū q ex d, e, multiplicās: ipsū c fecit. Igitur c solidus est: latera autē ipsius/ sūt ipsi d, e, b. quod ostēdere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI fuerit numeri ab vnitate cōtinue proportionales: tertius ab vnitate erit quadratus/ ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate/ cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab vnitate/ est quadratus cubicus: ac deinceps quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.



CAMPANVS. Sint cōtinue proportionales: vnitas/ a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratū: & d, omisso c, & sic alios vno semp obmisso. vnde simpliciter ōnes existentes in locis i paribus: sunt quadrati, vt sunt terti⁹/ qntus & septim⁹. Dico itē c esse cubū: & f, duob⁹ obmissis. & sic i ceteris. Omnisq; simpliciter est cub⁹: cui⁹ ab vnitate locus addit super ternariū vel quēlibet multiplicē ipsius ternarij/ vnitatē. vt sunt quartus/ septim⁹/ decimus/ tertiusdecim⁹ & sextusdecimus. in hoc eni cōueniunt ōnes qui duos trāsmittunt. Itēq; dico f ab vnitate septimū: esse quadratū cubicum. & similiter n: quinq; numeris intermissis. idēq; in ceteris. Simpliciter autē dico/ cuius locus ab vnitate addit super senarium vel quēlibet multiplicē ipsius/ vnitatē/ vt sunt septimus/ tertiusdecimus/

4096	n
2048	m
1024	l
512	k
256	h
128	g
64	f
32	e
16	d
8	c
4	b
2	a
vnitas	

decimusnonus/& vicesimusquintus: illũ esse quadratũ cubicum. quadratum quidẽ: quoniam eius locus impar. cubum autẽ: quoniã super multiplicẽ ternarij addit vnitatẽ. quippe senarij multiplices: cunctos ternarij necesse est esse multiplices. ℭ Quæ autẽ proposita sunt: sic cõstat. Est enĩ ex hypothesi a in b: quoties vnitas in a. itaq; b: ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, sunt cõtinue ꝓportionales: cũ b sit quadratus/ patet ex 17 vel 20 octaui/ d esse quadratum. Eadẽ ratione & f: quia d, e, f, sunt cõtinue proportionales/ & d est quadratus. Idem in cæteris vno intermisso. Cõstat itaq; primũ. ℭ Secundũ sic. Cũ sit b in c quoties a in b ex hypothesi: sequitur a diffinitione vt ex a in b suũ quadratũ fiat c. igitur ex diffinitione cubi: c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cõtinue proportionales/ sed & f, g, h, k, est autẽ c cubus: necesse est per 19 vel 21 octaui vt f quoq; sit cubus/ ideoq; & k. Idemq; in cæteris: duobus transmissis. Quare liquet secũdũ. ℭ Quoniã . urẽ i f septimo/ & in n tertio decimo/ cæterisq; quinq; medios obmittentibus/ simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quẽlibet multiplicem senarij addit vnitatem/ terminantur quadratorũ & cuborũ cõputationes: in his quidem vnius/ in illis autẽ duorũ obmissione: sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte/ & cubicos ex secũda. quare quadrati cubici. Cõstat ergo totũ quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

ℭ Si ab vnitate quilibet numeri ordine proportionales fuerint: tertius ab vnitate quadratus est/ & vnum relinquentes omnes. quartus autẽ cubus: & binos relinquẽtes õnes. septi- 8
mus vero cubus simul & quadratus: & qnq; reliquẽtes oẽs.



ℭ THEON ex Zãberto. ℭ Sint ab vnitate quilibet ordinatim proportionales numeri: a, b, c, d, e, f. Dico ꝙ terti9 quidẽ ab vnitate scilicet b, est quadratus: & vnũ relinquẽtes õnes. quartus autẽ c est cubus: & binos relinquẽtes õnes. septimus vero f, cubus & simul quadratus: & qnq; relĩquẽtes õnes. Quoniã enĩ est sicut vnitas ad a sic a ad b: æque igitur vnitas ipsum a numerũ/ & a ipsũ b metitur ꝑ eas q̃ in ipso a sũt vnitates. & qm̃ a ipsum b metitur ꝑ eas q̃ in ipso a sunt vnitates: igit̃ a seipsum multiplicãs/ ipsũ efficit b. quadratus igitur est b. Et quoniã ipsi b, c, d, ordinatim sũt proportionales/ & b quadratus est: igitur per 22 octaui & d quadratus est. & iã id propterea & f quadratus est. Similiter iã demõstrabimus ꝙ & vnũ relinquẽtes: quadrati sunt õnes. Dico iã ꝙ & quart9 ab vnitate hoc est c, cubus est: & binos relinquẽtes õnes. Quoniã enĩ est sicut vnitas ad a numerũ sic b ad c: ęque igitur vnitas ipsum a numerũ/ & b ipsum c metitur per eas q̃ in ipso a sunt vnitates. & a igitur ipsum b multiplicans: ipsum efficit c. Quoniã igitur a seipsũ quidẽ multiplicãs ipsum efficit b, ipsum autẽ b multiplicãs ipsum c fecit: cubus igitur est ipse c. Et quoniã ipsi c, d, e, f, ordinatĩ sunt proportionales/ ipse autẽ c cubus est: & f igitur ꝑ 22 octaui cubus est. Demõstratum autẽ est: ꝙ f septimus ab vnitate existẽs/ quadratus est. Igitur f cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus ꝙ & quinq; relinquẽtes cubi sunt omnes & quadrati. quod oportuit demonstrasse.

n
m
l
k
h
g
f
e
d
c
c
a
vnitas

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

SI numeris quotlibet ab vnitate cõtinua proportio- 9
nalitate dispositis/ vnitatẽ sequẽs quadratus fuerit: cæteri quoq; õnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem sequitur fuerit cubus: cæteri quoq; omnes erunt cubi.

ℭ CAMPANVS. ℭ Sint qui prius cõtinue proportionales ab vnitate: sitq; a quadratus. dico õnes esse quadratos. Aut sit idẽ cubus. tũc quoq; dico õnes esse cubos. b enĩ constat esse quadratũ per præmissam. quia ergo a ad b sicut b ad c: ex 22 octaui/ sequitur c esse quadratũ. idẽ quoq; ex eiusdẽ 17 vel 20 potes arguere. De sequẽtibus autẽ idẽ eodẽq; modo pro

bebis. q̃re patet primũ. ¶Secundũ autẽ sic. Cũ b fiat ex a in se: si fuerit a cubus/ erit per 3 ipse quoq; cubus. c vero constat esse cubũ per præmissã. itaq; per 23 octaui/ d omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enĩ a ad b, sicut c ad d. Idẽ quoq; arguere potes ex 19 vel 21 eiusdẽ. sũt enĩ a, b, c, d, sed et b, c, d, e, singuliq; quatuor cõtinue sũpti: cõtinue ꝓportionales.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 ¶Si ab vnitate quilibet numeri consequẽter proportionales fuerint / qui vero post vnitatem quadratus fuerit: & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post vnitatem cubus fuerit: & reliqui omnes cubi erunt.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate consequenter proportionales: quilibet nũeri a, b, c, d, e, f. qui vero post vnitatẽ: a sit quadratus. Dico ꝙ & reliqui omnes quadrati erũt. Qz quidẽ tertius ab vnitate/ b sit quadratus & vnũ relinquentes õnes: patet ex precedẽti. Dico ꝙ & reliqui õnes quadrati sunt. Nã quoniã ipsi a, b, c, ordinati sũt proportionales/ & a est quadrat⁹: igitur ꝑ 22 octaui/ & c est quadrat⁹. Rursus quoniã ipsi b, c, d, ordine sunt proportionales/ & b est quadratus: & d igitur ꝑ 22 octaui est quadratus. Similiter iam ostẽdemus ꝙ & reliqui omnes quadrati sunt. ¶Sed iã esto a cubus. Dico ꝙ reliqui õnes cubi sũt. Qz quidẽ quartus ab vnitate hoc est c cubus est/ & binos relinquẽtes õnes: ex precedenti patet. Dico iã ꝙ & reliqui õnes cubi sunt. Quoniã enim est sicut vnitas ad a sic a ad b: æque igitur vnitas ipsum a numerum metitur/ & a ipsum b metitur. Vnitas autẽ: ipsum a metitur per eas quæ in ipso sũt vnitates. & a igitur ipsum b metitur per eas q̃ in ipso sunt vnitates. Igitur a seipsum multiplicãs: ipsum b fecit. Est autẽ & a cubus. Si autẽ cub⁹ numerus seipsum multiplicãs fecerit aliquẽ: factus/ cubus est per 3 noni. & b igitũ cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sũt ipsi a, b, c, d, & a cubus est: & d igitur ꝑ 23 octaui cubus est. Iã id ꝓpter ea & e cubus est: & similiter reliqui õnes sũt. Qđ oportuit demõstrasse.

Quadrati		Cubi
531441	f	732969
59049	e	531441
6561	d	59049
729	c	6561
81	b	729
9	a	81
	vnitas

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

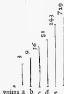
10 SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis/ vnitatẽ sequẽs nõ quadratus fuerit: nõ erit aliorũ q̃sq̃ quadratus / exceptis ab vnitate tertio et ijs qui deinceps vno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus/ exceptis ab vnitate quarto & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

¶CAMPANVS. ¶Hæc ex opposito subiecti præmissæ: infert partẽ oppositi passionis. Dico autẽ partẽ: quoniã ex 8 cõstat õnes ĩ locis ipartib⁹ cõstitutos esse quadratos. õnesq; quorũ locus super ternariũ vel quẽlibet ipsius multiplicem addit vnitatẽ: esse cubos. Sint itaq; qui prius ab vnitate continue proportionales. non sit autem a quadratus: sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum: nisi quos octaua proponit. Si enĩ quis alius ponatur quadratus: sequitur per 22 octaui/ a esse quadratum. Qz si cubus: sequitur per 23 eiusdem/ a esse cubum. quorum vtrumq;: contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 ¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerit. qui vero post vnitatẽ non fuerit quadratus: neq; alius vllus quadratus erit / exceptis tertio ab vnitate & vnum relinquentibus omnibus. & si qui post vnitatem cubus nõ fue-

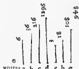
ritneqꝫ alius vllus cubus erit exceptis quarto ab vnitate & binos relinquentibus omnibus.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate ordinatim proportionales quilibet numeri a,b,c,d,e,f: qui vero post vnitatem a nõ sit quadratus. Dico ꝙ neqꝫ alius vllus quadratus erit exceptis tertio ab vnitate & vnũ relinquẽtibus omnibus. Si enim possibile: esto c quadratus. est autem & b: quadratus. ipsi igitur b,c, adinuicem rationẽ habẽt quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Estqꝫ sicut b ad c: sic a ad b. ipsi igitur a,b, adinuicem rationem habent: quã quadratus numerus ad quadratum numerum. quare per 26 octaui: ipsi a,b, similes plani sunt. & quadratus est b. igitur a est quadratus. qđ nõ suppositũ est. Igiť c nõ est quadratus. neqꝫ vllus alius eadẽratione: exceptis ab vnitate tertio & vnũ relinquẽtibus omnibus. ¶Sed iã a nõ sit cubus. Dico ꝙ neqꝫ alius vllus cubus: erit exceptos ab vnitate quarto & binos reliquẽtibus omnibus. Si enĩ est possibile: sit d cubus. Est autem & c cubus per 8 noni. quartus enim ab vnitate. Estqꝫ sicut c ad d: sic b ad c. igitur b ad c rationẽ habet quã cubus numerus ad cubum numerũ. quare ꝑ 27 octaui ipsi b,c, similes solidi sũt. & cubus est c. igiť b cubus est. Estqꝫ sicut vnitas ad a sic a ad b. At vnitas metitur ipsũ a per eas quæ in ipso sũt vnitates. Igitur a seipsũ multiplicãs cubũ efficit. Si vero numerus seipsũ multiplicãs/ cubũ fecerit: & ipse cubus erit per 6 noni. Cubus igitur est & a. quod suppositũ nõ est. Igitur d cubus nõ est. Similiter iã ostẽdemus ꝙ neqꝫ alius vllus cubus est: præter quartũ ab vnitate & binos reliquẽtes omnes. quod ostẽdendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

SI numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus vltimũ numeret: eum quoqꝫ qui vnitaem sequitur numerare necesse est. 11



¶CAMPANVS. ¶Sint vsqꝫ ad d cõtinue proportionales ab vnitate. sitqꝫ e numerus primus; de quo ponatur / ipsum numerare d. dico ꝙ idẽ numerabit a. Nam si nõ: erit ad ipsum primus per 32 septimi. & quia ex a in se fit b: sequitur ex 26 eiusdẽ vt ipse quoqꝫ sit primus ad b. sed & ad c & ad d sequitur ipsum esse primũ per 25 eiusdem: eo ꝙ ex a in b fit c, & ex eodem in c,d. non ergo numerat d: cum sit primus ad ipsum. quare accidit cõtrariũ hypothesi. ¶Idẽ aliter. ¶Cũ sit e prim⁹: si nõ numerat a, primus erit ad ipsum per 32 sep. itaqꝫ per 32 eiusdẽ erũt minimi in sua proportione. quia autẽ e ex hypothesi numerat d: sit vt secundũ f. constat vero ꝙ ex a in c: fiat d. ergo per secundã partẽ 30 septimi/ erit a ad e: sicut f ad c. quare per 21 eiusdem e numerabit c, & sit vt secũdũ g. & quia ex a in b fit c: sequitur quoqꝫ per easdem & eodem modo vt e numeret b. esto ergo ꝙ secundum h. & quoniam rursus ex a in se fit b: necesse est iterum per easdem vt e numeret a: sed positum erat non numerare. ergo accidit impossibile.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

IN numeris ab vnitate continue proportionalibus/ minor maiorem numerat: secũdum aliquem in illa proportionalitate dispositum. 12



¶CAMPANVS. ¶Sint ab vnitate vsqꝫ ad f continue proportionales. dico nullũ ipsorũ numerare f: nisi secundum aliquem aliorũ. Cõstat enĩ ꝙ e numerat ipsum f secũdũ a. est enĩ e ad f: vt vnitas ad a. Sed & d numerat eundẽ f secundũ b. est nanqꝫ per æquã proportionalitatẽ d ad f: vt vnitas ad b. De c quoqꝫ patet eodẽ modo ꝙ secũdũ seipsum numeret eũ. Econuerso quoqꝫ a numerat eũ secundum e: eo ꝙ sicut vnitas ad e ita a ad f. b vero secundũ d: est eni vt vnitas ad d, ita b ad f. verũ igitur est qđ proponitur. Quippe quotus quisqꝫ qui proponitur vltimum numerare/

fuerit sub vltimo secũdũ totum supra vnitatem: numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

¶Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones: duabus præcedẽtibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 11.

11 ¶Si ab vnitate quilibet numeri cõtinue proportionales fuerint: minor maiorem metitur per aliquem præexistentem in proportionalibus numeris.

¶THEON ex Zãb. ¶Sint ab vnitate a: quilibet numeri cõtinue proportionales b, c, d, e. Dico ꝙ ipsorũ b, c, d, e, minor/b: ipsum e maiorẽ metitur per aliquem ipsorum c, d. Quoniam enim est sicut a vnitas ad b sic d ad e: æque igitur a vnitas ipsum b numerum metitur & d ipsum e. vicissim igitur per 15 sep. æque a vnitas ipsum d metitur: & b ipsum e. At a vnitas ipsum d metitur: per eas quę in ipso sunt vnitates. & b igitur ipsum e metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Quare minor b ipsum e maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris. quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12

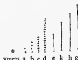
12 ¶Si ab vnitate quilibet numeri cõtinue proportionales fuerint: quot primorum numerorum vltimum metiũtur/ tot & eum qui apud vnitatem est metientur.

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint ab vnitate quilibet continue proportionales numeri a, b, c, d. Dico ꝙ quot primorũ numerorũ ipsum d metiũtur: tot quoq; & ipsum a metiẽtur. metiatur enĩ ipsum d numerus aliquis primus e. Dico ꝙ e ipsum a metitur. non enĩ metiatur e ipsum a, est autem e primus/ õnis autẽ numerus ad omnẽ numerũ quem non metitur primus est per 31 septimi: ipsi igitur a, e, primi sunt adinuicẽ. Et quoniã e ipsum d metitur: metiatur ipsum per f. Igitur e ipsum f multiplicans: ipsum efficit d. Rursus quoniam a ipsum d metitur per eas quæ in ipso c sũt vnitates: igitur a ipsum c multiplicãs/ ipsum d efficit. Sed & e ipsum f multiplicãs: ipsum d efficit. igitur qui ex a, c: ei qui ex e, f, est æqualis. Est igitur sicut a ad e: sic est f ad c. At ipsi a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autẽ metiũtur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi/ antecedens antecedentẽ & sequens sequentẽ. metitur igitur e ipsum c. metiatur ipsum per g. Igitur e ipsum g multiplicans: ipsum efficit c. Sed per præcedentẽ & a ipsum b multiplicãs: ipsum efficit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex e, g, est æqualis. Est igitur sicut a ad e: sic g ad c. Ipsi autẽ a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autẽ numeri: per 21 septimi/ metiuntur eandem rationẽ habentes eis ęqualiter/ antecedẽs antecedẽtẽ/ & sequens sequentẽ. metitur igitur e: b. metiatur ipsum per h. igitur e ipsum h multiplicans: ipsum b efficit. Sed & a seipsum multiplicans: ipsum efficit b. qui igitur ex e, h. ei qui ex a est æqualis: est igitur sicut e ad a sic a ad h. At ipsi a, e: primi. primi autẽ & minimi. minimi vero: p 21 septimi/ metiũtur eãdẽ eis rationẽ habẽtes æqualiter/ antecedẽs añcedẽtẽ & sequẽs sequẽtẽ. Igitur e ipsum a metitur. Ipsi igitur a, e: nõ sũt adinuicem primi. Cõpositi igitur. At compositos numeros: aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur a, e: sub alicuius numeri primi dimẽsionẽ cadũt. & quoniã e primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mẽsurã nõ, cadit per diffinitionẽ q̃ sub suipsius: igitur e ipsos a, e, metitur. quare e ipsum a metitur. Suppositũ autẽ est etiã ꝙ non metitur. quod absurdũ est. Igitur e ipsũ a metitur. metitur autẽ & d. Igitur e ipsos a, d, metitur. similiter iã demõstrabimus ꝙ quot numeri primi ipsum d metiuntur: tot & ipsum a metientur. quod ostendere oportuit.

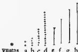
Eucli. ex Camp. Propositio 13.



Votlibet numeris ab vnitate continue proportionalibus/ si qui vnitatẽ sequitur fuerit numerus primus: maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis/nullus numerabit. 13



¶CAMPANVS. ¶Sint vt prius vsq; ad d, cõtinue proportionales ab vnitate: sitq; a numerus primus. Dico ꝙ nullus numerabit vltimum/nec simpliciter aliquem eorum: nisi aliquis eorum qui antecedit vltimum/ vel eum qui ponitur numerari. Sit eni (si possibile est) e diuersus ab eis: qui numeret d. qui si fuerit primus: per 11 numerabit a. non igitur est a primus. quod est cõtra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus: necesse est per 30 septimi: vt aliquis primus numeret eum: qui non erit nisi a. Nam si est alius ab a vt f: cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiam eundẽ numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus: numerans e. Quoniam autem e numerat d: sit vt secundum g. eritq; per secundã partẽ 20 septimi/a ad e: sicut g ad c. fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e: & g numerabit c. sitq; vt secundũ h. sequiturq; vt a numeret g: sicut sequebatur vt numeraret e. alioqui si g quidẽ est primus: cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compositus: per eandem sequitur numerum primum numerantem g, numerare a. quod est inconueniẽs. Itaq; a numerat eũ. Sequitur ergo per 2 partẽ 20 septimi vt h numeret quoq; b: eo ꝙ tã ex a in b ꝗ ex g in h constat produci c. numeret h itaq; ipsum: secũdum k. Constat autẽ (vt prius de g) ꝙ a numeret h. Nam si non: non erit a primus. itaq; per secundam partem 20 septimi/ sequitur vt k numeret a. fit enim tam ex a in se ꝗ ex h in k: b. Manifestum est autem k non esse a. nullus enim numerorum g, h, k, est aliquis ex a, b, c, d. si enim g esset aliquis ex eis: cum ipse numeret d secundum e, esset per præmissam / e quoq; aliquis ex eis. sed non erat. igitur g. Similiter cum h numeret c secundum g: non erit h aliquis ex a, b, c. nam esset per præmissam & g. ostensum est autem ꝙ non. nec igitur h. Eadem ratione nec k. cum enim ipse numeret b secundum h, si ipse esset a: conuinceretur per præmissam/h quoq; esse a. At non erat. nec igitur k erit a. Numerat autem ipsum. non est itaq; a primus. quod est impossibile.



¶ALITER idem. ¶Si e diuersus ab a, b, c, d, numerat d: sit vt secundum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f: sequitur ex 33 septimi/ꝙ ipse numeret e vel f. numeret ergo e. quia igitur tam ex a in c ꝗ est e in f fit d: erit per secundã partem 20 septimi/a ad e sicut f ad c. numerat itaq; f: c. sit vt secundum g. eritq; per 33 septimi: vt a quoq; numeret f vel g. sitq; vt f. Sequiturq; per secundam partem 20 eiusdem vt g numeret b: sitq; vt secundum h. Vt prius igitur/a numerabit g vel h: & sit vt numeret g. h ergo per secundam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a: non erit a primus. Quod est contra hypothesin. Si autem equalis: erit vnusquisq; numerorũ g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e diuersus ab eis. quod est etiam contra hypothesin. Itaq; constat verum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

¶Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerint/qui vero post vnitatem/primus fuerit: maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris. 13

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint ab vnitate quilibet numeri continue proportionales: a, b, c, d. qui vero post vnitatẽ: sit primus/hoc est a. Dico ꝙ maximum eorũ d nullus alius metietur: præter ipsos a, b, c. Si eni

possibile: metiatur ipsum/e. & e nulli ipsorum a, b, c, d sit idem. manifestum ꝙ e primus non est. Si enim e primus est/& ipsum d metitur: & ipsum a metietur primum existentem/eidem non idem existens. quod est impossibile. Igitur e primus nõ est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus: sub alicuius primi mensuram cadit. Dico ꝙ eum nullus alius metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipsum e metitur/ & e ipsum d metitur: & ipse igitur ipsum d metietur. quare & ipsum a metietur primum existẽtem: cum ei non sit idem. quod est impossibile. Igitur a ipsum e metitur. Et quoniam e ipsum d metitur: metiatur ipsum per f. Dico ꝙ f nulli ipsorum a, b, c, est idem. Sit nanq; si possibile est: alicui ipsorũ idem. Cum f metiatur ipsum d per e, sed vnus ipsorum a, b, c, ipsum d metitur per aliquem ipsorum a, b, c: igitur e vni ipsorum a, b, c, est idem. quod non supponitur. Igitur f vni ipsorum a, b, c, non est idem. Similiter iam ostendemus ꝙ a ipsum f metitur: ostendẽtes rursus ꝙ f nõ est primus. Si enim est primus/& ipsum metitur d: et ipsum a metitur primum existentem non existens ei idem. quod est impossibile. Igitur f non est primus. Cõpositus igitur: & perinde eum aliquis primus numerus metietur. Dico ꝙ eum nullus alius primus metietur præter a. Si enim aliquis alius primus ipsum f metitur/at f ipsum d metitur: & ille igitur ipsum d metietur. quare & ipsum a metietur primum existentem: cum ei non sit idem. quod est impossibile. Igitur a ipsum f metitur. Et quoniam e ipsum d metitur per f: ipse igitur e ipsum f multiplicãs/ipsum efficit d. Sed & a ipsum c multiplicans: ipsum d fecit. qui igitur ex a, c: ei qui ex e, f, est ęqualis. proportionalis igitur est sicut a ad e: sic f ad c. At a ipsum e metitur. & f igitur ipsum c metitur. metiatur ipsum per g. similiter ostendemus ꝙ ipse g nulli ipsorum a, b, est idem: & ꝙ eum metitur ipse a. Et quoniã f ipsum c metitur per g: igitur g ipsum f multiplicans ipsum fecit c. sed & a ipsum b multiplicans: ipsum fecit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex f, g, est æqualis. proportionalis igitur est sicut a ad f: sic g ad b. metitur autẽ a ipsum f. metitur igitur et g ipsum b. metiatur ipsum per h. Similiter iam ostendemus ꝙ h ipsi a non est idem. & quoniam g ipsum b metitur per eas quæ in h sunt vnitates: igitur g ipsum h multiplicans ipsum efficit b. Sed & a seipsum multiplicãs: ipsum b fecit. Qui ex h, g, igitur: ei qui ex a quadrato est æqualis. Est igitur sicut h ad a: sic a ad g. metitur autẽ a ipsum g. metitur igitur & h ipsum a primum existentem: non existens ei idem. quod absurdum est. Igitur ipsum d maximum alter numerus non metietur præter ipsos a, b, c. quod oportuit ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI propositus fuerit numerus/minimus quẽ numerant primi assignati: nõ numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d. Dico ꝙ alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem: sit e primus numerans eum secundum f. quia ergo quilibet numerorum b, c, d, numerat a productũ ex e in f, est autem quilibet eorum primus: sequitur ex 33 septimi/vt quilibet eorum numeret e vel f. sed e nullus numerat cum sit primus. quilibet ergo eorum numerat f. cũ itaq; sit f minor a, vtpote qui numerat eum secũdum e: non erit a minimus numeratus ab illis. quod est inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

14 Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint: nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Minimus inquam quem ipsi b,c,d, primi metiuntur: sit a. Dico ꝙ ipsum a nullus alius primus numerus metietur: præter b,c,d. si enim possibile: metiatur eum primus numerus e. & e nulli ipsorum b,c,d, esto idem. Et quoniam e ipsum a metitur: ipsum metiatur per f. ipse igitur e ipsum f multiplicās: ipsum efficit a. Et a: primi numeri b,c,d, metiuntur. si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem/ factum vero ex eis metiatur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in pricipio/ metietur per 32 septimi. ipsi igitur b,c,d, vnum ipsorū e,f, metientur: Ipsum autem e non metietur. nam e primus est: & nulli ipsorū b,c,d, est idem. ipsum igitur f metiuntur minorē existentem ipso a. quod est impossibile. Nam a supponitur minimus quem ipsi b,c,d, metiuntur. Ipsum igitur a: numerus primus non metietur præter b,c,d. quod oportuit demonstrare.

¶Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio: nullam in Zamberto respondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

SI quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: quicunq; aliquem illorum numerat/ alteri terminorum illius proportionis erit cōmensurabilis. 15

¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,d,e, cōtinue proportionales & minimi secundum proportionē f ad g qui sint in sua proportione minimi: & ponatur h numerare c. Dico ꝙ h est cōmensurabilis f vel g. sumātur eni in eadem proportione quatuor minimi qui sunt k,l,m,n. cōstat autem ex 2 octaui/ ꝙ ex f in m fit c. alioqui contingeret esse minus minimo. quod esse non potest. Itaq; per correlarium 33 septimi/ erit h cōmensurabilis f vel m. ꝙ si f: constat propositum. si autē m: sumantur in eadē proportione tres minimi qui sint p,q,r. eritq; ex 2 octaui/ vt m fiat ex f in r. ne minus minimo aliquid esse cogamur cōcedere. quare per prædictū correlarium h est cōmensurabilis f vel r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum. cōmensurabilis igitur est r. qui cum ex 2 octaui/ fiat ex g in se: sequitur ex dicto correlario vt h sit cōmēsurabilis g. quod est propositū.

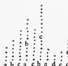
Eucli. ex Camp. Propositio 16.

SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi: quilibet eorū ad cōpositū ex reliquis primus esse necessario cōprobat. 16

¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c,d, continue proportionales & minimi. dico compositum ex a,b,c: primum esse ad d. Si enim non: aliquis numerus qui sit e, compositū ex a,b,c, numerabit & d. per premissam igitur erit e: cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g. erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f,g: qui sit h. quia ergo h numerat e: numerabit d, & compositū ex a,b,c. & quia numerat f vel g quorum vterq; numerat vtrunq; mediorum/ & simpliciter omnes si plures duobus sint: ex 2 octaui sequitur vt ipse numeret b & c. ergo & a: quia numerat totum a,b,c. non sunt igitur a & d cōtra se primi. quod est inconuenientēs per 3 octaui. ¶Similiter quoq; constabit: compositum ex a,b,d, primū esse ad c. Si enim vt prius e numerat ambos: sequitur per præmissam vt aliquis numerus qui etiā sit h, numeret e & alterum duorum f,g. itaq; h numerat c: & totum a,b,d. sed & b: cū vtraq; radicum numeret omnes medios. igitur & compositum ex a & d. Et quia necessario numerat alterum duorum a,d: cum numeret alterum duorum f,g, numerabit & reliquum. Non sunt igitur a & d contra se primi. & ita idem vt prius.

¶CAMPANI additiones. ¶Demonstrant autem idem aliter de tribus

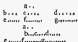
continue proportionalibus & minimis sine ãminiculo præmissæ. probãt enim ex quibusq; duobus cõpositũ primũ esse ad reliquũ. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a,b,c: quorum termini d & e. dico tunc compositũ ex a & b: primũ esse ad c. & cõpositũ ex b & c: ad a. itẽq; ex a & c: ad b. Manifestũ enim est ex 2 octaui: q ex d in se/fit a: & in e, fit b, & ex e in se: c. & ex 22 septimi/ q d & e sunt cõtra se primi. Itaq; ex prima parte 29 eiusdem: erit totus d e primus ad vtrũq; eorũ. quia igitur vterq; numerorũ d & d e primus est ad e: erit per 25 eiusdem qui ex d in d e producit(et ipse est cõpositus ex a & b) primus ad e. sequitur ergo per 26 eiusdẽ vt etiã compositus ex a & b sit primus ad c. fit eni c ex e in se. simili quoq; demonstratione probabis cõpositum ex b & c primũ esse ad a. ℭAt vero compositũ ex a & c, primũ esse ad b: sic habeto. Cum sit enim vterq; duorũ d & e primus ad totum d e: erit per 25 septimi/ q ex d in e producitur(& ipse est b) primus ad d e. itaq; per 26 eiusdem qui ex d e in se prouenit(& ipse est qui cõponitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b. sequitur ergo compositũ ex a & c primum esse ad b. necesse enim est vt ex duobus cõpositus cũ primus fuerit ad vnũ eorũ ex quibus componitur: sit primus ad reliquũ. demonstratum autẽ est hoc supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstrationis compositũ ex a & b produci ex d in cõpositũ ex d & e: supposito q ex d in se fit a & ex eodem in e, b, itẽq; q ex d e in se producatur compositũ ex a & c & duplo b, supposito eo quod prius / & q ex e in se fit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonstranda.





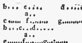
1 ℭQuod fit ex ductu vnius numeri in quotlibet: tantum est quantum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

ℭIdem proponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex a in b & in c & in d: prouenìant e & f & g. Dico q ex a in compositum ex b & c & d: prouenit compositũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius quod multiplicatur/ vt tota pars sit b, e, tota c, f, sed & d tota g: quota est vnitas a. per 5 itaq; septimi/ tota quoq; pars erit compositus ex b & c & d, cõpositi ex e & f & g: quota est vnitas a. ergo per diffinitionem ex a in compositum ex b & c & d: fit compositus ex e & f & g. quod est propositum.



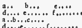
2 ℭQuod fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum: æquũ est ei quod fit ex composito eorum in eundem.

ℭHoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c & d in a, fiant e & f & g: fiet quoq; compositus ex his ex illorũ composito in eundem. quod ex 17 septimi/ & præmonstrato facile concluditur.



3 ℭQuod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: æquum est ei quod fit ex composito horum in compositum illorum.

ℭVt si a, b, c, multiplicẽt d, e, f, quilibet quemlibet/ iunganturq; producta: dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est eni per præmissam quod fit ex composito ex a, b, c, in d: quantum quod ex singulis in illum d. sic & in e & in f. ex composito autem horum a, b, c, in quẽlibet illorum d, e, f: per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum. itaq; constat propositum.



4 ℭNumero in quotlibet partes diuiso / tantum est quod fit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.



ℭIdem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c & d: dico q tantum fit ex a in se: quantum in omnes illos b, c, d. posito enim e æquali a: constat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a quantum in omnes partes a. sed per conceptionẽ ex e in a fit quantum ex a in se. & ex e in partes a: quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est: verum esse quod dicitur.

Numero in duo diuiso/quod fit ex toto in alterum diuidẽ 5
tium:tantum est quantũ quod ex eodem in se & in alterũ.

a
b.....c...
d...

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c. dico tantum fieri ex a in c: quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c: est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sũpto itaq; d æquali c: erit a in c, quantum d in a. At per primam harum/ d in a: est quãtum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d: constat propositum.

Numero in duo diuiso / quod ex ductu totius in se: est 6
quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.

a
b......c...

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c: dico tantum fieri ex a in se/quantum ex b in se & c in se & ex b bis in c. Est enim per 4 harũ/quod ex a in se: quantum quod ex eo in b & in c. ex eo autem in b: per præmissam est quantum ex b in se & in c. at ex a in c: per eandem est quãtum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est quantum ex b in c per 17 septimi: liquet verum esse quod proponitur.

Numero per duo æqualia duoq; inæqualia diuiso/quod 7
fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij ęquum est quadrato medietatis totius

a......c...d...b

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur i duos numeros æquales qui sint a c & c b, itemq; in duos inæquales quorum sit maior a d & minor d b: dico ꝙ illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim/ quadratũ c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei ꝙ fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit: quantum in c b per primam harum/ & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in se & in c d bis: quantum ex ipso b d in a d. per eandem igitur/quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadratu c d. constat ergo propositum.

Cum fuerit numerus in duo ęqualia diuisus/eiq; alius nu 8
merus adiunctus: quod fit ex ductu totius cõpositi in adiunctum cum quadrato medietatis/ æquum est quadrato cõpositi ex dimidio & adiuncto.

a....c....b.....d

Idẽ proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos ęquales numeros qui sint a c & c b: addaturq; ei numerus b d. dico illud ꝙd fit ex toto a d i d b, cũ quadrato b c esse æquale quadrato c d. Est em ex 6 harũ/quadratũ c d ęquale quadrato d b & quadrato b c & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum/ex b d in se & in b c bis: est quantum ex b d in d a. sunt enim a c & c b: æquales. Itaq; quadratũ c d superat id quod fit ex b d in d a: in quadrato c b. quod est propositum.

Cum numerus in duo diuiditur: quod fit ex toto in se cũ 9
eo quod ex altero diuidentiũ in se/est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

a
b......d....

Idem proponit 7 secũdi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b et d. dico quadratum a cum quadrato d: tantum esse quantum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Cõstat quidem ex 6 harum ꝙ quadratum a tãtum est: quãtum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d: tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cũ quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b: fit quãtum ex d bis in a/ per primam harũ. ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b: est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

10 ℭ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; additus ęqualis vni diuidentium: quadratum totius compositi ęquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

ℭ Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b: cui addatur b d qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse: quantum est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namq; ex 6 harum/quadratum a d: æquũ quadrato a b & quadrato b d, & et quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratũ b d est æquale quadrato c b: erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem/ est quadratum a b cum quadrato c b: quãtum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tãtũ fit quãtum in b d: constat verum esse quod propositum est.

a . . . c . . . . b . . . . d

11 ℭ Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuisus: quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

ℭ Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b: & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico q; quadrata duorũ numerorum a d & d b pariter accepta: sunt duplum duobus quadratis duorum numerorũ a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum/quadratum a d: quãtum quadratũ a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autẽ a c est ęqualis c b: erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d: sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplũ eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autẽ eius quod fit ex b c in c d cũ quadrato b d: est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales: patet propositum.

a . . . . . . c . . . d . . . b

12 ℭ Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus/ aliusq; adiunctus: quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.

ℭ Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b: sitq; sibi adiunctus numerus b d, dico quadratũ a d cum quadrato b d: duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cũ sit enim numerus c d in duo diuisus / sibiq; sit a c additus æqualis vni diuidentium: erit per 10 harum/quadratum a d quãtum quod fit ex c d in c a quater/ cum quadrato b d. Quia vero a c est æqualis c b: erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater / cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato d b: erit quantum quod fit ex d c in c b quater cũ duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum/ duplũ est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c: constat propositum.

a . . . . c . . . . b . . . d

13 ℭ Numerum aliquem ita diuidere/ vt quod sub toto & vna eius portione continetur æquum sit quadrato alterius: est impossibile.

ℭ Quod 11 secundi proponit faciendũ in lineis: demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus: a b. Dico ĩpossibile esse ipsum sic diuidi: vt proponitur. sic enim diuideretur secundũ proportio-

a . . . . . . c . . . . e . . d . . b

tionem habentem medium & duo extrema/ vt patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest: diuidatur in c. sitq; a b ad b c: sicut b c ad c a. erit itaq; a c minor c b. detrahatur igitur ab eo æqlis sibi q sit c d. q igitur est proportio toti⁹ a b ad totum b c sicut b c detracti ab a b ad c d detractū ab b c: erit eadē a c residui a b ad b d residuū b c, q̄re b c ad c d sicut c d ad d b, erit igitur c d: maior d b. Detracto itaq; d e de c d vt sit d e æqualis d b: erit etiam proportio b c ad c d, sicut c d ad d e. quare sic d b residui c b: ad c e residuum c d. potest igitur c e detrahi ab c d. non erit itaq; finis istius detractionis. quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

¶ Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi eandem eis habentium rationem: bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt. 15

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres numeri continue proportionales minimi eandem eis habētium rationem: a, b, c. Dico q ipsorum a, b, c, bini quilibet compositi: ad reliquū primi sunt. scilicet a b ad c, & b c ad a, & a c ad b. Assumantur per 35 septimi/ bini minimi numeri eandem ipsis a, b, c, habentium rationem; sintq; d e, e f. manifestum iam est q d e seipsum multiplicans/ ipsum efficit a: & ipsum e, f, multiplicās/ ipsum b fecit. & insuper e f seipsum multiplicans: ipsum efficit c. Et quoniam ipsi d e, e f, minimi sunt: primi adinuicem sunt per 24 septimi. Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint: & vterq; ad vtrunq; primus est/ per 30 septimi. Igitur d f: ad vtrunq; ipsorū d e, e f, primus est. Sed & d e ad e f primus est. Ipsi igitur d f, d e: ad ipsum e f primi sunt. & qui ex d f, d e, igitur: ad e f per 26 septimi/ primus est. Si vero bini numeri primi fuerit adinuicē; q ex vno eorū gignitur ad reliquū prim⁹ est per 27 septimi. quare qui ex d f, d e: ad eum qui est ex e f, primus est. Sed qui ex f d, d e: est q ex d e vna cū eo q ex d e, e f, p 3 secūdi. Qui igitur ex d e vna cū eo qui ex d e, e f: ad cū q̄ ex e f primus est. Est autē qui ex d e: ipse a. qui vero sub d e, e f: ipse b. qui autē ex e f: est c. Ipsi a, b, igitur compositi: ad c primi sunt. Similiter ostendemus q ipsi b, c, ad a primi. ¶ Dico iam q ipsi a, c: ad b primi sunt. nam quoniam d f ad vtrūq; ipsorum d e, e f, primus est: & qui ergo ex d f, ad eū qui sub d e, e f, primus est. Sed ei qui ex d f: æquales sunt qui ex d e, e f, vna cum eo qui bis est sub d e, e f. Et qui ex d e, e f, igitur vna cū iis qui bis sub d e, e f: ad eum qui sub d e, e f, primi sunt. Diuidendo quoq;/ qui ex d e, e f, vna cum eo qui sub d e, e f: primi sunt ad eum qui sub d e, e f. Insuper diuidendo/ qui ex d e, d f: ad eum qui sub d e, e f, primi sunt. Est autem qui ex d e: ipse a. qui ex e f: ipse c. qui vero sub d e, e f: ipse b. Ipsi ergo a, c, compositi: ad b primi sunt. quod ostendere oportuit.

Si enim q̄ ex d e vna cū eo q̄ ex e f, & qui sub d e, e f, nō essent primi: cū eos dimēsio metiatur cōpositū/ nō erūt q̄ ex d e, e f, vna cū eo q̄ sub d e, e f, et q̄ sub d e, e f primi. At iterū cū eos dimēsio metiatur & cōpositū: nō erūt q̄ ex d e, e f, vna cū eo qui sub d e, e f bis, et qui sub d e, e f adinuicem primi, cuius cōtrarium est ostensum.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

SI fuerint duo numeri contra se primi: quantus est primus eorum ad secundum/ tantum esse secundum ad tertium quenq̄ impossibile est. 17

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra se primi. dico impossibile esse: aliquem eis in cōtinua proportionalitate adiungi. Si enim potest: sit c. quia igitur a ad b sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi: sequitur per 21 eiusdem/ vt a numeret b. qui cum etiam numeret se: non erunt a & b contra se primi. quod est contrarium positioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

¶ Si bini numeri primi adinuicem fuerint: non erit sicut primus ad secundum sic secundus ad aliquem alium. 16

¶THEON ex Zāberto. ¶Bini ītq̄ numeri a,b: primi sint adinuicē. Dicoq̄ non est sicut a ad b: sic b ad aliquē alium. Si enim possibile: sit sicut a ad b, sic b ad c. Ipsi autem a,b: primi sunt. primi autem: & minimi per 23 septimi. minimi vero: metiuntur eandem rationē habentes æqualiter per 21 septimi/antecedens antecedentem & sequens sequentem. metitur igitur a ipsum b: antecedēs antecedentē. metitur autem & seipsum. igitur a: ipsos a,b, metitur primos adinuicem existentes. quod est absurdum. non est igitur sicut a ad b: sic b ad c. quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 Si quotlibet numerorum continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi: quantus est primus ad secundum / tantum esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

¶CAMPANVS. ¶Sint a,b,c, cōtinue proportionales. sintq̄ a & c cōtra se primi. dico q̄ in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si eni potest: sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c, sicut b ad d. sūt autē a & c: in sua proportione minimi/ per 23 septimi. itaq̄ per 21 eiusdē a numerat b. quare etiā numerat c. numerorum enī continue proportionalium/ si primus numerat secundum: ipse numerat omnes/ & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem. at quia etiā numerat se: non erunt a & c contra se primi. quod est incōueniēs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

17 ¶Si fuerint quilibet numeri cōtinue proportionales / ipsorū autem extremi primi adinuicē fuerint: non erit sicut primus ad secundum/ sic vltimus ad aliquem alium.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quilibet numeri cōtinue proportionales: a,b,c,d. ipsorum autē extremi/ sint primi adinuicem. Dico q̄ nō est sicut a ad b, sic d ad aliquem alium. Si enim possibile: esto sicut a ad b sic d ad e. vicissim igitur per 13 septimi est sicut a ad d, sic b ad e. Ipsi autem a, d, primi sunt, primi autē: & minimi. minimi vero numeri: metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi/ antecedens antecedentem/ & sequens sequentē. metitur igitur a ipsum b. estq̄ sicut a ad b: sic b ad c. & b igitur ipsum c metitur. quare & a ipsū c metitur. & quoniam est sicut b ad c sic c ad d, metitur autem b ipsum c: metitur igitur & c ipsum d. Sed a ipsum c metitur. quare & a ipsum d metitur. metitur autē & seipsum. Igitur a: ipsos a, d, metitur primos inuicem existentes. quod est impossibile. Nō est igitur sicut a ad b: sic d ad aliquem alium. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 PRopositis duobus numeris: an sit eis tertius continue proportionalis / perscrutari.

¶CAMPANVS. ¶Sit a & b duo nūeri propositi. volo inquirere/ an eis possit tertius sub cōtinua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sūt cōtra se primi: impossibile est per 17. si vero cōpositi: ducatur b in se/ & proueniat c. quē si a numerat: erit, si vero nō numerat: nō erit. Numeret enī eū secūdū d: q erit quē quærimus per 2 partē 20 septimi. Sit ergo vt non numeret eū: est tamē vt a ad b sic b ad d. itaq̄ qa ex b in se fit c: sequitur per primam partē 20 sep. vt ex a in d sit idem. igitur a numerat c secundum d. sed erat positum q̄ non. quare sequitur impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 18.

18 ¶Binis numeris datis: cōsiderare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint bini dati numeri a,b.sitq; oportunũ scrutari: si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsi a, b, aut sunt primi adinuicem: aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem; patet per 16 noni, φ impossibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sint ipsi a,b, primi adinuicem: & b seipsum multiplicans ipsum efficiat c. Iam a aut ipsum c metitur: aut nõ metitur. Metitur prius per d. Ipse igitur a ipsum d multiplicãs: ipsum efficit c, Sed & b seipsum multiplicãs: ipsum c efficit. qui ex a,d, igitur: ei qui ex b est æqualis. Est igitur sicut a ad b: sic b ad d per secũdam partem 19 septimi. Ipsis igitur a,b: tertius inuenitur d. Sed iam non metiatur a ipsum c. Dico φ ipsis a,b: impossibile est tertium inuenire proportionalem numerũ. Si enĩ possibile: inueniatur d. Igitur qui ex a,d: ei est æquus qui ex b. q autẽ ex b: est ipse c. Igitur qui ex a,d: æquus est ipsi c. Quare a ipsũ d multiplicãs: ipsum efficit c. Igitur a: ipsum c metitur per d. Sed supponitur etiam non metiri. quod est impossibile. Non est igitur possibile ipsis a,b, tertium proportionalem inuenire; quando a ipsum c non metitur, quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 20.

Datis tribus numeris continue proportionalibus: an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere. 20

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint continue proportionales a,b,c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi. igitur si a & c sunt cõtra se primi: impossibile est per 18. Si autem compositus: sit d qui prouenit ex b in c. quem si numerat a: erit. si vero non numerat: non erit. Numeret enim eum secũdũ e: qui erit quem quærimus per secundã partem 20 septimi. Sit ergo vt nõ numeret eum: est tamen vt a ad b, sicut c ad e. itaq; quia ex b in c fit d: sequitur per primam partem 20 septimi/ vt ex a in e fit idem. ergo a numerat d secundum e. sed positum erat φ non. ¶Idẽ potes perscrutari: quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi: finem habet intẽtio per 18. si autẽ cõpositi: ducto secũdo in vltimũ/ si productũ numeret primus/ is secundũ quẽ eũ nũerat: est quẽ q̃rimus per secundã partem 20 septimi. si autem primus productũ nõ numerat: nullus erit. quotlibet enim, posito: per primam partem eiusdem secundum ipsum positũ numerabit primus productum. quod positum erat non numerare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 19.

¶Tribus numeris datis: considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem. 19

¶THEON ex Zãb. ¶Sint dati tres numeri a,b,c. sitq; oportunũ cõiectare: si possibile est eis quartũ proportionalẽ inuenire. Iã ipsi a,b,c, aut cõtinue sunt proportionales & eorũ extremi a,c, sunt primi adinuicẽ/ aut non sũt cõtinue proportionales & eorũ extremi primi sũt adinuicẽ: aut cõtinue sunt proportionales & eorũ extremi nõ sũt adiuicẽ primi/ vel neq; sũt cõtinue proportionales neq; eorũ extremi primi sunt adinuicẽ. ¶Si q̃dẽ igitur ipsi a,b,c, continue sunt proportionales/ & eorũ extremi a,c, sunt primi adinuicem: patet per 17 noni φ est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. ¶Non sint iã ipsi a,b, c, continue proportionales: extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico φ & sic quartũ proportionalẽ inuenire: est impossibile. Si enĩ possibile: inueniatur d. Vt sit sicut a ad b sic c ad d. fiatq; sicut b ad c sic d ad e. Et quoniã est sicut q̃dẽ a ad b sic c ad d, sicut autẽ b ad c sic d ad e: ex æquali igitur per 14 septimi/ est sicut a ad c sic c ad e. At a,c, primi sunt, primi autẽ & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationẽ habentes: antecedẽs antecedentẽ & sequens sequentẽ/ per 21 septimi. metitur igitur a ipsum c: antecedens antecedẽtem, metitur autem & seipsum.

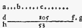
Igit̃ a ipsos a,c,metit̃ primos adiuicē exñtes. qđ ē ĩpossibile. ipsis igit̃ a,b,c,4.ꝓportionalē iuenire est ĩpossibile. ℂS; iã rursus sint ipsi a,b,c,cõtinue ꝓportionales: at a,c,nõ sint primi adiuicē. Dico ꝙ eis 4 proportionalē inuenire est possibile. Nã b ipsũ c multiplicãs: ipsũ efficiat d. Igit̃ a ipsũ d aut metit̃: aut nõ metitur. Metiatur prius ipsũ: p e. Igitur a ipsũ e multiplicãs: ipsũ efficit d. sed & b ipsũ c multiplicãs: ipsũ d efficit. Igitur q ex a,e: ei est æquus q ex b,c. ꝓportionalis igit̃ est sicut a ad b: sic c ad e. Sed iam nõ metiat̃ a ipsũ d. dico ꝙ ipsis a,b,c,4 proportionalē iuenire est ĩpossibile. Si eñ possibile: inueniatur e. Igitur qui ex a,e, et qui ex b,c, est æqualis. Sed qui ex b,c, est ipse d. & q ex a,e, igitur ipsi d est æqualis. Igitur a ipsum e multiplicans: ipsum efficit d. Igitur a ipsum d metitur. sed & nõ metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis a,b,c,4 proportionalem inuenire numerũ est ĩpossibile: qñ a ipsũ d nõ merit̃. ℂS; iã ipsi a,b,c, neq; cõtinue sint ꝓportionales neq; eorũ extremi adiuicē sint primi: & b ipsũ c multiplicãs ipsũ efficiat d. Similiter oñdetur ꝙ si qdē a ipsũ d metitur: possibile est eis proportionalē inuenire. si aũt nõ metitur: est impossibile. quod ostēdere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 DAtis quotlibet numeris primis: aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

ℂCAMP. ℂNihil aliud intēditur: nisi ꝙ nũeri primi sint ĩfiniti/demõstrare. Sint eñ a,b,c, numeri primi. dico esse aliquē primũ diuersum ab eis. sit qdē d f minimus quē numerãt: cui addita vnitate fiat d g. q est primus aut cõpositus. si prim9: cõstat propositũ. si cõpositus: numerat eũ aliqs primus/ q sit h. quē nõ est possibile esse aliquē ex primis ꝓpositis. Si eñ esset aliqs eorũ: cũ qlibet ipsorũ numeret d f, ipse quoq; numeraret eũdē. at quia numerat d g: oporteret ipsũ numerare f g q est vnitas. quod est ĩpossibile. Idē seq tur posito d f quotlibet numero quē numerãt a,b,c. quare cõstat propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 20.

20 ℂPrimi numeri: plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum

ℂTHEON ex Zãb. Sint propositi primi nũeri a,b,c. Dico ꝙ ipsis a,b,c, plures sunt primi numeri. Accipiatur eñ per 39 sep. minimus quē ipsi a,b,c, metiãtur: sitq; d e. addaturq; ipsi d e: vnitas d f. iã e f aut est prim9 aut nõ. sit prius primus. inuēti iã sũt primi nũeri a,b,c,e,f: plures ipsis a,b,c. Sed iã nõ sit e f prim9. igit̃ eũ aliqs nũer9 metitur p 34 sep metiatur eũ numerus primus g. Dico ꝙ g nulli ipsorũ a,b,c, est idē. Si eñ possibile: sit. ipsi aũt a,b,c: ipsũ d e metiũtur. igitur & g: ipsũ d e metietur. metitur aũt & e f. & reliquã d f vnitatē metietur g numerus existēs. qđ est absurdũ. igitur g nõ est idē vni ipsorũ a,b,c. ipse aũt supponit̃ & prim9. Inuēti igitur sũt primi nũeri plures ꝓposita multitudine ipsorũ a,b,c: ipsi a,b,c,g. qđ oñdere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

ℂCAMPANVS. ℂSit quisq; numerorũ a,b,c: par. Dico ex eis cõpositũ: esse parē. habet enim ex conuersione diffintionis/quisq; eorũ: medietatem. Sint ergo eorum medietates d,e,f. quia igitur sicut a ad d sic b ad e, & c ad f: erit ex 13 septimi/sicut a ad d sic totus a b c ad totũ d e f. itaq; d e f est medietas a b c. ergo per diffinitionem/a b c: est par. quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 21.

21 ℂSi pares numeri quilibet componantur: totus par est.



ℂTHEON ex Zãb. ℂCõponãtur eñ numeri quilibet pares ipsi a b, b c, c d, d e. Dico ꝙ totus a e par est. Nã quoniã vnusquisq; ipsorũ a b, b c, c d, d e, par est: partem habet dimidiam. quare & totus a e habet partem dimidiam. numerus autem par est qui bifariam diuiditur per diffinitionem. igitur a e par est, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 23

a...b.....c.......d........

SI numeri impares numero pares coaceruentur: totus 23
quoque ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, d impar. dico ex eis cōpositum esse parem. dempta eni a quolibet vnitate: cōstat residuos esse pares: & quia ille vnitates, demptæ componūt parem/ cum sint numero pares: constat propositum per præmissam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 22.

Si impares numeri quilibet componātur/ fuerit autem mul- 22
titudo par: totus par erit.

a.....b.........c.......d...e

THEON ex Zāb. Componātur enim impares numeri qlibet/ multitudine pares: a b, b c, c d, d e, Dico q totus a e par est. Nā quoniā vnusquisque ipsorū a b, b c, c d, d e, impar est: ablata vnitate ab vnoquoque/ vnusquisque reliquus par erit. Quare & cōpositus ex ipsis par erit per 21 noni. Est autē & vnitatū multitudo par. Totus igitur a e par est. quod ostēdere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur: to- 24
tum quoque ex eis coaceruatum imparem esse.

a...b.....c........

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, impar. Dico totū ex eis compositum esse imparē. Erit eni per præmissam cōpositus ex a & b: par. & quia c, dempta vnitate/ est par: erit per antepræmissam totus a, b, c, dēpta vnitate/ par. Per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 23

Si impares numeri quilibet componātur/ multitudo autem 23
ipsorum fuerit impar: & totus impar erit.

a.....b.......c........e.d

THEON ex Zāb Cōponātur eni qlibet ipares numeri/ quorū multitudo sit impar: a b, b c, c d. Dico q totus a d ipar est. Auferat ab ipso c d: vnitas d e, reliquus igitur c e par est. est aūt & a c par. & totus igitur a e par est. est autē d e vnitas. totus igitur a d impar est. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

SI a nūero pari nūerus par detrahat: reliquus erit par. 25

a
.......d......f...
b c
......e...... ......

CAMP. Sit a totus par: a quo detrahatur b q quoque sit par/ & residuus sit c. Dico c esse parem. sit enim d medietas a: e quoque sit medietas b. detractoque e de d: sit reliquus f. erit per 13 septimi/ c ad f: sicut a ad d. quare f est medietas, itaque c est par. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 24.

Si a pari numero par auferatur: reliquus par erit. 24

a......c....b

THEON ex Zāb. A pari enim a b, auferatur. Dico q reliquus a c par est. Nam quoniā a b par est habet partem dimidiam. iam id propterea & b c habet partem dimidiam. quare & reliquus c a habet partem dimidiam. par igitur est a c. quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 28

SI de nūero pari imparē tollas: qui relinquit ipar est. 26

a.....d.c....b

CAM. Sit a b par: a quo tollatur a c q sit ipar. Dico c b residuū esse iparē: subtrahatur eni ab a c: vnitas q sit c d. eritque a d par. itaque per 25: d b quoque erit par. Quia igitur d c est vnitas: sequitur c b esse imparem. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

Si a pari numero impar auferatur: reliquus impar erit. 25

a.........e.d....b

THEON ex Zamberto. A pari namque numero a b: auferatur impar b c. Dico q reliquus c b impar est. Auferatur ab ipso b c: vnitas c d. igitur d b: par est. Est autem a b quoque par. & reliquus igitur a d: par est, at c d

est vnitas. igitur a c impar est quod. ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 27

27 SI a numero ipari detrahatur ipar: reliquus erit par.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b numerus ipar: a quo detrahat b c qui etiam sit impar. dico reliquum qui est a c: esse parē. Detrahatur enim ab vtroq; duorum numerorū a b & b c: vnitas quæ sit b d. eritq; vterq; duorum residuorum quæ sunt a d & d c: par. per præmissam itaq; constat a c esse parem. quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

Eucli.ex Zamb. Theorema 26. Propositio 26

26 ¶Si ab impari numero impar auferatur: reliquus par erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Ab impari nāq; a b: impar auferatur b c. Dico q reliquus c a par est. nā quoniā a b impar est: auferatur vnitas b d. reliquus igitur a d: par est. Iā id propterea & c d par est per diffinitionē. quare & reliquus c a par est. quod ostendere oportuit.

a . . . . e . . . . d . b

Eucli.ex Camp. Propositio 28

28 SI a numero impari numerum parem subtrahas: qui relinquitur impar est.

¶CAMPANVS. ¶ Sit a b impar: a quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuū esse imparem. Sit enim b d vnitas: eritq; a d par. Et quia a c est par: erit per 25 c d par. cum itaq; sit d b vnitas: erit c b impar. quod est propositum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Eucli.ex Zamb. Theorema 27. Propositio 27

27 ¶Si ab impari numero par auferatur: reliquus impar erit.

¶THEON ex Zāb. ¶Ab impari namq; a b: par auferatur b c. Dico q reliquus c a impar est. Auferaē vnitas a d. igitur d b par est. est aūt b c par. & reliquus igitur c d: par est. igitur c a ipar est. qd ostēdere oportuit.

a . d . . . . c . . . . b

Eucli.ex Camp. Propositio 29.

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur: qui inde producetur erit par.

¶CAMPANVS. ¶Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli.ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

28 ¶Si impar numerus parem multiplicans / aliquem fecerit: qui gignitur par est.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar inq̄ a, parem b multiplicans: ipsum efficiat c. Dico q c par est. Nam quoniā a ipsum b multiplicās / ipsum c fecit: igitur c ex totidē ipsi b equalibus quotæ sūt in a vnitates cōponit. estq; b par. igitur c ex paribus cōponitur. Si vero numeri pares qlibet cōponātur: totus par est. per 21 noni igitur: c par est. quod oñdere oportuit.

a b c

Eucli.ex Camp. Propositio 30

30 SI in imparē ducatur impar: qui producet erit impar.

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; ex 24. manifesta est.

¶Hæ sequētes 2 ex Campano propositiones: nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Eucli.ex Camp. Propositio 31

31 ¶Si nūerus ipar nūerū parē nūeret: nūero pari eū nūerabit.

¶CAMPANVS. ¶Si enim numero impari eum numeraret: ex impari in imparem fieret par. quod est inconueniens per præmissam.

Eucli.ex Camp. Propositio 32.

32 ¶Si impar imparem numeret: impariter eum numerat.

¶CAMPANVS. ¶Si enim pariter eum numeraret: ex numero impari in numerum parem fieret impar. quod est inconueniens per 29.

Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propositio 29

¶Si impar numerus imparem numerum multiplicans/fece= 29
rit aliquem: factus impar erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a, imparem numerum b multiplicans: ipsum efficiat c. Dico q͞ c impar est. Nam quoniã a ipsum b multiplicans ipsun facit c; igitur c ex totidem ipsi b æqualibus quotæ sunt in a vnitates/cõponitur. Est autẽ vterq; ipsorũ a, b: impar. Igitur c ex imparibus conflatur numeris: quorum multitudo impar est. Quare per 23 noni/c impar est. quod ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 33

SI numerus impar numerum parem metiatur: eius= 33
dem quoq; dimidium/ipsum metiri necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus par cuius dimidiũ b: sitq; c numerus impar qui numeret a. dico q͞ c numerabit b. numeret enim a secundum d. eritq; per 31: d numerus par. Esto igitur eius dimidiũ/e: ducaturq; c in e, & proueniat f. eritq; per 18 septimi a ad f: sicut d ad e. & quia etiã est a ad b sicut d ad e: sequitur b & f esse æquales. cum itaq; c numeret f: idẽ numerabit b. quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 30. Propositio 30.

¶Si impar numerus parem numerum mensus fuerit: & eius 30
dimidium metietur.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a: parem numerum b metiatur. Dico q͞ & eius dimidium metietur. Nam quoniam a ipsum b metitur: ipsum metiatur per c. Dico q͞ c non est impar. Si enim possibile: sit impar. Et quoniã a metitur ipsum b per c: igitur a ipsum c multiplicans/ipsum efficit b. Igitur b componitur ex imparibus numeris: quorum multitudo impar est. Igitur b impar est. quod est absurdum. supponitur enim par. Igitur impar non est. par igitur est c. Quare a ipsum b metitur pariter. & c igitur ipsum b metit͞ per a. habet aũt vterq; ipsorũ c, b, partem dimidiam. est igitur sicut c ad b sic dimidium ad dimidium. metitur autem c: ipsum b per a. & dimidium ipsius metietur ipsius b dimidium per a. igitur a, dimidium multiplicans ipsius c: dimidium ipsius b efficit. Igitur a ipsius b dimidium metitur. metiturq; per ipsius c dimidium. Idq; propterea a ipsius dimidium metietur. quod ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 34.

SI numerus impar ad aliquem fuerit primus: idem 34.
ad eiusdem duplum erit primus.

¶CAMPANVS. ¶Sit a numerus impar primus ad b: cuius duplũ sit c. Dico q͞ a est primus ad c. sin autem: numeret eos d. Cũq; a sit impar: sequitur d esse imparẽ. quicũq; enim impar parem numerat: pari numero eũ numerabit per 31. per præmissam itaq; a numerabit b. non sunt igitur a & b contra se primi. quod est contra hypothesin.

Eucli.ex Zamb. Theorema 31. Propositio 31

¶Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit: 31
& ad ipsius duplum primus erit.

¶THEON ex Zamberto. ¶Impar enim numerus a, ad numerum aliquem b, primus esto: ipsius autem b, duplus esto c. Dico q͞ a ad c primus est. Si autem a, c, non sunt primi: metitur eos aliquis numerus. metiatur: et esto d. est autem impar numerus: a. impar igitur & d. Et quoniã d impar existens ipsum c metitur/est autem & c par; igitur d metietur ipsius c dimidium per præcedentẽ. Dimidiũ autẽ ipsius c: est b. igitur d: ipsum b metitur. metitur autem & a. Igitur d: ipsos a, b, metitur primos ad inuicem existentes. quod est absurdum. Igitur a ad c primus est. Ipsi igi=

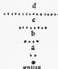
tur a,c,primi sunt adinuicem. quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 35.



35 Vmeri a duobus dupli: sunt pariter pares tantũ.

CAMPANVS. Sint vnitas/a,b,c,d, continue proportionales: sitq; a binari⁹. Dico omnes eos esse pariter pares: eisq; secundum hanc proportionẽ in infinitum auctis/nullum alium esse pariter parem. De his quidẽ constat per diffinitionem: cum per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet sequentẽ per aliquẽ eorũ quos omnes oportet esse pares/ & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo q a qui est binarius vnitatem sequens est primus. Q2 autẽ nullus alius ab his sit pariter par: cõstat sic. Posito enim aliquo: diuidat in duas medietates/ eiusq; medietas in duas. & hoc toties fiat: quousq; nũerus aut vnitas diuisionẽ impediat/ quod necesse est euenire per vltimã petitionẽ. Si qdẽ numerus hanc prohibeat: ipse erit impar. qui cum numeret pariter parem positũ: non erat pariter par qui positus est pariter par. Si autem vnitas: non erit is alius a continue duplis ab vnitate.



Eucli.ex Zamb. Theorema 32. Propositio 32

32 A binario duplorum vnusquisq; : pariter par est tantum.

THEON ex Zamberto. A binario enĩ a: duplicẽtur quilibet numeri b,c,d. Dico q ipsi b,c,d: pariter pares sunt tantum. Q2 quidem vnusquisq; pariter par est: manifestum est/a binario enim est duplicatus. Dico q & tantũ. Exponatur vnitas. Quoniã igitur ab vnitate quilibet numeri continue proportionales sunt/ qui autem post vnitatẽ a primus est: maximũ ipsorũ a,b,c, hoc est d nullus metitur præter ipsos a,b,c, per 13 noni. Est aũt vnusquisq; ipsorũ a,b,c: pariter par. Igitur d pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus q & vnusquisq; ipsorum a,b,c: pariter par est tantum. quod oportuit ostendere.



Eucli.ex Camp. Propositio 36.

36 Vmerus cuius medietas est ĩpar: est pariter ĩpar.

CAMPANVS. Sit a numerus: cuius medietas quę sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparẽ. Sit enĩ c binarius: manifestum itaq; quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a: qui numeret eum secundum e. eritq; per secundam partẽ 20 septimi/ e ad b: sicut c ad d. Igitur e numerat b: quia c numerat d. Erit itaq; e numerus impar: erat enim & b. per diffinitionem igitur a est pariter impar.



Eucli.ex Zamb. Theorema 33. Propositio 33.

33 Si numerus dimidium impar habuerit: pariter impar est tantum.

THEON ex Zãb. Numer⁹ enĩ a: dimidiũ habeat ĩpar. Dico q a pariter ĩpar est tñ. Q2 qdẽ pariter ĩpar: est manifestum. eius nãq; dimidiũ ĩpar existens: eum pariter metitur per diffinitionẽ. Dico q & tñ. Si enĩ a pariter par est: & eius dimidium par est per diffinitionẽ. metietur igitur eum par numerus: per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur per 39 numerus par: impar existens. quod est absurdum. Igitur a: pariter impar est tantum. quod oportuit ostendere.



Eucli.ex Camp. Propositio 37

37 OMnis numerus a duobus non duplus/ cuius medietas est par: est pariter par & impariter.

CAMPANVS. Sit numerus a, nõ duplus a duob⁹: cuius medietas quæ sit b, ponatur par. dico ipsum esse pariter parẽ & impariter. Sit enĩ c binarius. de quo manifestũ est q ipse numerat a secundũ b. quia vero a non est duplus a duobus: necesse est si eius medietas quæ est b in alias



r.iij.

duas medietates diuidatur/medietatisq; medietas in alias duas/vtandem occurrat numerus impediēs diuisionē, qui propter hoc ꝙ diuisionē nō recipit: erit impar, sitq; is in quo sistit diuisio: d. In nūero quippe necesse ē stare. qa si vsq; ad vnitatē puenıret diuisio: esset a de numeris duplis a binario: de quibus nō est. de d vero manifestū est ꝙ ipse numerat a per hāc cōmunē sciētiā. Omnis numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Numeret ergo eum secundū e. eritq; e: par, alioquin cū d sit maior ipar: sequeret per 30 a esse imparē. Quia igitur b numer⁹ par numerat a secundū c qui quoq; est par (est enī binarius) at vero c numerus par numerat eundē secundum d qui est impar: constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

Si numerus neq; a binario fuerit duplus/neq; dimidium impar habuerit: pariter par est & pariter impar. 34

THEON ex Zamberto. Numerus enī a non sit a binario duplus: neq; dimidiū habeat impar. Dico ꝙ a pariter par est & pariter impar. ꝙ quidē a pariter par est: manifestū est, dimidiū namq; non habet impar. Dico iam ꝙ & pariter impar est. Si enim ipsum a bifariam secuerimus/ idq; semper efficientes: in quēdam numerum desinemus imparem qui ipsum metietur a per parē numerū. Si autem non desinemus: ad binariū inquā veniemus, eritq; ipse a: a binario duplicatus. quod non supponitur. Quare a: pariter impar ēst, patuit autē ꝙ & pariter par. Igitur a: pariter par est & pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

SI de secūdo atq; vltimo numerorū cōtinue ꝓportionaliū/ęquale primi dematur: quātū est reliquū secūdi ad primū tātū esse reliquū vltimi ad coaceruatū ex cunctis pręcedētibus necessario comprobatur. 38

CAMPANVS. Sint cōtinue proportionales a b, c d, e f, g h. dematurq; de c d, æqualis a b; qui sit c k, & de g h: qui sit g l. Dico tunc ꝙ proportio k d ad a b: est sicut l h ad cōpositū ex e f, c d & a b. Sumatur ex g h, æqualis e f qui sit g m: & æqualis c d, qui sit g n, eritq; l n: æqualis k d. Manifestū autē est per 12 septimi/ꝙ cū sit g h ad g m sicut g m ad g n: erit h m residuū ad m n residuū, sicut g h ad g m, ideoq; sicut e f ad c d, simili quoq; modo erit m n ad l n: sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f, & m n ad c d: sicut n l ad a b. itaq; cōiuncti per 13 septimi/erit l h cōpositus ex h m, m n & l n, ad cōpositū ex e f, c d & a b: sicut l n ad a b, ideoq; sicut k d ad a b. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 35.
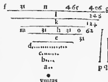
Si fuerint quilibet numeri continue propoitionales / auferantur autem a secundo & vltimo ęquales ipsi primo; erit sicut secundi excessus ad primum/sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. 35

THEON ex Zāb. Sint quilibet numeri cōtinue proportionales a, b c, d, e f: incipientes ab a minimo. auferaturq; ab ipsis b c & e f: ipsi a æqualis vterq; ipsorū c g, f h. Dico ꝙ est sicut b g ad a: sic est h e ad a, b c, d. Ponatur enim ipsi quidē b c æqualis f k: ipsi autē d æqualis f l. Et qm̄ f k ipsi c b est æqualis/quorū f h ipsi c g est æqualis; reliquus igit h k reliquo g b est æqualis. Et qm̄ est sicut e f ad d sic est d ad b c, & b c ad a, æquus autē est d ipsi f l, & b c ipsi f k, & a ipsi f h: est igitur sicut e f ad f l, sic l f ad f k & k f ad f h. diuidendo ergo p 17 quinti/& sicut e l ad l f: sic l k ad f k & h k ad f h. Est igitur & sicut vnus añdentiū ad vnū añcedētiū: sic oēs añcedētes ad oēs sequētes. Est igitur sicut k h ad f h: sic e l, l h, k h ad ipsos l f, f k, f h, æqualis autē est k h; ipsi b g, & f h: ipsi a.

Ipsi autem f l, f k, f h: ipsis d, b c, a. est igitur sicut b g ad a: sic e h ad d, b c, a. Est igitur sicut secundi excessus ad primũ: sic est vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 Vm coaptati fuerint numeri ab vnitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primũ: extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.



CAMPANVS. Sint ab vnitate continue dupli: a, b, c, d. ex eis autẽ & vnitate coacervatus sit e: qui ponatur esse numerus primus, in quem e multiplicetur d: & proueniat f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e: vt tot sint e, h, k, l, quot sint cõtinue dupli ad vnitatem sumpti, eritq; per æquam proportionalitatem l ad e: sicut d ad a, quare per primam partem 20 septimi/ex a in l prouenit f g, nam ipse f g: prouenit ex d in e. Et quia a est binarius: est f g duplus ad l. sunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Demantur igitur ex h, ęqualis e qui sit m h: & residuus h o, qui erit etiam ęqualis e, itẽq; ex f g demantur eidẽ e æqualis qui sit f n, eritq; per præmissam n g: quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit ęqualis e: est quantum aggregatum ex a & b & c & d & vnitate, itemq; totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, b, c, d & vnitate & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifestum est: q numerant eum scilicet f g. e quidem secundum h: & h secundum k. quod ex prima parte 20 septimi/conuincitur: adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est eni vt d ad c: sic k ad h, et vt d ad b: sic k ad e, per ęquam proportionalitatẽ, quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g: quẽ dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g: ipse erit per diffinitionẽ numerus perfectus. Q2 autẽ nullus alius eũ numeret: patet. Si eni hoc possibile est: sit p qui numeret eum secũdum q. eritq; per 33 septimi: vt e numeret alterũ eorum, ponaturq; q numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi/est q ad d sicut e ad p: sequitur vt q numeret d. quare cum a qui sequitur vnitatẽ sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c. quicunq; autem horum fuerit: erit p, aut l aut k aut h. si enim q fuerit a: constat q p erit l. quod si fuerit b: p erit k. si autem c: p quoq; erit h. non est igitur p diuersus ab illis vt fuerat positum. relinquitur ergo q f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 36. Propositio 36.

36 Si ab vnitate quilibet numeri continue expositi fuerint in duplici proportione/ex quo totus compositus primus fuerit & totus in vltimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur perfectus erit.



THEON ex Zamberto. Ab vnitate siquidẽ exponãtur quilibet numeri continue in duplici proportione/ex quo totus compositus primus sit a, b, c, d. & toti æquus esto e. & e ipsum d multiplicãs: ipsum efficiat f g. Dico q f g perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi a, b, c, d: totidem ab e accipiantur in duplici proportione hoc est e, h k, l, m. Ex æquali igitur per 13 septimi/est sicut a ad d: sic est e ad m. Igitur qui ex e, d: ei est æquus qui ex a, m. estq; qui ex e, d: ipse f g. Igitur qui ex a, m: ipsi f g est æqualis. Igitur a ipsum m multiplicans: ipsum efficit f g. igitur m: ipsum f g metitur per eas quæ in a sũt vnitates. Est autem binarius a. duplus ergo est f g ipsius m. Sunt autem & m, l, h k, e, continue duplices adinuicem. igitur e, h k, l, m, f g. continue sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam a secundo k h, & vltimo f g: ipsi e primo æqualis vterq; ipsorum h n & f x, est igitur per præceden-



tem: sicut secundi numeri excessus ad primum: sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. est igitur sicut n k ad e: sic est x g ad ipsos m, l, k h, e. At est n k: ipsi e æquus. & qui est x g igitur: ipsis m, l, h k, e, est æquus. Est autem & x f: ipsi e æqualis. at e: ipsis a, b, c, d, & vnitati. Totus igitur f g: æquus est & ipsis e, h k, l, m, & ipsis a, b, c, d, & vnitati/ et sub eorum dimensionem cadit. Dico φ & f g, nullus alius metitur: preter ipsos a, b, c, d, e, g k, l, m, & vnitatẽ. Si enim possibile: metiatur ipsum f g ipse o, & o nulli ipsorum a, b, c, d, e, h k, l, m, esto idem. & quoties o ipsum f g metitur: tot vnitates sint in p. Igitur o ipsum p multiplicans: ipsum facit f g. Sed & e ipsum d multiplicans: ipsum efficit f g. est igitur per 19 septimi sicut e ad o sic p ad d. vicissim igitur per nonam eiusdẽ sicut e ad p: sic o ad d. Et quoniã ab vnitate continue proportionales sunt ipsi a, b, c, d, qui vero post vnitatẽ a primus est: igitur d nullus alius numerus metietur pręter a, b, c, per 13 noni. Supponiturq; nulli ipsorum a, b, c, ipse o idem. igitur ipsum d ipse o nõ metitur. Sed sicut o ad d sic e ad p. neq; e igitur ipsum p metitur. estq; e primus. omnis autẽ primus numerus ad omnem quem non metitur primus est per 31 septimi. igitur ipsi e, p: primi sunt adinuicẽ. primi autem: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi: antecedens antecedentem & sequens sequentem. Estq; sicut e ad p: sic o ad d. æque igitur e ipsum o metitur: & p ipsum d. Sed d nullus alius metietur pręter a, b, c. igitur p vni ipsorum a, b, c, est idem. Sit p ipsi b idẽ. & quot sunt ipsi b, c, d, multitudine: totidem assumãtur ab ipso e ipsi e, h k, l. sintq; ipsi e, h k, l: ipsis b, c, d, in eadem ratione. ex ęquali ergo per 25/ est sicut b ad d: sic e, ad l. igitur q ex b, l: ei qui ex d, e, est æqualis. Sed qui ex d e: ei qui ex p o est æqualis. & qui ex p o igitur: ei qui ex b l est æqualis. Est igitur sicut p ad b: sic l ad o estq; p ipsi b idẽ. & l igitur ipsi o est idẽ. quod est impossibile. Nam o nulli expositorum supponitur idem. igitur ipsum f g aliquis numerus non metitur præter a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitatem. & ostensum est φ f g: ipsis a, b, c, d, e, h k, l, m, & vnitati est æqualis. perfectus autem numerus est per diffinitionem qui suis partib9 est æqualis. perfectus igitur est f g. quod ostendere oportuit.

CEVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticorum elementorum
Noni libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile pricipis, primũ ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Geometrica elementa. Liber Decimus.

Ex Campano. Diffinitiones.



1 Vantitates quibus fuerit vna quantitas cõmunis eas numerans: dicentur communicantes.

2 ¶Quibus vero non fuerit vna communis quantitas eas numerans, dicentur incommensurabiles.

3 ¶Lineæ in potentia cõmmunicantes dicuntur: quarum superficies quadratas vna communis superficies numerat

4 ¶Lineæ incommensutabiles in potentia dicuntur: quarum superficies quadratas non numerat vna communis superficies. Quæ cum ita sint: manifestum est quia omni lineę positæ, multæ aliæ sunt incommensurabiles, quędam in longitudine tantum: quædam in longitudine & potentia.

5 ¶Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita: vocetur rationalis.

6 ¶Lineæq; ei communicantes: dicuntut rationales.

7 ¶Eidem autem incommunicantes: dicuntur irrationales siue surdæ.

8 ¶Omnis vero quadrata superficies de qua per hypothesin ratiocinamur: dicitur rationalis.

9 ¶Superficies vero ei communicantes: dicuntur rationales.

10 ¶Eidem autem incommensurabiles superficies: dicuntur irrationales siue surdę.

11 ¶Latera vero quæ in illas quadratas possunt: dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. Diffinitiones



1 Ommensurabiles magnitudines dicuntur: quas eadem mensura dimetietur.

2 ¶Incommensurabiles autem: quæ sub nullius communis mensuræ dimensionẽ cadũt.

3 ¶Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt: quando quę ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur.

4 ¶Incommensurabiles autem, quando ea quæ ex ipsis quadrata, nulla area communi mensura dimetitur. His expositis indicatur, q; proposita recta linea hoc est a qua & cubi-

tales/& palmi/& digitales/ac pedales sumunt mensuræ:ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ cõmensurabiles & incommensurabiles. Cõmensurabiles quidem:aut potentia tã tum/aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles vero:aut lõgitudine tantũ/aut longitudine & potẽtia simul.

¶ Vocatur igitur ipsa q̃dẽ proposita recta linea:rationalis. 6

¶ Et quæ huic commensurabiles & longitudine & potẽtia/ & potentia tantum:rationales. 7

¶ Quæ autem incommensurabiles per vtrunq;/hoc est longitudine & potentia:irrationales appellantur. 8

¶ Et quod quidem a proposita recta linea quadratum:rationale. 9

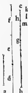
¶ Et quæ huic commensurabilia:irrationalia. 10

¶ Et quod ab incommensurabili:irrationale. 11

¶ Et quæ huic commensurabilia:irrationalia dicuntur. 12

¶ Et ipsorũ(si qudrata fuerint)latera/sin autẽ/aliæ quæpiã rectæ lineæ ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describẽtes:irrationales vocentur. 13

Eucli.ex Camp. Propositio 1 1



SI duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur/itemq; de reliquo maius dimidio dematur/deinceps quoq; eodem modo:necesse est vt tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

¶ CAMP. ¶ Sint duæ quantitates inæquales a & b c:b c maior. dico ꝙ toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c vel eius residuo : ꝙ necesse erit reliq quãtitatẽ minorẽ esse a. Multiplicet ei a toties quousq; excedat b c:sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahat itaq; ab ipsa b c, maius dimidio:quod sit b g, itẽq; ex residuo quod est g e, maius dimidio: quod sit g h. hoc quoq; toties fiat:quousq; b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc ꝙ vltimum residuum vt est hic h c:est minus a. Multiplicetur nãq; h c, quoties est multiplicata a in d e f sitq; eius multiplex k l m. Quia igitur vnaqueq; quantitatũ k, l, m, est æqualis h c:sequitur vt & k sit minor b g, sed & l : minor g h. at quia m est æqualis h c: erit per cõceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cũ sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitq; d e f maior k l m:sequitur per 14 quinti/ꝙ a sit maior h c. quod est propositũ. ¶ Idẽq; sequitur:si a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidiũ/fiatq; toties quousq; maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.

¶ CAMPANI Annotatio. ¶ Attendere autem oportet: ꝙ huic ꝓpositioni videtur decima quinta tertij contradicere/proponens angulum cõtingentiæ minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento. Posito enĩ angulo quolibet rectilineo/si ab ipso maius dimidio dematur/itemq; de residuo maius dimidio:necesse videtur hoc toties posse fieri quousq; angulus rectilineus minor angulo contingentiæ relinquatur. cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi non sunt vniuoce anguli. nõ enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At vero necangulum contingentiæ toties contingit sumi: vt qualencunq; rectilineũ excedat. quod necessariũ est(vt ex præhabita demonstratione patet)ad hoc

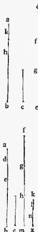
vt consequens ex antecedente sequatur. P'anum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum: infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

1 ¶Duabus magnitudinibus inęqualibus expositis/si a maiori auferatur maius q̃ dimidium/& eius quod relictum est maius q̃ dimidium/idq; semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine exposita.

¶THEON ex Zamberto. ¶ Sint binę magnitudines inęquales a b, c: quarum maior sit a b. Dico q; si ab ipsa a b auferatur maius q̃ dimidiũ/ & reliqui maius q̃ dimidium/& hoc semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor minore magnitudine exposita c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata/maior erit ipsa a b, multiplicetur: & esto d e ipsius quidem c multiplex/maior autem ipsa a b. Diuidaturq; d e in æquales ipsi c: hoc est d f, f g, g e. Auferaturq; ab ipsa a b maius q̃ dimidium: b h. & ab ipsa a h maius q̃ dimidiũ: hoc est h k. & hoc fiat semper: ex quo que in a b sunt diuisiones/æquales sint multitudine eis quæ in ipso d e sunt diuisionibus. sintq; igitur a k, k h, & h b, diuisiones: æquales existẽtes multitudine ipsis d f, f g, & g e. Et quoniam maior est d e ipsa a b, auferturq; ab ipsa d e minor q̃ dimidiũ hoc est e g, ab ipsa autẽ a b maius q̃ dimidium b h: reliquum igitur g d reliquo h a, maius est. Et quoniam maius est g d ipsa h a, auferturq; ab ipsa g d dimidium hoc est g f, ex ipsa antem a h maius dimidio hoc est h k: reliquum igitur d f, reliquo a k maius est. Aequale autem est d f: ipsi c. & c igitur: ipso a k maius est. minus igitur est a k: ipso c. Reliquitur igitur ex a b magnitudine a k magnitudo: minor existẽs minore exposita magnitudine c. quod oportuit demõstrasse. Similiter quoq; ostẽdetur si dimidia sublata fuerit.

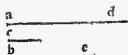
¶ALITER IDEM ostendere. ¶ Constent binæ magnitudines inæquales a b, c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata/maior erit ipsa a b. multiplicetur: & esto f m ipsius c multiplex. Diuidaturq; f m in ipsi c æqualia: hoc est m h, h g, g f. Et ab ipsa a b, auferatur maius q̃ dimidium/b e: & ex ipsa e a, maius q̃ dimidium/hoc est e d. & hoc fiat: ex quo quæ in ipsa f m diuisiones/æquales fiant ipsis quæ sunt in a b diuisionibus. fiant autem sicut b e, e d & d a. Et ipsi d a: vnaquæq; ipsarum k l, l n, & n x, esto æqualis. & hoc fiat: ex quo diuisiones quæ sunt in k x, fiant æquales eis quæ sunt in m f. Et quoniam b e maior est q̃ dimidium ipsius a b: ipsa b e maior est ipsa e a. multo maior igitur est b e: ipsa d a. Sed ipsi d a: æqualis est k l. igitur b e: maior est ipsa k l. Rursus quoniã d e maior est q̃ dimidiũ ipsius e a: ipsa igitur d e maior est ipsa d a. sed ipsa d a: ęqualis est ipsi l n. igitur ipsa e d. maior: est ipsa l n. Tota igitur d b: maior est ipsa k n. Sed ipsa d a: æqualis est ipsi n x. Tota igitur b a maior est ipsa k x. Sed ipsa m f: maior est b a. multo maior igitur est m f: ipsa k x. Et quoniam m h, h g, & g f, sibi inuicem sunt æquales/& k l, l n, & n x sibi inuicẽ sunt æquales/& æqualis est multitudo ipsarũ quæ in m f multitudini ipsarũ q̃ in k x: est igit̃ sicut m h ad k l, sicut h g ad l n, & n x ad g f. igitur per 12 quinti sicut m h ad k l: sic m f ad k x. Maior autem est m f ipsa k x. maior igitur est & g f ipsa k l. At f g: æqualis est ipsi c. ipsa autem k l: ipsi a d. Igitur c maior est ipsa a d. Quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SI fuerint duæ quãtitates inæquales/ detrahaturq; a maiori ęquale minori donec minus eo supsit/ac deinde a minori ipsius reliq̃ æquale demat̃ donec minus eo relinquatur/ denuo quoq; reliquo primo æquale reli qui secũdi donec minus eo supersit auferatur/& in huiusmo-

di continua detractione nullum reliquum quod ante relictũ numeret inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duæ quãtitates inæquales a & b, maior a: quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) non occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, siue ante relictum numerans. dico eas incõmensurabiles esse. Si autem sint cõmensurabiles: sit cõmunis earũ mẽsura c. Detrahat igitur b ex a quoties potest: sitq; residuũ d. quod residuũ detrahatur ex b quoties potest: & sit residuũ e. Fiatq; toties ista detractio: quousq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c. hoc enim necesse est esse possibile per præcedentẽ. sitq; hic e minus c. Cum igitur c mensuret b detractam ab a, & etiam a: mensurabit per cõceptionem/d residuũ. ideoq; cũ mẽsuret d detractũ ab ipso b, & etiã ipsum b: mẽsurabit e residuum. sed erat e minus c. maior ergo quantitas: mensurat minorem. quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

¶Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis / sublata semper minore a maiori / reliqua minime metiatur præcedentem: incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines. 2



¶THEON ex Zamberto. ¶Duabus itaq; magnitudinibus inæqualibus existentibus a b, c d, & existente minore ipsa a b: sublata semper minore ipsa a b, a maiori c d, reliqua nequaquã metiatur præcedẽtẽ. Dico q; incõmensurabiles sunt ipsæ a b, c d, magnitudines. Si enim sunt cõmensurabiles: metietur per 1 diffinitionẽ decimi / eas aliqua magnitudo. metiatur si possibile est: & esto e. & a b ipsam d f metiens: relinquat seipsa minorẽ c f. At c f ipsam b g metiens: per 1 decimi / relinquat seipsam minorem a g. & hoc semper fiat: ex quo sumpta fuerit quædã magnitudo quę sit minor ipsa e. fiat. & per præcedentem sumatur a g minor ipsa e. Qm̃ e ipsam a b metitur / sed a b ipsam d f metitur: igitur e ipsam d f metietur. metitur autẽ & totã c d. igitur & reliquã c f metietur. Sed c f ipsũ b g metitur. & e igitur ipsũ b g metitur. metitur aũt & totũ a b. & reliquũ igitur a g metietur: maius minꝰ. quod est impossibile. Ipsas igitur a b, c d: nulla metietur magnitudo. Incõmẽsurabiles igitur sunt ipsę a b, c d, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponãtur / auferaturq; semper a maiori minor / & reliquum tamen præcedentem non metiatur: ipsæ magnitudines erũt incõmensurabiles. quod oportuit demõstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 3



Ropositis duabus quantitatibus inæqualibus cõmunicantibus: maximam quãtitatem cõmuniter eas numerantem inuenire. 3

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc itaq; manifestum est / quæ duas metitur quantitates: maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.



¶CAMPANVS. ¶Huius demonstrationem / si 2 septimi non ignoras: non potes ignorare. Si eni nũeri nomẽ in quantitatis nomẽ conuertas: idem prorsus hic & illic efficies. processus enim vtrobiq; idem erit.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 3.

¶Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis: maximam earum communem inuenire mensuram.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint datę binæ magnitudines commensurabiles a b & c d: quarum minor sit a b. oportet iam ipsarum a b & c d: maximam cõmunem inuenire mensuram. Igitur a b aut metietur ipsam



c d: aut non. Si enim metitur, metitur & seipsam: igitur a b ipsarum a b & c d cõmunis est dimẽsio. Et manifestum est ꝙ & maxima, maior nãq; ipsa a b magnitudine: ipsam a b non metietur. ℭNon metiatur autem a b: ipsam c d. Sublata igitur semper minore a maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentẽ: eo quia ipsæ a b, c d, sunt cõmensurabiles. & a b ipsam e d metiens, relinquat ipsa minorem e c: at e c ipsam f b metiens, relinquat ipsa minorem hoc est f a. at f a: ipsam c e metiatur. Quoniam igitur a f ipsam c e metitur, sed c e ipsam f b metitur: & a f igitur ipsam f b metietur. Metitur autem & seipsam. & totam igitur a b metietur ipsa a f. Sed a b ipsam d e metitur, igitur a f ipsam e d metietur. metitur autẽ & c e. & totam igitur c d metitur. Igitur a f ipsas a b & c d metietur, igitur a f: ipsarũ a b & c d cõmunis est dimensio. ℭAio quoq; ꝙ & maxima. si enim non: erit aliqua magnitudo maior ipsa a f, quæ ipsas a b & c d metietur. Sitq; inq̃ g. Quoniam igitur g ipsam a b metitur, sed a b ipsam e d metitur: & g igitur ipsam e d metietur. Metitur autem & totam c d. & reliquam igitur c e metietur ipsa g. Sed c e ipsam f b metitur. igitur & g ipsum f b metietur. metitur autem & totam a b. & reliquã igitur a f metietur, maior minorem. quod est impossibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa a f: ipsas a b & c d magnitudines non metietur. Igitur a f: ipsarum a b & c d maxima cõmunis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus cõmensurabilibus datis a b & c d: maxima cõmunis dimensio inuenta est. quod fecisse oportuit.

ℭCORRELARIVM. ℭEx hoc inq̃ manifestũ est, ꝙ si magnitudo binas magnitudines mensa fuerit: & maximam earum communem dimẽsionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 PRopositis tribus quantitatibus communicantibus: maximam eas communiter numerãtem inuenire.

ℭCAMPANVS. ℭHæc ex tertia septimi, sic patet: sicut præmissa ex secunda. Simulq; correlariũ ex hac deduces: vt illic ex secunda deductum est.



Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4.

4 ℭTribus magnitudinibus commensurabilibus datis: maximam earum communem mensuram inuenire.

ℭTHEON ex Zamberto. ℭSint datæ tres magnitudines commensurabiles a, b, c, oportet iam ipsarum a, b, c: maximam cõmunem mensurã inuenire. Sumatur enim per 3 decimi, ipsarum duarũ a, b, maxima communis mensura: sitq; illa d. Igitur d ipsam c aut metitur: aut non metitur. metiatur primum. Quoniã igitur d ipsam c metitur, metitur & ipsas a b: igitur d ipsas a, b, c, metitur. Igitur d: ipsarum a, b, c, cõmunis dimensio est. Et manifestũ ꝙ maxima. maior nãq; ipsa d magnitudo: ipsas a, b, c, non metietur. ℭNon metiatur iam d ipsam c. Dico primũ ꝙ cõmensurabiles sunt ipsæ c, d. Quoniam enim cõmensurabiles sunt ipsæ a, b, c: metietur eas aliqua magnitudo, quæ videlicet & ipsas a, b, metietur. quare & ipsarum a, b, maximã cõmunem mensuram d metietur per correlariũ præcedentis. metitur autem & c, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas c, d. Cõmensurabiles igitur sunt ipsæ c, d. Sumatur per 3 decimi earum cõmunis maxima dimensio: sitq; e. Quoniã igitur e ipsam d metitur, sed d ipsas a, b, metitur: & e igitur a, b, metitur. metitur autem & c. Igitur e: ipsarũ a, b, c, cõmunis est mẽsura. ℭDico ꝙ & maxima. Si enĩ possibile: sit e minor magnitudo ipsa f. metiaturq; f: ipsas a, b, c. Et quoniam f ipsas a, b, c, metitur, metitur & ipsas a, b: & ipsarum igitur a, b, per præcedẽs correlarium maximam communẽ mensuram metietur. At ipsarum a, b, maxima communis mẽsura est d. Igitur f ipsam d metitur. metitur autem & c. igitur f ipsas c, d, metitur. & ipsarum ergo c, d, maxi-



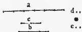




mam cõmunem mensuram: per precedens correlarium metietur f. maxima vero communis mensura ipsarum c, d: est e. igitur f ipsam e metitur: maior minorem, quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine e, maior aliqua magnitudo: ipsas a, b, c, non metitur. Igitur e ipsarũ a, b, c, maxima cõmunis est dimensio: si non metiatur d ipsam c. Si autem metiatur: ipsa est d. Tribus igitur magnitudinibus cõmensurabilibus datis: maxima cõmunis earum dimensio inuenta est. quod facere oportebat.

CORRELARIVN. Ex hoc proinde manifestum est/ q̧ si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit: & maximam quoq; earum cõmunẽ dimẽsionem metietur. Similiterq; & in pluribus & cõmunis maxima mẽsura: & subinde correlarium inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.



Omnium duarum quantitatum communicantium 5
est proportio: tanq̃ numeri ad numerum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b: cõmunicãtes. Dico q̧ earum proportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numerum. Sit enim c maxima quãtitas communiter mensurans a & b, reperta vt docet secũda huius: quæ mẽsuret a secundũ numerum d, & b secundum numerũ c. eritq; a ad c vt d ad vnitatem: eo q̧ sicut a est multiplex c, ita d est multiplex vnitatis. ac c ad b, vt vnitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita vnitas est submultiplex e. igitur per æquã proportionalitatem a ad b: vt d ad e. quod est propositum.
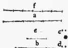
Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

Commensurabiles magnitudines: adinuicem rationẽ habent quam numerus ad numerum. 5



THEON ex Zamberto. Sint commensurabiles magnitudines a, b. Dico q̧ a ad b rationem habet: quam numerus ad numerum. Quoniam enim cõmẽsurabiles sunt a, b: metietur eas aliqua magnitudo. metiatur: & esto c. Et quoties c ipsam a metitur/ tot vnitates sint in d: quoties autẽ c ipsum b metitur/ tot vnitates sint in e. Quoniam igitur c ipsum a metitur per eas quæ in d sunt vnitates/ & vnitas metitur ipsum d per eas quæ in ipso sunt vnitates: æque igitur vnitas ipsum d metitur numerum/ & c magnitudo ipsam a. est igitur sicut c ad a: sic est vnitas ad d. cõtra/ igitur p correl. 4 qnti sicut a ad c: sic d ad vnitatem. Rursus quoniã c ipsam b metitur per eas quæ in e sunt vnitates/ metitur autem & vnitas ipsum e per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur vnitas ipsum e metitur/ & c ipsum b. Est igitur per idẽ sicut c ad b: sic est vnitas ad e. Patuit autem q̧ & sicut a ad c: sic d ad vnitatẽ. ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad b: sic est d numerus ad e numerum. Commensurabiles igitur magnitudines a, b, adinuicem rationem habẽt: quam numerus d ad numerum e. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.



SI fuerint duæ quantitates quarum sit proportio vni 6
us ad alteram tanq̃ numeri ad numerum: eas duas
communicantes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus c ad numerũ d: erunt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties mensurans b: quoties est vnitas in d. & toties mensurans f: quoties vnitas in c. Cum sit igitur f ad e vt c ad vnitatem/ ac e ad b vt vnitas ad d: erit per æquam propoitionalitatem f ad b vt c ad d. quare etiam vt a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti/ f est æqualis a. Cũ itaq; e mensuret f: per conceptionem mensurabit a. igitur a & b communicãtes. mensurabat enim & b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quã 6

numerus ad numerum: commensurabiles erunt ipsę magnitudines.

¶THEON ex Zamberto. ¶Binę inquã magnitudines a, b, adinuicem rationem habeant: quam numerus d ad numerum e. Dico q̃ cõmensurabiles sunt ipsæ a, b, magnitudines. Quot enim sunt in ipsa d vnitates: in tot æquales diuidatur per 9 sexti ipsa a, & vni earũ æqualis esto c. Quot autem vnitates sunt in e: ex totidem magnitudinibus ipsi c æqualibus componatur f. Quoniã igitur quot sunt vnitates in ipsa d, tot magnitudines sunt & in ipsa a æquales ipsi c: qualis igitur pars est g vnitas ipsius d, talis pars est & c ipsi⁹ a. est igitur sicut c ad a: sic g vnitas ad ipsum d. Metitur autem g vnitas ipsum d numerũ. metitur igitur & c ipsum a. Et quoniam est sicut c ad a sic est g vnitas ad numerum d: & contra per correlariũ 4 quinti/ sicut est a ad c, sic est d numerus ad g vnitatẽ. Rursus quoniam quot vnitates sunt in e, tot sunt & in ipsa f æquales magnitudines ipsi c: est igitur sicut c ad f, sic g vnitas ad e numerũ. Patuit autem & sicut a ad c: sic est d ad vnitatem g. Ex æquali igitur per 22 quinti est sicut a ad f: sic est d ad e. Sed sicut d ad e sic est a ad b. Igitur per 11 quinti/ & sicut a ad b: sic est & a ad f. Igitur a: ad vtrãq; ipsarũ b, f, eandẽ habet rationem. æqualis per 9 quinti/ igitur est b ipsi f. metitur autem & c ipsum f. metitur igitur & b. sed & etiam a. Igitur c ipsas a, b, metitur. Cõmensurabilis igitur est a ipsi b. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum: commensurabiles erũt ipsæ magnitudines. quod erat ostendendum.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc proinde manifestum est/ si fuerint bini numeri d, e, & recta linea sicut a: q̃ datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineam. Si autem vt ipsarum a, f, media proportionalis sumpta fuerit/ sicut b: erit sicut a ad f, sic quod ex ipsa a: ad id quod ex ipsa b. hoc est sicut prima a ad tertiam f: sic quod a prima ad id quod ex secunda simile similiterq; descriptũ/ per correlariũ 19 sexti. Sed sicut a ad f: sic est d numerus ad e numerum. fit igitur sicut d numerus ad e numerum: sic quod ex a recta linea ad id quod ex b recta linea.

¶ALITER idem ostendere. ¶Binæ inquã magnitudines a, b, adinuicem rationem habeant: quam numerus c ad numerum d, dico q̃ ipsę magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso c vnitates/ in tot æqualia diuidatur a: & vni earum æqualis esto e. Est igitur sicut vnitas ad c numerum: sic est e ad a. est autẽ & sicut c ad d: sic a ad b. ex ęquali igitur per 22 quinti/ est sicut vnitas ad ipsum d numerum: sic est e ad b. metitur autem vnitas ipsum d. metitur igitur & e ipsum b. metitur aũt & a: quoniam vnitas ipsum c. Igitur e vtramq; ipsarum a, b, metitur. Ipsæ igitur a, b, commensurabiles sunt: & e ipsarum communis est dimensio.

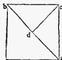
Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnium duarum superficierum quadratarũ quarum latera in longitudine communicant/ est proportio vnius ad alteram: tanq̃ numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Si vero fuerit proportio superficiei quadratę ad superficiẽ quadratã tãq̃ proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicantia. Q. si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiem quadratam non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.





e . . . f . . .
g . . . . h . . . . .



e . . . . f . . . .
g . . . . h . . . .
k . . . .

e . . l . . f . . . . .
m . . . . k . . . . . . h . . . .



¶CAMPANVS. ¶Sint a & b, duæ lineæ quadratæ: quarum quadrata sint c & d. Dico q̃ si a & b communicant in longitudine: erit proportio c ad d, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. & cõuerso. Si autem proportio c ad d non sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: a & b erunt incommensurabiles in longitudine. & econuerso. Veruntamẽ istud argumentum quartũ non proponit. Primũ patet sic. Si a & b communicant in longitudine: ipsæ per 5 erũt in proportione duorum numerorum qui sint e & f, quorum quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti: sequitur vt sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata. sed etiam est per 11 octaui / g ad h vt e ad f. duplicata. ergo c ad d: sicut g ad h. quod est primum. ¶Secundũ sic. Sit c ad d: sicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum. dico q̃ a & b erunt in longitudine communicantes. Cum enim sit c ad d vt a ad b duplicata per 18 sexti / & g ad h per 11 octaui vt e ad f duplicata / quare & simpla a ad b sicut simpla e ad f: per 6 igitur sunt a & b communicãtes. quod est secundum. Tertium vero patet ex primo: a destructione consequentis. Similiter quartum patet ex secundo: a destructione consequentis.

¶CAMPANI annotatio. ¶Ex tertia parte huius: nota diametrum esse incommensurabilem costæ. Cum enim sit quadratum diametri duplum quadrato costę / dupla vero proportio non sit sicut numerorum quadratorum: sequitur diametrum esse incommensurabilem costę in longitudine. Alioqui cũ quaternarius sit numerus quadratus: essent omnes pariter pares / quadrati / et etiã alij infiniti qui non sunt quadrati. Ducit autem Aristoteles ad istud inconueniens / si diameter ponatur commensurabilis costæ: q̃ impar numerus erit æqualis pari. quod sic patet. Sit enim diameter a b commensurabilis lateri a c. eritq̃ per 5 a b ad a c: sicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f: qui sint minimi in sua proportione. eritq̃ ob hoc: alter eorum impar. Si enim vterq̃ par: non erunt minimi. quadrati quoq̃ eorum sint g & h. si ergo e est impar: erit quoq̃ ex 30 noni g impar. sit itaq̃ k duplus ad h. eritq̃ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c vt e ad f: erit per 8 sexti / & 11 octaui quadratum a b ad quadratum a c vt g ad h. est itaq̃ g duplus ad h. sic enim est quadratum a b ad quadratum a c per penultimam primi. Et quia etiam k est duplus ad h: sequitur per 9 quinti vt g numerus impar sit æqualis k numero pari. Quod si e sit par / & f impar: erit proportio f ad dimidiũ e quod sit l, sicut a c ad dimidium ab, quod sit a d. & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d: sicut proportio numeri h qui est impar per 30 noni ad quadratum numeri l qui sit m. cui k ponatur esse duplus: eritq̃ k per diffinitionem / par. At quia quadratum a c est duplum ad quadratum a d per penultimam primi: erit h duplus ad m. cumq̃ k sit etiam duplus ad m: erit per 9 quinti / numerus impar h æqualis k numero pari. quod est propositum.

¶Sequentia duo ex Zamberto Theoremata / in Cãpano nihil respondens habent.

Eucli. ex Zamb. Theo. 5. Propo. 7. Conuersa quintę.

¶Incommensurabiles magnitudines adinuicem rationem 7
non habent: quam numerus ad numerum.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint incommensurabiles magnitudines: a, b. Dico q̃ a ad b, rationem non habet: quam numerus ad numerum. Si enim habet a ad b eam rationem q̃ numerus ad numerum: commensurabilis erit a ipsi b per 6 decimi. Non est autem. igitur a ad b rationem non habet: quam numerus ad numerum. Incommensurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem: quam numerus ad numerum. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theo. 6. Propo. 8. Conuersa sextæ.

¶Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habue- 8

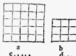
rint quā numerus ad numerum incōmensurabiles erunt ipsę magnitudines.

¶THEON ex Zamb. ¶Binæ inquā magnitudines a,b, adinuicē nō eam habeāt rationem: quam numerus ad numerum. Dico q ipsæ a, b magnitudines sunt incommensurabiles. Si enim cōmensurabilis est a ipsi b: rationem habebit quam numerus ad numerū per 5 decimi. non habet autē. Incōmensurabiles igitur sunt ipsæ a, b, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

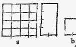
9 ¶A longitudine cōmensurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Et quadrata adinuicem rationem habētia quam quadratus numerus ad quadratum numerū: latera quoq habebunt longitudine commensurabilia. A longitudine vero incommēsurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem nō habēt quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Et quadrata adinuicē rationē nō habētia quā quadratus numerus ad quadratum numerū: neq latera habebunt longitudine commensurabilia.

1 ¶THEON ex Zamb. ¶Sint enim a, b: longitudine cōmensurabiles. Dico q quadratū quod ex a ad id quod ex b quadratū rationem habet: quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniā enim cōmensurabilis est a ipsi b longitudine: igitur a ad b rationē habet quā numerus ad numerū per 5 decimi. habeat inquā quā c ad d. Quoniā igitur est sicut a ad b sic est c nūerus ad d numerū: sed ipsius quidē a ad b rationis dupla est ipsius a quadrati ad ipsius b quadratū ratio (similes nāq figuræ p 19 sexti & per correlariū primū 20 sexti: in dupla sunt ratione similis rationis laterū) ipsius autē c numeri ad d numerū rationis dupla est ratio ipsius c quadrati ad ipsius d quadratū (Binorū & enim quadratorū numerorū per 11 octaui vnus medius proportionalis est numerus: & quadratus ad quadratū duplam rationē habet quā latus ad latus): est igitur sicut quadratū quod ex a ad quadratū quod ex b, sic qui ex c numero quadratus numerus ad eum qui ex d numero quadratum numerum.





¶ALITER idem demonstrare. Quoniam enim cōmensurabilis est a ipsi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. habeat autem quā c ad d, et c seipsum multiplicans: efficiat e: ipsum autem d multiplicans: efficiat ipsum f. at d seipsum multiplicans: efficiat ipsum g. Quoniam igitur c seipsum multiplicās ipsum efficit e, at multiplicans ipsū d fecit ipsum f: est igitur per 17 septimi sicut c ad d hoc est sicut a ad b, sic est e ad f. Sed sicut a ad b: sic id quod fit ex a ad id quod fit sub a, b, per 1 sexti. Est igitur sicut quod ex a ad id quod fit sub a, b: sic e ad f. Rursus quoniā c ipsum d multiplicās ipsum efficit f, d autē seipsum multiplicās ipsum efficit g: est igitur per 17 septimi sicut c ad d hoc est a ad b, sic est f ad g. Sed sicut a ad b: sic est quod fit sub a, b, ad id quod fit ex b. est igitur sicut quod fit sub a, b, ad id quod fit ex b: sic est f ad g. Sed sicut quod fit ex a ad id quod fit sub a, b: sic e ad f. ex æquali igitur per 22 quinti sicut quod ex a ad id quod ex b. sic est e ad g. est autē vterq ipsorum e, g: quadratus. e quidē ab ipso c: at g, est ab ipso d. Quod igitur ex a ad id quod ex b: eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratū numerum. quod oportebat demonstrare.





2 ¶Sed iā esto sicut quadratus qui ex a ad eū qui ex b: sic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum. Dico q a ipsi b commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratus qui ex a ad eū quadratum qui ex b sic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum: sed ipsius quidem quadrati qui ex a ad eum qui ex b dupla ratio est q̄ ea q̄ est ipsius a ad b, quadrati autē qui ex c numero ad eum qui ex d numero quadratum per vndecimam octaui ratio

dupla est ea ratione quę est ipsius c numeri ad ipsum d numerum: est igitur sicut a ab b, sic est c numerus ad d numerum. Igitur a ad b eam habet ratioñe quam c numerus ad d numerum. Commensurabilis est igitur per sextam decimi/a: ipsi b longitudine.

a b
c.... d..
f.......... f...... g....

¶ALITER idem demonstrare. ¶Sed habeat iã quod ex a ad id quod ex b: eam rationem quam quadratus numerus e ad quadratum numerum g. Dico quod commensurabilis est a ipsi b. Sit inquam ipsius e, latus c: ipsius autem g, sit d, & c ipsum d multiplicans: ipsum efficiat f. Ipsi igitur e, f, g, continue sunt proportionales: in ea quę est ipsius c ad d ratione/ per decimamseptimã & decimamoctauam septimi. Et quoniam eorũ quę ex a, & b, hoc est ipsorũ e, g, medium proportionale est id quod sub a, b, per decimãseptimam sexti hoc est ipsum f: est igitur sicut quod ex a ad id quod sub a, b, sic e ad f, sicut autem quod sub a, b, ad id quod ex b: sic f ad g. Sed sicut quod ex a ad id quod sub a, b: sic est a ad b. Igitur a & b: commensurabiles sunt. rationem etenim habent: quam numerus e ad numerum f. hoc est c ad d. Quod oportebat demonstrare.

a ℞. 18. b ℞ 9

¶Sed iam incommensurabilis esto a ipsi b longitudine. Dico ꝙ quadratum 3
quod ex a ad quadratum quod ex b eam nõ habet rationem: quam quadratus
numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratus qui ex a ad eũ quadra-
tum qui ex b, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerũ qua-
dratum: commensurabilis erit a ipsi b. non est autem. Igitur quadratus qui ex
a ad eum quadratum qui ex b, per præcedentem/eam nõ habet rationem: quã
quadratus numerus ad quadratum numerum.

¶Rursus quadratum quod ex a ad id quadratum quod ex b rationem non ha- 4
beat quam numerus quadratus ad numerum quadratum. Dico ꝙ incommen-
surabilis est a: ipsi b longitudine. Si autẽ fuerit commensurabilis a ipsi b: qua-
dratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam habebit rationem quam nu-
merus quadratus ad numerum quadratum: non habet autem. Igitur commẽsu-
rabilis non est a ipsi b longitudine. Incommensurabilis igitur est a: ipsi b lon-
gitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata: & quæ sequũtur
reliqua, quod demonstrasse oportuit.

¶CORRELARIVM. ¶Et manifestũ est ex his/ ꝙ longitudine commensurabiles rectę lineę: omnino sunt potentia. quæ autem potentia: non omnino longitudine. longitudine vero incommensurabiles: non omnino potentia. quæ autem potentia: omnino & longitudine.

¶Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerũ/ at quę rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt per 6 decimi: longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ/ non solum longitudine sunt commensurabiles sed & potẽtia. Rursus quoniã quæcunqȝ quadrata rationem habent quã numerus ad numerum cõmensurabilia sunt per 6 decimi/ at quatenus rationem habẽt quã quadratus numerus ad numerũ quadratum eorum latera lõgitudine cõmẽsurabilia sunt: quæcunqȝ igitur quadrata rationem habentia nonquidem quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ sed simpliciter quã aliquis numerus ad numerũ/ commensurabilia potentia quidẽ habent latera non autem & lõgitudine. Quare longitudine quidẽ cõmensurabiles rectę lineæ: omnino & potentia. q̃ autẽ potentia: non omnino lõgitudine/ nisi rationem habuerint eorũ quadrata quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. ¶Dico iam ꝙ & quę longitudine incõmnsurabiles: non omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commẽsurabilia: possunt rationẽ habere nõ quidẽ quã quadratus ad quadratũ/ sed simpliciter quã aliqs nũerus ad numerũ. & ob id potẽtia cõmẽsurabilia latera habebũt: & lõgitudine incõmensurabilia. Quare quę lõgitudine incõmẽsurabiles rectæ lineæ: nõ omnino & potẽtia. Sed lõgitudie existẽtes incõmẽsurabiles possũt & potẽtia esse incõmẽsurabiles: si eorũ quadrata sũt icõmẽsurabilia,

Quæ autem potentia incommensurabiles: omnino & lõgitudine incõmensurabiles. Si enim longitudine cõmensurabiles fuerint: erũt quoq; & potentia cõmẽsurabiles. Supponũtur autẽ & incõmensurabiles: quod est absurdũ. Quę igitur potentia incommensurabiles: omnino & longitudine.

Eucli. ex Camp. Propositio. 8.

8 SI fuerint duæ quantitates vni quantitati communicantes: ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est. Zamb. 12

CAMPANVS. Sit vtraq; duarum quantitatum a & b: communicãs quantitati c, dico a & b esse cõmensurabiles. Est enim per 5/a ad c: sicut numerus ad numerum. similiter quoq; per eandem/ c ad b: sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus d ad numerum e, sicut a ad c: numerusq; f ad numerum g, sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g: continentur in tribus terminis qui sunt h, k, l, vt docet 4 octaui. eritq; per ęquam proportionalitatẽ/a ad b: sicut h numerus ad l numerum. per 6 igitur sunt a & b: communicantes. quod est propositum.

CAMPANI additio. Ex hac quoq; sequitur/ q; si fuerint duæ quantitates sibi inuicem communicãtes: cuicũq; vna earum communicat/ & reliqua. & cuicũq; vna non communicat: nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cũ qua communicet a. dico q; b communicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet: cum vtrumq; earum communicet cum a, ex hypothesi. Q; si iterum a & b sint communicantes vt prius: ponatur c quælibet quantitas cum qua nõ communicet a. dico q; b non communicabit cũ eadem. Si enim c communicaret cũ b: quum a quoq; per hypothesin cõmmunicet cũ eodem b, essent per hanc octauam a & c communicantes. sed positum erat/ q; non essent. Quare constat quod diximus. Zamb. 13

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum erit communicans. Si vero fuerit totum vtriq; commensurabile: erunt ambę cõmensurabiles. Zamb. 15.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates a & b cõmensurabiles. dico totum ex eis compositum quod sit c: vtriq; earum esse commensurabile. & ecõuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni earum communicet: dico q; cõmunicabit alteri/ & ipsæ similiter inter se etiã cõmunicabunt. Idem quoq; in contrario. si enim a & b sint incommunicantes: dico q; c vtriq; earum erit incommunicans. & econuerso/ si c alteri earum sit incommunicans: erit quoq; incõmunicans & alteri/ & ipsæ etiam inter se. Sint itaq; primum a & b communicantes: sitq; earum communis mensura d. quę cum vtramq; earũ numeret: per conceptionem similem antepenultimæ septimi/ numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit vtriq; earum scilicet a & b. Econuerso quoq; si c cõmunicet vtriq; earum: sit omnium communis mensura d. constat itaq; per diffinitionem/ a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earũ quæ sit a. dico q; communicabit cum b: & a etiam & b cõmunicabũt adinuicem. sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum: per cõceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet b. per diffinitionem ergo/ & c communicat cũ b: & a communicat quoq; cũ b.

CAMPANI additio. Si autem a & b sint incommunicantes: erit c incommunicans vtriq; earũ. Si enim cũ vtraq; seu etiam cum altera earũ communicaret; & ipsæ cõmunicarent adinuicem. quod est cõtra hypothesin. Similiter quoq; econuerso sic est incommunicans vtriq; earum seu etiam alteri earũ: erit quoq; incommunicans reliquæ/ & ipsæ inter se. quod palam est ex prædemonstratis; a destructione consequentis. Zamb. 16.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

Zamb.11. Omnium quatuor quātitatū proportionalium si fuerit prima cōmunicās secundę: tertia quoq; erit communicans quartæ. Si vero prima incōmēsurabilis fuerit secūdæ: tertia quoq; incōmensurabilis erit quartæ. 10

¶CAMPANVS. ¶Sint quatuor quātitates proportionales: a, b, c, d. dico q̄ si a cōmunicat cū b: c quoq; cōmunicabit cū d. q̄ si a est incommēsurabilis b: c quoq; erit incōmēsurabilis d. Et si a cōmunicat cū b in potentia tātū: c quoq; cōmunicabit cū d in potentia tantū. verūtamen illud non proponit authoe quia facile patet ex demōstratione priorū. Si enim a cōmunicat cū b: erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerū. sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d: erit c ad d, sicut numerus e ad numerū f. per 6 igit̄ est c cōmunicās cū d. quod est primū. ¶Secūdū patet ex primo: a destructiōe consequētis. Si enim a est incōmensurabilis b: oportet c esse incōmensurabilē d. nā si esset ei commēsurabilis: cū sit vt c ad d sic a ad b per hypothesin/ esset per primā partē a cōmunicās cū b. sed nō erat. Quare constat totū quod ꝓponit author. Quod autē adiūximus/ videlicet q̄ si a cōmunicat cū b in potētia tantū/ c communicat cū d in potētia tātū: sic patet. Cū enim a nō cōmunicet cū b in longitudine: nec c quoq; ex parte secūda huius/ cōmunicabit cū d in longitudine. At vero cū quadratū a communicet cū quadrato b ex hypothesi: erit p 5/ quadratū lineæ a ad quadratū lineæ b, sicut numerus ad numerū qui sint e & f. Et quia quadratū c ad quadratū d sicut quadratū a ad quadratū b: erit etiā quadratū c ad quadratū d, sicut nūerus e ad numerū f. per 6 igit̄/ c & d: communicant in potētia. & quia nō cōmunicāt in longitudine: constat propositum.

a

b

e

d

e. . . . f. .

a

b. ℞ 32

c

d ℞ 18

Eucli. ex Camp. Propositio. 11.

Zamb.14. Proposita qualibet recta linea: duas ei incōmēsurabiles alteram in longitudine tantū/ alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire. 11

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a proposita. volo duas lineas reprire: quarū vna cōmunicet cū a in potētia tātū/ altera vero sit incōmēsurabilis ei in lōgitudine & i potētia. Sumo itaq; duos nūeros nequaq̄ se habētes in ꝓportiōe aliquorū nūerorū quadratorū: sintq; hi b & c. quos facile est sumere: cū quilibet quadratꝰ nūerꝰ ad quēlibet nō quadratū eā habeat proportionē quā nequaq̄ habēt alii qui nūeri quadrati/ cōfirmāte hec 22 octaui. Duobꝰ talibus nūeris sūptis/ inuenio lineā d: ad cuius quadratū se habeat quadratū lineæ a, sicut numerus b ad numerū c. Hāc autē lineā ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sūt vnitates in nūero b: quod facile facio adiuuāte 11 vel 12 sexti. deinde sup extremitatē lineę a, erigo lineā e ꝑpēdiculariter: i qua toties cōtineat̄ vna ex partibꝰ a, quoties vnitas est in c. Quia igit̄ ex prima sexti ꝓportio quadrati lineæ a ad supficiem q̄ fit ex a i e est sicut a ad e, & ideo sicut nūeri b ad nūerū c: ponat̄ d medio loco ꝓportionalis iter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tūc p primā partē 6 eiusdē quadratū d erit ęquale supficiei ꝓductæ ex a in e: erit proportio quadrati lineæ a ad quadratū lineę d sicut nūeri b ad nūerū c. quare a & d: sūt commēsurabiles in potētia/ ex diffinitione. & per vltimā partē: ipse sūt icommēsurabiles in lōgitudine. repta est itaq; d prima linea: quā propositū erat inquirere. Alterā sic reperio. Interpono vt docet 9 sexti: lineā f medio loco proportionalē iter a & d, eritq; p correlariū 17 sexti quadratū a ad quadratū f: sicut a ad d. itaq; p secūdā partē 10: quadratū a est icommēsurabile quadrato f. igit̄ linea f est incommēsurabilis lineæ a in potētia. quare & in longitudine. est itaq; f secūda linea quam propositū erat reperire. Et sic patet propositū.

e

a

b . . . . f ℞ cub. 48

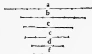
c. . . d ℞ q. 12

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

Zamb.17 Omnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine: necesse est tertiā quoq; tāto amplius posse quarta/ quan- 12

tum est qudratum alicuius lineę comunicantis sibi in longitudine. Q si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineę incommensurabilis sibi in lõgitudine: erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineę sibi incommensurabilis in longitudine.

¶CAMPANVS. ¶Sit quatuor lineę proportiõales a, b, c, d: sitq; a maior b, & c maior d. sit quoq; a potentior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f. dico q si a cõmunicet e in longitudine: c quoq; cõmunicabit f in lõgitudine. q si a nõ cõmunicat e in lõgitudine: nec c cõmunicabit f in lõgitudine. Q & si a cõmunicat e in poẽtia tãtũ: c quoq; cõmunicabit f in potẽtia tãtũ. Verũtamẽ istud vltimũ nõ ꝓponit author: q facile patet ex priori demõstratiõe. Cũ sit eñ proportio a ad b sicut c ad d: erit quadrati a ad quadratum b, sicut quadrati c ad quadratũ d. Et quia quadratum a est quale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f: erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiunctim erit quadratum b ad quadratum e: sicut quadratum d ad quadratum f. ergo b ad e sicut d ad f. item per ęquã proportionalitatem erit a ad e: sicut c ad f. ergo per primam partem decimę cõstat prima pars huius: & per secundam secunda / & per tertiam ibi adiunctam: tertia hic adiuncta.



¶Quinq; præcedentes propositiones ex Campano cũ suis additionibus: sequẽtibus septem ex Zamberto cũ sibi præmissis lẽmatibus hoc ordine respondẽt. Octaua apud Campanum cum additione: duodecimę & decimętertiæ ex Zamberto propositionibus respõdet. Nona apud Campanũ cum additione: decimæquintæ & decimęsextæ ex Zamberto propositionibus. Decima autem & vndecima apud Campanum: decimę & vndecimę ex Zamberto propositionibus præpostero respondẽt ordine. Duodecima vero apud Cãpanum: decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

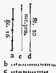
¶THEON. Lemma.

¶Quoniam autem ostẽsum est in arithmeticis ex 26 octaui q similes plani numeri adinuicem rationem habẽt quam quadratus numerus ad quadratum numerum / & q si bini numeri adinuicem rationẽ habuerint quã quadratus numerus ad quadratum numerum similes sũt ipsi plani numeri per 24. eiusdem: manifestum ex his q dissimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes / adinuicem rationem non habent quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt: similes ipsi plani erunt. quod quidem non supponitur. Dissimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 10.

10 ¶Propositæ rectæ lineę binas rectas incommensérabiles inuenire lineas: alteram quidem longitudine tantum: alterã autem & potentia.

¶THEON ex Zãb. ¶Sit proposita recta linea a. oportet iã ipsi a, binas rectas inuenire incõmẽsurabiles: alterã quidẽ lõgitudine tãtũ / alterã autẽ & potẽtia. Ponãtur bini numeri b, c, adiuicẽ rationẽ nõ habẽtes quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: hoc est nõ similes plani (similes nãq; plani per 26 octaui adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum) & fiat sicut b ad c: sic quod ex a quadrato ad id qd ex d quadratũ. cõmẽsurabile igiť est qd ex a: ei qd ex d. cõmẽsurabilis igiť potẽtia est a ipsi d. & quoniã b ad c rationẽ nõ habet quam

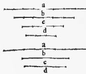




quadratus nnmerus ad quadratum numerum: neq; igitur quod ex a ad id quod ex d rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. incommẽsurabilis igitur est per 9 decimi a ipsi d: lõgitudine. Capiatur per 13 sexti/ipsarum a, d, media proportionalis e. est igitur sicut a ad d: sic quod ex a quadratum ad id quod ex e. Incommensurabilis autem est a: ipsi d longitudine. incommẽsurabile igitur est & id quod ex a quadratum: ei quod ex e quadrato. Incommensurabilis igitur est a ipsi e: potẽtia. Propositæ igitur rectæ lineæ a, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles: longitudine inquam tantum ipsa d, at e potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali/a qua diximus mensuras capi/sicut est ipsi a: inuẽta est tantũ potentia cõmẽsurabilis d, hoc est rationalis/potentia tantum commensurabilis. irrationalis autem e. irrationales enim in vniuersum appellat: longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 11.

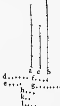
¶ Si quatuor magnitudines proportionales fuerint/ prima autẽ secundæ fuerit commẽsurabilis: & tertia quartæ commensurabilis erit. & si prima secundæ incommẽsurabilis fuerit: & tertia quartæ incommensurabilis erit. 11



¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d, sicut a ad b, sic c ad d: sit autem a ipsi b commensurabilis. Dico q̃ & c ipsi d est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. Estq; sicut a ad b: sic c ad d. Igitur & c ad d eam habet rationem: quã numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est c ipsi d. ¶ Sed iam a ipsi b incõmẽsurabilis esto. Dico q̃ & c ipsi d est incõmẽsurabilis. Quoniã enĩ incõmensurabilis est a ipsi b: igitur per 7 quinti/a ad b eam nõ habet rationẽ quã numerus ad numerũ. & est sicut a ad b: sic c ad d. Igitur per 8 decimi/c ad d eam nõ habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur c ipsi d. Si quatuor igitur magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 12.

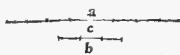
¶ Quæ eidem magnitudini commensurabiles: & adinuicem sunt commensurabiles. 12



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Vtraq; enim ipsarũ a, b: ipsi c sit commensurabilis. Dico q̃ & a ipsi b est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi c: igitur per 5 decimi/a ad c eam habet rationem quam numerus ad numerum. habeat quam d ad e. Rursus quoniam commensurabilis est c ipsi b: igitur per eãdem c ad b eam habet rationem quam numerus ad numerũ. habeat autem quam f ad g. Et rationibus datis quibuscunq;/ea scilicet quam habet d ad e, & f ad g, capiantur per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus: sintq; h, k, l, sicut a ad e sic h ad k, sicutq; f ad g sic k a l. Quoniam igitur est sicut a ad c sic d ad e, sed sicut d ad e sic h ad k: est igitur per 11 quinti sicut a ad c sic est h ad k. Rursus quoniam est sicut c ad b sic f ad g, sed sicut f ad g sic k ad l: & sicut igitur c ad b sic k ad l. est autem & sicut a ad c sic est h ad k. ex æquali igitur per 22 quinti/est sicut a ad b: sic est h ad l. Igitur a ad b rationẽ habet: quã numerus h ad numerum l. Commẽsurabilis est igitur p 6 decimi a ipsi b. Quæ eidem igitur magnitudini cõmẽsurabiles: & adinuicẽ sũt cõmẽsurabiles. Quod oportuit demõstrasse.

¶ THEON. ¶ Lemma.

¶ Si fuerint binæ magnitudines & altera quidem commensurabilis fuerit eidem/altera vero incommensurabilis: incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.



¶Sint enim binę magnitudines a, b, & alia quidem c: & a ipsi quidem c esto commēsurabilis/at b ipsi c esto incommensurabilis. Dico q & a: ipsi b est incommensurabilis. Si enim commensurabilis est a ipsi b, est quoq; & c ipsi a: & c igitur per 12 decimi/ipsi b est cōmensurabilis. quod non supponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 13.

13 ¶Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint/ alteraq; earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit: & reliqua eidem incommensurabilis erit.

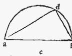


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ magnitudines commēsurabiles a, b: earumq; altera videlicet a, alicui hoc est c sit incommēsurabilis. Dico q & reliqua b: ipsi c incōmensurabilis est. Si enim cōmēsurabilis est b ipsa c, iā a ipsi b cōmensurabilis est: et a igit p 12 decimi ipsi c cōmēsurabilis est. quod est impossibile. Igitur b & c sūt incōmēsurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint: & quæ sequūtur reliqua. quod erat ostendendum.

¶THEON. ¶Lemma.

¶Duabus datis rectis lineis inæqualibus: inuenire cui maius potest maior minore.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ datæ inęquales rectę lineæ a b, c: quarum maior sit a b. oportet iam inuenire cui maius/a b possit ipsa c. Describatur super a b, semicirculus a d b: & in ipso per 1 quarti coaptetur ipsi c æqualis a d. connectaturq; d b. manifestum est iam q angulus a d b rectus est: & q a b ipsa a d hoc est ipsa c maius potest ipsi d b.



¶Similiter autem & duabus datis rectis lineis: potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ a d, d b: oporteatq; inuenire potentem ipsas. Ponatur enim/ vt a d, d b, compræhendant rectum angulum: connectaturq; a b. Manifestum rursus est per 47 primi: q est ipsa a b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 14.

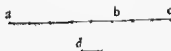
14 ¶Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint/ potueritq; prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine cōmensurabili: & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommensurabili eidem longitudine: & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint quatuor rectæ lineę proportionales a, b, c, d: sicut a ad b sic c ad d. & a quidem ipsa b maius possit eo quod fit ex e. c vero ipsa d: eo qđ fit ex f. Dico q si a ipsi e est cōmensurabilis: cōmensurabilis est quoq; c ipsi f. sed si a ipsi e incōmensurabilis est: incommensurabilis est quoq; c ipsi f. Quoniam enim est sicut a ad b, sic est c ad d: est igitur sicut id quod ex a ad id quod ex b, sic est id quod ex c ad id quod ex d. Sed eidē quod fit ex a: æqua sunt ea quæ fiūt ex e, b. ei autem quod fit ex c: æqua sunt ea quæ fiunt ex d, f. Igitur per 9 quinti sicut quę ex e, b, ad id quod ex b: sic quæ ex d, f, ad id quod ex d. Manifestū igitur est per 17 quinti/ q sicut quod ex e ad id quod ex b: sic est id quod ex f ad id quod fit ex d. Est igitur & sicut e ad b: sic est f ad d. Cōuersim igitur est per 22 sexti: & correlariū 4 quinti/ sicut b ad e: sic est d ad f. est autem & sicut a ad b: sic est c ad d. ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad e sic est c ad f. Si igitur cōmensurabilis est a ipsi e, cōmensurabilis est quoq; per 11 decimi c ipsi f: si vero incōmensurabilis est a ipsi e, incommensurabilis est c ipsi f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales: & quæ sequuntur reliqua, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 15.

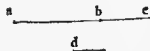
¶Si binæ magnitudines commensurabiles/ compositæ fue= 15
runt: & tota vtri ꝗ ipsarum commensurabilis erit. Et si tota
vni earum commensurabilis fuerit: & quæ in principio ma=
gnitudines/commensurabiles erunt.



¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur binæ magnitudines cõmensurabiles a b, b c. Dico ꝙ tota a c vtriqꝫ ipsarum a b, b c, commensurabilis est. Quoniam enim cõmensurabiles sunt ipsæ a b, b c: ipsas aliqua magnitudo metietur per primam diffinitionem decimi. metiatur: & sit d. Quoniam igitur d ipsas a b, b c, metitur: & totum a c metietur. metitur autem & ipsas a b, b c. igitur d: ipsas a b, b c, & a c metietur. Cõmensurabilis igitur est per 12 decimi/a c: vtriqꝫ ipsarum a b, b c. ¶Sed iã a c vni ipsarum a b, b c, sit commensurabilis: sitqꝫ ipsi a b. Dico ꝙ a b, b c, commensurabiles sunt. Quoniam enim cõmensurabiles sunt a b & a c: metietur eas per primam diffinitionem decimi/aliqua magnitudo. metiatur: & esto d. Quoniam igitur d ipsas a c & a b metitur: & reliquã igitur metietur b c. metitur autem & a b. igitur d: ipsas a b, b c, metietur. Cõmensurabiles igitur sunt: a b & b c. Si binæ igitur magnitudines: & reliqua quæ sequuntur. quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theo. 13. Propo. 16. pręcedẽtis cõuersa.

¶Si binæ magnitudines incommensurabiles compositę fue 15
runt: & tota vtriqꝫ ipsarum incommensurabilis erit. Et si to=
ta vni ipsarum incommensurabilis fuerit: & quæ in principio
magnitudines/incommensurabiles erunt

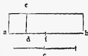


¶THEON ex Zamberto. ¶Componantur enĩ binæ magnitudines incõmensurabiles: a b, b c. Dico ꝙ tota a c: vtriqꝫ ipsarum a b, b c, incõmensurabilis est. Si enim c a & a b incõmensurabiles non sunt: ipsas aliqua metietur magnitudo per 1 diffinitionẽ decimi. metiatur si est possibile: sitqꝫ d. Quoniam igitur d ipsas c a & a b metitur: & reliquã b c metietur. metitur autem & a b. igitur d: ipsas a b & b c metietur. Commensurabiles igitur per 1 diffinitionẽ decimi/sunt ipsæ a b, b c. Supponũtur autem ꝙ & incõmẽsurabiles. qđ est impossibile. Ipsas igitur a b & a c: aliqua magnitudo nõ metietur. Incõmensurabiles sũt ipsæ c a et a b. Similiter iã demõstrabimus: ꝙ & ipsæ a c et c b incõmẽsurabiles sũt. ¶Sed iam ipsa a c, vni ipsarum a b & b c incommensurabilis esto: & primum ipsi a b. Dico ꝙ & ipsæ a b, b c, incommensurabiles sunt. Si enim sunt cõmensurabiles: metietur eas aliqua magnitudo per eãdem. metiatur: sitqꝫ d. Quoniã igitur d ipsas a b & b c metitur: & totam igitur a c metietur. metitur autẽ & a b. Igitur d: ipsas c a & a b metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ c a & a b. Suppositæ vero sunt ꝙ & incõmensurabiles. quod est impossibile. Ipsas igitur a b & b c: aliqua magnitudo non metietur. Incommẽsurabiles igitur sunt ipsæ a b & b c. Similiter iam demonstrabitur ꝙ ipsa a c reliquæ b c incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.

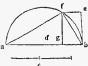
Eucli. ex Camp. Propositio 13.

SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ 13
in duo communicantia diuidat superficies sibi ad
iuncta ęqualis quartæ parti quadrati breuioris li
neæ/cui adiunctę superficiei desit ad complẽdam
totam lineam superficies quadrata: necesse est ipsam lineam
longiorem linea breuiori tanto amplius posse/ quantum est
quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in
longitudine. Si vero longior fuerit potentior breuiori/augmẽ

to quadrati lineæ communicantis sibi in lõgitudine/eiq; adiungatur superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ/cui desit quadrata superficies: superficiem sibi adiũctam/eandem lineam longiorem in duas portiones commẽsurabiles diuidere necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ lineæ inæquales a b & c: maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c: ita q; desit ad complendam lineam a b, superficies quadrata. hoc enim est possibile per 27 sexti. Qd facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b. ita q; inter eas cadat medietas lineæ c, continue proportionalis. Hoc autem qualiter fiat: in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq; ex 16 sexti/superficies b d in d a quæ sit b e: æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4. secũdi erit eadẽ subquadrupla quadrati lineæ c. deest quoq; ad complendam lineam a b, superficies quadrata: cum & a d sit æqualis d e. Dico itaq; q; si superficies b e diuidat lineam a b in duo cõmunicãtia: erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in longitudine. & econuerso. Cum enim sit linea a b maior linea c: non erit a d æqualis d b. sic enim: esset superficies d e, quadrata. & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c: esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c. quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaq; de maiori earum quæ sit d b, abscindatur d f æqualis a d. eritq; per 8 secundi quadratum totius a b: æquale iis quæ sunt ex d b in d a quater & quadrato f b. quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineæ f b. quã necesse est cõmunicari toti a b: si linea a d est cõmunicans lineæ d b. si enim hoc fuerit: erit d b cõmunicans d f eius æquali. quare per 9/b f cõmunicat cum f d. & ideo toti a d. & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Si q; patet primum. ¶Conuersum huius sic patet. Sit a b potentior c in linea f b quæ cõmunicet cum eo in longitudine. Dico tũc q; quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita q; desit superficies quadrata: diuidet lineam a b in duo cõmunicantia. Diuidatur enim f a per æqualia in d. & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b: superficies quadrata. eritq; per 8 secundi: quadratum a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b. igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c: cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur q; d b est cõmunicans cũ a d: cum sit f b comunicans cũ a b. Si enim hoc fuerit vt q; a d sit cõmunicans cum a b: erit etiam cõmunicans cum a f. per 9. quare & cum a d. sed & cum d f. itaq; & d b est cõmunicans cum a d. quod est secundum.

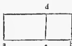


¶NVNC autẽ monstrandũ est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea c) possit sic diuidi vt inter partes eius cadat medietas lineæ c, continue proportionalis. Cum eni sic fuerit diuisa: superficies quæ fiet ex vna in alterã/erit æqualis quadrato medietatis lineæ c. & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiũcta ad lineam a b: ita q; desit superficies quadrata. hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d: lineetur super eam semicirculus a f b. & sumatur b e perpendicularis ad a b: quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistãs ad a b: vsq; quo secet circunferẽtiam semicirculi in puncto f. (necesse est eni vt secet eam: cum linea a b sit maior linea c.) & ducatur f g perpendicularis ad a b. quæ cum per 34 primi sit æqualis lineæ e b: erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducãtur itaq; lineæ f a, f b. eritq; per primam partem 30 tertii, angulus a f b: rectus. & ideo per primam partem correlarii 8 sexti/erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c quæ est sibi æqualis: erit etiam proportionalis inter easdem. quod est nostrum propositum.

¶THEON. ¶Lemma.

¶Si ad aliquam rectam lineam comparetur parallelogrã-

mum specie deficiens a quadrato: comparatum æquum est ei quod fit sub comparatione factorum segmentorum ipsius rectæ lineæ.



¶THEON ex Zãb. ¶Ad aliquã rectã lineã a b cõparet parallelogrãmũ a d deficiẽs specie a quadrato d b. Dico q a d ęquũ est ei qđ fit sub a c, c b. & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est d b: æqualis est d c ipsi c b. & a d est quod fit sub a c, c d: hoc est quod fit sub a c & c b. Si ad aliquam igitur rectam lineam: & quæ sequuntur reliqua. quod fuerat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 17.

¶Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/quartæ autem parti eius quod ex minori æquum maiori comparatum fuerit deficiens specie a quadrato/& in commẽsurabilia ipsam diuiserit longitudine: maior minori maius poterit eo quod fit ex sibi longitudine cõmensurabili. Et si maior minore poterit eo quod fit a sibi commensurabili longitudine/quartę vero parti eius quod a minori æquale maiori comparatum deficiens specie a quadrato: & in commẽsurabilia longitudine ipsam distribuet. 17

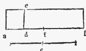


¶THEON ex Zamberto. ¶Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior sit b c. quartæ vero parti eius quod fit ex minore ipsa a, hoc est ex dimidio ipsius a æquum ad ipsum b c comparetur per 28 sexti/ deficiens specie a quadrato: sitq; quod fit sub b d & d c. commensurabilis autẽ esto per hypothesin: b d ipsi d c longitudine. Dico q b c: ipsa a maius potest/eo quod fit a sibi longitudine commensurabili. Secetur enim per 10 primi/b c bifariã in signo e: ponaturq; per 3 primi/ipsi d e ęqualis e f. reliqua igitur d c: æqualis est ipsi b f. Et qm̃ recta linea b c secatur in ęq̃lia in signo e, & in inæqualia in d: igitur per 5 secundi quod sub b d & d c compræhenditur rectangulum vna cum eo quod fit ex e d, quadrato/ęquum est ei quod fit ex e c quadrato. Et ipsa quadruplicẽtur. quater igitur quod sub b d & d c vna cum eo quod fit ex e d sumpto: æquũ est ei quod fit ex quater sumpto e c quadrato. Sed ei quidem quod fit quater sub b d & d c: æquum est id quod fit ex a sumptum quadratũ. ei autẽ quod ex d e quater sumpto: æquum est id quod fit ex d f. dupla enim est d f ipsius d e. Ei autem quod fit ex e c quater sumpto: æquum est id quod fit ex b c quadrato. dupla enim rursus est b c ad ipsam c e. Quæ igitur ex a & d f quadrata: æqualia sũt ei quod fit ex b c quadrato. Quare id quod ex b c fit: eo qđ fit ex a maius est/eo quod fit ex d f. Igitur b c: ipsa a maius potest/ ipsa d f. ostendendum q & commensurabilis est b c ipsi d f. Quoniam enim commensurabilis est b d ipsi d c longitudine: cõmensurabilis igiẽ est per 15 decimi et b c ipsi d c. sed c d: ipsis c d et b f cõmẽsurabilis est lõgitudine. æqualis eni est c d ipsi b f. & b c igitur: ipsis b f & c d lõgitudine cõmensurabilis est per 12 decimi. Igiẽ p 15 & b c ipsi f d cõmẽsurabilis est longitudine. Igitur b c ipsa a maius potest: eo qđ fit a sibi lõgitudine cõmensurabili. ¶ Quartæq; eius qđ fit ex a, ad ipsum b c cõparetur deficiẽs specie a quadrato: sitq; quod fit sub b d & d c. Demõstrabile est q commensurabilis est b d ipsi d c longitudine. Eisdem nãq; dispositis similiter: ostendemus q b c ipsa a maius potest/eo quod fit ex f d. potest autem b c ipsa a maius eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Commẽsurabilis igitur est b c ipsi f d longitudine. Quare & reliquæ vtriq; ipsarũ b f & c d: cõmensurabilis longitudine est b c. æqualis autem est b f ipsi d c. & b c igitur commensurabilis est ipsi c d. Manifeste igitur b d ipsi d c est commẽsurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI fuerint duæ lineæ inęquales quarum longiorem diuidat in duas partes incommensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta/ita quod desit ad eius completionem superficies quadrata: erit longior/potentior breuiori/ augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vero longior/potētior fuerit breuiori/quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine/adiūgaturque ei superficies ęqualis parti quartæ quadrati breuioris/ defueritque longiori superficies quadrata: necesse est vt ipsa superficies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

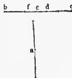
CAMPANVS. Hęc 14 ex cōtrario antecedētis præmissæ infert cōtrarium consequentis præmissæ. & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus argumētandi vtrobique idem. Si enim a d non cōmunicet cum d b: nec d f sibi adæqualis cōmunicabit cum eadem d b. itaque per 9 d f non communicabit cum f b. quare neque a f. sunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum. ideo neque a b cōmunicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit videlicet si a b non communicet cum f b; non communicabit cum a f. quare neque cum a d aut d f. neque igitur a b cum d a. Potest quoque hæc 14 demonstrari per præmissam. prima pars huius ex secunda illius/& secunda ex prima: a destructione consequētis. Si enim a d & d b non communicēt: nec etiam a b & f b communicabunt. nam si a b & b f communicarēt: oporteret per secundam partē præmissæ vt a d communicaret cum d b. sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte. si enim b a & b f non communicant: nec a d & d b communicabunt. nam si sic: sequitur per primam partem præmissæ/ vt a b & b f communicent quæ non communicant. quare patet propositū.



Eucli. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 18. præcedētis conuersa.

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/quartæ autem parti eius quod fit ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiēs specie a quadrato/ & per incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine: maior minore maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili longitudine. Et si maior minore maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili / quartæ autem ipsius quod fit ex minore æquum/ad maiorem comparatum fuerit deficiens specie a quadrato: in incommensurabilia sibi longitudine ipsam dispescit.

THEON ex Zamberto. Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior sit b c. quartæ autem parti eius quod fit ex a, ad ipsam b c æquale comparetur deficiens specie a quadrato: sitque quod fit sub b d & d c. Incommēsurabilis autem esto b d: ipsi d c. Dico quod b c, ipsa a maius potest: eo quod fit a sibi incōmēsurabili. Ipsis namque dispositis vt in præmissa: similiter demōstrabimus/ quod b c ipsa a maius potest eo quod fit ex f d. Demōstrandū igitur quod incōmensurabilis est b c ipsi d f. Quoniam enim incommensurabilis est b d ipsi d c: incommensurabilis igitur est per 16 decimi/b c ipsi c d longitudine. Sed ipsa d c commensurabilis est vtrique & b f & c e quia b f ipsi d c est æqualis. & b c igitur per 13 ipsis b f & d c incommensurabilis est. & perinde per 16 decimi/& reliquæ f d incōmensurabilis est b c lōgitudine. Et b c: ipsa a maius potest / eo quod fit ex f d.



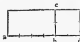


Igit b c maius potest eo qđ fit a sibi cōmensurabili lōgitudine. ℂ Possit iam rursus b c maius q̃ a: eo quod fit a sibi incōmensurabili. quartæ autẽ parti eius quod fit ex a, æquale ad ipsam b c cōparetur deficiens specie a quadrato: & esto id quod fit sub b d & d c. Demonstrandum q; incommensurabilis est b d ipsi d c longitudine. Eisdem namq; dispositis similiter demonstrabimus: q; b c ipsa a maius potest eo quod fit ex f d. Sed iam per hypothesin b c ipsa a maius potest eo quod a sibi fit incommensurabili. Incommensurabilis est igitur b c ipsi f d lōgitudine. Quare per 16 decimi & reliquæ b f & d c vtriq; incommēsurabilis est b c. Sed vtraq; b f & d c: ipsi d c commensurabilis est longitudine. Igitur per 13 decimi b c ipsi d c incommensurabilis est longitudine, quare & b d ipsi d c incommensurabilis est longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ: & reliqua quæ sequuntur. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 15



Mnis superficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales: rationalis esse probatur. 15



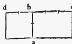
ℂ CAMPANVS. ℂ Sint duæ lineæ a b & b c continētes superficiem rectangulam a c rationales in longitudine. dico superficiem a c esse rationalem. descripto enim quadrato cuiusuis earum / vt c d lineæ b c: erit per primam sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cōmunica in longitudine cū a b ex hypothesi, eo q; b c sua æqualis: erit per primā partẽ decimæ / c d cōmunicans a c. Cum sit itaq; c d rationalis per diffinitionem: erit & a c rationalis. quod est propositum

ℂ THEON Lemma.

ℂ Quoniam ostensum est q; quæ longitudine cōmensurabiles omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quę autem potentia non omnino etiam longitudine verumtamen possunt & longitudine cōmensurabiles esse & incommensurabiles: manifestum q; si positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commensurabilis non solum longitudine verum & potentia. quæ enim longitudine commensurabiles: omnino etiam & potentia. Si autẽ positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia ea quidem & lōgitudine: dicitur etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ vero expositæ rursus rationali commensurabilis existens potentia, longitudine fuerit ei incommensurabilis: dicitur sic rationalis, potentia tantum commensurabilis. Rationales enim appellat expositę rationali: longitudine & potentia commensurabiles, aut & potētia tantū. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incommensurabiles sunt expositæ rationali, potentia vero tantum cōmensurabiles: & id propterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commensurabiles adinuicem vel non solum potētia veruntamen & longitudine vel potentia tantum: & si longitudine quidem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito q; & potẽtia. Si vero potentia tantum adinuicem sunt commensurabiles: appellantur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Q; autem rationales commensurabiles sunt: hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt que expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ vero eidem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles per. 12. decimi: quæ rationales igitur / sunt commensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 19.

ℂ Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorum compræhensum rectangulum rationale est. 19



¶THEON ex Zāberto. ¶Sub rationalibus enim longitudine commensurabilibus rectis lineis a b & b c: rectangulum comprælendatur a c. Dico q a c: rationale est. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. rationale igitur est a d. Et quoniam commēsurabilis est a b ipsi b c lōgitudine: æqualis autē est a b ipsi b d: commensurabilis est igitur b d ipsi b c longitudine. estq; sicut b d ad b c: sic est d a ad a c. rationale autem: d a. rationale igitur per 11 decimi est & a c. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur longitudine: & reliqua. quod oportuit ostendisse.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 Vm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula: latus eius secundum erit in longitudine rationale/ laterique primo in longitudine commensurabile.



¶CAMPANVS. ¶Hæc est quasi cōuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam a b rationalem in longitudine/ fuerit rationalis: dico q latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine/ & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b. eritq; rationale ex diffinitione: & propter hoc erit communicans cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c: erit per primam partem decime b d communicans cum b c. ergo cum b a sua æquali. Sed b a: rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaq; propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 20.

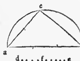
20 ¶Si rationale ad rationalem comparatum fuerit: latitudinē efficit rationalem/ commensurabilēq; ei ad quam comparatur longitudine.

¶THEON ex Zamberto. ¶Rationale enim a c, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum a b comparetur: latitudinem efficiens b c. Dico q rationalis est b c: & commensurabilis ipsi b a longitudine. Describatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d. Rationale igitur per 9 diffinitionem decimi est a d. rationale autem & a c. commensurabile igitur per conuersionem 10 diffinitionis est d a ipsi a c. Estq; sicut d a ad a c: sic est d b ad b c. commēsurabilis igitur est per 11 decimi d b: ipsi b c. Aequalis autem est d b: ipsi b a. commensurabilis igitur est a b: ipsi b c. Rationalis autem est a b. rationalis igitur est per conuersionem 7 diffinitionis & b c: & commēsurabilis ipsi b a longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatū fuerit: & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

¶Subsequentes ex Campano propositiones/ 17 scilicet & 18: respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 Vas lineas inuenire potentia tantum rationales cōmensurabiles: quarum longior plus possit breuiori/ quadrato lineæ sibi cōmensurabilis in longitudine.



¶CAMPANVS. ¶Propositū est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes: quarum longior sit potētior breuiori/ quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineā rationalem quæ sit a b: super quam describo semicirculum a c b. & sumpto aliquo numero vt d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e; ita q sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum/ non sit autem proportio d e ad f e vt numeri quadrati ad nu

c

a b

d . . . . f . . . . . e

merum quadratum, talis autẽ numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum/ vt 9 qui diuiditur in 4. & 5: & omnes horum æquemultiplices. Et inuenio lineam: ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerum d f. qualiter autem ipsa reperiatur: in demonstratione 5 dictum est. Hanc lineam inuentam quę necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b: sitq; a c. & subtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b: esse quas quærimus. Erit enim per primam partem 30 tertij/ angulus c rectus: & ideo per penultimam primi/ quadratũ a b æquale est quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad d f per hypothesin: erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e. ergo quadratũ c b: communicat cum quadrato a b per 6 huius. erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem: cum cõmunicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per vltimam partem 7: constat duas lineas a b & c b esse rationales/ potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quę per secundam partem septimæ communicat secũ in longitudine: constat habitum esse propositum.

n k c

r

a b

d

e. . . . . f . . . .

d

g. . . . . h . . . .

d

l. . . . . . m. . . . .

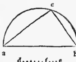
d

p. . . q. . . . .

CAMPANI annotatio. Si autem libeat plures duabus potentia tãtum rationales communicantes quarum vna potentior longior sit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in longitudine/ reperire: sit vt prius linea a b rationalis in longitudine, super quã describatur semicirculus a c b. sumaturq; nũerus d quadratus/ qui sit diuisibilis in multos quadratos & non quadratos: quorum nõ quadratorũ minime sit proportio sicut aliquorum numerorum quadratorum. tales autẽ numeri vltro se offerũt. vt 36: qui est diuisibilis in 25 & 11, itẽq; in 16 & 20, rursusq; in 9 & 27, ac iterum in 4. & 32. istorum vero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32, ad inuicem non est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum. Esto igitur vt numerus d quadratus: diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c: sicut numerus d ad numerum e. & ducatur linea c b. & constat propositum vt prius demonstratum est: a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidã d in g quadratum & h nõ quadratum: sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k: sicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntq; vt prius duæ lineæ a b & k b: quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum/ & ponatur proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a n sicut d ad l, & producatur n b: erũt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Q; si rursus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum/ & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a r sicut d ad p, & protracta fuerit linea r b: erũt etiam duæ lineæ a b & b r, quales inquirimus. Sũt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea cõmunicãtes: quarum vna videlicet a b est potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine: constat propositũ. Istud autẽ sic probatur. patet enim ex præmissis: q; quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ a b est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratũ lineæ b k est sicut numerus d ad numerum h. ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k: est sicut numerus f ad numerum h. sed nullus quatuor numerorũ f, h, m, q: se habet ex hypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum. quare per 3 partem septimæ/ duæ lineę b c, b k: sunt incõmensurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine. Liquet ergo quod volumus.

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

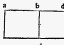
18 Vas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quãtum est quadratum lineæ sibi incommensurabilis in longitudine: inuenire. Zamb. 30



ℭCAMPANVS. ℭIn hac quoq; remaneat eadem dispositio eædemq; hypotheses quæ in præmissa: hoc solum mutato q; proportio numeri d e ad neutrũ duorũ numerorũ d f & f e, sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. hoc autẽ facile fiet: posito d e quolibet nũero quadrato diuiso in duos nũeros nõ quadratos. vt si d e sit 9: & d f 6, & f e 3. argumẽtãdo vt prius: hoc dũtaxat excepto q; a b & a c sint incõmẽsurabiles in lõgitudine per vltimã partem 7. ℭCAMPANI additio. ℭ Et sciendũ q; duæ lineæ quales hęc & pręmissa docent inuenire: componũt binomiũ. & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est dicitur residuũ. ℭNota etiam q; lineæ tantum potẽtia rationales communicãtes: possunt esse vna rationalis & alia irrationalis. sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum vna sit 25 pedum & alia 24: sunt rationalia potentia tantũ communicantia. latus enim primæ superficiei est 5: latus vero secũdæ non numeratur. Et possunt esse ambæ irrationales: vt latera tetragonica duarũ superficierum quarũ vna sit 24 pedũ, & alia 23. neutrius enim numeratur latus, suntq; in longitudine incommẽsurabilia ex vltima parte septimæ. ℭQz si libeat etiam inuenire plures lineas duabus potẽtia tantum rationales communicantes, quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q; ipsius ad nullã suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri quadrati ad numerũ quadratum. vt 25: potest diuidi in 2 & 23, item in 5 & 20, & rursus in 7 & 18. Et sic processus idem qui fuit in pręmissa.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Mnis superficies quam continent duæ lineæ potẽtialiter tantum rationales communicantes: est irrationalis, diciturq; superficies medialis. eiusq; latus tetragonicum scilicet quod in eam potest: est irrationale/diciturq; linea medialis



ℭCAMPANVS. ℭSint duæ lineæ a b, b c, continẽtes superficiem a c: rationales potentia tãtum communicantes, quæ qualiter reperiantur: ex præmissa & antepræmissa manifestum est. dico superficiem a c esse irrationalem. Sit enim d c quadratum b c. eritq; rationale per hypothesin: eo q; linea b c est rationalis in potentia. Et quia ex prima sexti a c ad c d sicut a b ad b d, nõ communicat autem a b cum b d quia ex hypothesi non communicat cũ sua æquali quę est b c: sequitur per secundam partem 10 vt etiam a c non cõmunicet cum c d. quare per diffinitionem/superficies a c est irrationalis: ideoq; & suum latus tetragonicum est etiam irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis: quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales videlicet inter quadrata duarum linearum ipsam continentiũ. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis: quoniam ipsa quoq; est medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes. & hæ duæ lineæ: sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod volumus.

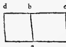
ℭTHEON. Lemma.

ℭPotens irrationalem aream: irrationalis est.



ℭ Possit enim a, irrationalem aream: hoc est id quod fit ex a quadratum æquale irrationali areę. Dico q; a irrationalis est. si enim est rationa-

le :erit rationale quoq id quod ex a quadratum. sic enim in diffinitionibus non est autẽ. Irrationalis igitur est a. Potẽs irrationalẽ igitur: & reliqua. quod erat ostendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 81 Propositio 21

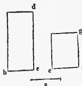
Sub rationalibus potẽtia tantum commensurabilibus rectis lineis comprẹhensum rectangulum irrationale est: illud q potens irrationalis est/ voceturq media. 21

THEON ex Zamb. Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b & b c: comprahendatur rectangulum a c. Dico q a c irrationale est: potẽsq illud irrationalis est/ & media appellatur. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. Et quoniam incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine (potentia namq tantũ supponũtur cõmẽsurabiles) æqualis autẽ est a b ipsi b d: incõmẽsurabilis igit̃ est & b d ipsi b c lõgitudine. Estq sicut d b ad b c: sic est a d ad a e. incõmẽsurabilis igitur est p 11 decimi d a ipsi a :. Rationale autẽ est d a. irrationale igit̃ est a c. quare & ipsum potẽs a c, hoc est potẽs ẹquale ei quadratũ: irrationalis est. voceturq media: eo q ex ipsa quadratũ ẹquale est ei quod fit ab b c, & eo quia ipsa media per secundam partem 17 sexti proportionalis est ipsis a b & b c. Sub rationalibus igitur potentia tantum: & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio. 20



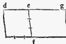
Cum adiuncta fuerit lineẹ in lõgitudine rationali superficies ẹqualis quadrato lineẹ medialis: latus eius secundum potentialiter tantũ erit rationale/ laterique primo in longitudine incommensurabile. 20



CAMPANVS. Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit a linea medialis. sitq linea b c rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate vt docet 10 sexti: eritq superficies ex b c in d æqualis quadrato lineẹ a, per 16 eiusdem. dico latus eius secundum/ quod est d c: esse rationale in potentia tantum/ & incommensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq ex præmissa per diffinitionem lineæ medialis: vt linea a possit in aliquam superficiẽ contentam a duabus lineis potentia tantũ rationalibus communicantibus/ quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Eruntq duẹ superficies b d & e g per primam partem 13 sexti laterum mutuorum: propter hoc q ipsẹ sunt æquales & rectangulæ. proportio ergo b c ad e f: est sicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e f, eo q quadrata vtriusq earum sunt rationalia ex hypothesi: f g communicabit in potentia cum c d. Cũ igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin: erit quoq quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia superficies b d est irrationalis sicut sua æqualis e g, per præmissam: sequitur vt quadratum lineæ c d nõ communicet cum superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiem b d est per primam sexti sicut c d ad c b: erit per secundã partem 10 vt c d non communicet cum b c. Quare cũ b c est rationalis in lõgitudine ex hypothesi: erit c d irrationalis in longitudine/ & potentia tantũ rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

THEON. Lemma.

Si fuerint binẹ rectæ lineæ: est sicut prima ad secundam sic quod fit a prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

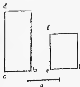


Sint binæ rectæ lineæ: f e, e g. Dico q est sicut f e ad e g: sic est quod ex f e, ad id quod sub f e & e g. Describatur enim per 46 primi ex f e, quadratum d f: compleaturq f g. Quoniam igitur est sicut d e ad e g sic est f d ad f g, & est quidem f d id quod fit ex f e, at f g iam id est quod sub

ſub d e & e g hoc eſt quod ſub f e & e g: eſt igitur ſicut f e ad e g, ſic quod ex f e ad id quod ſub f e & e g. ſimiliter quoq; & ſicut quod ſub g e & e f: ad id quod ex e f. hoc eſt ſicut g d ad d f: ſic e g ad e f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 22.

22 ¶ Media ad rationalem comparata: latitudinem efficit rationalem / & ei incommenſurabilem ad quam comparatur longitudine.



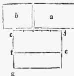
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit per 21 decimi media quidem a: rationalis autem c b. & ei quidem quæ fit ex a æqua ad b c comparetur per 45 primi area rectangula b d: latitudinem efficiens c d. Dico q rationalis eſt c d: & incommenſurabilis ipſi c b longitudine. Quoniã per 21 decimi a media eſt: aream poteſt compræhẽſam ſub rationalibus potentia tantum commenſurabilibus. poſſit autem g f. poteſt autem & b d. æqualis igitur eſt b d: ipſi g f. eſt autem & ei æquiangula. Aequaliũ autem & æquiangulorum parallelogrammorum per 14. ſexti / reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. proportionalis igitur eſt ſicut b c ad e g: ſic e f ad c d. eſt igitur per 22 ſexti: & ſicut id quod ex b c ad id quod ex e g: ſic eſt id quod ex e f ad id quod ex c d. Commenſurabilis autem eſt per hypotheſin / quæ ex b c: ei quæ ex e g. Rationalis enim eſt vtraq; ipſarum. Commenſurabilis igitur eſt per 12 decimi & quæ ex e f: ei quæ ex c d. Rationalis autem eſt quæ ex e f. rationalis igitur & quæ ex c d. rationalis igitur eſt c d. Et quoniam incommenſurabilis eſt e f ipſi e g longitudine (potentia enim tantum ſunt commenſurabiles ex conſtructione) ſicut autem e f ad e g ſic per lemma præcedens quod ex e f ad id quod ſub e f & e g: incommenſurabilis igitur eſt per 11 decimi quæ fit ex e f ei quæ ſub f e & e g. Sed ei quidem quæ fit ex e f: commenſurabilis eſt ea quæ fit ex c d. rationales enim ſunt potentia. Quæ autem ſub f e & e g fit incommenſurabilibus / & quæ ſub d c & c b: æquales ſunt ei quæ ex a. Incõmenſurabilis igitur eſt per 13 decimi (& quomodo aduerte) quæ ex c d ei quæ ſub d c & c b. Sicut autẽ quæ ex c d ad eã quæ ſub d c & c b: ſic per lemma præcedens eſt d c ad c b. Incommẽſurabilis igitur eſt d c: ipſi c b longitudine. Rationalis igitur eſt c d: & ipſi c b longitudine commenſurabilis. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

21 Omnis linea communicans mediali: eſt medialis.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a medialis: cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potẽtia tantum. Dico q etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine: cui adiungatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineę a, & item ſuperficies e g æqualis quadrato lineæ b. hoc autẽ qualiter fiat: in præmiſſæ demonſtratione dictũ eſt. Erit q; per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantum: & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primam ſexti e g ad c f ſicut f g ad d f, cõmunicat autem e g cum c f eo q quadratum b cõmunicat cum quadrato a per hypotheſin / quibus quadratis dictæ ſuperficies poſitę ſunt æquales: ſequitur per primam partem decimæ vt linea f g communicet cum linea d f. quare f g eſt rationalis in potentia tantum ſicut eſt d f, & incommenſurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f ſibi communicans ſit incommenſurabilis eidem e f eo q ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8 / q ſi fuerint duæ quãtitates communicãtes: cuicunq; vna earum non communicat / nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis; & eius latus tetragonicũ quod eſt b, mediale. Quod eſt propoſitum.

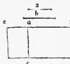




¶¶CAMPANI additio. ¶Similiter quoq; omnis superficies communicans superficiei mediali: medialis esse conuincitur. Sit enim superficies a medialis: cui ponatur superficies b esse cõmunicans. dico superficiem b esse medialem. quod sic cõstabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine: adiungaturq; ei superficies c e, quę sit æqualis superficiei a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quam sic se habeat vnum ex lateribus superficiei a: sicut linea c d se habet ad reliquũ. hæc autẽ linea qualiter reperiatur: in 10 sexti dictum est. eritq; ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiũgatur superficies e g: quę sit ęqualis b. erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis: erit quoq; lineę c d in longitudine incõmensurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypothesi: erunt quoq; c e & e g eis æquales cõmunicantes. itaq; per primam sexti & per primam partem decimæ huius / erunt duæ lineæ c f & f g: communicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum: & lineæ e f incõmensurabilis in longitudine. quare per 19 superficies e g erit medialis: cum linea e f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g: erit quoq; b medialis. quod est propositum. ¶ Et nota q̄ omnes superficies mediales cõmunicantes: componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis. quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantũ / & non cõmunicantes in longitudine: sequitur vt tota c g sit rationalis in potentia tantum / & non communicans c d in longitudine. itaq; per 19 d g est medialis. Eodemq; modo si sint plures.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 23.

¶Quæ mediæ commensurabilis: media est. 23



¶THEON ex Zamb. ¶Sit media a: & ipsi a cõmensurabilis esto b. Dico q̄ & b media est. Exponatur eni rationalis c d. & ei quæ ex a fit æqualis / ad c d comparetur area rectãgula c e per 44 primi: latitudinẽ efficiẽs e d. Rationalis igitur est per præcedentem e d: incommensurabilisq; ipsi c d longitudine. ei autem quæ ex b æqualis / ad c d comparetur per 44 primi area rectangula c f: latitudinem efficiens d f. Quoniam igitur commensurabilis est a ipsi b: commensurabile est quoq; id quod ex a ad id quod ex b. Sed ei quidem quod ex a: ęquum est e c. ei autem quod fit ex b: æquum est c f. Commensurabile igitur est e c ipsi c f. estq; sicut e c ad c f: sic est e d ad d f. Commẽsurabilis igitur est per 11 decimi e d ipsi d f longitudine. Rationalis autem est e d: & ipsi d c incommensuralis lõgitudine. Rationalis igitur est & d f & ipsi d c longitudine incommensurabilis. Igitur c d & d f per 13 decimi rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum: irrationale est per 21 decimi. & illud potens / irrationalis est: appellaturq; media. potẽs igitur id quod sub c d & d f: media est. potestq; b quod sub c d & d f fit. media igitur est b. quod erat ostendendum.

¶CORRELARIVM. ¶Hinc igitur est manifestum: q̄ mediæ areæ rationali commensurabilis media est. possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles: quarum altera media. quare & reliqua media est. Similiter autem ex eis quæ de rationalibus & medijs dicta sunt: sequitur vt mediæ longitudine commensurabilis / media appelletur eiq; commensurabilis non tantum longitudine sed & potentia. quoniam in vniuersali longitudine commensurabiles omnino & potentia. Si vero mediæ commensurabiles potentia tantum: dicuntur mediæ potentia tantum commensurabiles.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

Zamb. 26. Mnis differentia qua abundat mediale a mediali: irrationalis esse probatur. 22

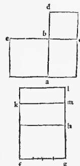
¶CAMPANVS. ¶Sit vtraq; duarum superficierum a b & a: medialis.

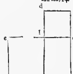
dico q superficies b quæ est earum differentia: est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine cui adiũgatur superficies d e ęqlis superficiei a: & superficies d f æqualis totali superficiei a b. hoc autem qualiter fiat: in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b, & d e ęqualis a: erit per cõceptionẽ g f æqualis b. Si itaq; superficies b nõ est irrationalis sed rõnalis: erit & f g sua æqlis rõnalis. At cũ linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d: erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & comunicãs lineæ e g. p 20 autẽ est vtraq; duarũ linearũ c e & e f potentialiter tantum rationalis: & lineæ c d incommensurabilis in longitudine. itaq; e f linea est incommensurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est sicut e f ad c e: sequitur per secundam partem decimæ vt quadratum lineæ e f sit incommensurabile superficiei factæ ex e f in c e. quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e. quadratum vero c e cum sit rationale: est cõmunicans quadrato e f. totum igitur ex ambobus compositum erit per 9 cõmunicãs quadrato e f. Et ideo incommẽsurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearũ c e & e f & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incõmẽsurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f: sequitur per ea quæ addita sunt in 9 vt quadratum c f sit incommẽsurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatũ ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale. & ideo linea c f non est rationalis in potẽtia. & idcirco non erit superficies d f medialis: neq; a b sibi æqualis. quod est inconueniẽs: cũ sit cõtrarium positis. Relinquitur igitur q superficies b: est irrationalis. quod est propositum.

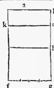
Eucli. ex Camp. Propositio 23. Zamb. 25.

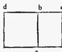
23 Mnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicãtes: aut rationalis est aut medialis.

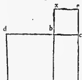
CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & b c mediales potentia tantum cõmunicantes: dico q superficies a c ab eis cõtenta aut est rationalis/aut medialis. Sint enim: c d quadratum lineæ b c, & a e quadratũ lineæ a b. eruntq; ex hypothesi hęc duo quadrata cõmunicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in longitudine: cui adiũgatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c. erũtq; hæ tres supficies f h, h k & k l cõtinue proportionales: sicut suæ æquales a e, a c, & d c. quare per primã sexti erũt etiã tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum: continue proportionales. Et cum supficies f h & k l sint cõmunicãtes sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia: sequitur per primam sexti & decimã huius vt linea g h sit cõmunicans cum m l. vtraq; autem earum est rationalis: in potentia per 20 huius. igitur superficies vnius earũ in alteram est rationalis. omnis enim superficies quam continẽt duæ lineæ rationales in potẽtia/cõmunicantes in longitudine: necessario est rationalis/vt patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione supficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæsextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l: erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in longitudine siue cõmunicans lineę k m quæ est æqualis lineæ f g: erit per 15 supficies h k rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autẽ h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g: cum ipsa sit rationalis saltem in potẽtia eo q suum quadratum est rationale/erit ex 19 superficies h k medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.













¶CAMPANI annotatio. ¶Et nota ꝙ si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine communicantes: esset superficies a c medialis tantum. esset enim superficies a c communicans vtriq; duorũ quadratorũ a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin: & per 10 huius. & ideo superficies h k æqualis a c: esset communicans vtriq; superficiei f h & k l. igitur per primam sexti/& 10 huius linea h m esset communicans vtriq; duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potẽtia tantum/non cõmunicantes in lõgitudine lineæ f g: esset quoq; h m rationalis in potentia tantum/non communicans in longitudine lineæ f g. quare per 19 esset superficies h k medialis tantum. & ideo etiam a c sibi æqualis. ¶Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cõmunicantes: superficies a c neq; esset rationalis neq; medialis. si enim sic esset/scilicet ꝙ duę lineæ a b et b c essent mediales neq; i lõgitudine neq; in potẽtia cõmunicãtes: essent duo quadrata a e & c d incõmunicantia. itaq; & duæ superficies f h & k l eis æquales quoq; essent incommunicãtes. quare & duæ lineæ g h & m l essent incommẽsurabiles per primam sexti: & per secundã partẽ decimi Et quia vtraq; earũ est rationalis tantum in potentia: per 20 esset superficies vnius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primã partem 16 sexti: esset per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non esset superficies h k rationalis. nec etiã per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.

¶Præcedentes duę ex Campano propositiones scilicet 22 & 23: tribus ex Zamberto sequẽtibus videlicet 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent. 22 namq; ex Camp. 26 ex Zamb. 26 autem ex Camp. cum additione: 24 & 25 ex Zamberto respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24.

¶Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis 24
compræhensum rectangulum: medium est.

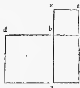
¶THEON ex Zãb. ¶Sub medijs inquã lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis a b, b c: cõprælendatur rectangulũ a c. dico ꝙ a c mediũ est. Describatur eni per 46 primi ex a b: quadratum a d. medium igitur est a d. Et quoniam cõmensurabilis est a b ipsi b c longitudine/æqualis autẽ est a b ipsi b d: commensurabilis igitur est d b ipsi b c lõgitudine. Quare & d a ipsi a c per correlariũ 23 decimi cõmẽsurabilis est. medium autem est d a. medium igitur est & a c. quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

¶Sub medijs potentia tantum cõmensurabilibus rectis li- 25
neis comprehensum rectangulũ: aut rationale aut mediũ est.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b, b c: comprææhendatur rectangulum a c. Dico ꝙ a c: aut rationale/aut medium est. Describãtur inquam per 46 primi ex a b & b c: quadrata a d & b e. medium est igitur vtrunq; ipsorum a d & b e. Exponaturq; rationalis f g. ipsiq; a d æquum ad f g comparetur per 44 primi rectangulum parallelogrammum g h, latitudinem efficiens f h. Ipsi autẽ a c ad h m æquũ comparetur per eandem rectangulum parallelogrammum m k: latitudinem efficiens h k. Et insuper per eandẽ ipsi b e æquum similiter ad k n cõparetur n l: latitudinẽ efficiẽs k l. Quoniã in rectas lineas igitur sunt f h, h k, & k l, & quoniam vtrũq; ipsorũ a d & b e medium est/estq; æquale a d ipsi g h, & b e ipsi n l: mediũ igitur est & vtrũq; ipsorũ g h, n l. & ad rationalẽ f g cõparant. Rationalis igitur est per 22 decimi vtraq; ipsarũ f h & k l: & incõmensurabilis ipsi f g lõgitudine.

Quoniam igitur commẽsurabile est a d ipsi b e: commensurabile igitur est per 11 decimi & g h ipsi n l. estq; sicut g h ad l n: sic per primam sexti est f h ad k l. Commensurabilis igitur est per eandẽ 11 / f h ipsi k l longitudine. Ipsæ igitur f h, k l: rationales sunt longitudine commensurabiles. Rationale est igitur per 19 decimi quod sub f h, k l. Et quoniam æqualis est quidem d b ipsi b a, & x b ipsi b c: est igitur sicut d b ad b c, sic est a b ad b x. Sed sicut quidem d b ad b c: sic est per primam sexti / & per 11 quinti d a ad a c. sicut autem a b ad b x: sic est a c ad c x. est igitur sicut d a ad a c: sic est a c ad c x. æquũ autem est a d ipsi g h, & a c ipsi m k, & c x ipsi n l. est igitur per 17 sexti / sicut g h ad m k: sic est m k ad n l. est igitur sicut & f h ad ipsum h k: sic est h k ad ipsum k l. Igitur quod sub f h, k l: æquũ est ei quod fit sub h k. Rationale autem est quod sub f h, f l. rationale igitur est & quod fit ex h k. Rationalis est igitur per 19 decimi ipsa h k. & si quidem commensurabilis est ipsi f g longitudine: rationale est per 22 decimi h n. Si autem incommensurabilis est ipsi f g longitudine: ipsæ h k & h m rationales per 21 decimi sunt potentia solum cõmensurabiles. medium igitur est h n. Igitur h n aut rationale est aut medium. æquum autem est h n ipsi a c. igitur a c vel rationale vel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum cõmensurabilibus: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

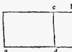


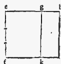


Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26.

26 ¶ Medium: non excedit medium rationali.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Si enim possibile: medium a b, mediũ a c excedat rationali d b. ponaturq; rationalis e f. ipsiq; a b æquum ad e f comparetur per 44 primi parallelogrammum rectangulũ f h: latitudinẽ efficiens e h. ipsi autem a c æquum auferatur f g. reliquum igitur b d: per tertiam communem sententiam reliquo k h est æquale. Rationale autem est d b: rationale igitur est & k h. Quoniam igitur medium est vtrunq; ipsorum a b, a c, estq; a b ipsi f h æquale per corellarium 23 decimi / at a c ipsi f g: medium igitur est vtrunq; ipsorum f h, f g. & ad rationalem e f cõcomparatur. Igitur rationalis est vtraq; ipsarum h e & e g: & incommensurabilis ipsi e f lõgitudine per 22 decimi. Et quoniam rationale est d b, estq; ipsi k h æquale: rationale igitur est & k h. ad rationalẽq; e f comparatur. rationalis igitur est per 20 decimi g h: & ipsi e f longitudine commensurabilis. Sed e g rationalis est: & ipsi e f longitudine incommensurabilis. incommensurabilis igitur est per 13 decimi e g ipsi g h longitudine. estq; sicut e g ad g h: sic quod fit ex e g ad id quod sub e g & g h. Incommensurabile igitur est per 11 decimi & lemma 21 decimi quod fit ex e g ei quod sub e g & g h. Sed ipsi quidem quod fit ex e g: commensurabilia sunt quæ fiunt ex e g & g h quadrata rationalia etenim vtraq; ei autem quod sub e g & g h commensurabile est per 13 decimi id quod bis sub e g & g h. duplum nanq; est illius. Incommẽsurabilia igitur sunt per 16 decimi quæ fiunt ex e g & g h: ei quod bis sub e g & g h. & vtraq; igitur quæ ex e g & g h & quod bis sub e g & g h quod est quod fit ex e h: p 4 secundi incommensurabile est eis quæ fiunt ex e g & g h. Rationalia autem sunt quæ fiũt ex e g & g h per diffinitionem. Irrationale igitur est quod fit ex e h. irrationalis igitur est e h. sed & rationalis. quod est ĩpossibile. medium igitur medium non excedit rationali. quod erat ostendendum.





Sequẽtes duę ex Zãb. neutiq̃ in Cãpano respõdẽtes hñt.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 27.

27 ¶ Medias inuenire potentia tantum commensurabiles: rationale comprætendentes.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles a, b. sumanturq; per 13 sexti ipsarũ a, b, media proportionalis c. Fiatq; per 12 sexti sicut a ad b, sic c ad d. Et quoniam ipsę a, b,

a ℞. 9
c ℞ ℞ 54.
b ℞. 6
d ℞. ℞. 24.

a ℞. 9
c ℞ ℞ 54.
b ℞. 6
d ℞.℞.24.

rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles: igitur quod sub a,b, hoc est quod ex c fit/per 21 decimi medium est. media igitur est c. Et quoniam est sicut a ad b sic c ad d, ipsæ autem a,b, potentia tantum sunt commẽsurabiles: & c,d, igitur per 11 decimi/potentia tantum sunt commensurabiles: estq; c media. media igitur est per 23 decimi/& d. Ipsę igitur c,d, per constructionem: mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico q̃ & rationale compræhendunt. Quoniam enim est sicut a ad b sic est c ad d: vicissim igitur per 16 quinti est sicut a ad c sic est b ad d. Sed sicut a ad c: & c ad b. & sicut igitur per 11 quinti/c ad b sic b ad d. igitur quod sub c,d æquum est ei quod fit ex b. Rationale autem est quod fit ex b. Rationale igitur est quod sub c,d. Inuentæ igitur sunt mediæ potẽtia tantũ commensurabiles: rationale compræhendentes. quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 28.

ℂ Medias comperire potentia tantum commẽsurabiles: medium compræhendentes. 28

a ℞. 16
d ℞.℞.128.
b ℞. 8.
c ℞.6
e ℞.℞.72.

ℂ THEON ex Zamberto. ℂ Exponantur enim tres rationales potentia tantum commẽsurabiles: a,b,c. suscipiaturq; per 13 sexti ipsarum a,b: media proportionalis d. Fiatq; per 12 sexti sicut b ad c: sic d ad e. Quoniã enim a,b, rationales sunt/potentia tantum commensurabiles: igitur per 21 decimi/quod sub a b hoc est id quod fit ex d, medium est. media igitur est d. Et quoniam b,c, potentia solum sunt commensurabiles/estq; sicut b ad c sic est d ad e: ipsæ igitur d,e, per 11 decimi potentia tantum sunt commensurabiles. media vero est d. & igitur e. Igitur ipsæ d,e: mediæ sunt potentia tantum commẽsurabiles. Dico q̃ & medium compræhẽdunt. Quoniam enim est sicut b ad c sic est d ad e: vicissim igitur per 16 quinti/sicut b ad d sic est c ad e. Sicut autem b ad d: sic d ad a. Et sicut igitur per 11 quinti d ad a: sic c ad e. Quod igitur sub a,c: per 16 sexti/æquum est ei quod sub d,e. medium autem quod sub a,c. medium igitur per correllarium 23 decimi quod sub d e. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles: medium compræhendentes. quod fecisse oportuit.

ℂ THEON. Lemma.

ℂ Comperire duos quadratos numeros: vt ex eis compositus sit quadratus.

a ......d......c.........b

ℂ THEON ex Zãb. ℂ Exponant̃ bini nũeri a b & b c. sintq; aut pares/aut ipares. Et quoniã si a pari par auferatur & si ab ipari impar/per 26 noni reliquus erit par: si igitur ab a b pari par b c, aut ab impari a b, impar b c auferatur/reliquus a c par est. Secetur a c bifariam in d. sint autẽ ipsi a b, b c: aut similes plani/aut quadrati qui & similes plani sunt. Igitur qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus est per 6 secundi ei qui fit ex b d quadrato. estq; quadratus qui sub a b, b c: quoniam patuit per primã noni q̃ si bini similes plani multiplicantes se adinuicẽ aliquẽ fecerint/factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub a b, b c, & qui ex c d: qui compositi/b d quadratũ cõficiũt. ℂ CORRELARIVM. ℂ Ac manifestum q̃ inuenti sunt rursus bini quadrati & qui ex b d & qui ex c d: & perinde eorum excessus qui sub a b, b c, est quadratus/quando ipsi a b, b c, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani: inuenti sunt bini quadrati & qui ex b d & qui ex d c, quorum excessus qui sub a b & b c non est quadratus.

ℂ Lemma præcedentis oppositum.

ℂ Inuenire binos quadratos numeros: vt ex eis compositus non sit quadratus.

a..g..h.d.e.f...c........b

ℂ Sint enĩ a b, b c, similes plani vt qui sub a b, b c, per 1 noni sit quadratus: sitq; par c a. seceturq; c a bifariam in d. Manifestum iam est q̃ qui sub a b, b c, quadratus vna cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus est ei

qui ex b d quadrato. Auferatur autem vnitas d e. Igitur qui sub a b & b c vna cum eo qui ex c e: minor est eo qui fit ex b d quadrato. Dico igitur ꝙ qui sub a b, bc, quadratus vna cũ eo qui ex c e: nõ est quadratus. Si enim est quadratus: vel est æqualis ei qui ex b e, vel eo minor. Maior autẽ nõ erit: cum qui sub a b, b c, quadratus vna cum eo qui ex c d quadrato hoc est qui ex b d, primus sit maiorũ quadrato qui ex b e, vnitas enim nõ secatur. maior autẽ est eo qui sub a b. b c, vna cũ eo qui ex c e. c d enim; ipso c e vnitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub a b, b c, vna cũ eo qui fit ex c e: æqualis ei qui ex b e. sitq; ipsius d e vnitatis; duplus g a. Quoniam igitur totus a c totius c d duplus est / & a g ipsius d e est duplus: & reliquus igitur per 7 septimi g c reliqui e c duplus est, bifariam igitur ipsum g c: ipse e dispescit. Igitur qui sub g b & b c vna cũ eo qui fit ex c e: æquus est ei qui fit ex b e quadrato. Sed qui sub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: ęquus supponitur ei qui ex b e quadrato. Qui sub g b, b c, igitur vna cũ e c qui fit ex c e: ęquus ei est qui fit sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e. Cõmuni igitur sublato qui ex c e: ducitur a b æqualis ipsi g b. quod est impossibile. Qui sub a b, b c, igitur vna cũ eo qui ex c e: æquus nõ est ei qui fit ex b c. Dico iam ꝙ neq; minor eo qui ex b e. Si enim possibile: sit ei qui ex b f æqualis. & ipsius d f duplus h a. Cõducaturq; duplus rursus h e ipsius c f: & vt f ipsum h c bifariam secet. ac per hoc eo qui sub h b, b c, vna cũ eo qui ex f c: æquus erit ei qui ex b f. Supponitur autem ꝙ qui sub a b, b c, vna cũ eo q ex c e: est ęqualis ei q ex b f. Cõducatur igit ęqualis q sub a b, b c, vna cũ eo qui ex c e: ei qui ex h b & b c vna cũ eo qui fit ex c f. quod absurdum est. Igitur qui qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: ęquus non est minori eo qui fit ex b e. patuit autẽ ꝙ neq; ei qui ex b e. neq; eo maiori. Igitur qui sub a b, bc, vna cum eo qui fit ex c e: quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere: sufficiant nobis tamen prædicta / ne materia lõgior existens lõgius protrahatur.

a.,g.,h.,d.,e.,f.,.c.......b

Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 29.

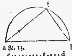
29 ℭComperire binas rationales potentia tantum commensurabiles: vt maior minore maius possit eo quod fit ex commẽsurabili sibi longitudine. Camp. 17

ℭTHEON ex Zamb. ℭ Exponatur enim quædã rationalis a b. & bini quadrati c d, d e, vt ipsorũ residuus c e nõ sit quadratus per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi. & super a b describatur semicirculus a f b. Fiatq; sicut per correlarium 6 decimi d e ad c e: sic ꝙ ex b a quadratum ad id quod ex a f quadratũ. cõnectaturq; f b. Quoniã igitur est sicut quod ex b a ad id quod est a f, sic ex d c ad c e: igit quod ex b a ad id quod ex a f, eã habet rationẽ quã numerus c d ad numerũ c e. Cõmensurabile igitur est quod ex b a: ei quod ex a f. Rationale autẽ quod fit ex a b. rationale igitur & id quod fit ex a f. Rationalis igitur est & a f. Et quoniã d c ad c e rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex a b igitur ad id quod ex a f rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ nũerũ. Igitur a b: p 9 decimi ipsi a f lõgitudine incõmẽsurabilis est. Ipsæ igitur a f, a b: rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et quoniã est sicut d c ad c e, sic est quod ex a b ad id quod ex a f: cõuertendo igitur p correlariũ 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod ex b f. At c d ad d e eã habet rationẽ quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex a b ad id quod ex b f: eã habet rationẽ quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Cõmẽsurabilis igitur est p 9 decimi a b ad b f lõgitudie. Et quod ex a b per 47 primi æquũ est eis quæ fiũt ex a f & f b. Igitur a b ipsa a f maius potest ipsa b f sibi cõmensurabili. Inuẽtæ igitur sunt binę rationales potẽtia tãtũ commẽsurabiles b a & a f: vt b maior ipsa a f maius possit eo quod ex f b sibi longitudine commensurabili. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Problema. 7 Propositio 30.

Camp. 18 ¶Comperire binas rationales potentia tãtum commẽsurabiles: vt maior minore maius possit eo quod fit a sibi longitudine incommensurabili. 30



¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a b: biniq; numeri quadrati c e & e d, vt ex eis compositus non sit quadratus per lẽma 2 vicesimæoctauæ decimi. Describaturq; super a b, semicirculus a f b: fiatq; per correlariũ 6 decimi sicut d c ad c e, sic quod fit ex a b ad id quod ex a f. connectaturq; f b. Similiter iam ostẽdemus sicut in præcedenti: ꝙ ipsæ b a & a f rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et quoniã est sicut d c ad c e sic est quod ex b a ad id quod ex a f: conuertendo igitur per correlatium 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod ex f b. At c d ad d e rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex a b: ad id quod ex b f rationem habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est a b ipsi b f longitudine: potestq; a b ipsa a f maius eo quod fit ex b f sibi incommensurabili. Ipsæ igitur a b, b f, rationales sunt potentia tãtum commensurabiles & a b ipsa a f maius potest eo quod fit ex f b sibi longitudine incommẽsurabili, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

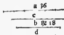
DVas lineas mediales potentia tantum communicãtes superficiemq; rationalem continentes/quarum longior sit potentior breuiore/augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine: inuenire. 24

a ℞. 36.
e
b 20.
d

¶CAMPANVS. ¶Cũ omnes duę lineę mediales potẽtia tantũ cõmunicantes cõtineãt superficiẽ rationalem aut medialem/vt ex præmissa patet: docet inuenire eas duas quæ continent superficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes/quarũ longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine: quæ contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes: quarum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato alicuius lineæ secum communicantis in longitudine. & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti: medio loco proportionalem inter a & b. & ponam vt sit proportio a ad b: sicut c ad d. quod qualiter fiat: in 10 sexti dictum est. Dico tũc duas lineas c & d: esse quas quærimus. Patet enim ex 19: ꝙ superficies quã cõtinent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partẽ 16 sexti/quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æquale: erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem sit a ad b sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi quia tam a q̃ b rationalis est in potentia: sequitur per 10 ꝙ c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 cum c sit linea medialis: erit etiam d medialis. & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d: in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem: ipsę sunt quales inquirimus. Eas autem cõtinere superficiem rationalem: sic habeto. Cum sit a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. sed erat a ad c: sicut c ad b. igitur est c ad b: sicut b ad d. itaq; per primam partem 16 sexti superficies quam continẽt duæ lineæ c & d: est æqualis quadrato b. est autem quadratum b, rationale per hypothesin: cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d: est rationalis. Quare constat propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

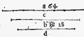
25 Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes/ quarum longior sit potentior breuiori/ quadrato lineę eidem longiori in longitudine incommensurabilis: inuenire.



¶CAMPANVS. ¶Positis duabus lineis a & b rationalibus potẽtia tãtum communicantibus quarum longior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisq; positionibus manentibus sicut in præmissa: argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. ¶Et nota q duę lineæ quas hęc & pręmissa docent inuenire: componunt bimediale primum. & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est/ dicitur residuum mediale primum.

Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 31.

31 ¶Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale compræhẽdentes: vt maior minore maius possit eo quod fit a sibi longitudine commensurabili. Camp.24.



¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur per 29 decimi binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles/ a, b: vt a maior existens/ ipsa b minore maius possit eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili/ & ei quod sub a, b, cõprehẽditur ęquũ esto id quod ex c. Medium autẽ est quod sub a, b. medium igitur est per correlarium 23 decimi quod sub c. media igitur est c per 21 decimi. Ei vero quod fit ex b: æquũ esto quod fit sub c, d. Rationale autẽ est quod fit ex b. rationale igitur & quod sub c, d. Et quoniã per 1 sexti est sicut a ad b sic est quod sub a, b, ad id quod ex b, sed ei quidẽ quod sub a, b, æquum est id quod fit ex c, ei autem quod fit ex b æquum est quod sub c, d: sicut igitur a ad b, sic quod ex c ad id quod sub c, d. Sicut autem quod fit ex c ad id quod sub c, d: sic est c ad d. & sicut igitur a ad b, sic c ad d. Commẽsurabilis autẽ est per hypothesin a: ipsi b potẽtia tantũ. cõmensurabilis igitur p 11 decimi & c ipsi d potẽtia tãtũ. At c: media est. media igitur est per 23 decimi & d. Et quoniam est sicut a ad b & c ad d, at a ipsa b maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili: & c igitur ipsa d maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum commẽsurabiles c, d, rationale cõpræhẽdentes: & c ipsa d maius potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili. ¶Similiter iã ostendetur q & eo quod ex incommensurabili: quãdo a ipsa b maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit. Camp.25.

Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes/ quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine: inuenire.

¶CAMPANVS. ¶Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potẽtia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes/ quarum longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine/ & secum incommensurabilis in longitudine: nũc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato lineæ non secũ cõmensurabilis/ sed solũ sibi incommensu

a 36
d ℞.℞.864
b ℞ 24
c ℞. 12.
e ℞.℞.96

rabilis in longitudine. illud enim facile habetur ex isto. Sint itaqꝫ tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18: a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum communicantes: sitqꝫ a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b vt docet 9 sexti: & sit d ad e sicut a ad c. dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratū lineæ d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primā partē 16 sexti, sitqꝫ superficies contēta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantum rationales communicantes: erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypothesi: sequitur ex 10 vt e quoqꝫ cōmunicet cum d in potentia tantum. Itaqꝫ per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incōmensurabilis in longitudine: erit quoqꝫ per 12 d potentior e quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem: cōstat eas esse quales inquirimus. Eas autē cōtinere superficiē medialē: sic habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e: erit permutatim a ad d sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin. itaqꝫ d ad b sicut c ad e. igitur per primam partem 12 sexti superficies quā continent d & e est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent superficiem medialem per 19: cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi. itaqꝫ d & e continent superficiem medialē. Quod est propositum.

Zamb.32.

¶CAMPANVS. ¶Si autem cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemqꝫ medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori, quadrato lineæ secum communicātis in longitudine: sumeremus tres lineas secūdum doctrinam 17 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum cōmunicantes, & poneremus lineam a esse potentiorem linea c, quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, cætera vero manerēt vt prius. & argumentatione consimili concluderemus: duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. ¶Et nota qꝫ duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire: componunt bimediale secūdum. & minori earum abscissa de maiori: quæ reliqua est, dicitur residuum mediale secundum.

℞. 54.
d ℞.℞.1944.
d ℞.36
e ℞ ℞ 496
e ℞ 18

Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propositio 31.

¶Inuenire duas medias potentia tantum commensurabiles medium cōpræhendentes: vt maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili. 31

¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur tres rationales potentia tantum commensurabiles a, b, c: vt a per 29 decimi ipsa c maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili. & ei quidem quod sub a, b: æquum sit per 13 & 17 sexti quod fit ex d. medium autem est quod sub a, b. medium igitur est per eandem quod ex d. & d igitur media est. Ei autem quod sub b, c: æquum esto quod sub d, e. Et quoniam per primam sexti & lemma 21 decimi sicut quod sub a, b, ad id quod sub b, c, sic est a ad c, sed ei quidē quod sub a, b, æquum est id quod fit ex d, ei autem quod sub b, c, æquū est id quod sub d, e: est igitur per 9 quinti: sicut a ad c sic quod fit ex d ad id quod sub d, e. Sicut autē quod fit ex d ad id qđ sub d, e, sic est d ad e. & sicut igitur per 11 quinti a ad c: sic d ad e. Commensurabilis autem est a ipsi c potentia tantum. cōmensurabilis igitur est per 11 decimi & d ipsi e potentia tantum. Media autem est d: media igitur per 22 decimi est & e. Et quoniam est sicut a ad c sic est d ad e, & a q̄ c maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili: & d igitur q̄ e maius poterit eo quod fit ex sibi commensurabili per 14 decimi. Dico insuper qꝫ compræhensum sub d, e, mediū est. Quoniam enim æquū est quod sub b, c, et quod sub d, e. mediū autē quod sub b, c: mediū igitur per correlarium 22 & quod sub d, e. Inuentæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commen

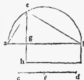
a ℞ 64.
d ℞ ℞ 3072
b ℞ 48
e ℞ ℞ ℞.1456
e ℞ 28

surabiles d, e, medium compræhendentes: vt maior minore maius pos- Cap. 26.
sit eo quod fit ex sibi commensurabili. ¶ Similiter iã rursus ostendetur q & ei quod ex incommensurabili: quando a ipsa c maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili. quod facere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 27.

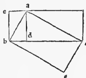
27 **D**Vas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq medialem continentes/quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale: inuenire.

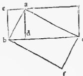
¶ CAMPANVS. ¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̃ in longitudine: quę contineant superficiem medialem/& quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem. Ad hæc autem sumo per 18/duas lineas a b & c d potentia tantum rationales cõmunicantes: quarum longior quæ sit a b, sit potentior c d, quadrato alicuius lineæ secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculum a e b. Et diuido lineã c d p ęqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pũctum g: ita q linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b. & qualiter hoc fiat: in 13 dictum est. Et pono q superficies b h fiat ex a g in g b. eritq ex prima parte 16 sexti/quadratum c f: ęquale superficiei b h. Et quia quadratum c f est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secundi/& quia superficiei b h deest ad complendam lineam a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potentior est linea c d, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi: erit ex secunda parte 14 linea a g incommensurabilis lineæ g b. Educo igitur a puncto g perpendicularem super lineã a b vsq ad circunferentiam semicirculi: quę sit g e. & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus. erit enim e g ęqualis c f: eo q vtraq cadit medio loco proportionalis inter a g & g b. prima quidem/per primam partem correlarij 8 sexti: secũda vero/per hypothesin. propter quod: quadratum vtriusq earũ per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h. ipsę igitur sunt æquales. At quia per quartã sexti proportio a e ad e b est sicut a g ad g e, sunt autem a g & g e & g b continue proportionales: erit a e ad e b duplicata/sicut a g ad g b. quare per 18 sexti erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b: sicut a g ad g b. Cũ sit igitur a g incõmunicans g b: erit per secundã partem 10 quadratum a e incõmunicans quadrato e b. quare duæ lineæ a e & e b sunt incommẽsurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis/quadratum autem a b est rationale cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin: erunt quoq quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta/rationale. Si vero hæ duæ lineæ continẽt superficiem medialem: habitum est propositum. Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b: quare & c f. & ideo etiam g e sibi æqualis erit potẽtia rationalis: & tantum in eadem communicans cum a b. itaq per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primam partem 15 eiusdem superficies a e in e b est superficiei a b in g e æqualis: constat duas lineas a e & e b, esse quales volumus. ¶ Et nota q duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire: componunt lineam maiorem. & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est/dicitur linea minor.



¶ THEON Lemma.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Esto triangulũ rectangulum b a c: rectũ habens q sub b a c: exciteturq per 11 primi/perpẽdicularis a d. Dico q quod sub c b & b d: ęquũ est ei quod fit ex b a. quod vero sub b c, c d: ei quod sub c a. quod autem sub d b & d c: æquum est ei quod fit ex a d. & insuper id q̃ sub b c, a d: æquũ est ei quod fit sub b a & a c. In primisq: q id quod sub c b & b d ęquum est ei quod ex a b. Quoniã eni in rectangulo triangulo b a c, ab angulo recto in basin excitata est a d: igitur per 8 sexti triangula





a b d & a d c similia sint & toti a b c, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum a b c simile est triangulo a d b: est igitur sicut c b ad b a, sic est a b ad b d. Igitur quod sub c b & b d: æquũ est ei quod fit ex a b. Id propterea iam quod sub b c & c d: æquum est ei quod fit ex a c. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur/excitata basis segmentorum media proportionalis est per correllariũ 8 sexti: est igitur sicut b d ad d a, sic est a d ad d c. Igitur per 17 sexti quod sub b d, d c: æquum est ei quod ex d a. Dico autem ꝙ & id quod sub b c & a d, æquum est ei quod sub b a & a c. Quoniã enim vt diximus a b c simile est ipsi a c d; est igitur sicut b c ad a c, sic b a ad a d. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales: quod sub extremis per 16 sexti æquũ est ei quod sub medijs. quod igitur sub b c, a d: ęquũ est ei quod sub b a, a e. Vel etiam quando circunscribemus e c rectangulum parallelogrammũ complebimusq; a f: ęquum erit per 41 primi e c ipsi a f. vtrumq; enim eorũ: ipsius a b c trianguli duplum est. estq; quod ex b a, a c: id quod sub b c, a d. quod autem est a f: id quod sub b a & a c. Quod igitur sub b c, a d: æquum est ei quod sub b a & a e.

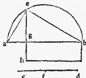
Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 33.

Inuenire binas rectas lineas potentia incommẽsurabiles: conficientes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale/ quod vero sub ipsis medium. 33

THEON ex Zamberto. Exponantur per 30 decimi binæ rationales potentia tantum commensurabiles a b, b c: vt maior a b minore b c maius possit eo quod fit ex sibi incommẽsurabili. Secetur q; per 10 primi b c bifariam in d. & ei quod fit ex altera ipsarum b d, d c, per 26 sexti ęquum ad ipsam a b comparetur parallelogrammum deficiens specie a quadrato: sitq; quod sub a c b. Describatur q; super a b semicirculus a f b: excitetur q; per 11 primi ipsi a b ad angulos rectos e f. cõnectãtur q; a f & f b. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt a b, b c, & a b ipsa b c maius potest eo qđ fit a sibi incommensurabili/quartæ autem parti illius quod fit ab ipsa b c minore hoc est ab eius dimidio æquum ad ipsam a b parallelogrammũ comparatũ est deficiens specie a quadrato/efficitq; id quod sub a e, e b: incommensurabilis igitur est per secundam partem 18 decimi a e ipsi e b. Estq; sicut a e ad e b: sic quod sub b a, a e, ad id quod sub a b & b e. Et autem quod sub b a & a e: æquum est id quod fit ex a f. Quod autem sub a b & b e: per lemma præcedentis ei quod ex b f est æquale. Incommẽsurabile igitur est quod fit ex a f: ei quod fit ex b f. Ipsę igitur a f, f b: potentia sunt incõmensurabiles. Et quoniam a b rationalis est: rationale igitur est per 7 diffinitionẽ decimi quod fit ex a b. quare & compositum ex eis quæ ex a f, f b, rationale est. Et quoniã rursus quod sub a e, e b, æquũ est per lemma præcedentis ei quod fit ex e f, supponitur autem id quod sub a e, e b, ipsi quod ex b d æquale: æqualis igitur est f e ipsi b d. Dupla igitur est b c: ipsius f e. Quare & qđ sub a b, b c: duplũ est eius quod fit sub a b, e f. medium autem est qđ sub a b, b c. medium igitur & id quod sub a b, e f. æquum autem est quod sub a b, e f: ei quod sub a f, f b. medium igitur & quod sub a f, f b. patuit vero ꝙ & rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles a f, f b: efficientes compositũ inquã ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale/& quod sub ipsis medium. quod erat agẽdum.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

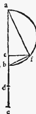
DVas lineas potentialiter incommensurabiles super ficiemq; rationalem continentes / quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale: inuenire. 28



CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ lineæ a b & c d: quales proponit 25. eruntq; simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b: quales hæc 18 proponit. Cum sit enim a b linea medialis: erit eius quadratum mediale per 19. et ideo quadrata duarum linearum a e & e b: sunt mediale per penultimã primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem: sequitur etiam vt a b in c f, & ideo in g e sibi æqualem, cõtineat superficiem rationalẽ, itaq; & a e in e b. Patet ergo quod quęritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire: componunt lineam potẽtem in rationale & mediale, & minori earũ abscisa de maiori: quæ reliqua est, dicitur linea quæ tuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 11. Propositio 34.

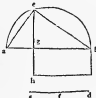
34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod vero sub ipsis rationale: comperire.



THEON ex Zamberto. Exponantur binæ medię potentia tantum commensurabiles a b, b c, rationale comprehendentes quod sub ipsis: vt a b, ipsa b c maius possit eo quod fit a sibi incommensurabili. Describaturq; super ipsa a b: semicirculus a d b, seceturq; per 10 primi b c, bifariã in e. compareturq; per 28 sexti ad ipsam a b, ei quod ex b e æquũ parallelogrammum specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f b. Incommẽsurabilis igitur est a f ipsi f b longitudine. Exciteturq; per 11 primi ab f: ipsi a b ad angulos rectos f d. connectanturq; ipsæ a d & d b. Quoniã igitur incommensurabilis est a f ipsi f b: incommensurabile est igitur & quod sub b a & a f, ei quod sub a b & b f. Aequale autem est id quod sub b a & a f, ei quod fit ex a d. quod autẽ sub a b, b f: ei quod ex d b. incõmẽsurabile igitur est & id quod ex a d: ei quod ex d b. Et quoniã mediũ est quod fit ex a b: medium igitur est & compositum ex eis quæ fiunt ex a d, d b. Et quoniam dupla est b c ipsius d f: duplum igitur est quod sub a b, b c, eius quod sub a b, f d. Rationale autẽ est quod sub a b, b c, supponitur enim rationale. Igitur & quod sub a b, f d. Ei autem quod sub a b, f d: æquum est per lemma 32 decimi quod sub a d, d b. Quare & quod sub a d, d b: rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incõmensurabiles a d, d b: efficientes compositũ ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod vero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile: inuenire.

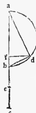


CAMPANVS. Huius quoq; dispositio: a duarum pręmissarum dispositione nõ sit in quoquã diuersa. Sint autem lineę duæ a b & c d: quales 26 proponit. eruntq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b: quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis: erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale. at cum a b & c d contineãt superficiem medialẽ: sequitur vt a b in e f, & ideo in e g sibi ęqualem, contineat quoq; superficiem medialem. omnis enim superficies mediali communicans: medialis esse conuincitur, quẽadmodum in 21 mõstratum est. superficies igitur a e in e b medialis est: cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia vero linea a b est incommensurabilis lineæ c d: erit etiam incommensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Qoare per primam sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b: erit incommensurabilis quadrato lineæ a b. itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis,

Quod cum ita sit: sequitur quoq; vt duplum superficiei a e in e b sit incõmensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat monstrandum. ℂDuæ lineę quas hęc 29 docet inuenire: componunt lineam potentem in duo medialia. & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est/ dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 35.

ℂComperire binas rectas lineas potentia incõmẽsurabiles: 35
efficientes compositum ex earum quadratis mediũ/ & quod sub ipsis medium/ & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis.



ℂTHEON ex Zamberto. ℂExponãtur per 28 decimi binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles a b, b c, mediũ comprehẽdentes: vt a b ipsa b c maius possit eo quod fit ex sibi incõmẽsurabili. Describaturq; super a b, semicirculus a d b: & reliqua fiãt quæ in superioribus. Et quoniã per secundã partẽ 18 incõmensurabilis est a f ipsi f b longitudine: incõmensurabilis est p 11 decimi & a d ipsi d b potẽtia. Et quoniã qđ ex a b medium est: mediũ igitur est & cõpositum ex ijs quæ ex a d, d b. Et quoniã quod sub a f, f b, æquum est ei quod ex vtraq; ipsarũ b e, d f: æqualis igitur est b e ipsi d f. Dupla igitur est b c ipsius f d. quare & quod sub a b, b c: duplum est eius quod sub a b, f d. Mediũ autem quod sub a b, b c. medium igitur & quod sub a b, f d. æquumq; est ei quod sub a d, d b. medium igitur est per correlariũ 23 decimi & per lẽma primũ decimi quod sub a d, d b. Et quoniam incõmẽsurabilis est a b ipsi b c longitudine/ cõmensurabilis autem est b c ipsi b e: incõmensurabilis igitur est per 13 decimi & b a ipsi b e lõgitudine. Quare & quod ex a b: ei quod ex a b, b e, incõmensurabile est. Sed ei quidẽ quod ex a b æqualia sunt q̃ ex a d, d b, p 47 primi. ei autẽ quod ex a b, b e, æquũ est id qđ sub a b, f d. hoc est quod sub a d, d b. incõmensurabile igitur est compositũ ex ijs quæ ex a d, d b: ei quod sub a d, d b. Inuẽtæ igitur sũt binę rectę lineę a d, d b, potentia incõmensurabiles: efficientes compositũ ex earum quadratis medium/ & quod sub ipsis medium/ & insuper composito ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales commmunicantes/ in longum directumq; coniungantur: 30
tota linea ex his composita erit irrationalis/ diceturq; binomium.



ℂCAMPANVS. ℂSint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq; cõiunctæ rationales in potentia tantũ cõmunicantes: quas per 17 & 18 reperies: dico totam lineã a c ex eis compositã/ esse irrationalem: & ipsa vocatur binomiũ. Est enim per quartam secundi quadratũ a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo superficiei vnius earum in alteram, quadrata autem ambarũ faciunt superficiem rationalem ex hypothesi. duplum vero superficiei vnius earum in alteram facit superficiẽ medialem ex decimanona. itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei vnius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incõmensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionẽ: cum duo illa quadrata faciãt superficiẽ rationalem. ideoq; suum latus tetragonicum quod est a c: irrationale quoq; per diffinitionẽ. constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 36.

ℂSi binæ rationales potentia tantum commensurabiles cõ- 36

positæ fuerint: tota irrationalis est/voceturq; ex binis nominibus.

℃THEON ex Zamb. ℃Componantur enī binæ rationales potentia tātum cōmēsurabiles: a b, b c. Dico q̄ a c irrationalis est. Quoniā enim incōmensurabilis est a b ipsi b c longitudine: potentia tātum sunt cōmensurabiles. sicut autē a b ad b c: sic per lemma 21 decimi, quod sub a b, b c, ad id quod ex b c. Incommensurabile p 11 decimi igitur est quod sub a b, b c, et quod ex b c. sed ei quod sub a b, b c, commensurabile quidē est qd bis sub a b, b c. Et autem quod ex b c: cōmēsurabilia sunt quæ ex a b, b c. Quare & quod bis sub a b, b c, eis quæ ex a b, b c, incōmensurabile est. Componendoq; per 4 secundi quod bis sub a b, b c, vna cum eis quæ ex a b, b c, hoc est quod ex a c: incommensurabile est composito ex ijs quæ ex a b, b c. rationale autē est compositū ex ijs quæ ex a b, b c. irrationale igitur est per diffinitionem decimi quod ex a c. Quare & a c irrationalis est. vocatur autem ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus: eo quia ipsa ex binis rationalibus constat. proprium nomen appellans: rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.

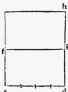
a 20 b 6 c
b c. ℞. ℞. 640.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes/ directe cōiungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis/ diceturq; bimediale primum.

a ℞ ℞ 54. b ℞ ℞ 24 c

℃CAMPANVS. ℃Sint duæ lineæ a b & b c, in continuū directumq; cōiunctæ quales proponuntur: quas per 24 & 25 reperies. dico totam lineā a c esse irrationalem: & ipsa vocatur bimediale primum. Est enim duplū superficiei a b in b c rationale per hypothesin: duoq; quadrata duarum linearū a b & b c pariter accepta faciunt mediale/ cū vtrumq; quadratum sit mediale per hypothesin/ & vnum eorum cōmunicans alij. duplū igitur superficiei vnius earū in alteram est incōmunicans duobus quadratis pariter acceptis, totū ergo aggregatū ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratum totius a c per 4 secundi) est incōmensurabile duplo superficiei vnius earū in alterā per 9 huius. Cum itaq; duplum superficiei sit rationale: erit quadratum a c irrationale. ideoq; & linea a c, quod est propositum. ℃IDEM aliter. ℃Sit linea d e rationalis in longitudine: cui adiūgatur superficies d f equalis duobus quadratis duarum linearum a b & b c. eritq; superficies hæc d f medialis: cum vtrunq; quadratum sit mediale per hypothesin/ & vnum eorum cōmunicās alij. quare per 20 linea d g est rationalis in potentia tantum/ non cōmunicās in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g quæ est æqualis d e, adiūgatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; f h rationalis per hypothesin. quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine. duæ itaq; lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales: & in ea tantū communicantes. ergo per 30 tota, ex eis composita quæ est d h: est binomiū & irrationalis. quare per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secundi latus eius tetragonicum est linea a c: ipsa erit irrationalis per diffinitionē. quod oportuit demōstrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 37.

37 ℃Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale compræhendentes: tota irrationalis est/ vocatur autem ex binis prima medijs.

a ℞ ℞. 27 b ℞. ℞. 12 c

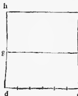
℃THEON ex Zambetto. ℃Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles a b, b c, rationale compræhendentes. Dico q̄ a c irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine: & quę ex a b, b c, igitur sunt incommēsurabilia ei quod

bis sub a b, b c. Componendo igitur quæ ex a b, b c, vna cũ eo quod bis sub a b, bc, hoc est illud quod ex a c: incõmensurabile est ei quod sub a b, b c. Supponuntur autem ipsæ a b, b c, rationale compræhẽdentes. irrationale igitur est id quod ex a c. irrationalis igitur est a c. vocatur sane ex binis medijs prima. vocauit autem eam ex binis medijs primam: quoniam rationale compræhendit/& conterit rationale.

Eucli ex Camp. Propositio 32.

SI duæ lineæ mediales potentialiter tãtum communicantes superficiemq; medialem continentes directe coniungantur: tota linea erit irrationalis dicetur q; bimediale secundum. 31

a ℞. 128 b ℞. 72 c

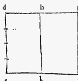


¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineæ a b & b c in continuũ directumq; cõiunctæ vt proponitur: quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis composita esse irrationalem: & ipsa vocatur bimediale secundũ. Esto enĩ linea d e rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies d f ęqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesĩ duo illa quadrata sunt communicantia/& vtrũq; mediale: erit superficies d f medialis. quare per 20 linea d g quæ est eius latus secũdũ: est rationalis in potentia tantum/& lineæ d e incõmensurabilis in longitudine. Rursus adiungatur ad lineam g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; etiam superficies f h medialis. erat enim per hypothesĩn superficies a b in b c medialis. ergo duplum eius cui est æqualis f h erit mediale. per 20 igitur est linea g h, rationalis in potentia tantum & incommẽsurabilis in longitudine lineę g f. Quia vero a b & b c sunt potentialiter tãtum cõmunicantes: erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies vnius in alteram/incõmensurabilis quadrato vtriusq;. At quia quadrata earũ cõmunicãt per hypothesĩn: erit dicta supficies/quare & duplũ eius/incõmunicãs duobus quadratis earũ pariter acceptis. duæ ergo supficies d f & f h sunt incõmunicantes. per primã itaq; sexti & secundam partem 10 huius erit linea d g incõmensurabilis lineæ g h. quæ cum sint rationales in potentia: erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea a c: sequitur per diffinitionem q; linea a c sit irrationalis. quod propositum erat ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 38

¶Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium compræhendentes: tota irrationalis est/vocatur autem ex binis secunda medijs. 38

a ℞. 8 b ℞. 6 c

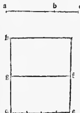


¶THEON ex Zamberto. ¶Componãtur enĩ binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles a b, bc: mediũ compræhendentes. Dico q; irrationalis est a c. Exponatur rationalis d e, ei autẽ quod ex a c per 44 primi æquum ad ipsam d e comparetur d f: latitudinem efficiens d g. Et quoniã quod ex a c æquum est & eis quæ ex a b, b c, & ei quod bis sub a b, b c, quod autẽ ex a c æquũ est ipsi d f: igitur & d f æquũ est & eis quæ ex a b, b c, & ei quod bis sub a b, b c. Comparetur per eandẽ iam eis quæ ex a b, b c, ad ipsam d e æquũ ipsum e h. reliquũ igitur h f æquum est ei quod bis sub a b, b c. Et quoniã media est vtraq; ipsarum a b, b c: mediа igitur sunt & ea quæ ex a b, b c. mediũ autem supponitur quod bis sub a b, b c. eis autẽ quæ ex a b, b c, æquũ est e h. ei vero quod bis sub a b, b c, æquũ est f h. mediũ igitur est vtrunq; ipsorũ e h, h f: & ad rationalem d e cõparatur. Rationalis igitur & incõmensurabilis est a b ipsi b c longitudine. Estq; sicut a b ad b c sic quod ex a b ad id quod sub a b, b c. incommensurabile igitur est ei quod ex a b: id quod sub a b, b c. at ei quidem quod ex a b commensurabile est compositũ ex iis quæ ex a b, b c, sunt quadrata. ei vero quod sub a b, b c commensurabile est id quod bis a b, bc. Incõ-

mensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex a b,b c,ei quod bis sub a b, b c. Sed eis quidem quæ ex a b,b c, ęquū est e h. ei autē quod bis sub a b,b c, æquum est f h. Incommēsurabile igitur e h: ipsi h f. Quare & d h ipsi h g est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem ꝙ rationalis. Ipsæ igitur d h,h g, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Quare d g irrationalis est. rationalis autem d e. Quod autē sub irrationali & rationali compræhēsum rectangulum: irrationale est per 22 decimi. Igitur area d f irrationalis est: ipsamq; potēs irrationalis est, ipsum autem d f ipsa a c potest. irrationalis igitur est a c. vocaturq; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam: quoniam medium comprehendit quod sub ipsis/& non rationale/in secundo vero est loco medium rationali. Qz autem sub rationali & irrationali compræhensum rectangulum sit irrationale: patet. si enim sit rationale: compareturq; ad rationalē. rursusq; erit aliud latus rationale. sed & irrationale. quod est absurdum. Quod igitur sub rationali & irrationali: irrationale est. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

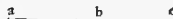
33 Vm coniunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialē continentes/quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale: tota linea erit irrationalis/diceturq; linea maior.



¶CAMPANVS. ¶Sint duę lineę a b & b c sibi in continuum directumq; cōiunctæ sicut proponitur: quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem: & ipsa vocatur linea maior. Cū enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale/superficies vero alterius in alterā (quae & eius duplum) medialis per hypothesin: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incōmunicās duplo superficiei vnius in alterā. itaq; totū aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c per 4 secūdi) erit per 9 huius incōmēsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionē ergo est q̈dratū lineæ a c irrationale: & linea a c irrationalis. quod est propositū. ¶Idē aliter. Sicut in præmissis ad lineā d e quæ sit rationalis in longitudine/adiungatur superficies d f: quę sit ęqualis duobus quadratis duarū linearum a b & b c pariter acceptis. eritq; rationalis per hypothesin. quare per 16 latus eius secūdū quod est d g: erit etiā rationale in lōgitudine & cōicans lineę d e. Rursus ad lineā f g adiūgatur superficies f h ęqualis duplo supficiei a b in b c. eritq; medialis per hypothesin. quare per 20 linea g h quę est eius latus secūdū est rationalis in potētia tantū. per 30 igitur est linea d h binomiū & irrationalis. ideoq; per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. quare latus eius tetragonicum quod per 4 secundi est a c: est irrationale per diffinitionem. quod volumus ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 27. Propositio 39.

39 ¶ Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint conficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale/quod autem sub ipsis medium: tota recta linea irrationalis est/vocatur autem maior.



¶THEON ex Zāb. ¶Cōponantur enim binæ rectæ lineæ potentia commensurabiles a b,b c: efficiētes ea q̄ proposita sunt. Dico ꝙ a c irrationalis est. Quoniam enim per hypothesin quod sub a b,b c, medium est: & quod bis igitur sub a b,b c, medium est. Compositum vero ex ijs quæ ex a b,b c: rationale est. incōmensurabile igitur est quod bis sub a b,b c: composito ex ijs quæ ex a b,b c. Quare & quę ex a b,b c, vna cum eo quod bis sub a b,b c, quod est id quod ex a c: incommensurabile est composito ex ijs quæ ex a b,b c. Rationale autem est compositum ex ijs quæ ex a b,b c. Irrationale igitur est quod ex a c. Quare & a c irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam/maiorē: eo q̄a q̄ ex a b,b c, rationalia maiora sunt eo quod bis sub a b,b c, medijs. cūq; decēs sit ab ipsorū rationalium familiari denominationem ordinare.

¶Qz antē quæ ex a b, b c, maiora sint eo quod bis sub a b, b c: sic ostēdendū est. Manifestū quidē est q inæquales sunt ipsę a b, b c. Si enī æq̃les essēt: ęqualia quoq; essent p 7 secūdi / et q̃ ex a b, b c ei quod bis sub a b, b c. esset quoq; id quod sub a b, b c, rōnale. Quod nō supponit. Inæquales igitur sunt ipsæ a b, b c. Supponatur maior a b. ponaturq; ipsi b c æq̃lis b d. Quæ igitur ex a b, b d: æqualia sunt ei quod bis sub a b, b d, & ei quod ex a d. æqualis autem est d b ipsi b c. Quæ igitur ex a b, b c: ęqua sunt ei quod bis sub a b, b c, & ei quod ex a d. Quare quæ ex a b, b c, maiora sunt eo quod bis sub a b, b c: eo quod ex d a. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.


Vm cōiunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmen- 34
surabiles superficiemq; rationalē continētes / quarū ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis / diceturq; potens in rationale & mediale.

¶CAMPANVS. ¶Sint vt in præmissis duæ lineæ a b & b c in cōtinuū directumq; cōiunctæ quales proponitur: & ipsę sunt ex 28 sumēdę. Dico q tota linea a c ex eis cōposita / erit irrationalis: & illa vocatur linea potens in rationale & mediale. Cū sit enī superficies a b in b c rationalis per hypothesin: ideoq; & duplū eius / ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale: sequitur per 4 secūdi & 9 huius queadmodū in p̄missis / q quadratū totius a c sit incōmunicans duplo superficiei a b in b c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale: & linea a c irrationalis, quod est propositum. ¶Idem aliter. Sit vt in pręmissis linea d e rationalis in longitudine: superficiesq; d f sibi adiuncta ęqualis duobus quadratis pariter acceptis duarū linearum a b & b c. eritq; medialis per hypothesin. per 20 igitur erit linea d g rationalis in potētia tantum non cōmunicans in longitudine lineę d e. Sitq; superficies f h adiuncta ad lineam g f æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; rationalis per hypothesin. & ideo per 16 latus eius secundum / quod est g h rationale in lōgitudine. quare per 30 linea d h est binomium & irrationalis: & superficies e h per 16 a destructione cōsequētis est irrationalis. Cū itaq; linea a c sit eius latus tetragonicū per 4 secundi: sequitur vt a c sit irrationalis per diffinitionem. constat ergo propositū.

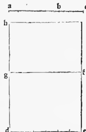
Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 40.

¶Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ 40
fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium / quod vero sub ipsis rationale: tota recta linea irrationalis est / vocatur autem rationale mediumq; potens.

¶THEON ex Zamb. ¶Componantur enim binæ magnitudines siue rectæ lineæ potentia incommensurabiles a b, b c: efficientes præcedentia. Dico q irrationalis est a c. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex a b, b c, medium est / quod vero bis sub a b, b c, rationale: incōmensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex a b, b c. ei quod bis sub a b, b c. Quare & componendo per 16 decimi & 4 secundi / quod ex a c: incommensurabile est ei quod bis sub a b, b c. Rationale autem est quod sub a b, b c. Irrationale igitur est quod ex a c. Irrationalis igitur est a c. Vocatur autem rationale mediumq; potēs. Rationale autem & medium potentē eam appellauit: eo quia binas potest areas vnam quidem rationalem / alteram vero mediam. ac propter rationalis pręexistentiam: primam rationalem appellauit. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 35.

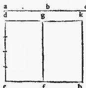

Vm cōiunctę fuerint duæ lineæ potentialiter incom- 35
mensurabiles superficiemq; medialem cōtinentes / quarū ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile: tota linea erit irrationalis / diceturq; potens in duo medialia.



❡CAMP. ❡Sint quoq; duæ lineę hic a b & b c in cõtinuũ directũq; cõiũctæ vt proponit;q̃ ex 29 sumẽdę sũt. Dico q; linea a c ex eis cõposita est irrationalis:ac ipsa dicit̃ potẽs in duo medialia. Adiũgatur enĩ ad lineã d e q̃ sit rationalis in lõgitudine:sup̃ficies d f æq̃lis duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; medialis p̃ hypothesin. quare per 20 linea d g erit rõnalis in potẽtia tñ: & incõmẽsurabilis d e lineę rõnali in lõgitudine. Rursus ad lineã g f q̃ est ęqualis d e: adiũgatur sup̃ficies f h q̃ sit æqualis duplo superficiei vnius in alterã. erit etiã ex hypothesi medialis. quare p̃ 20 linea g h: erit rationalis in potẽtia tñ. At q̃a p̃ hypothesin ãbo quadrat. i pariter accepta sũt incõsurabile duplo sup̃ficiei vnius in alterã: seq̃tur vt d f sit icõmẽsurabilis f h. quare p̃ primã sexti & 2 partẽ 10 huius: linea d g est incõmẽsurabilis g h. per 30 igitur est linea d h: binomiũ & irrõnalis, itaq; sup̃ficies e h est irrationalis: & eius latus tetragonicũ q̃d est a c, vt in p̃missis. quare cõstat p̃positũ. Si autẽ duplũ sup̃ficiei a b in b c nõ esset incõmẽsurabile ãbobus quadratis pariter acceptis: esset linea a c medialis. esset enĩ d f cõicans f h. ideoq; linea d g lineæ g h. tota igitur d h esset rationalis in potentia tantum, incommensurabilis in longitudine lineę d e. per 19 igitur esset superficies e h medialis: eiusq; latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 29. Propositio 41.

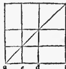
41 ❡Si binæ rectæ lineę potẽtia incõmẽsurabiles cõpositę fuerĩt/efficientes cõpositũ ex earũ quadratis medium/quod vero sub ipsis mediũ/& insuper incõmensurabile cõposito ex earũ quadratis: tota recta linea irrationalis est/vocat̃ autẽ bina potẽs media.



❡THEON ex Zãb. ❡Cõponantur enĩ binę rectę lineæ potẽtia incõmẽsurabiles a b, b c: efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ/quodq; sub ipsis a b, b c, mediũ / & insuper incõmẽsurabile cõposito ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis, Dico q; a c irrationalis est. Exponatur rationalis d e, cõpareturq; per 44 primi/ad ipsam d e, ipsis q̃dẽ q̃ ex a b, b c, æquũ d f: ei vero quod bis sub a b, b c, æquũ g h. totũ igitur d h: æquũ est ei quod ex a c quadrato. Et quoniã cõpositũ ex ijs quæ ex a b, b c, mediũ est/ac est æquale ipsi d f: mediũ igitur est et d f, & ad ipsam d e rationalẽ cõparatur, rationalis igit̃ est d g: & ipsi d e lõgitudine incõmẽsurabilis. Ac per hoc iã & p̃ 24 decimi g k: rationalis est & ipsi g f incõmẽsurabilis hoc est ipsi d e longitudine. Et quoniã incõmẽsurabilia sunt q̃ ex a b, b c, ei q̃d bis sub a b, b c: incõmẽsurabile est d f ipsi g h. quare & d g ipsi g k, p̃ 1 sexti & 11 decimi incõmẽsurabilis est. suntq; rõnales. ipsæ igit̃ d g, g k, rõnales sunt: potẽtia tñ cõmẽsurabiles. Irrationalis igitur est d k p̃ 36 decimi: appellata ex binis noibus. Rõnalis autẽ d e. irrationale igit̃ est d h: & illud potẽs irrationalis est. põt autẽ ipsũ d h: ipsa a c. Irrationalis igit̃ est a c: vocaturq; bina potẽs media. Appellat vero ipsam bina potentẽ media: eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex a b, b c, & aliam quæ bis sub ipsis a b, b c. quod erat ostendendum.

❡CAMPANVS. ❡Vt autem facilior fiat doctrina sequentium: præmonstranda arbitramur hoc loco duo/quorum primum est.

1 ❡Si aliqua linea per duo inæqualia diuidat̃: quadrata ãbarũ sectionũ pariter accepta tãto ãplius sũt duplo sup̃ficiei vnius earũ in alterã/quãtũ est q̃dratũ eius lineæ qua maior excedit minorẽ.



❡Sit enĩ linea a b diuisa p̃ duo inæqualia in pũcto c, sitq; maior portio c b: de qua sumatur c d æqualis a c. Dico q; quadrata duarũ linearum a c & c b sunt amplius duplo superficiei vnius in alterã: in quadrato lineæ d b. nam quod fit ex a c in c b bis/cũ quadratis duarum linearũ a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater/cum quadrato d b: eo q; vtraq; hęc æqualia sunt quadrato lineæ a b. primum quidẽ per quartam secundi: secundũ vero per 8 eiusdẽ. Dẽptis itaq; vtrinq; æqualibus/videlicet eo quod fit ex a c in c b bis: erũt residua quæ fiũt de primo q̃dẽ quadrata duarũ linearũ a c & c b, de secũdo vero quod fit ex a c in c b bis cũ quadrato d b, æqualia. quare cõstat propositũ. Ex hoc et

go manifestũ est q̃ si aliqua linea per duo inęqualia diuidatur: quadrata ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est: propter quod istud præmisimus.

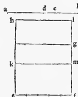
¶ Si aliqua linea per duo inęqualia/ itẽq; alia duo inęqualia diui- 2
datur: quadrata magis inęqualiũ pariter accepta tãto sunt ãplius
quadratis minus inęqualiũ pariter acceptis/ quãtũ est duplũ quadrati illius lineę quæ in vtrasq; est sectiones/ & quadruplum eius quod fit ex eadẽ linea in eã quæ est inter punctũ sectionis minus inæqualium & pũctum quod diuidit, totam lineam per æqualia.



¶ Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in pũcto c, itẽq; p alia minus inęqualia in puncto d: rursus per ęqualia in e. Dico q̃ quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ sunt a c & c b, tantũ sunt amplius duobus quadratis duarũ linearũ minus inæqualiũ quę sunt a d & d b: quantum est duplum quadrati lineę c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarum linearũ a c & c b pariter accepta dupla quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. At per eandem 9 secundi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta: dupla sũt quadratis duarũ linearũ b e & e d pariter acceptis. Itaq; quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta: in eo quo duplũ quadrati lineę c e excedit duplũ quadrati lineę d e. hoc autẽ: per 4 secũdi est duplũ quadrati lineę c d, & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e. quare cõstat propositũ. Ex hoc manifestũ est q̃ quãto fuerit sectiones alicuius lineæ magis inæq̃les: tãto erũt earũ quadrata pariter accepta/ maiora. & hoc est: ꝓpter quod istud pmisimus.

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus cõiun- 36
ctum & nominatum est binomiũ: diuidi impossibile est.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b binomiũ, eritq; ex 30/ cõposita ex duabus lineis in potẽtia tãtũ rationalibus cõmunicãtibus: q̃ sint a c & c b. Dico q̃ impossibile est eã diuidi ĩ alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q̃ ipsi sint potẽtia tm̃ rationales cõmunicãtes. Si enĩ põt: diuidaĩ in a d & d b, q̃ sint potẽtia rationales tantum communicantes. Esto quoq; linea e f rationalis in lõgitudine: cui adiũgaĩ supficies e g q̃ sit ęqualis q̃dratis duarũ linearum a c & c b pariter acceptis. et supficies f h q̃ sit ęqualis quadrato lineę a b. Eritq; supficies e g rõnalis: eo q̃ vtrũq; quadratorũ linearum a c & c b pariter acceptorum est rõnale p hypothesim & supficies g h medialis p 19. quoniã ipsa est ęq̃lis duplo supficiei a c in c b p 4 secũdi. Sit igiĩ rursus supficies f k æq̃lis quadratis duarũ linearũ a d & d b pariter acceptis q̃ cũ sint diuersę a duabus lineis a c & c b: erit p secũdũ p̃demõstratorũ antecedẽtiũ superficies f k diuersa a supficie e g. earũ ergo differẽtia sit k g. eritq; per 4 secundi excessus supficiei f h, super f k qui sit k l: ęqualis duplo eius quod fit ex a d in d b. & propter hoc erit etiã supficies f k rõnalis/ & supficies k l medialis. Itaq; supficies k g cũ ipsa sit differẽtia duarũ supficierũ rationaliũ q̃ sunt e g & f k: erit rationalis. Nõ enĩ differt rationale a rationali: nisi in rationali, & hoc dico: diffinitione & 9 huius hoc cõfirmantibus. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium quæ sunt g h & k l: erit irrationalis per 22. quod est impossibile.

¶ Q̃ autem prædictæ irrationales solũmodo diuidũtur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species: ostẽdemus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

¶ THEON. Lemma.



¶ Exponatur recta linea a b: seceturq; tota in inæqualia per vtrunq; signorũ d, c, supponatq; maior a c ipsa d b. Dico q̃ quę ex a c, b c: maiora sunt eis quæ ex a d, d b. Secetur enĩ per 10 primi a b bifariam in e. & quoniam maior est a c ipsa d b: cõmunis auferatur d c. Reliqua igitur a d: reliqua c b maior est. ęqualis autẽ est a e ipsi e b. minor igiĩ est d e ipsa e c. igitur c & d signa: nõ æqualiter distãt a bifaria sectione. Et quoniã per 5 secundi quod sub a c, c b, vna cũ

eo quod ex e c ęquũ est ei quod ex e b, at quod sub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e, æquũ est ei quod ex e b: igitur quod sub a c, c b, vna cũ eo qđ ex e c, æquũ est ei quod sub a d, d b, vna cũ eo quod ex d e. quorũ quod ex d e: minꝰ potest eo quod ex e c. & reliquũ igitur quod sub a c, c b, minus est eo quod sub a d, d b. Quare & qđ bis sub a c, c b: minus est eo quod bis sub a d, d b. & reliquũ igitur cõpositũ ex ijs quæ ex a c, c b: maius est cõposito ex ijs quæ fiũt ex a d, d b. siquidẽ vtraq; æqualia sunt ei quod ex a b. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 42.

42 ℭQuæ ex binis nominibus: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

ℭTHEON ex Zãb. ℭSit ex binis nominibus a b: diuisa in nomina in c. igitur ipsæ a c, c b, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Dico q̃ ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles. Si enim possibile: diuidatur in d: vt ipsæ a d, d b, sint rationales potẽtia tantum cõmensurabiles. manifestum iam q̃ a c: ipsi b d non est eadẽ. Si enĩ fieri potest: esto. erit iã & a d: ipsi b c eadẽ. eritq; sicut a c ad c b: sic b d ad d a. eritq; a b in eadem qua c diuisione: diuisa & in d, quod positũ non est. Ipsa igitur a c: ipsi d b non est eadem. Ac per hos iam & signa c, d: non ęquidistãt a bifaria sectione. Quo itaq; differunt quæ ex a c, c b, ab eis quæ ex a d, d b: eo etiã differt & quod bis sub a d, d b, ab eo quod bis sub a c, c b. Quare & quæ ex a c, c b, vna cũ eo quod bis sub a c, c b, & quę ex a d, d b, vna cũ eo quod bis sub a d, d b: sunt æqualia ei quod ex a b. Sed quæ ex a c, c b: ab eis quæ ex a d, d b, rationali differunt. vtraq; enim rationalia per 21 decimi. Ac quod bis igitur sub a d, d b: ab eo quod bis sub a c, c b, differunt rationali: quæ media existunt. medium autem: medium non excedit rationali/per 26 decimi. Ex binis igitur nominibus: ad aliud & aliud signum nõ diuiditur. ad vnum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

37 Bimediali primo secundum terminum suũ in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

ℭCAMPANVS. ℭSit quoq; hic linea a b, bimediale primũ: diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes/ex quibus 31 affert eam componi/quæ sint a c & c b. Dico q̃ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quia si possibile fuerit: diuidam eam in puncto d. assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b. eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b. & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b. propter hypothesin quoq; erit vtraq; duarum superficierum e g & k f medialis: & vtraq; duarum linearum g h & k l rationalis. hoc autem impossibile. esset enim per primum superficies k g: irrationalis ex 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 31. Propositio 43.

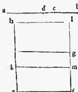
43 ℭEx binis medijs prima: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

ℭT H EON ex Zamberto. ℭ Esto ex binis prima medijs a b diuisa in c: vt ipsæ a c, c b, mediæ sint potentia tantum commensurabiles rationale compræhendentes. Dico q̃ ipsa a b: ad aliud signum non discinditur. Si enim possibile: diuidatur in d, vt a d & d b sint potentia tantum commensurabiles rationale compræhendentes. Quoniam igitur quo differt quod bis sub a d, d b, ab eo quod bis sub a c, c b: differunt quæ ex a c, c b, ab eis q̃ ex a d, d b, rationali autẽ differt qđ bis sub a d, d b, ab eo qđ bis sub a c, c b: rona-

lia eni vtraq. Rationali igitur differũt & quæ ex a c,c b: ab eis quę ex a b,d b, media existẽtia. qđ est ĩpossibile. Ex binis igiť medijs prima: ad aliud & aliud signũ nõ diuiditur in noĩa. ad vnũ dũtaxat igitur. quod erat demõstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

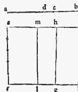
Bimediale secundum: nisi in duas lineas tãtum sub ter- 38
mino suo diuidi non potest.



¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius linea a b bimediale secũdũ/ diuisa in duas lineas a c et c b mediales/ potentia tm̃ cõmunicãtes superficieq; mediale continentes: ex quibus 32 proponit eam cõponi. Dico q; impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitione in alias duas. Sin autẽ: diuidatur in d. sintq; vt prius superficies e g, f h, & f k: adiũctæ ad lineã rationalẽ e f. eritq; per præsentes hypotheses/ vtraq; superficies e g, et g h: medialis. quare per 20 vtraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ: nõ cõmunicãs in lõgitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erũt incõmensurabiles in longitudine: sequitur per primã sexti & per secundã partẽ 10 huius q; vtrũq; quadratorũ linearũ a c & c b sit incõmensurabile superficiei vnius in alterã. Cũq; dicta quadrata cõmunicent ex hypothesi: sequitur vt ambo quadrata pariter accepta sint incõmẽsurabile superficiei vnius in alterã. ideoq; & eius duplo. Quare superficies e g incõmẽsurabilis est sup̃ficiei g h: & linea g f, lineę g l per primã sexti & secundã partẽ 10 huius. Itaq; per 30 linea f l est binomiũ: diuisa secũ dũ suũ terminũ in pũcto g. Eodẽq; modo ꝓbabiť ipsam binomiũ esse: mediãtibus sup̃ficieb9 e m et m h, diuisam secũdũ suũ terminũ in pũcto m. qđ est ĩpossibile p 36. Nõ eni põt dici: q; linea f l diuisa sit ad pũcta g et m ĩ partes cõsimiles. sic eni: esset linea f m ęq̃lis g l. sed ipsa est maior linea m l, vt patet ex primo p̃missorũ añcedẽtiũ huius & prima sexti: cũ e m superficies sit maior h m sup̃ficie. Huius autẽ demõstrationis modus potest esse cõis 37 cæterisq; eã sequẽtibus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 44.

¶Ex binis secunda medijs: ad vnum duntaxat signum diuiditur 44
in nomina.



¶THEON ex Zãberto. ¶Sit ex binis medijs secũda a b, diuisa in c: vt a c, c b, mediæ sint potentia tantum commensurabiles medium compræhendentes. manifestum iam est q; c non est in diuidua sectione; quandoquidem non sunt longitudine commensurabiles. Dico q; ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile: diuidatur in d vt a c ipsi d b non sit eadem / sed per hypothesin sit maior a c. nempe etiam & quæ ex a c, c b: maiora sunt eis quæ ex a d, d b, sicuti supra demonstrauimus. Et a d, d b, medias esse potẽtia tantum commensurabiles: medium comprẽhendẽtes. Exponaturq; rationalis e f. & et quidẽ quod ex a b æquũ/ ad ipsum e f cõparetur per 44 primi e k: eis autem quæ ex a c, c b, æquum auferatur e g. reliquum igitur h k æquum est et quod bis sub a c, c b. Rursus iã eis quæ ex a d, d b, quæ minora sunt eis quæ ex a c, c b: æquum auferatur e l. & reliquum igitur m k: æquum est ei quod bis sub a d, d b. Et quoniam media sunt quæ ex a c, c b: medium igitur est & e g. Et ad rationalem e f comparatur. rationalis igitur est e h: & incommensurabilis ipsi e f longitudine. Ac per hoc iam & h n rationalis est & ipsi e f longitudine incommensurabilis. Quoniam ipsæ a c, c b, mediæ sunt potentia tantũ commensurabiles: incommensurabilis est igitur a c ipsi c b longitudine. sicut autem a c ad c b: sic quod ex a c ad id quod sub a c, c b. Incommensurabile igitur est quod ex a c: ei quod sub a c, c b. Sed ei quidem quod ex a c commensurabilia sunt quæ ex a c, c b: potentia enim sunt cõmensurabiles ipsæ a c, c b. ei autem quod sub a c, c b, commensurabile est quod bis sub a c, c b. & quæ ex a c, c b, igitur: incõmensurabilia sunt ei quod bis a c, c b. Sed eis quidem quę ex a c, c b: æquum est e g. ei autem quod bis sub a c, c b: æquum est h k. Incommensurabile igitur est e g: ipsi h k, quare & ipsa e h ipsi h n: est longitudine incommensurabilis. Et ipsæ e h & h n: sunt rationales. igitur rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Si vero binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles compositæ fuerint: tota irrationalis est/ vocaturq; ex binis nomi-

nibus per 36 decimi. ipsa igitur e n ex binis nominibus: est diuisa in h. Per eandem iam ostendentur & ipsæ e m, m n: rationales potentia tantum commensurabiles. Igitur ipsa e n ex binis nominibus per aliud signum & aliud diuisa & in h & in m. nec est e h ipsi m n eadem: quandoquidem quæ ex a c, c b, maiora sunt eis quæ ex d b, a d. sed quæ ex a d, d b: maiora sunt eo quod bis sub a d, d b, multo igitur magis quę ex a c, c b, hoc est e g: maius est eo quod bis sub a d, d b, hoc est m k. Quare & e h: ipsa m n maior est. Igitur e h: ipsi m n nō est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur. quod est absurdum. Ex binis secunda medijs igitur: in alio & alio signo non diuiditur. in vno igitur tantum signo diuiditur. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 Linea maior: nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit quoq; hæc linea maior a b diuisa ad punctum c, in duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiemq; mediale cōtinētes: quarū ambo quadrata pariter accepta sint rationale. ex talibus enī cōponitur: vt affirmat 33. Dico q̄ impossibile est ad aliū punctū in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Q2 si potest: sit hic ad d. maneātq; sub his eadem figura eędemq; hypotheses quæ prius. & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem. quod est impossibile.

a ——— d c b

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 45.

45 Maior: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zāb. Sit maior a b, diuisa in c: vt per 39 decimi a c, c b, potentia tantum sint cōmensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ex a c, c b, quadratis rationale: quodq; sub ipsis a c, c b, medium. Dico q̄ ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile: diuidatur in d, vt ipsæ a d, d b, potentia sint incommensurabiles efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex a d, d b, rationale/ quodq; sub ipsis medium per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex a c, c b, eis quę ex a d, d b, hoc differt & quod bis sub a d, d b, ei quod bis sub a c, c b, sed quæ ex a c, c b, ea quæ ex a d, d b, excedunt rationali (rationalia enim vtraq;) & quod bis sub a b, d b, igitur id quod bis sub a c, c b, excedit rationali/ media existentia, quod est impossibile. Maior igitur: ad aliud & aliud signum non diuiditur. per idem igitur vnum tantum signum. quod demonstrare oportebat.

a ——— d c b

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

40 Linea potens in rationale & mediale: nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

CAMPANVS. Hęc quoq; 40: manētibus prioribus figura & positionib9 (excepto q̄ ipsa linea a b diuidatur in punctū c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur; queadmodū 37. Si autē aliter fuerit q̄ proponat: erit superficies k g rationalis & irrationalis. quod esse non potest.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 46.

46 Rationale mediumq; potens: ad vnum duntaxat signum discinditur in nomina.

THEON ex Zāb. Esto rationale mediūq; potēs a b, diuisa in c: vt ipsę a c, c b, potētia sint icōmēsurabiles efficiētes cōpositū ex ijs q̄ ex a c, c b, mediū, qđ aūt sub a c, c b, rationale. dico q̄ ad aliud signū ipsa a b nō diuidit. Si enī possibile est: diuidatur & in d, & vt a d, d b, potētia sint incōmēsurabiles efficiētes cōpositū ex a d, d b, mediū/ qđ vero sub ipsis a d, d b, rationale p 40 decimi. Qm̄ enī quo differt qđ bis sub a c, c b, ei qđ bis sub a d, d b, eo differūt & q̄ ex a d, d b, eis q̄ ex a c, c b, qđ autē sub a c, c b, id qđ bis sub a d, d b, rōnali excedit: & q̄ ex a d, d b, igitur q̄ ex a c, c b, rationali excedūt/ cū media exiftāt. quod impossibile est. Rationale mediūq; potēs igitur: ad aliud aliudq; signū nō diuiditur. ad vnum igitur signum diuiditur, quod oportuit demonstrare.

a ——— d c b

Eucli. ex Camp. Propositio 41.



Inea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis. 41

CAMPANVS. ℭHæc enim 41/diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 asserit eam componi/cæterisq; vt supra tam figura q̃ positionibus manentibus: probatur sicut 38. nam dato opposito propositi: sequitur oppositum 36. quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 47.



ℭBina potens media: ad vnũ duntaxat signũ diuiditur in noĩa. 47

ℭTHEON ex Zamb. ℭSit bina potens media a b diuisa in c: vt ipsæ a c, c b, potentia sint incõmensurabiles/efficiẽtes per 35 decimi compositũ ex eis quæ ex a c, c b, mediũ/quod vero sub a c, c b, mediũ/& insuper incõmensurabile cõposito ex iis quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico q; ipsa a b in alio signo non diuiditur: efficiens ea quæ proposita sunt. Si enim possibile: diuidatur in d, vt videlicet ipsa a c ipsi d b nõ sit eadem/sed maior per hypothesin sit a c. ponaturq; rationalis e f. cõpareturq; per 43 primi ad ipsam e f eis quę ex a c, c b: æquum e g. ei autem quod bis sub a c, c b, æquũ h k. Totum igitur e k: æquũ est ei quod ex a b quadrato. Rursus cõparetur ad ipsam e f: eis q̃ ex a d, d b, æquum e l. reliquũ igitur quod bis sub a d d b: reliquo ipsi m k est ęquale. At quoniã mediũ supponitur compositum ex iis quę ex a c, c b: medium igitur est & e g. & iuxta rationalem e f comparatur. Rationalis igitur est per 26 decimi h e: & ipsi e f longitudine incõmensurabilis. Id propterea & h n rationalis est: & ipsi h g lõgitudine incõmensurabilis. Et qm̃ cõpositũ ex iis quæ ex a c, c b, incõmensurabile est cõposito ex eo quod bis sub a c, c b: igitur & e g ipsi h k est incommensurabile. Quare & e h ipsi h n est incõmensurabilis. suntq; rationales. Ipsæ igitur e h, h n, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles. ipsa igitur e n ex binis nominibus est diuisa in h. Similiter iam demõstrabimus q; & in m diuiditur: & q; e h ipsi m n est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur. in vno igitur tantum signo diuiditur, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Binomiorum diffinitiones,

ℭSi fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidem longiori in longitudine/ fuerit q; eadem longior lineæ positæ rationali cõmunicans: ipsum vocabitur binomium primum. 1

ℭSi vero breuior positæ rationali communicet: dicetur binomium secundum. 2

ℭQ; si neutra portionum eius positæ rationali communicet: appellabitur binomium tertium. 3

ℭItem si longior/breuiore tanto amplius possit quãtum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine/ fuerit q; longior portionum posita lineæ rationali communicans in longitudine: ipsum nuncupabitur binomium quartum. 4

ℭSi vero breuior/positæ rationali communicet in longitudine: quintum nominabitur. 5

ℭSi autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine: erit binomium sextum. 6

Eucli. ex Zamb. Binum nominum diffinitiones.

1 ¶Proposita rationali/ex binisq; nominibus disiuncta in nomina cuius nomen maius minore maius possit eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili/ si maius nomen longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali: tota vocetur ex binis nominibus prima.

2 ¶Si vero nomen minus longitudine commẽsurabile fuerit expositæ rationali: vocatur ex binis nominibus secunda.

3 ¶Si autem neutrum ipsorum nominum commensurabile longitudine fuerit expositæ rationali: vocatur ex binis nominibus tertia.

4 ¶Rursus iam si maius nomen/minore maius possit eo quod fit a sibi longitudine incõmẽsurabili/si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit: vocatur ex binis nominibus quarta.

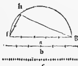
5 ¶Si vero minus: quinta.

6 ¶Si vero neutrum: sexta.

¶Sex igitur existentibus sic sumptis rectis lineis: ordinat ordinatim tres primas/ex quibus maior minore maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. secundas vero reliquas tres ordinatim similiter/quarũ maior minore maius possit eo quod fit ex sibi incommensurabili: eo quia conterit commensurabile incommensurabili. Et insuper primam: ex qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem ex qua minus: quoniã rursus conterit maius minore dum cõtinet maius. Tertiam vero: cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. In iisq; ordinatim tribus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans: secundam vero quintam: ac tertiam sextam.

Eucli. ex Camp. Propositio 42.

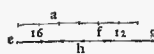
42 Binomium primum inuenire.



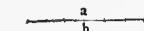
¶CAMPANVS. ¶Sit a linea rationalis posita. sumanturq; duo numeri quadrati b & c: quorũ c sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e. ponaturq; proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g: sicut numeri b ad numerum c. eritq; ex secunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus. sitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h: sicut c ad d. & ducatur linea g h. dico ergo duas lineas f g & g h directe coniũctas: cõponere binomium primũ. Est enim linea f g q̃ est lõgior/potẽtior linea g h q̃ est breuior: ĩ quadrato lineæ f h p 30 tertij & penultimã primi. cõmunicat autẽ linea f h lineæ f g in lõgitudine p 2 partẽ 7: cum pportio quadratorũ ipsarũ f g & f h sit sicut nũerorũ q̃dratorũ q sũt c & d. Linea vero g h: cõuincit̃ esse rationalis ĩ potẽtia tãtũ nõ cõmunicãs lineæ f g in longitudine. ideoq; neq; lineæ a rationali positæ. cum sit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h sicut numerus c ad numerũ d: erit p euersam proportionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, sicut numerus c ad numerũ e. Cũ itaq; c sit numerus quadratus/e vero non quadratus: sequitur per vltimã partem 7 vt linea g h sit incõmensurabilis lineæ f g longitudine. relinquitur igitur ipsam g h esse rationalem in potentia tantũ: & a diuisione lineas f g & g h componere binomium primum. quod erat inueniendum.

Eucli.ex Zamb. Problema 13. Propositio 48

¶Inuenire ex binis nominibus primam. 48



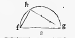
¶THEON ex Zamb. ¶Exponantur bini numeri a c, b c, vt cõpositũ ex ipsis a b ad b c rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autem c a rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. exponaturq; quædam rationalis d. ac ipsi d cõmensurabilis esto per correlariũ 6 decimi longitudine e f. rationalis igitur est e f. fiatq; per 9 decimi sicut b a numerus ad c a: sic quod ex e f ad id quod ex f g. At a b ad a c rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Igitur & quod ex e f ad id quod ex f g rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Quare quod ex e f: ei quod ex f g est cõmensurabile. Est autem rationalis e f rationalis igitur est & f g. Et quoniã a b ad a c rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; quod ex e f ad id quod ex f g rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, incõmensurabilis igitur est e f: ipsi f g longitudine. Ipsę igitur e f, f g, rationales sunt potẽtia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Dico q & prima. Quoniam enim est sicut b a numerus ad a c ita quod ex e f ad id quod ex f g, maior autem est ipse b a ipso a c; maius igitur est & quod ex e f eo quod ex f g. esto igitur ei quod ex e f æqualia quæ ex f g, h. Et quoniam est sicut b a ad a c, sic quod ex e f ad id quod ex f g: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti est sicut a b ad b c, sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex e f igitur ad id quod ex h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmensurabilis igitur est e f ipsi h longitudine. Ipsa igitur e f ipsa f g maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Ipsæq; e f, f g, rationales sunt. Commẽsurabilisq; est e f ipsi d longitudine. ipsa igitur e g ex binis nominibus prima est. quod erat ostendendum.



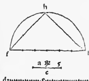
Eucli.ex Camp. Propositio 43.

BInomium secundum reperire. 43

¶CAMPANVS. ¶Sit vt prius a rationalis linea posita, b vero numerus quadratus, c vero sit numerus non quadratus diuisibilis in d nõ quadratũ et e quadratũ. ita tñ q proportio totius c q est nõ quadratus ad d qui est etiã nõ q̃dratus: sit sicut numerorũ quadratorũ. talis autẽ numerus est 12 & 48. diuisibilis enĩ est 12 in 9 quadratũ numerũ: & 3 nõ quadratũ. estq; proportio 12 ad 3: sicut 16 ad 4, quorũ vterq; quadratus. eodẽ modo 48 diuisibilis est in 36 & 12. ¶Tales autẽ nũeros sic repeties. Sit a numerus quadratus. b quoq; sit vnitate minor: cuius quadratũ sit c. at vero d proueniat ex b in a. eritq; ex prima incidentiũ noni/b: differẽtia d ad c. ducatur idem a in c: & proueniat e. eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni: eo q vterq; numerorũ a & c est q̃dratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d. eritq; f qualẽ quęrimus. Est enĩ ex vltima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus: eo q d numerus sit nõ quadratus. Si enim d numerus esset quadratus: esset quoq; b quadratus ex 2 parte eiusdẽ correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a est quadratus: esset per 16 eiusdẽ: tertius cõtinue proportionalis inter a & b. qd est ipossibile: cũ sint sola vnitate distãtes. nõ est igitur d quadratus, quare nec f. est enim f ęqualis d & e. quoniã cũ b sit differentia d ad c, vt patet ex præmissis: erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ iis quæ fiũt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e: sequitur vt d sit differẽtia f ad e. & quia per 18 septimi est f ad e sicut d ad c: erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cũq; vterq; duorũ numerorũ e & c sit quadratus: manifestũ est numerũ f esse qualẽ volumus. est enĩ non quadratus diuisibilis in d nõ quadratũ & e quadratũ: cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum, videlicet e ad c. ¶Cætera oia sint vt prius. Dico q lineæ f g & g h cõponunt binomium secundũ. Cũ enĩ sit quadratum a ad quadratum f g sicut b ad c, rursusq; quadratũ f g ad quadratum g h sicut c ad e: erit per æquã proportionalitatem quadratum a ad quadratũ g h, sicut b ad e. Cũ igitur vterq; duorũ numerorũ b & e sit quadratus: erit per 2 partẽ 7 linea g h cõmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ. de linea vero f g constat q ipsa sit rationalis in

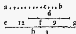


potentia tantũ non cõmunicans lineę a rationali positæ in lõgitudine per vltimam partẽ 7. quæ cũ sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimã primi/cõmunicet autẽ linea f h lineæ f g in longitudine per secundã partem 7 eo q eorũ quadrata sunt in proportione numerorũ c & d quorũ est proportio sicut numerorũ quadratorũ per hypothesim: constat propositũ. ¶Aliter quoq; idem. ¶Esto linea g h cõmunicans a rationali positæ in longitudine: quã facile est inuenire. sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratũ d, & non quadratũ e. sitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratũ lineæ f g: sicut numerus e ad numerũ c. eritq; f g incõmensurabilis lineæ g h in longitudine per vltimã partẽ 7: & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui cõmunicat in longitudine primo per cõuersam deide per euersam proportionalitatẽ/ & per secũdam partẽ 7. ex diffinitione igitur/lineę f g et g h: cõponũt binomiũ secũdũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 44. Propositio 49.

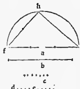
49 ¶Comperire ex binis nominibus secundam.



¶THEON ex Zamberto. ¶Explicentur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cõpositum a b, ad b c, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum/ad ipsum autem c a rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Exponaturq; rationalis d. ipsiq; d cõmensurabilis esto longitudine f g. ipsa igitur f g rationalis est. Fiat etiã per correlariũ 6 decimi & sicut c a numerus ad a b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. cõmensurabile igitur est id quod ex g f: et quod ex f e. rationalis igitur est et f e. Et quoniã c a numerus ab a b rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; igitur quod ex g f ad id quod ex f e rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est g f: ipsi f e longitudine. Ipsę igitur e f, f g, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Ostendendũ vero q & secunda. Quoniã rursus est sicut b a numerus ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ est b a ipso a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. esto autem ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per correlarium 19 quinti est sicut a b ad b c sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. & quod ex e f igitur ad id quod ex h: rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est e f: ipsi h longitudine per 9 decimi. Quare e f, ipsa f g maius potest: eo quod fit ex sibi cõmensurabili. & ipsæ e f, f g, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & f g nomen minus commensurabile est lõgitudine ipsi d rationali expositæ. ipsa igitur e g ex binis nominibus est secunda, quod erat faciundum.

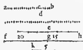
Eucli. ex Camp. Propositio 44.

44 Binomium tertium inuestigare.



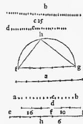
¶CAMP. ¶Binomiũ quoq; tertium sic reperitur. Posita vt prius linea a rationali in lõgitudine: sit b numerus primus. c vero quadratus: diuisibilis in quadratum d, & non quadratũ e. cętera omnia sint vt prius. dico q duæ lineæ f g & g h cõponunt binomiũ tertiũ. neutra eni earum est commensurabilis in longitudine lineę a rationali positæ: sed vtraq; incõmensurabilis. f g quidẽ/per vltimã partẽ 7: h g vero/per ęquã proportionalitatem & vltimã partẽ 7. Est eni per ęquã proportionalitatẽ quadratũ lineæ a ad quadratũ lineę g h sicut numerus b ad numerum e: mediantibus hinc quidẽ quadrato lineę f g, inde vero numero c, numeri autẽ b & e nõ sunt in proportione aliquorũ quadratorũ: cum b sit numerus primus, si enim essent in proportione numerorũ quadratorũ: necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdẽ tertium eis in continua proportionalitate interesse. esset igitur per 17 eiusdem numerus b superficialis. quod est impossibile: cum sit primus per hypothesin. incõmensurabilis est itaq; linea g h: lineę a rationali positę/ex vltima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi/quæ cõmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7: ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.

Eucli. ex Zamb. Problema 15. Propositio 50.



¶Inuenire ex binis nominibus tertiam. 50

¶THEON ex Zāb. ¶Exponantur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cōpositum a b ad b c rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerū/ ad ipsum autem a c rationem nō habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus qui sit d & ad vtrūq; ipsorum b a, a c, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ sit e. Fiatq; sicut d ad a b: sic quod ex e ad id quod ex f g. Cōmensurabile igitur est quod ex e: ei quod ex f g. Est autē e rationalis. rationalis igitur est & f g per diffinitionē. Et quoniam d ad a b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est e: ipsi f g longitudine per 9 decimi. Fiat iam rursus sicut a b numerus ad a c: sic quod ex f g ad id quod ex g h. Cōmensurabile igitur est quod ex f g: ei quod ex g h. Rationalis autē est f g: rationalis igitur & g h. Et quoniā b a ad a c, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex f g ad id quod ex h g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est f g: ipsi g h lōgitudine. Ipsæ igitur f g & g h: rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Igitur ipsa f h ex binis nominibus est. Aio etiam q; & tertia. Quoniā enim est sicut d ad a b sic est id quod ex e ad id quod ex f g, sicut autē b a ad a c sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti est sicut d ad a c, sic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; quod ex e igitur ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. incōmensurabilis est igitur e ipsi g h longitudine. Et quoniā est sicut b a ad a c, sic quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur est quod ex f g eo quod ex g h. Esto igitur ei quod ex f g æqualia quæ ex g h, k. Cōuertendo igitur per 19 quinti & eius correlarium/ est sicut a b ad b c: sic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. & quod ex f g igit: ad id quod ex k, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Cōmensurabilis igitur est f g: ipsi k lōgitudine. Ipsa igitur f g: ipsa g h maius potest eo quod fit ex sibi longitudine cōmensurabili. Ipsæq; f g, g h: rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ac neutra ipsarum commēsurabilis est ipsi e longitudine. ipsa igitur f h ex binis nominibus tertia est. quod inuenire oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 45.

BInomium quartum scrutari. 45

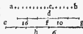
¶CAMPANVS. ¶In inuentione binomij quarti eodem modo procedēdum est sicut in inuentione primi: excepto q; quadratus numerus c diuidatur in duos nō quadratos qui sunt d & e. Cætera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti: sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Eucli. ex Zamb. Problema 16. Propositio 51.

¶Inuenire ex binis nominibus quartam. 51

¶THEON ex Zamb. ¶Exponātur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrūq; ipsorum rationē nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; rationalis d. Ipsiq; d cōmensurabilis esto longitudine ipsa e f. Rationalis igitur est ipsa e f. Fiatq; sicut b a numerus ad a c: sic quod ex e f ad id q̄d ex f g. Cōmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex e f: ei quod ex f g. Rationalis autē est per correlariū 6 decimi e f. Rationalis igitur est per 6 decimi & f g. Et quoniam b a ad a c rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e f igitur ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est e f ipsi f g longitudine. Ipsæ igitur e f, f g, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Quare ipsa e g: ex binis nominibus est. Dico iam q; & quarta. Quoniā

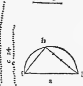
enim est sicut b a ad a c sic quod ex e f ad id quod f g, maior autem est b a ipsa a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. esto nempe ei quod ex e f: æqualia quæ ex f g, h. Cõuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ sicut a b numerus ad b c: sic quod ex e f ad id quod ex h. Ipsa vero a b ad b c rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f ad id quod ex h rationẽ habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est per 9 decimi e f: ipsi h longitudine. Ipsa igitur e f: ipsa g f maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili. & ipsæ e f, f g: rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. & e f: ipsi d cõmensurabilis est longitudine. ipsa igitur e g ex binis nominibus est quarta, quod erat inuemendum.

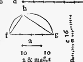


Eucli. ex Camp. Propositio 46.

46 BInomium quintum querere.

¶CAMPANVS. ¶Huius inuentio sic est sicut binomij secũdi; excepto q; numerus c nõ quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratum. ita tamẽ q; proportio c ad d: non sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti: sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. ¶Vel pone q; linea g h sit cõmunicãs lineæ a rationali positæ in longitudine. & pone numerũ c quadratũ diuisum in duos nõ quadratos qui sũt d & e. Ponitq; proportionẽ quadrati lineæ g h ad quadratũ f g: sicut numeri e ad numerũ c, deinde astrue ꝓpositũ ex vltima pte 7. & p̃sentibus hypothesibus/& conuersa & euersa proportionibus/& iterũ ex vltima parte 7 et diffinitione binomij quinti.

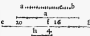




Eucli. ex Zamb. Problema 17. Propositio 52.

52 ¶Inuenire ex binis nominibus quintam.

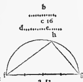
¶THEON ex Zamb. ¶ Explicentur bini numeri a c, c b: vt a b ad vtrũq; ipsorũ rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea d, ac ipsi d cõmensurabilis esto per diffinitionẽ: lõgitudine, f g. Fiatq; sicut c a ad a b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. Cõmẽsurabile igitur est quod fit ex g f: ei qđ ex f e. Rationalis igitur est ꝑ 6 decimi & f e. Et qm̃ c a ad a b rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum: neq; quod ex g f igitur ad id quod ex f e rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est per 9 decimi g f ipsi f e longitudine. Ipsæ igitur e f, f g, rationales sunt potentia cõmensurabiles tantũ. ex binis igitur nominibus est ipsa e g per 36 decimi. Dico iam q; & quinta. Quoniã eni est sicut c a ad a b sic quod ex g f ad id quod ex f e, rursus sicut b a ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autẽ est b a ipsa a c: maius igitur est quod ex e f eo quod ex f g. Esto nempe ei quod ex e f: æqualia quæ ex g f, h. Conuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariũ est sicut a b numerus ad b c: sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b: ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e f: ad id quod ex h rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est per 9 decimi e f ipsi h longitudine. Quare e f ipsa f g maius p̃t eo quod fit sibi ex incõmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commẽsurabiles. & f g nomen minus commensurabile est expositæ rationali d longitudine. Ipsa igitur e g per 48 decimi quinta est ex binis nominibus, quod erat inuenendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 47.

47 IN binomio sexto demum oportet insistere.

¶CAMPANVS. ¶Binomium sextũ sicut tertium scrutandũ est. & tamẽ erit hic numerus quadratus c diuisus in duos non quadratos d & e. Cætera vt ibi. eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quã cõponunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ: binomium sextum, quod est propositum inuenire.



Eucli. ex Zamb. Problema 18. Propositio 53.

53 ¶Inuenire ex binis nominibus sextam.

¶THEON ex Zãb. ¶Explicẽtur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrũq; ipsorum ratiõẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Sitq; etiã alius numerus d nõ existens quadratus: qui ad vtrũq; ipsorũ b a, a c, rationẽ non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. exponaturq; aliqua recta linea rationalis ꝗ sit e. Fiatq; per diffinitionẽ sicut d ad a b: sic quod ex e ad id quod ex f g. Cõmensurabilis igitur est per 6 decimi e ipsi f g potentia. estq; rationalis e. rationalis igitur est & f g. Et qm̃ d ad a b rationẽ nõ habet quã quadratus numer9 ad quadratũ numerũ: neq; quod ex e igitur ad id quod ex f g rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est e: ipsi f g longitudine. Fiat iã rursus sicut b a ad a c: sic quod ex f g ad id quod ex g h. Commensurabile igitur est per 6 decimi quod ex f g: ei quod ex g h. Rationale autẽ est quod ex f g. rationale igitur & quod ex g h. rationalis igitur g h. Et quoniã b a ad a c rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est f g ipsi g h lõgitudine. Ipsæ igitur f g, g h, rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. ex binis igitur nominibus est f h, per 36 decimi. Ostendendũ vero ꝙ & sexta. Quoniã eni est sicut d ad a b sic quod ex e ad id quod ex f g, est autẽ & sicut b a ad a c sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti est sicut d ad a c sic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. neq; igitur quod ex e: ad id quod ex g h rationẽ habet quã quadratus numer9 ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est e ipsi h g lõgitudine. patuit autem ꝙ & ipsi f g. Incõmensurabilis est igitur vtraq; ipsarũ f g & g h: ipsi e longitudine. Et qm̃ est sicut b a ad a c sic est quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur est quod ex f g eo quod ex g h. Esto igitur ei quod ex f g ęqualia: quę ex g h, k. Cõuertẽdo igitur per 19 quinti & correlariũ eiusdẽ sicut a b ad b c: sic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quare neq; quod ex f g ad id quod ex k rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est f g ipsi k longitudine. ipsa igitur f g: ipsa g h maius potest eo quod fit ex sibi incõmẽsurabili. Sũtq; ipsæ f g, g h, rationales: potentia tantũ commensurabiles. Ac ipsarum f g, g h, neutra commensurabilis est longitudine ipsi e expositæ rationali. ipsa igitur f h: ex binis nominibus est sexta. quod erat inueniendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 48.

SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta: latus quod super eã põt binomiũ esse necesse est. 48

¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a c: cõtẽta linea rationali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico ꝗ latus tetragonicũ superficiei a c est binomiũ. Sit eni punctus d cõmunis terminus duarũ portionũ binomij primi in b c: cuius maior portio sit b d. eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione: & cõmensurabilis lineę a b rationali positæ. Diuidatur itẽ minor portio quæ est d c per æqualia ad punctũ e. lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctũ f: ꝙ interpartes eius quæ sunt b f & f d: cadat d e medio loco proportionalis. quod qualiter fiat in 13 dictũ est. ducantur autẽ lineæ e g, d h, f k, ęquidistãtes lineę a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potẽtior linea d c in quadrato lineæ sibi communicãtis in longitudine: sequitur ex secũda parte 13 ꝙ duæ lineæ b f & f d sint cõmunicãtes. per 9 igitur est vtraq; earum cõmunicans toti lineæ b d. quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in lõgitudine. ideoq; per 15 vtraq; duarũ superficierũ a f & f h: est rationalis. Describatur itaq; quadratum l m cuius latus l r, æquale superficiei a f. cui circumponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quãtitatem: ꝙ ipsius gnomonis quadratum quod sit m n, sit æquale superficiei f h. duoq; eius supplementa sint p m & m q: quæ necesse est esse æqualia duabus superficiebus d g & g c. Quod sic collige. Cum eni sit linea d e medio loco proportionalis inter lineas b f & f d: erit superficies d g. ex prima sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a f & f h. quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplemẽ-

tum p m est etiã medio locoproportionale inter quadrata dicta ex prima sexti; sequitur vt p m sit ęqualis d g.ideoq; m q:g c.igitur linea l p:est latus tetragonicũ superficiei a c.Hanc lineã dico esse binomiũ.Cũ sint enĩ ambo quadrata l m,& m n,rationalia:erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales.Est autem per primam sexti a f ad d g:sicut b f ad d e.sed b f est icõmẽsurabilis d e.scilicet qa b f est rõnalis simpliciter/ vt probatũ est.d e vero quia cõmunicat i longitudine d c rationali in potẽtia tm̃:erit etiã ipsa rõnalis in potẽtia tm̃ p 18.quod ex p̃missis hypothesib9 manifestũ est.Itaq; per 2 partẽ 10/supficies a f:est incõmensurabilis supficiei d g.igitur & quadratũ l m: supplemento p m,quare per primã sexti & secũdam partẽ 10 linea l r:est incõmẽsurabilis lineę r p.Ex 30 igit̃ cõstat lineã l p esse binomiũ.qđ erat mõstrãdũ.

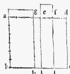
¶THEON. Lemma.

¶Sint bina quadrata a b,b c,exponaturq; per 14 primi:vt d b ipsi b e sit in rectas lineas.In rectas lineas igitur est & f b:ipsi b g. Compleaturq; parallelogrammũ a c,Dico q̃ a c quadratũ est/& q̃ d g ipsorũ a b,b c,mediũ est proportionale/& insuper d c ipsorũ a c,c b,mediũ proportionale est. Quoniã enĩ d b ipsi b f est ęquale/& b e ipsi b g:totũ igitur d e toti f g est æquale.Sed d e: vtrisq; ipsarum a h,k c,est æqualis. Igitur per 33 primi parallelogrãmum a c: æquilaterum est. est quoq; & rectangulum,quadratum igitur est a c per 46 primi.Et quoniam est sicut f b ad b g:sic d b ad b e,sed sicut quidem f b ad b g sic per primam sexti a b ad d g,sicut vero d b ad b e sic d g ad b c:& sicut igitur a b ad d g,sic d g ad b c.Igit̃ d g:ipsorũ a b,b c,mediũ proportionale est.Dico tam q̃ & d c:ipsorũ a c,c b,mediũ proportionale est. Quoniã igitur est sicut a d ad d k sic est k g ad k c(æqualis est enim altera alteri)& componendo per 16 quinti sicut a k ad k d sic k c ad c g,sed sicut a k ad k d sic a c ad c d,sicut autem k c ad c g sic per primam sexti d c ad c b: igitur d c ipsorum a c,c b,medium & proportionale est.

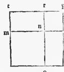
Eucli.ex Zamb. Theorema 36. Propositio 54.

54 ¶Si areola compræhendatur sub rationali ac ex binis nominibus prima:quæ areolam potest irrationalis est/ ex binis nominibus vocata.

¶THEON ex Zãb. ¶Areola etenim a b c d: cõpræhendatur sub rationali a b,& ex prima ex duobus nominibus a d.Dico q̃ ipsam a c areolã potẽs:irrationalis est:ex binis vocata nominibus.Quoniã enim ex binis nominibus est prima ipsa a d:diuidatur per 42 decimi in nomina in e. sitq; maius nomen a e.Manifestũ iam:q̃ ipsæ a e,e d,rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles/& a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili/& a e per 48 decimi cõmensurabilis est expositæ rationali a b longitudine.Seceturiam per 10 primi e d:bifariã in signo f.Et quoniã a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili:si quartæ igitur parti eius quod ex minore hoc est ei quod ex e f æquum ad maiorẽ a e comparatũ fuerit deficiẽs specie a quadrato/ in cõmẽsurabilia distribuit per 17 decimi.Cõparetur per 28 sexti igitur ad ipsam a e:ei quod ex e f,æquũ quod sub a g,g e.cõmensurabilis igitur est a g:ipsi g e lõgitudine.Excitẽturq; per 31 primi per ipsa g,e,f, vtriq; ipsarũ a b,d c,paralleli g h,e k,f l.Et ipsi quidẽ a h parallelogrãmo:æquũ per 14 secundi quadratũ cõstituat f n:ipsi autẽ g k,n p.Ponaturq; per 14 primi sicut in rectas lineas m n ipsi n x.in rectas igitur lineas est & r n:ipsi n o.Cõpleaturq; ipsũ f p parallelogrãmum.quadratũ igitur est f p. Et quoniã quod sub a g,g e,æquũ est ei quod e f:est igitur per cõstructionẽ sicut a g ad e f,sic f e ad e g.& sicut igitur per primã sexti a h ad e l:sic e l ad k g.Ipsorũ igitur a h,g k,mediũ e l proportionale est.Sed a h quidẽ/æquum est ipsi f n:& g k,æquũ est ipsi n p.Ipsorum igitur f n,n p,mediũ e l proportionale est.Est autem ipsorũ f n,n p,medium m r proportionale per præostensum lẽma.æquũ est igitur m r:ipsi e l.Sed m r quidẽ/ipsi o x æquũ est:& e l ipsi f c.totũ igitur e c: ipsis m r,o x,est æquale. Sunt autem & ipsa a h,g k:ipsis f n,n p,æqualia/per 44 primi.totum igitur a c:æquũ est toti f p,hoc est ei quod ex m x fit quadrato.igitur ipsa m x:ipsum



potest a c. Dico iam ꝙ ipsa m x: ex binis nominibus est. Quoniã enĩ cõmẽsurabilis est per 17 decimi a g ipsi e g: cõmensurabilis igitur est per 12 decimi & diffinitionẽ & a e: vtriq; ipsarũ a g, g e. Supponit autẽ per diffinitionẽ primę ex binis noib9 a e ipsi a b cõmẽsurabilis. & ipsæ igit a g, g e: ipsi a b sunt cõmensurabiles. Rationalis vero est a b. rationalis igitur est & vtraq; ipsarũ a g, g e. Rationale igitur est & vtrũq; ipsorũ a h, g k. Cõmensurabile autẽ est per primã sexti & 11 decimi a h ipsi g k. Sed a h: ipsi qdẽ f n est æquale. ipsum vero g k: ipsi n p. & ipsa igitur f n, n p, hoc est quod ex m n, n x. rationalia sũt & cõmensurabilia. Et quoniã incõmensurabilis est a e ipsi e d longitudine/sed ipsa quidẽ a e ipsi a g est cõmensurabilis/ipsa autẽ d e ipsi e f cõmensurabilis: per 13 decimi incommensurabilis igitur est & a g ipsi e f. Quare & a h: ipsi e l. incõmẽsurabilis est. Sed a h quidẽ: ipsi f n est æquale, ipsum vero e l: ipsi m r. & f n igit: ipsi m r incõmẽsurabile est. Sed sicut f n ad m r: sic & o n ad n r. incõmensurabilis igitur est o n ad n r. Aequalis autẽ est o n ipsi m n: & n r ipsi n x. incõmensurabilis igitur est m n ipsi n x. Et quod ex m n: cõmensurabile est ei quod ex n x: & vtrunq; rationale. Ipsæ igitur m n, n x: rationales sunt potentia tantum commensurabiles. ipsa igitur m x: ex binis nominibus est/ipsamq; a c potest. quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 49.

SI fuerit superficies linea rationali binomioq; secundo contenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum. 49

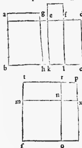


℄CAMPANVS. ℄Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheses q̃ in premissa. eritq; ex diffinitione binomij secũdi/linea d c rationalis in lõgitudine. quare p 15 vtraq; duarũ superficierũ d g & g c (ideoq; & duo supplementa p m, m q) erit rationalis. linea vero b d erit rationalis in potẽtia tantũ: & diuisa in duas lineas cõmunicantes f d & b f, ex diffinitione binomij secundi & præmissis hypothesibus/& secunda parte 13. per 9 igitur erit vtraq; duarũ superficierũ a f & f h, (ideoq; & vtrũq; quadratorũ l m & m n) medialis. itaq; ambæ lineæ l r & r p: sunt mediales in potentia quoq; cõmunicãtes. nam cum linea b f cõmunicet lineæ f d: sequit vt a f cõmunicet f h. quare quadratũ l m: quadrato m n. ideoq; & linea l r: lineę r p in potentia. in longitudine autẽ nõ cõmunicãt: qm̃ p 1 sexti vna earũ ad alterã est sicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eo ꝙ altera medialis videlicet l m, altera vero rationalis videlicet m p: sequitur vt l r non cõmunicet in longitudine r p. Quia igitur ipsæ continent superficiem rationalem quę est m p: constat lineam l p ex 31 huius/esse bimediale primum.



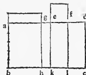
Eucli. ex Zamb. Theorema 37. Propositio 51.

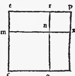
℄Si areola compræhensa fuerit sub rationali/& ex binis nominibus secunda: areolam potens irrationalis est/vocaturq; binis ex prima medijs. 51



℄THEON ex Zãb. ℄Compræhẽdatur areola a b c d sub rationali a b, ac ex binis nominibus secunda a d. Dico ꝙ a c areã potens: ex binis medijs est prima. Quoniã enĩ ex binis nominibus secũda est a d, diuisa in nomina in signo e, vt maius nomẽ sit a e: ipsæ igitur a e, e d, per 49 decimi rationales sũt potẽtia tantũ cõmensurabiles. & a e, ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili: ac nomẽ minus e d cõmẽsurabile est ipsi a b lõgitudine. Secet p 10 primi ipsa e d bifariã in signo f. & ei qđ ex e f ęquũ ad ipsũ a e cõparet p 28 sexti/deficiẽs specie a q̃drato quod sub a g, g e. cõmẽsurabilis igit est p 17 decimi a g ipsi g e lõgitudine. Et p ipsa g, e, f, signa excitẽtur p 31 primi paralleli ipsis a b, c d: sintq; g h, e k, f l. Ac ei quidẽ quod est a h parallelogrammo cõstruatur per 14 secundi æquũ quadratũ f n: ipsi autẽ g k, æquũ quadratũ n p. Ponaturq; per 14 primi sicut in rectas lineas m n, ipsi n x. in rectas lineas igitur est & r n ipsi n o. Compleaturq; f p quadratũ. Manifestũ iam est: ex pręostenso lẽmate ꝙ m r mediũ proportionale est ipsorũ f n, n p, & per præcedens theorema ęquũ ipsi e l, & ꝙ a c aream potest m n et n x. Ostendenũ iam ꝙ m x ex binis medijs est prima. Quoniam a e ipsi e d est incõmensurabilis longitudine/cõmensurabilis autẽ est per 49 decimi e d ipsi a b: incommẽsurabilis igi-

tur per 13 decimi est a e ipsi a b lõgitudine. Et quõ cõmẽsurabilis est a g ipsi e g: cõmensurabilis est & a e vtriq; ipsarum a g, g e. Et a e rationalis est. rationalis igitur & vtraq; ipsarũ a g, g e, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est a e ipsi a b, cõmensurabilis autẽ est a e vtriq; ipsarũ a g, g e: & ipsæ a g, g e, igitur cõmensurabiles sunt ipsi a b. Ipsæ b a, a g, g e, igitur per 13 decimi rationales sũt: potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Quare per 21 decimi vtrũq; ipsorũ a h, g k: mediũ est. quare & vtrunq; ipsorũ f n, n p: medium est. & ipsę m n, n x, igitur mediæ sunt per 21 decimi. Et quoniã cõmensurabilis est a g ipsi g e lõgitudine: cõmensurabile est & a h ipsi g k, hoc est f n ipsi n p, hoc est quod ex m n ei quod ex n x. quare & ipsæ m n, n x: potentia sunt cõmensurabiles. Et quoniã incõmensurabilis est a e ipsi e d lõgitudine/ sed ipsa quidẽ a e cõmẽsurabilis est ipsi a g, & e d ipsi e f: incõmensurabilis igitur est per 13 decimi a g ipsi e f. Quare per 1 sexti & 11 decimi & a h ipsi e l incõmensurabile est: hoc est f n ipsi m r, hoc est o n ipsi n r, hoc est m n ipsi n x, incõmẽsurabilis longitudine est. Ostensum autẽ est quod ipsę m n, n x, medię existẽtes: potẽtia sunt cõmensurabiles. Ipsæ igitur m n, n x, medię sunt: potẽtia tantũ cõmensurabiles. Dico iã quod & rationale cõpræhendunt. Quoniã eni d e supponitur vtriq; ipsarum a b, e f, cõmensurabilis: commensurabilis igitur per 12 decimi est & f e ipsi e k. Et vtraq; ipsarũ rationalis. rationale igitur est e l: hoc est m r. Sed m r: est quod sub m n & n x. Si vero per 37 decimi binæ mediæ potentia tantũ cõmensurabiles/ compositæ fuerint rationale compræhẽdentes: tota irrationalis est/ vocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa m x: ex binis est prima medijs. Quod erat ostẽdendũ.



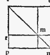


Eucli. ex Camp. Propositio 50.

50 SI binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur: linea in eam potens erit bimediale secundum.



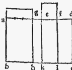
¶ CAMPANVS. ¶ Dispositio & hypotheses maneant vt supra. Eritq; ex his hypothesibus & diffinitione binomij tertij & 19/ vnaquæq; quatuor superficierum in quas diuisa est superficies a c: mediale. quare vtrunq; duorum quadratorum l m, m n, & vtrunq; supplementorum p m & m q: erit etiam mediale. vtraq; igitur duarum linearum l r & r p: erit medialis. Et cum duæ superficies a f & f h sint cõmunicantes/ eo quod duæ lineæ b f & f d sint cõmunicantes; per secundam partem 13 erunt duæ lineæ l r & r p cõmunicantes in potentia. in longitudine vero non: quia superficies l m non cõmunicat cum superficie m p, eo quod neq; a f communicat cum d g. Nam linea b f non cõmunicat cum d e. Cum igitur ipsę contineant superficiẽ quæ est p m: constat ex 32 lineam l p esse mediale secundum. Quod est propositum.

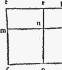


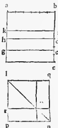
Eucli. ex Zamb. Theorema 38. Propositio 56.

56 ¶ Si superficies sub rationali/ & ex binis nominibus tertia cõpræhensa fuerit: superficiem potens irrationalis est/ appellaturq; ex binis secunda medijs.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b c d: cõpræhendatur sub rationali a b, ac ex binis nominibus tertia a d diuisa in nomina in e, quorum maius sit a e. Dico quod areolam a c potens: irrationalis est/ vocaturq; ex binis secunda nominibus. Construantur namq; eadem quæ prius. Et quoniam a d ex binis est tertia nominibus: ipsæ igitur a e, e d, rationales sunt potentia tantum commensurabiles/ & ipsa a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili/ & ipsarum a e, e d, neutra ipsi a b est commensurabilis longitudine. Similiter iam ex ijs quæ prius sunt ostensa/ demonstrabimus: quod ipsæ m n, n x, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Quare m x: ex binis est medijs. Ostendendum etiam quod & secunda. Quoniam incommensurabilis est per 50 decimi d e ipsi a longitudine, hoc est ipsi e k, atqui d e commensurabilis est ipsi e f: incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi e f ipsi e k longitudine. Suntq; rationales ipsæ f e, e k, igitur rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Medium igitur per 21 decimi est e l: hoc est m r. compræhenditurq; sub sub m n, n x, medium igitur est quod sub m n, n x. Ipsa igitur m n x: ex binis est secunda medijs. Quod fuerat ostendendum.







Eucli. ex Camp. Propositio 51.

SI linea rationali binomioq; quarto superficies continea- 51
tur: quæ in eam superficiem potest/est linea maior.

¶CAMP. ¶Cūctis vtiq premissis manētibus: erit ex hypothesi et diffinitione binomij quarti & 19/vtraq; duarū supficierū d g & g e (quare & vtraq; duarū p m & m q) medialis. duoq; quadrata l m & m n pariter accepta/rationale: eo q superficies a d est rationalis per diffinitionē binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in puncto f in duo incōicantia per secūdam partem 14: erit superficies a f incommēsurabilis superficiei f h. ideoq; & quadratū l m: quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p: sunt incōmensurabiles in potētia. q cū cōtineāt supficiē medialē p m, & earū quadrata ābo pariter accepta sint rōnale: cōstat p 33 lineā l p esse lineā maiorē. Quod erat demōstrādū.

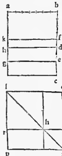
Eucli. ex Zamb. Theorema 39. Propositio 57.

¶Si areola sub rationali ac ex binis quarta nominibus com- 57
præhensa fuerit: ipsam areolā potens irrationalis est/vocaturq; maior.

¶THEON ex Zamberto. ¶Areola nāq; a c: cōpræhēdatur sub rationali a b, & ex binis quarta noibus a d diuisa in nomina in e, quorū maius esto a e. Dico q areolam a c potens: irrationalis est/appellata maior. Quoniā enim a d ex binis est quarta nominibus: ipsæ igitur a e, e d, rationales sunt potentia tantū commēsurabiles. & a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili. & a e ipsi a b longitudine cōmēsurabilis est. Secetur per 10 primi d e bifariā in f. & ei quod ex e f æquum/ad a e cōparetur per 44 primi parallelogrāmū quod sub a g, g e. Incōmensurabilis igitur est per 18 decimi a g ipsi e g longitudine. excitentur per 31 primi paralleli ipsi a b: sintq; g h, e k, f l. Fiantq; reliqua eadem sicut in præcedenti. Manifestum iam est q m x, est potens ipsam areolam a c. Ostēdendū vero q m x irrationalis est: appellata maior. Quoniam incōmensurabilis est a g ipsi e g longitudine: incōmensurabile per 1 sexti et 11 decimi/est & a h ipsi g k: hoc est f n ipsi n p. Ipsæ igitur m n, n x: potētia sunt incōmensurabiles. Et quoniā cōmensurabilis est a e ipsi a b lōgitudine: rōnale est a k. Et æquū est eis quæ ex m n, n x. rationale igitur est: cōflatū ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniā per 34 decimi incōmēsurabilis est d e ipsi a b lōgitudine hoc est ipsi e k, sed per 13 decimi d e cōmensurabilis est ipsi e f: incōmēsurabilis igitur est e f ipsi e k lōgitudine. Ipsę igitur e k, e f, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Mediū per 21 decimi igitur est l e hoc est m r. Cōpręhēditurq; sub m n, n a. mediū igitur est quod sub m n, n x. Et cōpositū ex ijs q ex m n, n x, rationale. & m n ipsi n x potentia incōmensurabilis est. Si autē per 39 decimi duæ lineę potētia incōmēsurabiles cōpositæ fuerint efficiētes cōpositū ex ijs quæ ex ipsis sūt quadratis rationale/quod vero sub ipsis mediū: tota irrationalis est/appellatur autem maior. Ipsa igitur m x irrationalis est/vocata maior: ipsamq; a c areolam potest. quod erat ostendendum.

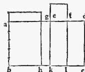
Eucli. ex Camp. Propositio 52

SI fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto 52
contenta: quæcunq; in eam linea potest/potens in rationale & mediale esse ex necessitate conuincitur.



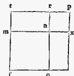
¶CAMPANVS. ¶Nec in hac quoq; est aliquid ex priori dispositione & positionibus mutandum. eis enim manentibus: erit ex ijs quę posita sunt in diffinitione binomij quinti & 15/vtraq; duarum supercierū d g & g e (quare vtraq; duarum p m & m q) rationalis/totaq; a d (quare & duo quadrata l m m n pariter accepta) medialis ex 19. Cumq; ex secunda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadratum l m quadrato m n: erit linea l r incommensurabilis in potentia lineæ r p. At quia ipsæ continent superficiem rationalem p m, & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale: conclude ex tregesimaquarta lineam l p esse potentem in rationale & mediale. Quod promissum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 40 Propositio 58.



58 ℂSi areola cõpræhendatur sub rationali/ac ex binis quinta nominibus: areolam potens irrationalis est/appellata rationale mediumq́ꝫ potens.

ℂTHEON ex Zãb. ℂAreola eteni a c: cõpræhẽdatur sub rationali a b, ac ex binis quinta noibus a d disiũcta in noia in e, vt maius nomẽ sit a e. Dico ꝙ ipsam a c areolã potens: irrationalis est/appellata rationale mediũq́ꝫ potẽs. Construantur eni ea quæ superius demõstrata sunt. Nõ dubiũ ꝙ a c areolã potens: est m x. Ostendendum iam: ꝙ m x est rationale mediũq́ꝫ potens. Quoniã eni incõmẽsurabilis est a g ipsi g e: incõmensurabile igitur est per primã sexti & 11 decimi & a h ipsi h e, hoc est quod ex m n ei quod ex n x. Ipsæ igitur m n, n x: potẽtia sunt incõmensurabiles. Et qm̃ a d ex binis est quinta noibus, ac eius minus segmentũ est e d: cõmensurabilis igitur est e d ipsi a b lõgitudine. Sed a e: ipsi e d est incõmensurabilis. & a b igitur per 13 decimi ipsi a e est incõmensurabilis longitudine. Ipsæ igitur a b, a e, rationales sunt: potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. mediũ igitur est per 21 decimi a k: hoc est cõflatũ ex ijs quæ ex m n, n x. Et quoniã cõmensurabilis est d e ipsi a b longitudine hoc est e k, sed d e ipsi e f cõmẽsurabilis est: & e f igitur per 12 decimi ipsi e k cõmensurabilis est. Rationalis autem e k. rationale igitur per 19 decimi & e l, hoc est m t: hoc est quod sub m n, n x. Ipsæ igitur m n, n x, per 40 decimi potẽtia incõmensurabiles sũt: efficientes conflatum ex ipsarum quadratis medium/& quod sub ipsis rationale. ipsa igitur m x: est rationale mediumq́ꝫ potens, ipsamq́ꝫ potest aream a e. Quod fuerat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 53.

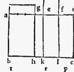


53 SI binomio sexto lineaq́ꝫ rõnali supficies cõtineatur: linea quę in eam potest/in duo medialia potẽs esse probatur.

ℂCAMPANVS. ℂHęc 53: adhuc te sustinet ociari a pigẽdis figuris, cõtẽta eni est p̃missis dispositione & positionibus. Quibus stantibus: necesse est ex ipsis positis & dispositione id est diffinitione binomij posite mi & 19/ quãlibet ex superficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialẽ. Cũq́ꝫ b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq́ꝫ l m & m n) sint incõmensurabiles: erũt duæ lineæ b c & r p incõmensurabiles in potẽtia. At quia ipsæ cõtinent superficiem medialem p m, earũq́ꝫ ambo quadrata pariter accepta sunt mediale/quod est duplo superficiei vnius in alterã incõmensurabile/quod ex eo probatur ꝙ supficies b h est incõmensurabilis superficiei h c, propter hoc ꝙ linea d b est incõmensurabilis lineæ d c: sequitur ex 35 lineam l p esse/quæ potest in duo medialia.

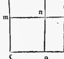


Eucli. ex Zamb. Theorema 41. Propositio 59



59 ℂSi areola cõpręhendatur sub rationali/& ex binis sexta noibus: areolam potens irrationalis est/appellata bina potens media

ℂTHEON ex Zamberto. ℂAreola namq́ꝫ a b c d: compræhendatur sub rationali a b, & ex binis nominibus a d diuisa in nomina in e, vt maius nomen sit a e. Dico ꝙ ipsam a c potens: irrationalis est/appellata bina potens media. Construantur enim quæ & in præostensis. Non dubiũ ꝙ m x est potens ipsam a c: & ꝙ incõmensurabilis est m n ipsi n x potentia. Et quoniã incõmensurabilis est a e ipsi a b longitudine: ipsæ igitur a e, a b, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. medium igitur est per 21 decimi a k: hoc est cõpositũ ex ijs quę ex m n, n x. Rursus quoniã incõmẽsurabilis est e d ipsi a b lõgitudine: incõmẽsurabilis igitur est & e f ipsi e k. Et f e, e k, igiť rõnales sũt: potẽtia tãtũ cõmensurabiles. mediũ igitur est per eandẽ/e l: hoc est m r, hoc est cõflatũ sub m n, n x. Et quoniã incõmensurabilis est a e ipsi e f: & a k ipsi e l incõmensurabile est. Sed a k quidẽ est cõflatum ex ijs quæ ex m n, n x: & e l est quod sub m n, n x. incommensurabile igitur est per primam sexti & 11 decimi compositum ex ijs quæ ex m n, n x: ei quod sub m n, n x. & ipsorum vtrumq́ꝫ medium est.



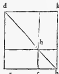
x. ij.

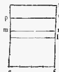
Ipsæ igitur m n, n x: potentia sunt incõmensurabiles. Ipsa igitur m x bina potens est media per 41 decimi; & ipsam potest a c. quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 54.



SI lineę rationali æquũ quadrato binomij rectãgulũ adiũgatur: latus eius secũdum binomiũ primũ esse cõuenict. 54





¶CAMPANVS. ¶Hæ sex sequẽtes: cõuersę sunt sex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ est hæc intentio. Sit linea a b binomiũ: diuisa ad punctũ c in duas lineas a c & c b, secundũ suã diffinitionẽ ant terminum. eiusq; a b quadratũ sit b d. sitq; linea e f rationalis in longitudine: cui adiũgatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico q; latus secundũ huius superficiei, quod est linea f g: est binomium primũ. Diuidatur enĩ quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quę sint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij: & in duo supplementa a h & h k, quorum vtrũq; cõtinetur sub duabus portionibus binomij. eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30, vtrũq; istorũ quadratorum rationale; & per 19 vtrũq; supplementũ mediale. Ex superficie igitur e g, abscindatur superficies e l ęqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis vni duorũ supplemẽtorum a h vel h k. eritq; p g residua: ęqualis reliquo supplemento. quare per primam sexti linea n q: est ęqualis lineæ q g. Ex præmissis autem manifestum est q; vtraq; duarũ superficierũ e l & l m (& ideo tota superficies e n) est rationalis. Et vtraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 vtraq; duarum linearũ f l & l n, & tota linea f n, rationalis in longitudine: & lineæ e f rationali positæ cõmensurabilis. & per 20 vtraq; duarum n q & q g, & tota n g: rationalis in potentia tantum, incommensurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f sibi æquali, & per consequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g vt ex primo, duorum antecedentiũ 35 demonstrationi subiunctorũ & prima sexti apparet, fuerit potentior linea n g minori in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine: tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam f g esse binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, sit per primã sexti superficies a h medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiem m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis. quare per primam sexti linea n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f l in l n: est quantũ quod ex n q in se per 16 sexti. ideoq; per 4 secundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partem 13 cum linea f n diuidatur a superficie sibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g ita q; ad complendã totam lineam f n desit superficies quadrata: in duo cõmunicãtia ad punctũ l: erit f n potentior n g in quadrato lineæ sibi cõmunicãtis in longitudine. Constat ergo propositum.

¶THEON. Lemma.

¶Si recta linea secetur in inęqualia: quę ab inæqualibus quadrata, maiora sũt eo qđ bis sub iæq̃libus cõpręhẽsum est rectãgulũ.

a d c b

¶Sit recta linea a b: seceturq; in inæqualia in c, sitq; maior a c. Dico q; quæ ex a c, c b: maiora sunt eo quod bis sub a c, c b. secetur enim per 10 primi a b bifariam in d. Quoniam igitur recta linea secta est in æqualia in d, & in inęqualia in c: igitur per 5 secundi quod sub a c, c b, vna cum eo quod ex c d æquum est ei quod ex a d. & perinde quod sub a c, c b: minus est eo quod ex a d. Quod igitur bis sub a c, c b: est minus q̃ duplum eius quod ex a d. Sed quæ ex a c, c b: dupla sunt eorũ quæ ex a d, d c. ergo quæ ex a c, c b: maiora sunt eo quod bis sub a c, c b. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 42. Propositio 60.

¶Quæ ab ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus primam. 60

¶THEON ex Zamb. ¶Esto ex binis noibus a b: diuisa in noĩa in c, vt maius nomẽ sit a c. exponaturq; rõnalis d e. & ei quod ex a b æquũ ad ipsam d e cõ-

paretur p 44 primi d e f g:latitudinẽ efficiẽs d g. Dico φ d g ex binis est prima noibus. Cõparetur enĩ per 44 primi ad d e, ei q̃dẽ quod ex a c ęquũ d h: ei autẽ quod ex b c, æquũ k l. Reliquũ igĩ quod bis sub a c, c d: p 4 secũdi ęquũ est ipsi m f. Secẽt p 10 primi q̃dẽ m g bifariã in n: exciteturq; p 31 primi paralle lus n x vtriq; ipsarũ m l, g f. Vtrũq; igitur ipsorũ m x, n f, æquũ est ei quod sub a c, c b. Et quoniã a b ex binis noibus est diuisa ĩ noia in c: ipsæ igitur a c, c b, rõnales sũt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quæ igitur ex a c, c b: rõnalia sũt/& sibi inuicẽ cõmensurabilia. Quare per 15 decimi/& cõsiarũ ex ijs quę ex a c, c b: cõmẽsurabile est eis q̃ ex a c, c b, rationale igitur est cõpositũ ex ijs q̃ ex a c, c b. Et ipsi d l est ęquale, rõnale igĩ est d l, Et ad ipsã d e cõparatũ, rõnalis igitur p 20 decimi d m: & ipsi d e lõgitudine cõmẽsurabilis, Rursus qm̃ a c, c b, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles: mediũ igitur est quod bis sub a c, c b, hoc est m f. & ad ipsã cõparatur m l rationalẽ. rationalis igĩ est & m g: ipsi l m incõmẽsurabilis (hoc est ipsi d e) lõgitudine, est autẽ & m d rationalis: & ipsi d e lõgitudine cõmẽsurabilis. Incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi d m: ipsi m g lõgitudine. Sũtq; ipsæ igitur d m, m g, rõnales: potentia tantũ cõmẽsurabiles. ex binis noibus igitur est per 36 decimi d g. Ostẽdendũ φ & prima. Qm̃ eni per lẽma p̃cedens 54 decimi eorũ q̃ ex a c, c b, mediũ proportionale est quod sub a c, c b: & ipsorũ igitur d h, k l, mediũ proportionale est m x. Est igitur per constructionẽ sicut d h ad m x: sic m x ad k l. hoc est sicut d k ad m n: sic m n ad m k. quod igitur sub d k, k m: æquũ est ei quod ex m n. Et qm̃ cõmensurabile est quod ex a c ipsi quod ex b c: cõmensurabile est & d h ipsi k l, quare per 1 sexti & 11 decimi & d k ipsi k m cõmẽsurabilis est. Et quoniã maiora sunt quæ ex a c, c b, eo quod bis sub a c, c b: maius igitur est & d l ipso m f. Quare p lẽma p̃cedens & per primã sexti & d m: ipsa m g maior est. & est æquale quod sub d k, k m: ei quod ex n g, hoc est quartæ parti eius quod ex m g. & cõmẽsurabilis est d k ipsi k m. Si vero per 17 decimi fuerint binę rectę lineæ inæquales/quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquũ/ad maiorẽ cõpareẽ deficiẽs specie a quadrato/& in cõmẽsurabilia ipsam diuiserit: maior minore maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili, Suntq; rõnales ipsæ d m, m g: & d m nomẽ maius existẽs/cõmensurabilis est longitudine ipsi d e expositæ rationali: ipsa igitur d g: ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 55.

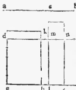
55 SI lineę rõnali ęqua supficies quadrato bimedialis primi adiũgaẽ; latus eius reliquũ binomiũ scđm esse oportebit.

¶CAMP. ¶Sit linea a b bimediale primũ: diuisa ad pũctũ c scđm suũ terminũ. cętera autẽ sint vt prius. Dico lineã f g esse binomiũ secundũ. Erit enĩ supficies m g rõnalis: eo φ partes bimedialis primi cõtinẽt superficiẽ rõnalẽ. & supficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cõmunicãtes: eo φ portiones bimedialis primi sunt linęę mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine: cõmẽsurabilis lineæ e f rationali positę. & per 20 linea f n rõnalis in potentia tantũ. quę cũ sit maior linea n g ex primo duorũ antecedentiũ demõstrationi 35 adiunctorũ & 1 sexti/ eaq; potẽtior quadrato lineæ communicãtis secũ in longitudine ex prima parte 13: erit a diffinitione linea f g binomium secundũ. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 43. Propositio 61.

61 ¶Quæ ab ex binis medijs prima ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus secundam.

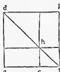
¶THEON ex Zãb. ¶Esto p 43 decimi ex binis medijs prima a b: diuisa in medias ĩ c, quarũ a c maior sit. exponatq; rõnalis d e. Cõpareturq; p 44 primi ad ipsam d e, ei quod ex a b æquũ parallelogrãmũ d f: latitudinẽ efficiẽs d g. Dico φ ipsa d g: ex binis est secũda noibus. Cõstituãtur enĩ eadẽ quę & in prę cedẽti. Et qm̃ a b ex binis medijs est prima diuisa ĩ c: ipsę a c, c b, igĩ p 37 decimi mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles rationale cõpræhendẽtes. Quare p 24 decimi/& q̃ ex a c, c b, media sunt. mediũ igitur per correlariũ 23



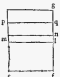
decimi/est d l. Et ad ipsã d e cõparatur, rõnalis igitur est p 22 decimi m d: & ipsi d e lõgitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub a c, c b: rationale est & m f. ad ipsamq; m l rationalẽ cõparatur. rationalis igitur est per 20 decimi m g: & longitudine cõmensurabilis ipsi m l, hoc est ipsi d e. Incommensurabilis igitur est d m: ipsi m g longitudine. Suntq; rationales. ipsæ igitur d m, m g: rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. ex binis igitur noibus est per 36 decimi d g. Ostendendũ iam q & secunda. Quoniã eni q̃ ex a c, c b, maiora sunt eo quod bis sub a c, c b: maius est igitur & d l ipso m f. quare per primã sexti & d m ipsa m g. Et quoniã cõmẽsurabile est quod est ex a c, ei quod ex c b: cõmẽsurabile est & d h ipsi k l. Quare & d k ipsi k m cõmẽsurabilis est. & id quod sub d k, k m: æquũ est ei quod ex n g. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili. & m g ipsi d e lõgitudine cõmẽsurabilis est. ipsa igit̃ d g: ex binis noib9 est secũda. qd erat oñdẽdũ.

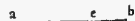
Eucli. ex Camp. Propositio 56.

CVm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali superficies rectangula æqualis quadrato bimedialis secũdi: latus eius secundum binomium tertium esse necesse est. 56



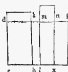
CAMPANVS. Si fuerit linea a b bimediale secundũ diuisa per terminũ suũ ad punctũ c, reliqua vero omnia fuerint vt prius: erit linea f g binomium tertium. Erit eni ex 52 & nostris positionibus vtraq; superficierum e n & m g: medialis. quare per 20 vtraq; duarũ linearũ f m & n g erit rationalis in potentia tantũ: lineæ e f rationali potẽtia cõmensurabilis. At quia bimedialis secũdi partes sunt cõmunicantes in potentia tantum: erit superficies e l cõmunicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n. potentior ergo est per primam partem 13 f n q̃ sit n g: in quadrato lineę sibi comunicãtis in lõgitudine. Cũq; sint superficies a h & quadratũ h b incõmensurabilia eo q lineæ a c & c b incõmẽsurabiles/ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis eo q quadrata sibi inuicem cõmunicant ex hypothesi/ supplemẽta quoq; cũ sibi inuicẽ sint ęqualia: sequitur vt superficies e n sit incõmensurabilis superficiei m g. & ideo linea f n: lineę n g. per diffinitionem igitur est linea f g: binomium tertium. Quod est propositum.





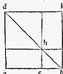
Eucli. ex Zamb. Theorema. 44. Propositio 62.

Quæ ab ex binis secunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam. 62



THEON ex Zãb. Esto per 44 decimi ex binis medijs secũda a b: diuisa i medias in c, vt maius segmẽtũ sit a c. rationalis autẽ esto d e. & ad ipsam d e, ei qđ ex a b æquũ parallelogrãmũ cõparetur per 44 primi d f: latitudinẽ efficiens d g. Dico q d g est ex binis nominibus tertia. Construãtur eadem quę in præcedentibus. Et quoniam a b ex binis est secunda medijs diuisa in c: ipsæ igitur a c, c b, per 38 decimi mediæ sunt potentia tantum commẽsurabiles, medium cõpræhendentes. quare & cõflatum ex ijs quę ex a c, c b, medium est. & est æquale ipsi d l. mediũ igitur est et d l. cõparaturq; ad rationalem d e. Rationalis igitur est per 22 decimi m d: & ipsi d e longitudine incõmẽsurabilis. Id propterea iam & m g rationalis est: & ipsi m l incõmensurabilis (hoc est ipsi d e) lõgitudine. Rationalis igitur est vtraq; ipsarũ d m, m g: & ipsi d e longitudine incõmensurabilis. Et quoniã a c ipsi c b lõgitudine est incõmẽsurabilis/ sicut autẽ p lẽma p̃cedẽs 22 decimi a c ad c b sic qđ ex a c ad id quod sub a c, c b: icõmẽsurabile igitur est et qđ ex a c ei qđ sub a c, c b. Quare et cõflatũ ex ijs q̃ ex a c, c b: ei qđ bis sub a c, c b, incõmẽsurabile est, hoc est d l ipsi m f. Quare per 1 sexti et 11 decimi/ et d m ipsi m g incõmensurabilis est. Suntq; rationales. Ipsa igitur d g; ex binis nominibus est. Ostendendum iam q et tertia. Similiter iam sicut in præcedentibus ratiocinabimur q maior est d m ipsa m g: et q d k ipsi k m cõmensurabilis est. Estq; quod sub d k, k m, æquum ei quod ex m g. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. & neutra ipsarum d m, m g: commensurabis est ipsi d e, longitudine. ipsa igitur d g; ex binis est tertia nominibus, quod erat ostendendum.

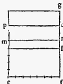
Eucli.ex Camp. Propositio 57.



57 SI lineę rōnali rectāgulū ęquū quadrato lineę maioris ad iūgatur: alterū se cōtinentiū laterū erit binomiū quartū.

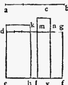
¶CAMPANVS. ¶Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuisa secundū terminū suū ad punctū c, cūctaq; reliqua nō fuerint aliter q̄ prius; erit linea f g binomiū quartū. Cū eni sint ambo quadrata portionū lineę maioris pariter accepta rationale: erit supficies e n rationalis. ideoq; p 16 linea f n rationalis in longitudine: cōicans lineę e f rationali positę. superficies vero m g erit medialis: propter illud q̄ portiones lineæ maioris cōtinent superficiē medialē. itaq; per 20 linea n g est in potētia rationalis tantū. et quia etiā portiones prefatę lineę a b sūt potētialiter incōmēsurabiles: supficies e l incōmēsurabilis erit l m. ideoq; linea f l: lineę l n. igitur per primā partē 14 linea f n est potentior linea n g: in quadrato lineæ sibi incommēsurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum. quod erat propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 45. Propositio 63.



63 ¶Quæ ex maiore ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis quartam nominibus.

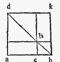
¶THEON ex Zāb. ¶Sit maior a b diuisa in c: vt maior sit a c ipsa c b. Rationalis vero esto d e. & ei quod ex a b æquum ad ipsam d e comparetur per 44 primi d f parallelogrāmum: latitudinem efficiēs d g. Dico q̄ d g ex binis est quarta nominibus. Construātur eadē quæ in præostensis. Et quoniā per 39 decimi maior est a b diuisa in c: ipsæ a c, c b, potētia sunt cōmensurabiles efficientes conflatū ex ijs quæ ex ipsis fiūt quadrata rationale/ quod vero sub ipsis mediū. Quoniā igitur rationale est conflatum ex ijs quæ ex a c, c b: rationale igitur est d l. rationalis igitur est & m d: & ipsi d e longitudine cōmensurabilis. Rursus qm̄ mediū est quod bis sub a c, c b, hoc est m f, & ad rationalē comparatur m l: rationalis igitur per 22 decimi est & m g, & ipsi d e lōgitudine incōmēsurabilis. Incōmēsurabilis igitur est per 13 decimi & d m ipsi m g longitudine. Ipsæ igit̄ d m, m g, rationales sunt potentia tantū cōmēsurabiles. ex binis igitur noibus est d g. Ostendēdū iam q̄ & quarta. Similiter iā sicut & in precedētibus ratiocinabimur q̄ maior est d m ipsa m g: & q̄ quod sub d k, k m, æquū est ei quod ex n g. Quoniā igitur incōmensurabile est quod ex a c: ei quod ex c b: incōmensurabile igitur est & d h ipsi k l. Quare per primā sexti & 11 decimi & d k ipsi k m incōmensurabilis est. Si autē fuerint binę rectæ lineę inæquales/ quartæ autem parti eius quod fit ex minore per 17 deci æquum comparatum fuerit parallelogrāmum ad maiorem specie a quadrato deficiēs/ & in incōmensurabilia ipsam diuiserit: maior minore maius pōt eo quod fit a sibi incōmēsurabili lōgitudine. ipsa igitur d m: ipsa m g maius pōt eo quod fit a sibi incommēsurabili. sunt & ipsæ d m, m g, rationales potētia tātum commensurabiles. & d m commensurabilis est ipsi expositæ rationali d e. ipsa igitur d g: ex binis nominibus est quarta. quod erat ostendendum.

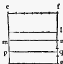


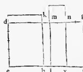
Eucli.ex Camp. Propositio 58.

58 SI lineæ rōnali quadrato lineę potētis supra rōnale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur: alterum latus eius/ binomium quintum esse necesse est.

¶CAMP. ¶Proposita linea a b ea q̄ potest supra mediale & rōnale diuisa secūdū ei⁹ diffinitionē ad pūctū c: nihil īmutet̄ de reliqs. seqt̄q; lineā f g esse binomiū quintū. Cū enim partes huius lineę a b cōtineant rationalē supficiem: necesse est vt supficies g m (ideoq; p 16 linea n g) sit rationalis. Cūq; ābo quadrata partiū huius lineæ pariter accepta sint mediale: erit superficies e n medialis & per 20 linea f n rationalis in potētia tantū lineę f e potētia rōnali cōmunicans. At quia portiones predictæ lineę sunt incōmensurabiles in potētia: erit superficies e l incōmēsurabilis superficiei m l. ideoq; & linea f l: lineę l n. potentior igit̄ est per primā partē 14 linea f n linea n g: in quadrato lineę sibi incōmensurabilis. Per diffinitionē itaq; binomij quinti: conclude propositū.



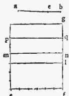




Eucli.ex Zamb. Theorema 46. Propositio 64.

¶Quæ ex rationale mediumq; potente ad rationalem comparata latitudo:efficit ex binis quintam nominibus. 64

¶THEON ex Zāb. ¶Sit rationale mediūq; potēs a b:diuisa in rectas lineas in c,vt sit maior a c.exponaturq; rationalis d e.& ei quod ex a b æquū ad d e cōparetur d f per 44 primi: latitudinē efficiens d g. Dico q d g ex binis est quinta nominibus.Cōstruātur eadē quæ in præcedētibus, Et quoniā a b est rationale mediūq; potens diuisa in c:ipsæ igitur a c,c b,potentia sunt incōmensurabiles efficientes conflatū ex earū quadratis mediū/quod vero sub ipsis rationale.Quoniā igitur conflatum ex ijs quæ ex a c,c b,medium est: medium igitur est d l.Quare rationalis est d m:& ipsi d e longitudine incommēsurabilis.Rursus quoniā rationale est quod bis sub a b,b c,hoc est m f:rationalis igitur est m g,& ipsi d e cōmensurabilis.Incōmensurabilis igitur est d m:ipsi m g.Ipsæ igitur d m,m g,rationales sunt potentia tantū cōmēsurabiles.ex binis igitur nominibus est d g.Dico q & quinta. Similiter nāq; ostendetur q quod sub d k,k m,æquū est ei quod ex n g:& q d k ipsi k m longitudine incōmensurabilis est.& ipsæ d m,m g,rationales sunt potentia tātū commēsurabiles.& minor m g:commensurabilis est ipsi d e longitudine.Ipsa igitur d m:ex binis est quinta nominibus.Quod erat ostendendum.



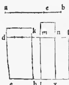
Eucli.ex Camp. Propositio 59.

Quotiens adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectāgula equalis quadrato lineæ potentis in duo medialia: eiusdē supficiei latus secūdū/binomiū sextū esse cōuicit. 59

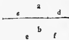
¶CAMPANVS.¶In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia.q̄ autē præter hęc sunt:sicut supra/maneāt.& erit tūc linea f g binomiū sextum. quod ignorare non poteris:si præmissorum eiusq; quod 35 proponit/inmemor non fueris. & sic patet in hac nostra intentio.

Eucli.ex Zamb. Theorema 47. Propositio 65.

¶Quæ ex bina media potente ad rationalem comparata latitudo:efficit ex binis nominibus sextam. 65



¶THEON ex Zamb. ¶Esto per 47 decimi bina potens media a b:diuisa in c.rationalis autem esto d e.& ad ipsam rationalem d e:ei quod ex a b ęquū cōparetur per 44 primi d f,latitudinē efficiens d g.Dico q ipsa d g:ex binis nominibus est sexta. Cōstruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniā a b bina media potens/est diuisa in c:ipsæ igitur per 41 decimi a c,c b,potentia sunt incōmensurabiles efficientes compositū ex earū quadratis medium/& quod sub ipsis medium & insuper incōmensurabile composito ex earum quadratis Quare per ea quæ ostensa sunt:mediū est vtrūq; ipsorū d l,m f. Et ad rationalem d e cōparatur.rationalis igitur est per 22 decimi vtraq; ipsarum d m,m g,& ipsi d e longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatū ex ijs quæ ex a c,c b,incōmensurabile est ei quod bis sub a c,c b:incōmensurabile igitur est per secundā partē 11 decimi d l ipsi m f.Incōmēsurabilis igitur est per primā sexti & 11 decimi & d m ipsi m g.Ipsæ igitur d m,m g,rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles.ex binis igitur nominibus est d g.Dico q & sexta.Similiter nāq; rursus vt prius demōstrabim9:quia quod sub d k,k m,ęquū est ei quod ex n g,& q d k ipsi k m lōgitudine incōmēsurabilis est. ac id propterea d m ipsa m g maius pōt eo qđ fit ex sibi lōgitudine icōmēsurabili.& neutra ipsarū d m,m g,cōmēsurabilis est exposite rōnali d e lōgitudine. Ipsa igit̄ d g p sc̄das diffinitiones ex binis est sexta noībus.qđ erat ostēdēdū.



Eucli.ex Camp. Propositio 60.

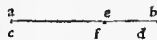
Omnis linea cuilibet binomiorum communicans:sub eadem specie binomium esse probatur. 60

¶CAMPANVS. ¶Sit linea a binomium cuiusuis speciei.sitq; linea b ei cōmunicans in longitudine.Dico lineam b esse binomiū eiusdē speciei cuius a.

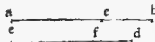
sint enī binomiales portiones a: c & d. eruntq; ābæ rationales in potentia tātū communicantes per 30. linea vero b diuidatur per 2 sexti secundū proportionē c ad d: in e & f. eritq; per coniunctā & euersā & permutatā proportionalitatem c ad e, & d ad f: sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes: erūt etiam per primam partē 10 c & e, itemq; d & f, cōmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū: erit & e. si autē in longitudine: & e. Eodemq; modo si d est rationalis in potentia tantum vel etiam in longitudine: erit quoq; & f similiter. & ex 12 si potētior est c, d, i quadrato lineæ sibi cōmēsurabilis in longitudine/ vel si forte incōmensurabilis: erit & e potentior f in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis. necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū: vt eiusdem speciei binomij sint a & b. ¶ Si autem linea b cōmunicet binomio a in potentia tantum: erit enā & sic linea b. Binomiū autē eiusdē esse speciei non est necessarium: immo impossibile est vt ambæ simol cadant sub prima specie binomiorū vel sub secunda/ quarta vel quinta. sed necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis. vnum enim eorū esse in aliqua ex tribus primis speciebus: & aliud in aliqua ex tribus postremis: est impossibile. Cum enim a communicet cum b in potentia tantum: c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine: non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorū/ in quibus altera duarū portionū binomii est rationalis in longitudine. hæ autem species sunt: prima & secunda/ quarta & quinta. At vero quia per 12 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi inlōgitudine communicantiū aut incommunicantium: necesse est vt ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineā autem b quid dubitas esse binomiū? cū sint enim c & e communicantes in potentia tantum similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia: conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum. quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d: ipsæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 48 Propositio 66.

66 ¶ Ei quę ex binis nominibus longitudine commensurabilis: ipsa quoq; ex binis nominibus est/ ac in ordine eadem.



¶ THEON ex Zāberto. ¶ Esto ex binis nominibus a b & ipsi a b longitudine commensurabilis esto c d. Dico q; ipsa c d ex binis nominibus est: & in ordine ipsi a b eadem. Quoniam enim per 42 decimi ex binis nominibus est a b: diuidatur in nomina in e, sit maius nomē a e. Ipsæ igitur a e, e b, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Fiatq; sicut a b ad c d sic a e ad c f. Et reliqua igitur e b: ad reliquam f d per 19 quinti est sicut a b ad c d. Commensurabilis autem est per hypothesin a b ipsi c d longitudine. Cōmēsurabilis igitur est per 11 decimi & ipsa a e ipsi c f: & e b ipsi f d. Suntq; rationales ipsæ a e & e b. rationales igitur sunt per 12 decimi & ipsæ c f, f d. Et quoniā est sicut a e ad c f sic est e b ad f d: vicissim igitur per 16 quinti sicut a e ad e b sic est c f ad f d. Ipsæ autem a e, e b, potentia sunt commēsurabiles. & ipsæ c f, f d, igitur potētia tantum sunt commēsurabiles. suntq; rationales. ex binis igitur nominibus est ipsa c d. Dico iam q; in ordine est eadem ipsi a b. Ipsa a e: ipsa e b aut maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / vel eo q; fit ex sibi incommensurabili. Si vero a e ipsa e b maius potest eo q; fit ex sibi commensurabili: & c f ipsa f d per 14 decimi maius poterit eo qd fit ex sibi commensurabili. Et si a e expositæ rationali commensurabilis fuerit: & c f eidem commensurabilis erit per duodecimam decimi. Idq; propterea vtraq; ipsarum a b, c d, ex binis nominibus est prima/ hoc est in ordine eadem. Si vero e b commensurabilis est ipsi expositæ rationali: & f d eidem cōmensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est ipsi a b. vtraq; enim ipsa-



rum est ex binis nominibus secunda. Si vero neutra ipsarum a e, e b, commẽsurabilis est expositæ rationali: neutra etiam ipsarum c f, f d, eidem erit cõmensurabilis. & vtraq; tertia est. Si autem a e ipsa e b maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili: & c f, ipsa f d maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili. & si a e expositæ rationali commensurabilis est: & c f eidẽ commensurabilis est. & vtraq; erit quarta. Si autem e b: & f d. & erit vtraq; quinta. Si vero neutra ipsarum a e, e b: & ipsarum c f, f d neutra commensurabilis est expositæ rationali. erit vtraq; sexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est / & in ordine eadem. quod erat ostendendum.

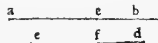
Eucli. ex Cam. Propositio 61.


Mnis linea alterutri bimedialium cõmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate cõuincitur. 61

¶CAMPANVS. ¶Veritatem habet quod dicitur: siue in longitudine siue etiã in potẽtia tantũ cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialiũ. Sint enim duæ lineæ communicantes a & b quouis duorum modorum prædictorum. sitq; a bimediale primũ vel secundũ. dico q etiam b est bimediale primũ vel secundũ: prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cõponitur per 31 & 32 quæ sint c & d, b quoq; diuisa in e & f secundũ proportionẽ c ad d vt docet 12 sexti / positaq; g superficie contẽta sub c & d, & k sub e & f, et posito h quadrato d, & l, f: erit per cõiunctã & euersã & permutatã proportionalitatẽ quẽadmodũ in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b. sicut igitur ex positione a & b sunt communicãtes siue hoc sit in longitudine siue in potẽtia: sic c & e, itemq; d & f, similiter erũt cõmunicãtes. At quia c & d sunt mediales potẽtia tantũ cõmunicãtes: sequitur ex 12 vt e & f sint etiã mediales / & ex 10 potentia tantũ cõmunicantes cum ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cũq; sit per primã sexti g ad h sicut c ad d, & k ad l sicut e ad f: erit g ad h sicut k ad l. & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cõmunicãs l, eo q duo eorũ latera quę sũt d & f cõmunicant in longitudine vel in potentia secundũ q a & b in alterutro eorum cõmunicant: sequitur ex 10 vt g & k quoq; sibiinuicẽ cõmunicent. erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantũ differt bimediale primũ a bimediali secundo: q portiones bimedialis primi in quas secundum suum terminũ diuiditur / continẽt superficiẽ rationalẽ. bimedialis autem secundi: medialẽ. Si igitur a fuerit bimediale primũ: erit superficies g rationalis / quare & k. & ideo b bimediale primũ per 31. Q si a fuerit bimediale secundũ: erit superficies g medialis / ob hoc etiam & k. b itaq; per 32 erit bimediale secũdum. quare cõstat propositũ. ¶Idem aliter. Ad lineã rationalẽ c d (posita a alterutro bimedialiũ / & b sibi in lõgitudine vel potentia cõmunicante) adiungatur superficies c e æqualis quadrato a, et f g æqualis quadrato b eritq; superficies c e & f g cõmunicantes: eo q quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearũ a & b sunt cõmunicãtia ex hypothesi. ex prima igitur sexti & decima huius: necesse est duas lineas d e & e g esse cõmunicãtes. Et quia si a fuerit bimediale primũ linea d e erit binomium secundũ per 55 / ideoq; e g etiã binomiũ secundum per premissam / quare latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primũ per 49 / at vero si a fuerit bimediale secundũ linea d e erit binomium tertiũ per 56 / ideo e g est binomiũ tertium per pręmissam / quare & latus tetragonicũ superficiei f g (et ipsum est b) bimediale secũdum per 50: manifestũ est igitur verum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 49. Propositio 67.

¶Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmensurabilis: & ipsa ex binis est medijs / & in ordine eadem. 67



¶THEON ex Zamb. ¶Esto ex binis medijs a b: & ipsi a b cõmensurabilis esto lõgitudine c d. Dico q c d ex binis est medijs & in ordine ipsi a b eadẽ.

Quoniam enim a b ex binis medijs est diuisa in medias in e:ipsæ igitur a e,
e b,per 37 & 38 decimi mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles.Fiatq; per 11
sexti sicut a b ad c d:sic a e ad c f.& reliqua igitur e b ad f d reliquā per 19 quin-
ti est sicut a b ad c d.Cōmensurabilis autē est a b ipsi c d longitudine.cōmen-
surabilis igitur est & a e ipsi c f:& e b ipsi f d.sūtq; mediæ ipsæ a e,e b.medię
igitur sunt & c f,f d.Et quoniā est sicut a e ad e b & c f ad f d,ipsæ autē a e,e
b, potentia tantum sunt cōmensurabiles: & ipsæ igitur c f,f d,potentia tantū
sunt cōmensurabiles.Ostensum autē q͏ mediæ.Ipsa igitur c d:ex binis est me-
dijs.Dico q͏ & in ordine eadem est ipsi a b.Quoniam enim est sicut a e ad e b
sic est c f ad f d:& sicut igitur quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sic quod ex c
f ad id quod sub c f,f d.vicissim igitur p 16 quinti sicut quod ex a e ad id qđ
ex c f:sic quod sub a e,e b,ad id quod sub c f,f d.Commensurabile autem est
quod ex a e ei quod ex c f.Commēsurabile igitur & quod sub a e,e b,ei quod
sub c f,f d.Si igitur rationale est quod sub a e,e b:& quod sub c f,f d,rationa
le est.ac per hoc est ex binis medijs prima.Si autē mediū fuerit quod sub a e,
e b:mediū erit & quod c f,f d,& vtraq; est secunda.ac per hoc & c d erit ipsi a b
in ordine eadem.Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 62.

62 Omnis linea cōmunicans lineæ maiori:est linea maior.

¶CAMPANVS.¶Et hæc quoq; veritatem habet:si vtrolibet mo
do cōmunicās fuerit aliqua linea lineæ maiori.Esto eni a linea ma
ior:b vero quouis sibi cōmunicans modo.erit b linea maior.Diuisa
namq; a in eas portiones ex quibus constat per 33 quæ sunt c & d,& b secun-
dū earum proportionem in e & f,positoq; q͏ g sit superficies cōtēta sub c & e,
& k sub c & f,et m et h sint quadrata c et d,at n et l,e et f:eritm ad h sicut n
ad l per 2 partem 18 sexti.& coniūctim m & h ad h:sicut n & l ad l.et permuta
tim m et h ad n et l:sicut h ad l.quia ergo h communicat cum l eo q͏ d cōmu-
nicat cum f,aut in longitudine aut in potentia prout a cōmunicat cū b: seqtur
vt ambo quadrata m et h pariter accepta cōmunicent cū ambobus quadratis n
et l pariter acceptis.Cū itaq; duo prima pariter accepta sint rationale p 33:erūt
quoq; et duo postrema rationale per diffinitionem.At quia superficiē k neces-
se est esse medialē sicut g ex 21/lineasq; e et f esse incōmensurabiles in poten-
tia sicut c et d ex 10:cōcluditur per 33 lineam b esse lineam quę dicitur maior.
quod est propositū.¶Idem aliter.Cum sit a linea maior cui b cōmunicat siue
hoc fuerit in longitudine siue in potentia;sumpta linea rationali quæ sit c d,
adiūgatur superficies ei c e,ęqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis qua
drato lineæ b.Cū igitur quadrata duarū linearū a et b sint cōmunicātia ex hy-
pothesi;erit superficies c e cōmunicans superficiei f g.ideoq; per primam sexti
& 10 huius.linea d e lineæ e g in longitudine.At quia ex 57 linea d e est bino
mium quartum:erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum.igitur ex 51 li-
nea b potens in superficiem f g:est linea maior.

Eucli.ex Zamb. Theorema 50. Propositio 68.

68 ¶Maiori commensurabilis:eadem quoq; maior.

¶THEON ex Zamb.¶Esto maior a b:et ipsi a b commensurabilis esto c d.
Dico q͏ & c d maior est.Diuidatur a b in e.Ipsæ igitur a e,e b per 39 decimi po
tentia sunt incōmensurabiles:efficiētes quidem conflatum ex earum quadratis
rationale/quod vero sub ipsis medium.Fiantq; eadem quæ in præcedentibus.
Et quoniam est per 12 sexti sicut a b ad c d sic est a e ad c f & e b ad f d,cōmen
surabilis autem est a b ipsi c d:cōmensurabilis igitur est & vtraq; ipsarū a e,e
b,vtriq; ipsarū c f,f d.Et quoniam est sicut a e ad c f sic e b ad f d:& vicissim
per 16 quinti sicut a e ad e b sic est c f ad f d.Et cōponēdo igitur per 18 quin-
ti sicut a b ad e b:sic c d ad f d.& sicut igitur p 22 sexti quod ex a b ad id
quod ex b e sic quod ex c d ad id quod ex f d.Similiter iam demonstrabimus
q͏ & sicut quod ex a b ad id quod ex a e,sic qđ ex c d ad id quod ex c f.Et sicut
igit per 11 quinti quod ex a b ad ea quæ ex a e,e b:sic quod ex c d,ad ea quæ
ex c f,f d.Et vicissim igitur per 16 quinti sicut quod ex a b ad id quod ex c d:sic
quæ ex a e,e b,ad ea quæ ex c f,f d.Commēsurabile autem est id quod ex a b:

ei quod ex c d. Commẽsurabilia sunt igitur & quæ ex a e, e b: eis quæ ex c f, f d. Suntq; quę ex a e, e b, simul: rationale. & quæ ex c f, f d, simul: rationale. Similiter autem & quod bis sub a e, e b: cõmensurabile est ei quod bis sub c f, f d. At quod bis sub a e, e b: medium est. mediũ igitur est & quod bis sub c f, f d. Ipsę igitur c f, f d, potentia sunt incõmensurabiles: efficientes conflatum ex earum quadratis simul rationale/ & quod bis sub ipsis mediũ. Tota igitur c d: per 57 decimi irrationalis est: maior appellata. Maiori igitur cõmensurabilis: & eadẽ maior est. quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 63.

Si qualinea lineæ potẽti in rõnale & mediale cõmunicet: ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur. 63

❡CAMPANVS. ❡Verũ quoq; est/ꝙ qualitercũq; linea aliqua sit cõmunicãs potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantum: ipsa etiam est potens in rationale & mediale. quod sicut prius duplici modo probatur. necesse est autem quantum ad primũ modum/ꝙ sicut duæ lineæ c & d sunt in potentia incõmensurabiles: ita sint etiam e & f per 10. & ꝙ quẽadmodũ g est superficies rationalis (nam talẽ cõtinent portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionem sit k rationalis. & quẽadmodum duo quadrata m & h pariter accepta sũt mediale: sic etiã p 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale. igitur ex 34. b est potens in rõnale et mediale. ❡Quantũ autẽ ad secũdũ modum: necesse est ex 58 vt linea d e sit binomiũ quintũ. ideoq; & per 60 linea e g est binomium quintũ. quare per 52 latus tetragonicum superficiei f g, quod est b: erit linea potens in rationale & mediale. quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 51. Propositio 69.

❡Rationale ac medium potenti commensurabilis: & eadem rationale ac medium potens est. 69

❡THEON ex Zãb. ❡Esto rationale mediumq; potens a b: & ipsi a b cõmensurabilis esto c d. Ostendendũ: ꝙ & c d rationale ac mediũ potens est. Distribuatur per 46 decimi a b in rectas lineas in e. Ipsæ igitur a e, e b, per 40 decimi potentia sunt incõmensurabiles: efficiẽtes quidem cõpositũ ex earũ quadratis mediũ/ quod vero sub ipsis rationale. & eadem construantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus ꝙ c f, f d, sunt incõmensurabiles. & commensurabile est conflatum ex ijs quæ ex a e, e b, cõflato ex ijs quæ ex c f, f d: quod autem sub a e, e b, et quod sub c f, f d. Quare & conflatum ex ijs quæ ex c f, f d, quadratis mediũ est: qđ vero sub c f, f d, rationale. Rationale igitur est ac medium potens: ipsa c d. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 64.

Omnis linea communicans potenti in duo medialia: ipsa quoq; potens est in duo medialia. 64

❡CAMPANVS. ❡Hæc quoq; manentibus eisdem dispositione & positionibus/ eo duplici modo quo præmissæ probabitur vera esse: siue in longitudine siue in potentia cõmunicet linea b cũ linea a potente in duo medialia. Quantũ enĩ ad primũ argumentationis modũ erit per 35 superficies g medialis. ideoq; & k per 21: cũ cõmunicet ei. duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale: ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incommensurabile duplo superficiei g: sequitur per 10 & nostras positiones vt duo quoq; l & n pariter accepta sunt incõmensurabile duplo superficiei k. cũ itaq; sint e & f incõmẽsurabiles in potentia quemadmodũ c & d: erit ex 35 linea b potens in duo medialia. ❡Quantum autem ad secundum solitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomium sextum. ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomium sextum. quare per 53 latus tetragonicum superficiei f g quod est b: erit potens in duo medialia. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 52. Propositio 70.

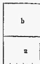
70 ¶Bina potenti media cōmensurabilis: bina potens est media.



¶THEON ex Zamb. ¶Esto bina potens media a b:& ipsi a b cōmensurabilis esto c d. Ostēdendū q̄ & c d, bina potens est media. Quoniā enī bina potēs est media a b: distribuatur per 47 decimi in rectas lineas in e. igitur a e, e b, per 41 decimi potētia sunt incōmensurabiles: efficientes cōflatum ex ipsarū quadratis mediū/& quod sub ipsis rationale. & incōmensurabile est conflatum ex ipsarū a e, e b, quadratis: ei quod sub a e, e b. Cōstruātur eadē quæ in præcedentibus. Similiter iam demōstrabimus q̄ & ipsæ c f, f d, potentia sunt incommensurabiles. & cōpositū ex ijs quæ ex a e, e b: cōposito ex ijs quæ ex c f, f d, cōmensurabile est. quod autē sub a e, e b: ei quod sub c f, f d. quare & conflatū ex ipsarū c f, f d, quadratis mediū est: & insuper incōmēsurabile est cōflatū ex ipsarum c f, f d, quadratis / ei quod sub c f, f d. Ipsa igitur c d: bina potens est media. quod ostendere oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 65.

65 SI duæ superficies quarum altera rationalis altera vero medialis/coniungantur: linea potens in totam superficiē inde compositam aliqua erit quatuor irrationaliū linearum/videlicet aut binomium/aut bimediale primū/aut linea maior/aut potens in rationale & mediale.

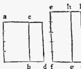


¶CAMPANVS. ¶Vt si a sit rationalis supficies/& b medialis: erit linea potēs in totā a b, aliqua præmissarū quatuor. Sit enim linea c d rationalis: cui adiungatur c e æqualis a, & f g æqualis b. eritq; ex 16 linea d e rationalis in lōgitudine: cōmunicās lineæ c d rationali positę. & ex 20 linea e g rationalis ī potentia tantū. & ex 30 linea d g binomiū. cuius cū altera binomialiū portionū quę est d e, sit rationalis in longitudine cōmunicās lineæ rationali positę quæ est c d: ipsum erit ex diffinitione specierū binomij aut binomiū primū/aut secundū/aut quartū/aut quintū. tertiū autē aut sextū non erit ex diffinitione. itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totā c g quæ est æqualis duabus simul a & b: erit aut binomiū/aut bimediale primū/aut linea maior/aut potēs in rationale & mediale. quod est propositū. Bimediale vero secundū/aut potēs in duo medialia non erit. quoniā si esset bimediale secundum: esset ex 56 linea d g binomium tertium. q̄ si esset potens in duo medialia: esset ex 59 linea d g binomium sextum. sed neutrum erat. Vnde patet nostra intentio.

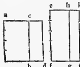


Eucli.ex Zamb. Theorema 53. Propositio 71.

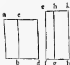
71 ¶Rationali ac medio compositis: quatuor fiunt irrationales/quę ex binis nominibus/quæ ex binis prima medijs/maior/ac rationale mediumque potens.



¶THEON ex Zāberto. ¶Sit rationale a b: mediū autem c d. Dico q̄ ipsam areolā potēs: aut ex binis noībus est/aut ex duobus prima medijs/ aut maior/aut rationale mediūq; potens. Ipsa eteni a b: ipsa c d aut maior aut minor est. Esto prius maior. exponaturq; rationalis e f, cōpareturq; per 44 primi ad ipsam e f ipsi a b æqua areola e g: latitudinem efficiens e h. Ipsi autēd c æquum ad e f hoc est h g, cōparetur h i: latitudinē efficiēs h k. Et qm̄ rationale est a b & æquale est ipsi e g: rōnale igitur est & e g. Et ad ipsam rationalē e f cōparatur: latitudinē efficiens e h. rōnalis igit̄ est e h: & cōmensurabilis est ipsi e f longitudine. Rursus quoniā mediū est c d, & æqnū est ipsi h i: mediū igitur est & h i. Et ad rationalē e f cōparatur hoc est ad ipsam h g: latitudinē efficiens h k. rationalis igitur est h k: & ipsi e f longitudine incōmensurabilis. Et quoniam medium est c d, rationale autē a b: incōmensurabile igitur est a b ipsi c d, & e g incōmensurabile est ipsi h i. Sicut autē g e ad h i: sic per primā sexti est e h ad h k. Incommēsurabilis igitur est p 11 decimi & e h: ipsi h k lōgitudine. Et ambæ sunt rationales. ipsæ igitur e h, h k, rationales sunt: potētia tantū cōmensurabiles. ex binis igitur nominibus est e k: diuisa in h. Et quoniā maius est a b

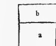


ipsa c d, æquū autem est a b ipsi e g, & c d ipsi h i: maius igitur est e g ipso h i. & e h igitur maior est ipsa h k. Igitẽ e h, ipsa h k maius põt: aut eo qđ fit ex sibi longitudine cõmensurabili/aut eo quod fit ex sibi incõmensurabili. Possit prius: maius eo qđ fit ex sibi cõmẽsurabili. Estoq; maior e h cõmẽsurabilis expositæ rõnali e f. Ipsa igiẽ e k: per secũdas diffinitiones ex binis noibus est prima. Rationalis autẽ est e f. Si areola vero cõpræhendatur sub rationali & ex binis nominibus prima: quæ areolã potest/ex binis noibus est per 54 decimi. Igitur quæ ipsam e i potest: ex binis nominibus est. Quare & ipsum a d potẽs: ex binis nominibus est. Possit vero e h ipsa h k: maius eo quod fit ex sibi incõmẽsurabili. estoq; maior e h: cõmẽsurabilis ipsi e f expositæ rationali longitudine. Ipsa igiẽ e k: ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est e f. Si vero areola cõpræhẽdatur sub rõnali ac ex binis quarta noibus: q̃ areolã potest/irrõnalis est appellata maior/per 57 decimi. Igitur q̃ ipsam e i potest areolã: maior est.

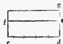


¶ Sed iã esto minus a b ipso c d. & e g igiẽ: ipso h i minus est. quare & e h: minor est ipsa h k. At h k, ipsa e h maiꝰ põt: aut eo qđ fit ex sibi cõmẽsurabili/aut eo quod fit ex sibi incõmẽsurabili. Possit prius: maius eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili lõgitudine. & minor esto e h, cõmẽsurabilis lõgitudine ipsi e f expositæ rationali. ipsa igitur e k: ex binis nominibus est secunda. Rationalis autem est e f. Si vero areola cõpręhendatur sub rationali: & ex binis secunda nominibus: quæ areolã potest / ex binis est prima medijs per 55 decimi. quæ igitur ipsam e i potest areolã: ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam a d areolã potest: ex binis medijs est prima. Atqui h k, ipsa e h maius possit: eo quod fit ex sibi incõmensurabili. & minor esto e h: cõmẽsurabilis expositæ rationali e f. Ipsa igitur e k: ex binis nominibus est quinta. Rationalis autem est e f. Si vero areola compræhendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta: quæ areolã potest/rationale ac mediũ potens est per 58 decimi. Quæ igitur ipsam e i areolã potest: rationale ac mediũ potest. quare & ipsam a d areolã potens: rationale ac mediũ potest. Rationali igitur ac medio cõpositis/quatuor irrationales fiũt: quæ ex binis nominibus / quæ ex binis prima medijs/maior/& rationale mediumque potens. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 66.

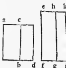


CVm coniunctæ fuerint duæ superficies mediales incõmensurabiles: linea potens in totam superficiem alterutra erit duarum irrationaliũ linearũ/ videlicet aut bimediale secundum/ aut potens in duo medialia. 66



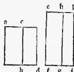
¶ CAMPANVS. ¶ Vt si a & b sint duæ superficies mediales incommensurabiles (si enim essent cõmẽsurabiles: esset composita ex eis medialis ex 9 & 21. quare & linea potens in eã: medialis ex 19) dico ꝙ linea potens in cõpositã ex ambabus: erit aut bimediale secundum/aut potens in duo medialia. Sit quidem linea c d, rationalis: superficies vero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b. eritq; ex 20 linea d e, similiter quoq; linea e g: rationalis in potẽtia tãtum. Cũq; superficies c e & f g, sint incõmensurabiles sicut a & b eis æquales/ ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius: erit ex 30 linea d g binomiũ. Cuius cum vtraq; binomialiũ portionũ quæ sunt d e & e g, sit incõmẽsurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d: ipsum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut sextũ. Linea ergo potens in totã c g ęqualem cõpositę ex a & b: erit ex 50 & 53, aut bimediale secundum/aut potens in duo medialia. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 54. Propositio 72.



¶ Binis medijs adinuicem incommensurabilibus compositis/reliquæ duæ irrationales fiunt: quæ ex binis secunda medijs/& quæ bina potens est media. 72

¶ THEON ex Zamb. ¶ Cõponantur eteni bina media adinuicẽ incõmẽsurabilia: a b, c d. Dico ꝙ a d areolã potens: aut ex binis est secunda medijs/at bina potẽs est media. Ipsũ nãq; a b: ipso c d aut maius est aut minus. Sit prius maius a b ipso c d, exponaturq; rõnalis e f. & ipsi a b ęquũ ad ipsã e f p 44 primi



cõparet e g: latitudinẽ efficiẽs e h. ipſi aũt c d, equũ h i: latitudinẽ efficiẽs h k. Et qm̃ vtrũq; ipſorũ a b, c d, mediũ eſt: et vtrũq; igit̃ ipſorũ e g, h i, mediũ eſt. Et ad ipſã e f rõnalẽ cõparat̃: latitudinẽ efficiẽs h k. vtraq; igit̃ ipſarũ e h, h k, rationalis eſt per 22 decimi: & ipſi e f longitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã a b ipſi c d incõmenſurabile eſt/ & æquũ eſt quidẽ a ipſi e g, & c d ipſi h i: incõmẽſurabile igitur eſt & e g ipſi h i. Sicut autẽ per primã ſexti e g ad h i: ſic eſt e h ad h k. incõmenſurabilis igitur eſt per 11 decimi e h ipſi h k longitudine. Ipſæ igitur e h, h k, rationales ſunt: potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Ipſa igitur e k: ex binis nominibus eſt. Ipſa autẽ e h: ipſa h k aut maius poteſt eo quod fit ex ſibi cõmenſurabili/ at eo quod fit ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius: maius eo quod fit ex ſibi cõmẽſurabili longitudine. & neutra ipſarũ e h, h k, commenſurabilis eſt longitudine ipſi e f expoſitæ rationali. Ipſa igitur e k per 50 decimi ex binis eſt tertia nominibus. Rationalis autẽ eſt e f. Si vero areola cõpræhendatur ſub rationali & ex binis nominibus tertia: quæ areolã poteſt/ ex binis eſt ſecunda medijs per 56 decimi. Quæ areolã igitur e i, hoc eſt a d poteſt: ex binis eſt ſecũda medijs. Sed iam e h, ipſa h k, maius poſſit: eo quod fit ex ſibi longitudine incõmẽſurabili. Et quoniam incõmenſurabilis eſt vtraq; ipſarũ e h, h k, ipſi e f longitudine: ipſa igitur e k ex binis eſt ſexta nominibus per 53 decimi. Si vero ſub rationali et ex binis ſexta nominibus areola cõpræhendatur: quę areolam poteſt/ bina potens eſt media per 59 decimi. Quare & quæ a d poteſt areolã: bina potens eſt media. Similiter iam oſtẽdemus: q; et ſi minor fuerit a b ipſa c d: quæ ipſam a d areolã poteſt/ aut ex binis eſt ſecunda medijs/ aut bina potens eſt media. Binis igitur medijs inuicẽ incõmenſurabilibus cõpoſitis reliquæ irrationales fiunt: quæ ex binis ſecunda medijs/ & quæ bina potens eſt media. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 67.



67 Vm poſita fuerit linea binomialis cęteræq; irrationales ſequentes eam: non erit earũ aliqua ſub termino alterius.

¶CAMPANVS. ¶Vult q; ſi linea aliqua vt a, fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quę ſunt binomium & eius quinq; comites: ipſa non erit aliqua aliarũ. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficies adiungatur ad lineã rationalẽ b c quæ ſit b d: ſi quidẽ a fuerit binomiũ/ erit ex 54 linea c d binomiũ primum. Quæ ſi fuerit bimediale primũ: erit c d ex 55 binomium ſecundũ. Si autẽ bimediale ſecundũ: erit c d ex 56 binomiũ tertium. Et ſi linea maior: erit c d ex 57 binomiũ quartum. At ſi potens in rationale & mediale/ aut ſi potens in duo medialia: erit ex 58 c d binomium quintum/ aut ex 59 binomiũ ſextũ. Et quia impoſſibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorũ a diffinitione: eſt impoſſibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarũ linearũ irrationaliũ. De linea autẽ mediali cõſtat q; ipſa quoq; nõ ſit aliqua ſex ſequẽtiũ: videlicet neq; binomiũ/ neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cũ enim ſuperficies ęqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineã rationalẽ: latus eius ſecũdum eſt rationale in potentia ex 20. Cũ autẽ ſuperficies æqualis quadrato binomij/ aut alicuius ſuarũ comitũ: latus eius ſecundũ eſt binomiũ/ aut primũ/ aut ſecundũ. & ſic de cæteris per 54 & qnq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in lõgitudine & in potentia per 30. Cum igitur ſit impoſſibile eandẽ lineam eſſe rationalem in potentia/ & irrationalẽ tam in lõgitudine q̃ in potentia: nimirũ impoſſibile lineam medialem eſſe binomialem/ aut aliquam ex quinq; ſuis comitibus.

¶THEON.

¶Quæ ex binis nominibus/ & poſt ipſam irrationales: neq; mediæ/ neq; inuicem ſunt eædem.

¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationalem/ & ei longitudine incommenſurabilem ad quam comparatur per 22 decimi.

¶Ab ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus primam per 60 decimi.

¶Ab ea vero quæ ex binis prima medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus ſecundam per 61 decimi.

¶Ab ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam per 62 decimi.

¶Verum quæ a maiori ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus quartam per 63 decimi.

¶Sed quæ ex rationale ac medium potente ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus sextam per 65 decimi.

¶Quoniam prædictæ latitudines differunt & a prima & adinuicem/a prima quoniam rationalis est/adinuicē vero quia in ordine non sunt eædem: manifestum est q͂ & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 68.

SI linea de linea abscindatur/fuerintq; ambæ potētialiter 63
tantum rationales cōmunicantes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; residuum.

a c b

¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c abscisa ex a b, sintq; ambę rationales tantum potentia cōmunicantes: quales docuit inuenire 17 & 18. & hæ sunt quæ componunt binomium. Dico q͂ a c reliqua est irrationalis & ipsa vocatur residuū. Constat enim ex 7 secūdi: q͂ quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta quæ cōponunt superficiem rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius/tantū sunt quantū duplum superficiei a b & b c cū quadrato a c. Cūq; ex 19 sup̄ficies a b in b c sit medialis/ideoq; & duplū eius mediale per 21/& ideo irrationale per 19: sequit̄ vt ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei vnius earum in alteram. quare per 9: & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratū lineæ a c est irrationale: cū ipsum sit incōmēsurabile rationali videlicet duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis. itaq; etiā ex diffinitione linea a c est irrationalis. quod est propositū. ¶Exēplariter in figura. esto superficies e g æqualis duobus quadratis duarū linearum a b & b c pariter acceptis: eritq; rationalis. itemq; sit superficies d f æqualis duplo superficiei vnius in alteram: eritq; ex 19 medialis & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; superficies e g sit incommensurabilis superficiei d f: eadem erit ex 9 incommensurabilis f g, quare f g irrationalis: & eius tettagonicum latus a c.



¶Incipiunt hexades per apheresin hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55. Propositio 73.

¶Si a rationali rationalis auferatur/potentia tantum commensurabilis existens toti: reliqua irrationalis est/vocatur autem apotome. 73

a c b

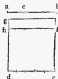
¶THEON ex Zāberto. ¶A rationali nāq; a b, rationalis auferatur b c: potentia tantum toti cōmensurabilis existens. Dico q͂ reliqua a c irrationalis est: apotome appellata. Quoniam a b ipsi b c longitudine est incommensurabilis/estq; per lemma 21 decimi sicut a b ad b c sic quod ex a b ad id quod sub a b, b c: incommensurabile igitur est per 11 decimi quod ex a b: ei quod sub a b, b c. Sed ei quidem quod ex a b: cōmensurabilia sunt quę ex a b, b c, quadrata. ei autem quod sub a b, b c: cōmensurabile est quod bis sub a b, b c. Quæ igitur ex a b, b c: incōmensurabilia sunt ei quod bis sub a b, b c. & reliquo igitur quod fit ex a c, incōmensurabilia sunt quę ex a b, b c: quoniam per 5 secundi & quę ex a b, b c, æqua sunt ei quod bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex c a. Rationalia autem sunt ea quæ ex a b, b c, quadrata. irrationalis igitur est linea a c. vocatur autem ipsa: apotome.

Eucli. ex Camp. Propositio 69.

SI fuerit linea de linea abscisa/fuerintq; ambę mediales 69
potentialiter tantum communicantes superficiemq; rationalem continētes: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; residuum mediale primum.



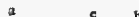
¶CAMPANVS. ¶Sit linea b c: abscisa ex linea a b, sintq; ambæ quales proponuntur: quas ex 24 & 25 reperies. & hæ sunt q̃ coniungūt bimediale primū. Dicoq; reliqua linea a c erit irrationalis: & ipsa dicitur residuū mediale primū. Erunt eni ambo earū quadrata pariter accepta/mediale: duplū vero superficiei vnius in alterā/rationale. itaq; ambo quadrata pariter accepta: incōmensurabile sunt duplo supficiei vnius in alterā. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cōponunt ex duplo supficiei vnius i alterā & q̃drato lineæ a c: sequtur per 9 vt quadratū lineæ a c sit incōmensurabile duplo supficiei vnius in alterā. quare tam ipsum quadratū q̃ latus eius a c: est irrationale per diffinitionē. constat ergo propositū. Quod (quēadmodū in præmisso) si libet potes declarare exēplariter in figura. ¶Aliter idē sic. ¶Sit linea d e rationalis in lōgitudine: cui adiūgatur superficies d f æqualis duplo supficiei vnius in alterā/& superficies g e equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 secūdi superficies f g: æqualis quadrato lineæ a c. Cū itaq; per hypothesin sit supficies e g medialis: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cum vero sit superficies e h rationalis per hypothesin: erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68/linea g h est residuū: & irrationalis. ideoq; per 16 a destructione cōsequētis superficies f g est irrationalis: & eius latus tetragonicū quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 56. Propositio 74.

74 ¶Si a media auferatur media potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis/cum tota vero rationale compræhēdens: reliqua irrationalis est/vocetur vero mediæ apotome prima.

¶THEON ex Zāb. ¶A media nāq; a b: media auferat b c potētia tantū cōmensurabilis subsistens toti a b, & cū ipsa a b rationale compræhendēs quod sub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis est: appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniā enim a b, b c, mediæ sunt: media quoq; sunt quę ex a b, b c. Rationale autem: quod bis sub a b, b c. incōmensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c: ei quod bis sub a b, b c. & reliquo igitur ei quod ex a c: per 16 decimi incōmēsurabile est quod bis sub a b, b c, quoniā & si tota vni earū incōmensurabilis fuerit: & quę in principio magnitudines/incōmensurabiles erunt per 16 decimi. Rationale autē est quod bis sub a b, b c. irrationale igit quod ex a c. Irrationalis igitur est a c. vocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendum.

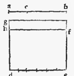


Eucli. ex Camp. Propositio 70

70 SI linea de linea secetur/fuerintq; ambę mediales potentialiter tantū cōmunicantes/cōtinentesq; mediale: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; residuū mediale secundū.

¶CAMPANVS. ¶Sit hic quoq; linea b c: abscisa ex linea a b. vtraq; autem a b & b c: sint vt ponitur. & ipsę per 26 reperiuntur: & sunt quæ cōponunt bimediale secūdum. Dico q; linea reliqua quæ est a c, est irrationalis: & ipsa dicitur residuum mediale secundū. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarum linearū a b & b c pariter accepta/mediale: similiter quoq; duplū supficiei vnius in alterā/est mediale. Cum itaq; ex 22 mediale nō differat a mediali nisi in irrationali: erit quadratum lineæ a c in quo per 7 secundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedūt duplū supficiei vnius in alterā/irrationale. quare et linea a c irrationalis. ¶Figurali quoq; exēplo patefieri potest illud vt prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo superficiei vnius in alteram: erit f g per 7 secūdi æqualis quadrato a c. quæ cum sit differentia superficiei vnius medialis e g ad superficiem medialem d f: ipsa est irrationalis per 22/& eius tetragonicum latus a c irrationale.

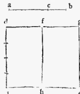
¶IDEM aliter. ¶Sit linea d e rationalis: cui adiūgatur superficies d f æqualis duplo supficiei vnius in alterā/& e g ęqualis ambobus quadratis pariter acceptis. erit per 7 secūdi f g: ęqualis quadrato a c. Quia vero e g est medialis: erit ex 20 linea d g in potētia tm̄ rōnalis. Similiter quoq; cū e h sit medialis: erit ex eadē/linea d h rōnalis similiter in potētia tantū. Et quoniā a b & b c sūt incōmensurabiles in lōgitudine/ideoq; quadratū vtriusq; earū superficiei vnius



inalteram/& propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cũ ipsa ex hypothesi cõmunicent) sunt quoq; incõmensurabilia duplo superficiei vnius in alterã: sequitur vt e g sit incõmẽsurabilis h c. quapropter linea d g: lineæ d h. igit ex 68 linea g h est residuum: & irrationalis. ideoq; per 16 a destructione cõsequẽtis superficies f g irrationalis: & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57. Propositio 75.

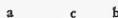
¶ Si a media media auferatur potẽtia tantum toti cõmensurabilis subsistens/& cum tota medium compræhendens: reliqua irrationalis est/vocetur autem mediæ secunda apotome. 75



¶ THEON ex Zãb. ¶ A media nãq; a b: media auferatur c b potentia tantum toti a b cõmensurabilis subsistens/vnaq; cũ ipsa tota a b mediũ compræhendens quod sub a b, b c. Dico q̃ reliqua a c irrationalis est: appellatur autem mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis d i. Et ipsis quidem quæ ex a b, b c, æquum ad d i cõparetur per 44 primi d e: latitudinem efficiẽs d g. ei vero quod bis sub a b, b c, ęquum ad ipsam d i comparetur per 44 primi d h: latitudinem efficiens d f. Reliquũ igitur f e: æquum est ei quod ex a c. Et quoniam ea quæ ex a b, b c, media sunt: mediũ igitur est & d e. & ad ipsam rationalem d i cõparatur: latitudinem efficiens d g. rationalis igitur est per 22 decimi d g: & ipsi d i lõgitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã quod sub a b, b c, mediũ est: & quod bis igitur sub a b, b c, mediũ est. & est ęquale ipsi d h. & d h igitur medium est. & ad ipsam d i rationalẽ comparatũ est: latitudinẽ efficiẽs d f. rationalis igitur est d f: & ipsi d i longitudine incõmensurabilis. Et quoniã a b, b c, potentia tantum sunt cõmensurabiles: incommensurabilis est igitur a b ipsi b c longitudine. Incõmensurabile igitur per lemma 21 decimi & 11 decimi & quod ex a b quadratũ: ei quod sub a b, b c. Sed ei quidẽ quod ex a b, cõmẽsurabilia sunt q̃ ex a b, b c: ei autẽ quod sub a b, b c, cõmensurabile est qđ bis sub a b, b c. Incõmensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c: ei quod bis sub a b, b c. Sed eis quidẽ quæ ex a b, b c, æquum est d e: ei autem quod bis sub a b, b c, æquum est d h. Incõmensurabile igitur est d e: ipsi d h. Sicut autẽ d e ad d h: sic g d ad d f. Incõmẽsurabilis igitur est g d: ipsi d f. Et vtræq; rationales. Ipsę igitur g d, d f: per 11 decimi rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Ipsa igitur f g: apotome est. Rationalis autem d i. Quod autẽ sub rationali & irrationali compræhensum: irrationale est per lẽma 20 decimi. & quæ illud potest igitur irrationalis est. Ipsum autem f e: potest ipsa a c. ipsa igitur a c irrationalis est: appellatur autem mediæ secunda apotome.

Eucli. ex Camp. Propositio 71.

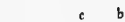
SI linea de linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles/continentesq; mediale/ quadrataq; earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis/vocabiturq; minor. 71



¶ CAMPANVS. ¶ Si sint a b & b c quales proponit/q̃ per 27 reperiuntur & cõponunt lineam maiorem: erit linea a c irrationalis/& ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit/positionesq; diligenter attenderit: duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propositio 76.

¶ Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incommensurabilis/cum tota vero efficiens quod ab eis simul rationale/quod vero sub ipsis medium: reliqua irrationalis est/appellaturq; minor. 76



¶ THEON ex Zãb. ¶ A recta linea namq; a b, auferatur recta linea b c: potentia toti subsistens incõmensurabilis/ efficiens cum tota quidem a b compositũ ex ijs q̃ ex a b, b c, simul rationale/quod vero bis sub ipsis a b, b c, simul medium. Dico q̃ reliqua a c irrationalis est: appellata minor. Quoniam namq; cõpositum quidem ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis rationale est/quod vero sub ip

sis a b, b c, medium: incõmensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c, ei quod bis sub a b, b c. Et conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti/incommensurabilia sunt quę ex a b, b c: ei quod ex a c. Rationale autem est: cõflatum ex iis quę ex a b, b c. irrationale igitur quod fit ex a c, ipsa igitur a c irrationalis est: appellatur autem minor.

Eucli. ex Camp. Propositio 72.

72 SI linea de linea dematur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles/superficiemq; rationalem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis/diceturq; iũcta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hocquoq; nescire non potest qui priora nouerit/nisi a memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur/quæ & per 28 repertiuntur/& lineam potentem in rationale & mediale componunt) fit a c reliqua/irrationalis. & ipsa dicitur quæ iuncta cũ rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 59. Propositio 77.

77 Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistẽs incõmensurabilis/& cũ tota efficiens conflatum quidem ex ipsarũ quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale: reliqua irrationalis est/vocatur autẽ cum rationali medium totũ efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea a b, recta linea auferatur b c: toti a b potentia subsistens incommensurabilis/efficiens cõflatum quidem ex ipsarum a b, b c, quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale. Dico q̃ reliqua a c irrationalis est: vocatur autem cum rationali mediũ totũ efficiẽs. Quoniam enim conflatum ex ipsarũ a b, b c, quadratis medium est/quod vero bis sub ipsis a b, b c, rationale: incõmensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c, quadrata ei quod bis sub a b, b c. & reliquum igitur quod ex a c: incommensurabile est ei quod bis sub a b, b c. Quod vero bis sub a b, b c, rationale est. quod igitur ex a c irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa a c: vocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 73.

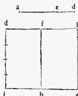
73 SI linea a linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles/superficiemq; medialem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incommensurabile: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiã hic a b & b c quales proponitur/q̃ per 29 reperiũtur: & ipsæ sũt q̃ cõponũt lineã potentẽ in duo medialia. eritq; a c reliqua irrõnalis dicta: q̃ iũcta cũ mediali cõponit totũ mediale. Quod vt facile (sicut p̃missa) duplici argumentatione cõcludes: processum 70 moneo diligẽter attendas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 60. Propositio 78.

78 Si a recta linea recta linea sublata fuerit potẽtia toti subsistẽs incommensurabilis/& cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium/quod vero bis sub ipsis medium/insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis: reliqua irrõnalis est/appellatur autẽ cum medio mediũ totũ efficiẽs.

THEON ex Zãb. A recta nãq; linea a b, recta linea auferatur b c potentia incõmensurabilis subsistens toti: efficiẽs compositũ ex ipsarũ a b, b c, quadra-



tis mediũ/qđ vero sub ipsis a b,b c,mediũ/insup ipsarũ a b,b c,quadrata incōmensurabilia ei quod bis sub a b,b c.Dico q̧ reliqua a c irrationalis est: vocatur autẽ cum medio mediũ totum efficiens. Exponatur rationalis d i:& eis quidem quæ ex a b,b c,æquũ ad ipsam d i comparetur per 44. primi d e,latitudinem efficiens d g.ei autem quod bis sub a b,b c,ęquũ aufetatur d h:latitudinem efficiens d f.reliquum igitur f e:æquum est ei quod ex a c.quare a c potest ipsum f e.Et quoniã cōpositum ex ipsarũ a b,b c,quadratis mediũ est/& ipsi d e est æquale:ipsum igitur d e medium est.Et ad ipsam d i rationalẽ comparatur:latitudinem efficiẽs d g.rationalis igitur est per 22 decimi d g:& ipsi d i longitudine incommensurabilis.Rursus quoniam quod bis sub a b,b c,medium est/& ipsi d h æquale:igitur d h mediũ est.Et ad ipsam d i rationalem cōparatur:latitudinem efficiens d f.rationalis igitur est d f:& ipsi d i longitudine incōmensurabilis.Et quoniã incōmensurabilia sunt quæ ex a b,b c,ei quod bis sub a b,b c:incōmensurabile igitur est & d e ipsi d h.Sicut autem per primã sexti d e ad d h:sic est & d g ad d f.Incōmensurabilis igit̃ est g d ipsi d f.& vtræq; sunt rationales.Ipsæ igitur g d, d f: rationales sunt potentia tantum commensurabiles.Apotome igitur est f g.Quod vero sub rationali & apotomę cōpræhensum rectangulum:irrationale est/& illud potens irrationalis est per 73 decimi.Ipsum autẽ f e:potest ipsa c a.Igitur ipsa c a irrationalis est. appellatur sane cum medio medium totum efficiens.Quod erat ostendendum.

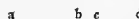
¶CAMPANVS. Est autem præmittendũ hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

¶Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam:erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

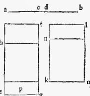
¶Intelligendum est hoc de quantitatibus eodem modo relatis.vt cum prima maior fuerit secunda:sit quoq; tertia maior quarta.cum vero minor:& minor. Exempli gratia sit differentia a ad b:sicut c a d.dico q̧ erit a ad c sic b ad d.est eni (per hãc cōmunẽ animi cōceptionem differentia extremorũ:cōposita est ex differentijs ipsorũ ad media) differentia a,ad c:cōposita est ex ea quæ est a ad b,& ea quæ est b ad c.At ea quæ est b ad d:per eandẽ cōceptionẽ cōponitur ex ea quæ est b ad c,& ea quæ est c ad d.Et quia ex hypothesi differentia a ad b sicut c ad d,ea vero quæ est b ad c est cōmunis:sequitur per cōmunem scientiam vt sit a ad c sicut b ad d.Quod est propositum.

Eucli.ex Camp. Propositio 74

NVlla linea nisi vna tantum residuo coniungi potest:vt sint ambę sub termino earum quæ erant ante separationem. 74



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a c residuum:quæ fuerit reliqua/abscisa b c ex a b.eruntq; a b & b c:rationales tantũ potẽtia cōmunicantes ex 68. Dico q̧ ipsa a c,nulli alij lineæ q̃ b c poterit cōponi sub hac diffinitione:neq; maiori b c neq; minori b c.Si autem potest:componatur cum c d,indifferẽter maiori aut minori q̃ b c,eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c:rationales in potentia tm̃ cōicantes.Quia ergo ex 7 secundi quadrata ambarũ linearũ a b & b c pariter accepta excedũt duplum superficiei vnius earũ in alterã in quadrato a c,similiter quoq; quadrata duarũ linearũ a d & d c pariter accepta excedũt duplũ superficiei vnius ipsarum in alterã in quadrato eiusdẽ a c:sequitur ex præmisso antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta sit sicut differẽtia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c.Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi/duplum vero superficiei vnius in alteram portionũ vtriusq; sectionis mediale per hypothesin/& 19:erit vna & eadẽ differẽtia duarũ supficierũ rõnaliũ & duarũ medialiũ.hoc autẽ est ĩpossibile.rationales eni supficies nõ differũt nisi in rationali supficie:vt patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9.medialis autẽ:nõ differt a mediali nisi irrõnali superficie per 22.



¶ Hoc autem fit manifestius in figura: sic. Sit enim superficies e f, adiuncta ad lineam e g, æqualis ābobus quadratis duarū supficierū a b & b c pariter acceptis. at g h sit æqualis duplo superficiei vnius in alteram. Eritq; f h: æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secundi. Similiter quoq; sit k l, adiuncta ad lineā k m: æqualis duobus quadratis duarum linearū a d & d c pariter acceptis. & m n: sit æqualis duplo superficiei vnius in alterā. eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c: ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differentia e f ad g h: sicut k l ad m n. Quare per antecedēs premissum/ erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et qa vtraq; duarū supficierū e f & k l est rōnalis/ vtraq; vero duarū supficierū g h & m n medialis: sequitur impossibile/ videlicet superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61. Propositio 79.

79 ¶ Apotomę vna tantum congruit recta linea rationalis: potētia tantum toti subsistens commensurabilis.



¶ THEON ex Zāb. ¶ Sit apotome a b: cōgruēs autē ei sit b c. ipsæ igitur a c, c b: potentia tantū sunt cōmēsurabiles. Dico q ipsi a b: altera non cōgruit rationalis potentia tantum subsistens toti commensurabilis. Si enim possibile: congruat/ sitq; b d. Ipsę igitur a d, d b: potentia tantum sunt commensurabiles. Et quoniā per 7 secūdi quo excedūt ea q̄ ex a d, d b, id quod bis sub a d, d b, hoc excedūt et q̄ ex a c, c b, id quod bis sub a c, c b (eodē nāq; id est qđ ex a b: vtraq; excedūt) vicissim igit per 16 quīti quo excedūt q̄ ex a d, d b, ea quę ex a c, c b, eo excedit & id quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b. Sed quæ ex a b, b d, ea quæ ex a c, c b, excedunt rationali. vtraq; nāq; rationalia sunt. & quod bis igitur sub a d, d b: id quod bis sub a c, c b, rationali excedit. quod est impossibile. Vtraq; nāq; media sunt: & per 22 decimi mediū mediū nō excedit rationali. Ipsi igitur a b: altera non congruit rationalis potentia tātum cōmensurabilis existens toti. Vna igitur tantum ipsi apotomæ congruit: rationalis potētentia tantum toti subsistens cōmensurabilis. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 75.

75 Nulla linea nisi vna tīm residuo mediali primo cōiūgi pōt: vt sint ambę sub termino earū quę ei āt ante separationē.

¶ CAMP. ¶ Hæc quoq; probabis simili modo. Sint enim in vtraq; sectione ābo quadrata pariter accepta/ mediale: duplū vero supficiei vnius in alterā rationale. Et quia vt prius eadē differētia quadratorū vnius sectionis ad quadrata alterius: q̄ est dupli supficiei vnius ad duplū supficiei alterius: erit vna & eadē superficies differētia duarū medalium & duarum rationaliū. Quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 80.

80 ¶ Mediæ apotomę primæ vna tantum congruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens commensurabilis/ & cum tota rationale compræhendens.



¶ THEON ex Zāb. ¶ Esto namq; media apotome prima a b: & ipsi a b cōgruat b c. ipsę igitur a c, c b: medię sunt potentia tantū cōmensurabiles/ rōnale cōpręhēdētes quod sub a c, c b. Dico q ipsi a b, altera non cōgruit media: toti potētia tantū subsistens commensurabilis/ & cū tota rationale cōpræhendēs. Si eni possibile: cōgruat et d b. ipsæ igitur a d, d b: medię sunt potētia tīm cōmensurabiles/ rationale compræhendentes quod sub a d, d b. Et quoniam per 7 secundi quo excedunt ea quę ex a d, d b, id quod bis sub a d, d b, hoc excedunt & q̄ ex a c, c b, id qđ bis sub a c, c b (eodē eteni rursus excedūt: id est quod ex a b) vicissim igitur per 16 quinti quo excedūt quę ex a d, d b, ea q̄ ex a c, c b, eo excedit & id qđ bis sub a d, d b, id qđ bis sub a c, c b. At qđ bis sub a d, d b: id qđ bis sub a c, c b, excedit rōnali. vtraq; nēpe rationalia. Et q̄ ex a d, d b, igit quadrata: q̄ ex a c, c b, excedūt rationali. Quod est ipossibile. Media etenim vtraq; & per 26 decimi. mediū sane mediū non excedit rationali. Medię igitur apotomę primæ vna cōgruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens cōmēsurabilis/ & cum tota rationale compræhendens. Quod oportuit demonstrare.

Eucli.ex Camp. Propositio 76.

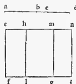

VLla linea residuo mediali secundo coniungibilis est/ 76
vt sub termino earum fiant:nisi tantum quę ab ea an=
te separata erat.



¶CAMPANVS.¶Sit enim a c residuũ mediale secũdum:quæ fuit residua/ ascisa b c ex a b.eruntq; ex 70/duæ lineæ a b & b c: mediales potentia tantum communicantes mediale cõtinentes.Dico ꝙ ipsa a c:nulli lineæ alij q̃ c b,sub hac diffinitione coniungi potest.Sin autem:coniũgatur lineæ c d.Sitq; linea e f rationalis in longitudine : ad quam coniungatur superficies e h,ęqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis/& e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis/a qua abscindatur e g ęqualis quadrato lineę a c.eritq; per 7 secundi superficies l h ęqualis duplo superficiei a b in b c:& l k per eandem ęqualis duplo superficiei a d in d c.Quia ergo quadrata ambarũ partium primæ sectionis sunt mediale/& duplum etiã superficiei mediale in=cõmẽsurabile duobus quadratis pariter acceptis(quę nescire diligẽs Geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit)erit superficies e h medialis/ cum ipsa sit ęqualis duobus quadratis pariter acceptis/& superficies l h medialis cum ipsa sit æqualis duplo superficiei vnius in alteram.per 20 igitur est vtraq; duarum linearum f h & g h rationalis in potentia tantum.Et quia vnæ est incommensurabilis alij eo ꝙ superficies e h est incommensurabilis superficiei h l sicut duo quadrata duplo superficiei:erit ex 68 linea f g residuũ.Quare linea f g quæ est residuum:componitur lineæ g h, vt sint ambæ sub termino earum quę erant ante separationem.Similiter quoq; probabis eandem f g cum linea g k componi eadem cõditione:mediantibus superficiebus e k & k l.quarũ prima est æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c pariter acceptis:& secũda duplo superficiei vnius in alterã.quod est ĩpossibile per 74.Et hic modus demonstrationis potest esse cõmunis 75 cæterisq; quatuor eã sequentibus.

Eucli.ex Zamb. Theorema. 62. Propositio 81.

¶Mediæ apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea 81
media:potentia tantum toti commensurabilis & cum tota me=
dium compræhendens.



¶THEON ex Zamberto.¶Esto apotome secunda a b:& ipsi a b congruẽs sit b c.Ipsæ igitur a c,c b:mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles/medium compræhendentes quod sub a c,c b.Dico ꝙ ipsi a b,alia non congruit recta linea media:potentia tantũ toti subsistẽs commensurabilis & cum tota medium compræhendens.Si enim possibile;conueniat b d.igitur a d & d b:mediæ sunt potentia tantum commensurabiles/medium compræhẽdentes quod sub a d,d b.Exponaturq; rationalis e f.Et eis quidem quæ ex a c,c b,æquum ad ipsam e comparetur per 44 primi e g:latitudinem efficiens e m.ei vero quod sub a c,c b,ęquũ auferatur h g:latitudinẽ efficiẽs h m. Reliquũ igit̃ e l:per 7 secundi ęquũ est ei qd ex a b.Quare a b:ipsũ põt e l.Rursus iã eis q̃ ex a d,d b,ęquũ ad ipsã e f cõpareẽ per 44 primi e i:latitudinẽ efficiẽs e n.Est autẽ & e l:æquũ ei quod ex a b quadrato.reliquũ igitur h g: ꝑ 7 secundi ęquũ est ei quod sub a d,d b.Et quoniã ipsæ a c,c b,medię sunt:media igitur sunt & quæ ex a c,c b.et æqualia sũt ipsi e g.mediũ igitur per 16 decimi & correlariũ 23 est e g.Et ad ipsam rationalem e f apponitur:latitudinem efficiẽs e m.rationalis igitur est per 22 decimi e m:& ipsi e f longitudine incommensurabilis.Rursus quoniam quod sub a c,c b,medium est ; & quod bis sub a c,c b,medium est per correlarium 23 decimi.& æquum est ipsi h g. & h g igitur medium est.Ad ipsamq; e f rationalem apponitur:latitudinem efficiẽs h m.rationalis igitur est h m per 22 decimi:& ipsi e f lõgitudine incõmensurabilis.Et quoniã a c,c b,potentia tantum sunt cõmensurabiles:incõmensurabilis igitur est a c ipsi c b longitudine.Sicut autẽ a c ipsi c b:sic est ꝑ lẽma 21 decimi qđ ex a c ad id qđ sub a b,c b.Incõmẽsurabile igitur est ꝑ 11 decimi quod ex a c:ei quod sub a c,c b.Sed ei quod ex a c:cõmensurabilia sunt quæ ex a c,c b.Et autem quod sub a c,

c b, cōmensurabile est quod bis sub sub a c, c b. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a c, c b: et quod bis sub a c, c b. Eis autem quę ex a c, c b, ęquū est e g: ei vero quod bis sub a c, c b, æquū est g h. Incōmēsurabile igitur est e g: ipsi h g. Sicut autē e g ad h g: sic est e m ad h m. Incommēsurabilis igitur est e m: ipsi h m lōgitudine. Et vtręq; rationales. Ipsæ igitē m, m h, rationales sunt potētia tm̄ cōmēsurabiles, apotome igitur est e h. cōgruēs autē ei est h m. Similiter ostendemus q̄ & h n ei congruit. Apotomę igitur: alia & alia congruit recta linea potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis, quod per 79 decimi est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea potentia tantum toti subsistens commensurabilis & cum tota medium cōprahendens, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiant: nisi tantū quæ ante sibi abscisionē cōiungebatur.

CAMPANVS. Intellige quid sit linea minor, quod si oblitus es: cōsule 21. & sine obiectione concludes propositum: si (quēadmodum in 74) processeris, poteris q̄ si libuerit: quemadmodum in 76 procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 64. Propositio 82.

82 Minori vna tantum congruit recta linea potentia toti incōmensurabilis subsistēs: efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis medium.

a b c d

THEON ex Zāb. Esto minor a b: & ipsi a b congruens esto b c. ipsę igitur a c, c b, potentia sunt incommēsurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipsarū quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis mediū. Dico q̄ ipsi a b: alia recta linea non congruit efficiēs eadē. Si enim possibile: congruat b d, & ipsæ igitur a d, d b, potentia sunt incōmēsurabiles efficientes quæ ex a d, d b, quadrata simul rationale/quod autē bis sub ipsis a d, d b, mediū. Et qm̄ quo excedunt quæ ex a d, d b, ea quæ ex a c, c b, eo excedit & quod bis sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, quę autem ex a d, d b, quadrata ea quadrata quæ ex a c, c b, rationali excedunt/ vtraq; enim rationalia: & quod bis igitur sub a d, d b, id quod bis sub a c, c b, rationali excedit, quod per 26 decimi est impossibile, vtraq; nāq; media sunt. Minori igitur vna tantū congruit recta linea potentia tantum toti subsistens incommensurabilis: efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale/quod vero bis sub ipsis medium, quod ostēdere oportebat

Eucli. ex Camp. Propositio 78.

78 LInea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale: nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Quid sit linea quæ proponitur: ex 72 didicisti. Cum ergo de ea volueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare: a processu 75 in quoq̄ non deuies, sed sicut in 76: si te delectauerit/ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65. Propositio 83.

83 Efficienti cum rationali medium totum vna tantū congruit recta linea potentia tot. incommensurabilis subsistens: & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale.

a b c d

THEON ex Zāb. Sit cū rationali mediū totū efficiēs a b: & ipsi a b congruat b c. Ipsę igitur a c, c b, potētia sunt incōmensurabiles: efficiētes cōflatum qdē ex ipsarū a c, c b, quadrata mediū/quod vero bis sub ipsis a c, c b, rōnale. Dico q̄ ipsi a b: alia nō cōgruit eadē efficiēs. Si enī possibile: cōgruat b d, & ipsę igiī a d, d b, rectęlineę: potētia sunt incōmensurabiles: efficiētes conflatū ex ipsarum a d, d b, quadratis medium/quod vero bis sub ipsis a d, d b, rationale.

a b c d

Quoniam igitur quo excedunt quæ ex a d,d b,ea quæ ex a c,c b,eo excedit & quod bis sub a d,d b,id quod bis sub a c,c b excedit & quod bis sub a d,d b, id quod bis sub a c,c b,consequenter vt in præcedentibus/quod vero bis sub a d,d b,idquod bis sub a c,c b,excedit rationali / rationalia namq; vtraq; & quæ ex a d,d b,igitur ea quæ ex a c,c b,excedunt rationali.quod est pee 26 impossibile.vtraq; enim media sunt per 77 decimi. Ipsi igitur a b,alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incõmensurabilis:& cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium/quod autem bis sub ipsis rationale.Efficienti ergo cum rationali medium totum vna tantum congruit recta linea:& quæ sequuntur reliqua.Quod erat demonstrandum.

Eucli.ex Camp. Propositio 79.

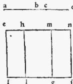


Ineæ quę iuncta cum mediali facit totum mediale:nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant quæ erant ante separationem. 79

CAMPANVS. Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale:magistra est 73.De qua quod hæc 79 enũciat sic concludere cogeris:sicut de residuo mediali secundo(quod per 76 enunciatum est)cõclusisti.

Eucli.ex Zamb.Theorema. 66. Propositio 84.

Efficienti cum medio medium totum:vna tantum cõgruit recta linea potentia incommensurabilis toti subsistens/& cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium / & quod bis sub ipsis medium/& insuper incommẽsurabile conflatum ex ijs quæ ab ipsis ei quod bis sub ipsis. 84



THEON ex Zamberto. Esto cum medio medium totum efficiens a b:cõgruens autem illi sit b c.ipsæ igitur a c,c b:potentia sunt incommẽsurabiles/efficientes cõflatum ex ipsarum quadratis medium/& quod bis sub ipsis a c,c b,medium/insuper & quæ ex a c,c b,quadrata incommensurabilia ei quod bis sub a c,c b.Dico q; alia ipsi a b non congruit:cum tota efficiens proposita. Quod si possibile est:congruat b d.Et a d,d b,potentia sint incommensurabiles efficientes quæ ex a d,d b,quadratis simul medium/& quod bis sub ipsis a d,d b,medium/& insuper quę ex a d,d b,incommensurabilia ei quod bis sub a d,d b.Exponaturq; rationalis e f.Et eis quidem quæ ex a c,c b,æquum ad ipsam e f comparetur per 44 primi e g:latitudinem efficiens e m.ei autem quod bis sub a c,c b,æquum ad ipsam e f comparetur per 44 primi h g:latitudinem efficiens h m.Reliquum igitur quod ex a b: per 7 secundi æquum est ipsi e l.ipsa igitur a b:ipsum e l potest.Rursus eis quæ ex a d,d b,æquum ad ipsam e f comparetur per 44 primi e i:latitudinem efficiens e n.Est autem quod ex a b:ęquum ipsi e l.Reliquum igitur quod bis sub a d,d b:ęquum est ipsi h i.Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex a c,c b,medium est/ac ipsi e g æquale:medium igitur est & e g.Et ad rationalem comparatur e f:latitudinẽ efficiens e m.rationalis igitur est per 22 decimi e m:& ipsi e f longitudine incommensurabilis.Rursus quoniam quod bis sub a c,c b,medium est & ipsi h g æquale:medium igitur est h g.Et ad ipsam rationẽ e f apponitur:latitudinem efficiens h m.rationalis igitur est h m:& ipsi e f longitudine incommẽsurabilis.Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex a c,c b,ei quod bis sub a c,c b:incommensurabile igitur est e g ipsi h g.incommensurabilis igitur est & e m ipsi m h longitudine.& ambæ rationales sunt.Ipsæ igitur e m,m h,potentia tantũ sunt cõmensurabiles.Igitur ipsa e h:apotome est. Congruẽs autem ei:est h m.Similiter iam ostendemus q; e h rursus apotome est : congruens autem ei est h m Apotomæ igitur ipsi alia & alia congruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis.quod per 69 decimi impossibile esse ostẽdimus. Ipsi igitur a b:alia recta linea non congruit.Ipsi igitur a b vna recta linea tm̃ congruit:potẽtia tm̃ toti subsistens incõmẽsurabilis/ & cum tota efficiẽs q̃ ex ipsis quadratis simul mediũ/& quod bis sub ipsis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum:& quæ sequuntur reliqua,Quod erat ostẽdendũ.

¶ Ex Campano: Residuorum diffinitiones.

¶ Cõe initiũ trium priorum diffinitionum.

¶ Positis duab9 lineis altera rõnali altera residuo/adiectaq; ipsi residuo secũdũ eius terminũ/si fuerit totũ cõpositũ potẽtius linea adiecta/i quadrato lineę ipsi toti cõicantis in longitudine:

1 ¶ Si fuerit idẽ totũ positæ rationali lineę in lõgitudine cõmensurabile: quod positum erat/dicetur residuũ primũ.

2 ¶ Si vero linea adiũcta/positę rationali communicet in lõgitudine: dicetur residuum secundum.

3 ¶ Qꝫ si fuerit vtraq; rationali positæ in longitudine incõmensurabilis: vocabitur residuum tertium.

¶ Cõmune initium trium posteriorum diffinitionum.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera residuo/ adiectaq; ipsi residuo secundũ eius terminum/si fuerit totũ compositum potentius linea adiecta/in quadrato lineę ipsi toti incommensurabilis in longitudine:

4 ¶ Si eadẽ tota positæ rationali communicet in longitudine: nuncupabitur residuum quartum.

5 ¶ Si vero linea adiuncta/positæ rationali communicet in longitudine: vocabitur residuum quintum.

6 ¶ Qꝫ si fuerit vtraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis: appellatur residuum sextum.

¶ Ex Zamberto: apotomarum diffinitiones.

¶ Cõmune initiũ trium priorum diffinitionum.

¶ Supposita rationali & apotomę/si quidem tota cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine commensurabili:

1 ¶ Si quidem tota expositę rationali longitudine cõmensurabilis fuerit: appellatur apotome prima.

2 ¶ Si vero congruens cõmensurabilis fuerit lõgitudine expositæ rationali: secũda appellatur apotome.

3 ¶ Si autem neutra cõmensurabilis fuerit expositę rationali longitudine: tertia appellatur apotome.

¶ Cõmune initium trium posteriorum diffinitionum.

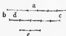
¶ Rursus supposita rationali et apotomę/si tota maius potuerit congruente eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili:

4 ¶ Si quidem tota commensurabilis fuerit expositę rationali longitudine: appellatur apotome quarta.

5 ¶ Si vero congruens: quinta.

6 ¶ Si autem neutra: sexta.

Eucli. ex Camp. Propositio 80.

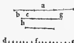


Esiduum primum inuestigare. 80

¶CAMPANVS. ¶Ab inuentione omnium specierum residui: facile nos absoluat inuentio per ordinem omniũ specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori: linea reliqua erit residuũ similis speciei/ vt patet ex diffinitionibus tam binomiorũ q̃ residuorũ. ¶Proprijs tamẽ inuẽtionibus residuorũ insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita: cui commensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq; e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadratum g: sitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratũ lineę c d, sicut e ad f. eritq; per vltimam partem septimę/ c d rationalis in potentia tantum. Cum itaq; sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in longitudine/ quod patet sicut in explanatione binomij primi: constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.

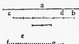
Eucli. ex Zamb. Problema 19. Propositio 85.

¶Inuenire primam apotomen. 85



¶THEON ex Zãb. ¶Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cõmensurabilis esto b g. rationalis igitur est b g. Exponãturq; bini quadrati numeri d e, e f: quorum excessus d f nõ sit quadratus. Igitur per corelariũ 1 lẽmatis 28 decimi e d ad d f rationem non habet quã numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatq; per correlariũ 6 decimi sicut e d ad d f: sic quod ex b g quadratũ ad id qđ ex g c quadratũ. cõmensurabile igitur est quod ex b g: et qđ ex g c. Rõnale autẽ qđ ex b g. rationale igiť & quod ex g c. Rationalis igitur est per diffinitionẽ/ & g c. Et qm̃ e d ad d f rõnẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq; igiť quod ex b g ad g c rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igiť est b g ipsi g c lõgitudine. vtræq; autem sunt rationales. Ipsę igitur b c, g c, per 9 decimi rationales sunt potentia cõmensurabiles. Igitur ipsa b c: apotome est per 73 decimi. Dico q̃ et prima. Quo nãq; maius est quod ex b g, eo quod ex g c: sit quod ex h. Et quoniã sicut e d ad d f sic est quod ex b g ad id quod ex g c: cõuertendo igitur per correlariũ 18 quinti/ sicut d e ad e f, sic quod ex g b ad id quod ex h. At d e ad e f rationem habet: quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. vterq; enim quadratus est. Quod igitur ex g b ad id quod ex h: rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. commensurabilis igitur est b g ipsi h longitudine. & b g ipsa g c maius potest: eo quod ex h. ipsa igitur b g ipsa g c maius potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili. estq; tota b g: ipsi a expositæ rationali commensurabilis. Igitur per tertias diffinitiones/ b c: apotome est prima. Inuẽta igitur est prima apotome b c. quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 81.

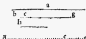


Esiduum secundum patefacere. 81

¶CAMPANVS. ¶Ad habẽdum residuum secundũ: sit a linea rationalis posita/ eiq; cõmunicans in longitudine c d. & sit quadratum c d ad quadratum b c: sicut f ad e. eritq; b d residuum secũdum ex diffinitione. Si dubitas: aut positas nõ seruas hypotheses/ aut binomij secundi repetitione indiges.

Eucli. ex Zamb. Problema 19. Propositio 86.

¶Inuenire secundam apotomen. 86



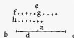
¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cõmensurabilis esto g c. Rationalis igitur est g c. Et exponãtur bini numeri quadrati d e & e f: quorum excessus d f nõ sit quadratus. Fiatq; per correlariũ 1 lẽmatis 28 decimi sicut d f ad d e: sic quadratũ quod ex g c ad quadratũ quod ex g b. cõmẽsurabile igitur est per 11 decimi quod ex g c quadratũ: ei quod ex g b quadrato. Rationale autem est quod ex c g. rationale igitur est quod ex g b. Rationalis igitur est b g. Et quoniã quod ex g c quadratũ ad id quod ex g b rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommẽsurabilis igitur est per 19 decimi c g ipsi g b longitudine. & ambæ sunt rationa

les. Ipsæ igitur c g, g b, rõnales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Igitur per 73 b c apotome est. Dicoq̃ & secũda. Quo etenim maius est qd ex b g eo quod ex g c esto quod ex h. Quoniam igitur est per correlatiũ 6 decimi sicut quod ex b g, ad id quod ex g c sic est e d numerus ad d f, numerũ: conuertẽdo igitur per correlarium 19 quinti est sicur quod ex b g ad id quod ex h, sic est d e ad d f. & vterq̃ ipsorũ d e, e f, quadratus est. quod igitur ex b g: ad id quod ex h, per 9 decimi rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. cõmẽsurabilis igitur est b g: ipsi h. & b g, ipsa g c maius potest: eo quod fit ex h. Igitur b g, ipsa g c: maius potest eo quod fit ex sibi longitudine cõmensurabili. Et cõgruens est c g: cõmẽsurabilis longitudine ipsi a expositæ rationali. Ipsa igitur b c per tertias diffinitiones secunda est apotome. Inuenta est igitur secũda apotome b c. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 82

82 RESiduum tertium perscrutari.

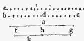
CAMPANVS. Residuum tertiũ sic habetur. Posita vt prius a rationali/numeroq̃ e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratum/assumptoq̃ h numero primo: sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c: sicut h ad e. sitq̃ quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ c d: sicut e ad f. eritq̃ ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b: residuum tertium.



Eucli. ex Zamb. Problema 20. Propositio 87.

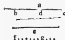
87 Inuenire tertiam apotomen.

THEON ex Zamberto. Exponatur rationalis a. explicentur tres numeri e, b c, c d, rationẽ adinuicem non habentes quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Ipse autẽ b c: ad d b rationem habeat/quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq̃ per correlarium 6 decimi: sicut e ad b c: sic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratum. sicut vero b c ad c d: sic quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h. Quoniã igitur est sicut e ad b c sic quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ: quod igitur ex a quadratũ ei quod ex f g quadrato est cõmensurabile. Quadratũ autẽ ex a: rationale est. rationale igitur est & quod ex f g. rationalis igitur est f g. Et quoniam e ad b c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: neq̃ igitur quod ex a quadratum ad id quod ex f g quadratũ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est per 9 decimi/a: ipsi f g longitudine. Rursus quoniam est sicut b c ad c d si quod ex f g quadratũ ad id quod ex g h: cõmensurabile igitur est quod ex f g: ei quod ex g h. Rationale autem est quod ex f g. rationale igitur quod ex g h. rationalis igitur est g h. Et quoniam b c ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: neq̃ igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmẽsurabilis igitur est f g: ipsi g h longitudine. Et vtræq̃ sunt rationales. ipsæ igitur f g, g h: rationales sunt/potentia tantũ commensurabiles. Apotome igitur est f h per 73 decimi. Dico q̃ & tertia. Quoniam enim est sicut e ad b c sic quod ex a quadratũ ad id quod ex f g quadratum/sicut autem b c ad c d sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti sicut e ad c d sic quod ex a ad id quod ex h g. Sed e ad c d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neq̃ igitur quod ex a: ad id quod ex g h rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmẽsurabilis igitur est a ipsi g h longitudine. Neutra igitur ipsarum f g, g h: commensurabilis est longitudine ipsi a expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex f g eo quod ex g h: esto id quod ex k. Quoniã igitur est sicut b c ad c d, sic est quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur per correlariũ 19 quinti est sicut b c ad b d sic est quod ex f g quadratũ ad id quod ex k. At b c: ad b d rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. & quod ex f g igitur: ad id quod ex k rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. cõmẽsurabilis igitur est f g, ipsi k lõgitudine. Et f g, ipsa g h maius potest: eo quod fit ex k. ipsa igitur f g, ipsa g h maius potest; eo quod fit ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarũ f g, g h:



cōmēſurabilis eſt lōgitudine ipſi a expoſitæ rationali. Igitur per tertias diffinitiones f h apotome eſt tertia. Inuēta igitur eſt tertia apotome. qđ erat agēdū.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 83.

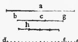


Reſiduum quartum inuenire. 83

¶CAMPANVS. ¶Hic (ſicut in inuentione reſidui primi) ſit linea b c, cōmunicans lineæ a rationali poſitæ: numerus autem e quadratus, ſit diuiſus in f & g, quorum ſit vterq; non quadratus. ſitq; quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ d e: ſicut e ad f. & ſcies ex diffinitione, lineam d b eſſe reſiduum quartum: ſi eorum quæ in inuentione binomij quarti dixeras, oblitus non fueris.
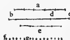
Eucli. ex Zamb. Problema 21. Propoſitio 88.

¶Inuenire quartam apotomen. 88



¶THEON ex Zāb. ¶Exponatur rationalis a: & ei longitudine cōmenſurabilis eſto b g. rationalis igitur eſt & b g. Exponanturq; per lēma ſecūdū 18 decimi bini numeri d f, f e: vt totus d e ad vtrūq; ipſorū d f, f e, rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; per correlarium 6 ſicut d e ad e f: ſic quod ex b g quadratū ad id quod ex g c quadratum. cōmenſurabile igitur eſt per correlariū 11 decimi quod ex b g: ei quod ex g c. Rationale autē eſt id quod ex b g. rationale igitur & quod ex g c. rationalis igitur eſt g c per 7 diffinitionē decimi & g c. Et qm̄ d e ad e f rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationem habet, quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi, b g ipſi g c lōgitudine. Et vtræq; rationales ſunt. Ipſæ igitur b g, g c, rōnales ſūt potentia tantū commenſurabiles. Apotome igitur eſt b c. Dico q̄ & quarta. Quo nēpe maius eſt quod ex b g, eo quod ex g c: eſto per lemma 13 decimi: quod ex h. Quoniā igitur eſt ſicut d e ad e f ſic eſt qđ ex b g ad id quod ex g c: & conuertēdo igitur per correlariū 18 quinti ſicut e d ad d f, ſic quod ex g b ad id quod ex h. Sed e d ad d f, rationem nō habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. neq; igitur quod ex g b: ad id quod ex h rationē habet quā quadratus ad quadratū numerum. Incommēſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g ipſi h lōgitudine. & g b, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex h. ipſa igitur b g, ipſa g c maius poteſt: eo quod fit ex ſibi incōmenſurabili. eſtq; tota b g: cōmenſurabilis longitudine ipſi a rationali expoſitę. Ipſa igitur b c per tertias diffinitiones apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome. quod faciundum erat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 84.

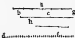


Reſiduum quintum demonſtrare. 84

¶CAMPANVS. ¶Cum reſiduum quintū inuenire libuerit: erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine, ſicut erat in inquiſitione ſecundi. & erit quadratus numerus e, diuiſus in f & e: quorū neuter quadratus ſicut in præmiſſa. & erit quadratum lineæ c d ad quadratum b c: ſicut f ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet (habita ſufficienti notitia binomij quinti) lineā d b eſſe reſiduū quintū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 89.

¶Inuenire quintam apotomen. 89



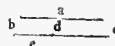
¶THEON ex Zamb. ¶Exponatur rationalis a: & ipſi a longitudine cōmenſurabilis eſto c g. rōnalis igiť eſt c g. Exponanturq; per ſecundū lemma 28 decimi, bini numeri d f, f e: vt d e ad vtrūq; ipſorum d f, f e, rationem rurſus nō habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Fiatq; per correlariū 6 decimi ſicut f e ad e d: ſic quod ex g c ad id quod ex g b. cōmēſurabile per 11 decimi igitur eſt quod ex c g: et quod ex b g. Rationale autē eſt quod ex c g. rationale igitur & quod ex g b. rationalis igitur eſt b g. Et quoniā eſt ſicut d e ad e f ſic eſt quod ex b g ad id qđ ex g c, at d e ad e f rationē nō habet quā numerus quadratus ad quadratū nūerū: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. incōmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g: ipſi g c longitudine. Et vtræq; ſunt rationales. Ipſæ

igitur b g,g c,rationales funt:potētia tm̄ cōmenfurabiles.Igiť b c:apotome eſt per 72 decimi.Dico q̄ & quīta.Quo nāq; maius eſt id qđ ex b g eo quod ex g c: eſto id quod ex h.Quoniā igiť eſt ſicut quod ex b g ad id quod ex g c ſic eſt d e ad e f:conuertendo igitur per correlariū 18 quinti eſt ſicut e d ad d f, ſic quod ex b g ad id quod ex h.At e d:ad d f rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum.neq; igitur quod ex b g:ad id quod ex h rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum.Incōmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi b g:ipſi h longitudine.Ipſaq; g b,ipſa g c maius poteſt:eo quod ex h.Ipſa igitur g b,ipſa g c maius poteſt:eo quod fit ex ſibi longitudine īcōmenſurabili.& congruens eſt c g: longitudine cōmenſurabilis ipſi a expoſitæ rationali.Ipſa igiť b c:apotome eſt quinta.Inuēta igitur eſt apotome quinti.Quod oſtendendum fuerat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 85.



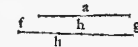
85 Eſiduum ſextum demum præſto ſit reperire.



¶CAMPANVS. ¶Reſiduum ſextum ſic repetitur. Erit vt prius linea a rationalis poſita:& c numerus quadratus diuiſus in f& g non quadratos.et erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineę b c:ſicut h ad e. at vero quadratū b c ad quadratum c d:vt e ad f.eritq; ex diffinitione linea d b:reſiduum ſextū.Cui ſi non plane animus tuus aſſenſerit:exerceri te conuenit in inuentione binomij ſexti.

Eucli.ex Zamb. Problema 23. Propoſitio 90.

90 ¶Inuenire ſextam apotomen.



¶THEON ex Zamberto.¶Exponatur rationalis a:& tres numeri e,b c,c d, rationem non habentes adinuicē quā quadratus numerus ad quadratum.Inſuperq; & b c:ad b d rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerum.Fiatq; per correlariū 6 decimi ſicut e ad b c:ſic quod ex a ad id quod ex f g.ſicut autē b c ad c d:ſic quod ex f g ad id quod ex g h.Quoniam igitur eſt ſicut e ad b c ſic eſt quod ex a ad id quod ex f g:cōmenſurabile igitur eſt per 6 decimi quod ex a ei quod ex f g.rationale autem quod ex a.rationale igitur eſt & id quod ex f g.rationalis igitur eſt & f g. Et quomā e ad b c rationē nō habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum:neq; igitur quod ex a ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum.Incommenſurabilis igitur eſt per 9 decimi a ipſi f g longitudine. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: cōmenſurabile igitur eſt igitur eſt per 6 decimi quod ex f g:ei quod ex g h.rationale autē eſt quod ex f g.rationale igitur eſt:& quod ex g h.rationalis igitur & g h.Et quoniam b c ad c d rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum:neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum.incōmenſurabilis igitur eſt per 9 decimi f g ipſi g h longitudine.Et vtræq; rationales.Ipſæ igiť f g,g h,rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles.Igitur f h apotome eſt.Dico iam q̄ & ſexta. Quoniam enim eſt ſicut e ad b c ſic quod ex a ad id quod ex f g, ſicutq; b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h:ex æquali igitur per 22 quīti eſt ſicut e ad c d ſic qđ ex a ad id qđ ex g h.At e ad c d rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū.Neq; igiť qđ ex a:ad id qđ ex h g rōnē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū.Incōmēſurabilis igiť eſt p 9 decimi a:ipſi g h longitudine.& neutra ipſarū f g,g h:cōmenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitæ rationali.Quo nempe maius eſt quod ex f g eo quod ex g h:eſto quod ex k.Quoniam enim eſt ſicut b c ad c d ſic quod ex f g ad id quod ex g h: conuertendo igitur p correlariū 18 quinti eſt ſicut c b ad d c,ſic eſt qđ ex f g ad id quod ex k.At c b:ad b d rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū.neq; igitur quod ex f g:ad id quod ex k rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum.Incōmenſurabilis igitur eſt f g ipſi k longitudine.Et f g,ipſa g h maius poteſt:eo quod fit ex k.Igitur f g,ipſa g h maius poteſt:eo quod fit eſt ſibi longitudine incōmenſurabili.& vtraq; ipſarum f g,g h: incommenſurabilis eſt longitudine ipſi a expoſitę rationali.Ipſa igitur f h:apotome eſt ſexta,Inuenta igitur eſt apotome ſexta f h, quod erat agendum.

¶Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq; vt inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima a c: cuius maius nomen sit a b. & ab ipsa quidē a b: auferatur ipsi quidē b c æqualis b d. Ipsæ igitur a b, b c, hoc est a b, b d: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. et a b, ipsa b c hoc est ipsa b d, maius potest: eo quod fit ex sibi cōmensurabili. & a b cōmensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur a d prima est apotome. ¶Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus: eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.

Eucli. ex Camp. Propositio 86.

SI fuerit superficies linea rationali atq; residuo primo cō- 86
tenta: latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

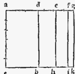
¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a c: contenta linea rationali a b, & residuo primo b c. dico latus tetragonicum superficiei a c esse residuum. Adiungatur enī ad lineā b c, linea c d: sitq; illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritq; ex diffinitione / b d rationalis ex longitudine: & c d in potentia tantū. b d quoq; erit potentior d c in quadrato lineæ secum cōmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e. & tota b d diuidatur ea conditione in f: q; inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis. eritq; ex secunda parte 13 / b f cōmunicans in longitudine f d. per 9 igitur vtraq; earum cōmunicat cum tota linea b d. quare per diffinitionē ambæ sunt rationales in lōgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, equidistantes a b. eritq; per 15 vtraq; duarum superficierum a f & g d rationalis. Sit quadratū ergo l m: equale superficiei a f. eritq; rationale: & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadtatum protracta diagonali linea l m, describatur quadratū l n: æquale superficiei g d. eritq; ipsum rationale: & eius latus rationale in potentia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratum p r esse æquale superficiei a c: & eius latus quod est n p est residuum. Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d: erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cūq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata: erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratū l n est equale g d: erit t r equale g e. totus itaq; gnomo circūscriptus quadrato m n: est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f: relinquitur m n æquale a c. Qz autem n p latus quadrati m n sit residuum: sic collige. Est enim vtraq; duarum p t & t n rationalis in potentia: eo q; vtrunq; quadratum l m & n l est rationale. vnaq; earū est incōmensurabilis alij per primam sexti & 10 huius: eo q; quadratum l m est incōmensurabile l r superficiei: sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est q; ipsæ sunt incōmensurabiles. est enim per primam sexti vna earum ad alteram: sicut linea b f quæ est rationalis in lōgitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum. ex 68 igitur linea p n quæ potest in superficiem a c: est residuum. Et hoc est quod intendimus.

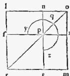
Eucli. ex Zamb. Theorema 67. Propositio 91.

¶Si areola comprætendatur sub rationali & apotomæ prima: 91
quæ areolam potest apotome est.

¶THEON ex Zāb. ¶Comprehendatur etenim areola a b: sub rationali a c, & apotomæ prima a d. Dico q; ipsam a b areolam potens: apotome est. Quoniam apotome est a d: esto eidem congruens per 79 decimi d g. Ipsæ igitur æ g, d g: rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & tota a g: per tertias diffinitiones cōmēsurabilis est ipsi a c expositæ rationali: & a g, ipsa g d per 73 decimi maius potest eo quod fit ex sibi lōgitudine cōmensurabili. Si igitur per 28 sexti quartæ parti eius quod ex d g æquū ad ipsam a g cōparetur deficiens specie a quadrato: in cōmēsurabilia ipsā p 17 decimi diuiserit. Secet per 10 primi d g bifariam in e. & ei quod ex e g æquum ad ipsam a g cōparetur per 28 sexti: deficiēs specie a quadrato. sitq; quod sub a f, f g. cōmensurabilis igitur est a f: ipsi f g. Et per e, f, signa: per 31 primi ipsi a c paralleli excitentur e h, f i. Et

quoniam cõmensurabilis est a g ipsi f g longitudine:& a g igitur vtriq; ipsarũ a f, f g, cõmensurabilis est longitudine. Sed a g cõmensurabilis est ipsi a c.& vtraq; igitur ipsarũ a f, f g: cõmensurabilis est longitudine ipsi a c.& rationalis est a c. rationalis igitur est & vtraq; ipsarum a f, f g. quare & vtrunq; ipsorum a i, f k, rationale est. Et quoniã cõmensurabilis est d e ipsi e g(equales namq;) quæ vero æqualia cõmensurabilia sunt lõgitudine:& d g igitur vtriq; ipsarum d e, e g, longitudine cõmensurabilis est. Rationalis autẽ est d g: et ipsi a c longitudine incõmensurabilis. rationalis igitur est & vtraq; ipsarũ d e, e g:& ipsi a c lõgitudine incõmensurabilis. vtrunq; igitur ipsorum d h, e k: medium est. Apponatur iam/ ipsi quidem a i æquum quadratum l m: ipsi autem f k æquum auferatur communem ipsi l m angulũ habẽs cũ qui sub l o, o m, sitq; n x. circa eundem igitur dimetientem sunt per 26 sexti: ipsa l m, n x, quadrata. sit eorum dimetiẽs o r: ac describatur figura. Quoniam certe rectangulum cõpræhensum sub a f, f g, æquũ est ei quod ex g e quadrato: est igitur per 17 sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g, sic per primam sexti a i ad e k: sicut autem e g ad f g, sic est e k ad k f. Ipsorum igitur a i, k f: mediũ proportionale est e k. est autem ipsorum l m, n x, mediũ proportionale n m: sicut in præcedentibus patuit per lemma 53 decimi. & a i, ipsi quidem l m quadrato æquũ est: at k f, ipsi n x.& e k igitur: ipsi m n est æquale. Sed e k: per 36 primi ipsi d h est æquale.& m n: ipsi l x. Igitur d k: æquum est ipsi y q z gnomoni,& ipsi n x. Est autem & a k: æquũ ipsis l m, n x, quadratis. Reliquum igitur a b: per 43 primi æquum est ipsi s t, hoc est ei quod fit ex l n quadrato. Quod igitur ex l n quadratum: ipsi a b æquum est. Ipsa igitur l n: ipsam a b areolam potest. Dico q; & l n apotome est. Quoniam eni rationalia sunt a i, f k,& æqualia sunt ipsis l m, n x:& vtrũq; igitur ipsorũ l m, n x, rationale est/ hoc est quod fit ex vtraq; ipsarum l o, o n.& vtraq; igitur ipsarum l o, o n: rationalis est. Rursus quoniã d h mediũ est/& ipsi l x est æquale: medium igitur est l x. Et quoniam l x medium est/& n x rationale: incõmensurabile igitur est l x: ipsi n x. Sicut autem l x ad n x: sic est l o ad o n. Incõmensurabilis igitur est per 11 decimi l o: ipsi o n longitudine. Et vtræq; rationales. ipsæ igitur l o, o n: rationales sunt potẽtia tãtum cõmensurabiles. Apotome igitur est per 73 decimi l n:& ipsam a b areolã potest. Quæ igitur ipsam a b areolam potest: apotome est. Si areola igitur cõpręhendatur sub rationali & apotomæ prima: quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.





Eucli. ex Camp. Propositio 87

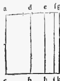
87 SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur: linea in eãdem potens erit residuum mediale primum.

CAMPANVS. In hac quoq; argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

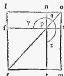
Eucli. ex Zamb. Theorema 68. Propositio 92.

92 Si areola compræhensa fuerit sub rationali & apotomæ secũda: quæ areolam potest mediæ apotome est prima.

THEON ex Zamberto. Areola namq; a b: cõpræhendatur sub rationali a c,& secunda apotomæ a d. Dico q; quæ a b areolã potest: mediæ apotome est prima. Esto enim per 79 decimi ipsi a d cõgruens d g. Ipsæ igitur a g, g d: rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles per tertias diffinitiones. & ipsa d g congruens: cõmensurabilis est ipsi a c expositæ rationali. ipsa vero a g tota/ ipsa congruente g d maius potest: eo quod fit ex sibi commensurabili. Si autẽ quartæ parti eius quod fit ex g d æquum ad ipsam a g cõparetur per 28 sexti specie deficiens a quadrato: ipsam dirimet in cõmensurabilia per 17 decimi. Secetur per 10 primi nempe d g bifariam in e:& ei quod ex e g æquum ad ipsam a g comparetur specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f g. cõmensurabilis igitur est a f: ipsi f g longitudine. Et per ipsa e, f, g, signa: per 31 primi ipsi a c paralleli excitentur e h, f i, g k. Et quoniam per 15 decimi a f ipsi f g longitudine cõmensurabilis est:& a g igitur vtriq; ipsarum a f, f g, longitudine



cōmensurabilis est. Rationalis autē est a g: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. & vtraq; igitur ipsarū a f, f g, rationalis est: & ipsi a c longitudine incōmensurabilis. vtrūq; igitur ipsorū a i, f k: medium est. Rursus quoniā cōmensurabilis est d e ipsi e g: & d g igitur per 6 decimi & per 15 decimi vtriq; ipsarum d e, e g, cōmensurabilis est. Sed d g: ipsi a c longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est vtraq; ipsarum d e, e g: & ipsi a c longitudine cōmensurabilis. igitur & vtrūq; ipsorum d h, e k: per 19 decimi rationale est. Constituatur ergo per 14 secundi ipsi quidem a i æquum quadratum l m: ipsi autem f k æquum auferatur n x, circa eundem existens angulum ipsi l m qui sub l o m. Circa eundem igitur dimetientem sunt ipsa l m, n x, quadrata. Esto per 26 sexti ipsorum dimetiens o r: & describatur figura. Quoniam nempe ipsa a i, f k, media sunt/ & adinuicem cōmensurabilia/ & eis quæ ex l o, o n, sunt æqualia: & quæ igitur ex l o, o n, media sunt. & ipsæ l o, o n, igitur: medię sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et quoniam quod sub a f, f g, æquum est ei quod ex e g: est igitur sicut a f ad e g: sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic a i ad e k. sicut autem e g ad f g: sic e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k: medium proportionale est e k. Sed ipsorum l m, n x, quadratorum: medium proportionale est per lemma 53 decimi m n. & a i quidem æquum est ipsi l m: & f k ipsi n x. Igitur m n: ipsi e k æquum est. Sed ipsi quidem e k, ęquum est d h: at m n, ipsi l x per 36 primi est æquale. Totum igitur d k: æquum est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x. Quoniam ergo totum a k æquum est ipsis l m, n x, quorum d k æquum est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x: reliquū igitur a b ipsi t f est æquale. At t f: ei quod ex l n, quod igitur ex l n: ipsi a b areolæ æquum est. ipsam igitur a b areolam: ipsa l n potest. Dico q̃ l n mediæ apotome est prima. Quoniā enim e k rationale est/ & ipsi n m æquale hoc est ipsi l x: rationale igitur est l x, hoc est ei quod sub l o, o n, per constructionem. Ostensum autem est: q̃ n x medium est. Igitur l x: ipsi n x est incōmensurabile. Sicut autem l x ad n x: sic l o ad o n. Ipsæ igitur l o, o n, longitudine sunt incōmensurabiles. Ipsæ igitur l o, o n, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles/ rationale compræhendentes. Ipsa igitur l n: medię apotome est prima per 74 decimi. Et ipsam a b potest areolā. Igitur quæ ipsam a b areolā potest: medię apotome est prima. Si areola igitur compræhensa fuerit: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendū.



Eucli. ex Camp. Propositio 88

Si linea rationali residuoq; tertio superficies continea- 88
tur: erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

CAMPANVS. Priori demonstrationi insiste: & facile concludes propositum ex diffinitione residui tertij & secunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69. Propositio 93.

Si areola compræhendatur sub rationali & apotomę tertia: 93
quæ areolam potest mediæ apotome est secunda.



THEON ex Zamberto. Areola enim a b: compræhendatur sub rationali a c, & apotomę tertia a d. Dico q̃ quæ ipsam a b areolam potest: mediæ apotome est secunda. Esto itaq; per 79 decimi ipsi a d congruens d g. ipsæ igitur a g, g d, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. & neutra ipsarum a g, g d: ipsi a c expositæ rationali cōmensurabilis est lōgitudine. At per 87 decimi tota a g, ipsa d g congruēte maius potest: eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod fit ex d g æquum ad ipsam a g apponatur specie deficiens a quadrato: in incommensurabilia per 18 decimi ipsam diuiserit. secetur per 10 primi nempe d g bifariam in e. & per 18 sexti ei quod ex e g ęquū ad ipsam a g cōparetur specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f g. Excitenturq; per 31 primi per e, f, g, signa: ipsi a c paralleli e h, f i, g k. cōmensurabiles igitur sunt a f, f g. cōmensurabile igitur est & a i ipsi f k. Et quoniam a f, f g, commensurabiles sunt longitudine: & a g igitur per parabolem vtriq; ipsarum a f, f g, cōmensurabilis est lōgitudine. Rōnalis autē est a g: & ipsi a c lōgitudine incōmēsurabilis. & vtraq; igitur ipsarū a f, f g, rationalis est: & ipsi a c

longitudine incommensurabilis. & vtrũq; igitur ipsorum a i, f k: per 21 decimi medium est. Rursus quoniam cõmensurabilis est d e ipsi e g lõgitudine: & d g igitur vtriq; ipsarum d e, e g, longitudine cõmẽsurabilis est per 16 decimi. Rationalis autẽ est g d: & ipsi a c lõgitudine incõmẽsurabilis, rationalis igitur est & vtraq; ipsarum d e, e g: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. Vtrumq; igitur ipsorum d h, e k: per 21 decimi medium est. Et quoniam a g, g d, potentia tantum sunt cõmensurabiles: incõmensurabilis igitur est longitudine a g ipsi g d. Sed a g, ipsi quidẽ a f lõgitudine cõmensurabilis est; & d g, ipsi e g, incõmensurabilis igitur est a f ipsi e g lõgitudine. Sicut autẽ a f ad e g: sic a i ad e k, incõmẽsurabile igitur est a i: ipsi e k. Cõstituatur igitur per 14 secundi, ipsi quidẽ a i æquum quadratũ l m: ipsi autẽ f k ęquum auferatur n x, circa eundem existens angulũ cũ m l. Circa igitur eunde dimetientẽ: sunt l m & n x. esto per 26 sexti ipsorum dimetiens o r: describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub a f, f g, æquum est ei quod ex e g: est igitur per 17 sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic est a i ad e k: sicut autem e g ad f g, sic est e k ad f k. & sicut igitur a i ad e k: ita e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k, medium proportionale est e k, est autẽ per lẽma 53 decimi ipsorũ l m, n x, quadratorũ: mediũ ꝓportionale m n. & a i, æquũ est ipsi l m: & f k, ipsi n x. Et e k igitur: ęquũ est ipsi m n. Sed m n, ipsi l x est ęquale: & e k, ipsi d h ęquũ est p 26 primi. & totũ igit̃ d k: æquũ est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x. Est aũt & a k: æquũ ipsis l m, n x. reliquum igitur a b: æquum est ipsi f t, hoc est ei quod ex l n quadrato, Igitur ipsa l n: ipsam a b areolam potest. Dico iam ꝙ l n mediæ apotome est secunda. Quoniam enim ostensum est ꝙ a i, f k, media sunt & æqualia eis quæ ex l o, o n: medium igitur est per correlariũ 23 decimi & vtrũq; ipsorum quæ ex l o, o n, media igitur est vtraq; ipsarum l o, o n. Et quoniam a i ipsi f k cõmensurabile est: igitur quod ex l o, ei quod ex o n cõmensurabile est. Rursus quoniam ostensum est ꝙ a i ipsi e k incõmensurabile est: incõmensurabile igitur est l m ipsi m n, hoc est quod ex l o, ei quod sub l o, o n. quare & l o: incõmensurabilis est longitudine ipsi o n. Ipsæ igitur l o, o n: mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico iam ꝙ & medium compræhendunt. Quoniam patuit ꝙ e k medium est, & ei est æquale quod sub l o, o n: medium igitur per correlarium 23 decimi est & quod sub l o, o n. Quare ipsæ l o, o n, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium compręhendentes. Ipsa igitur l n mediæ apotome est secunda per 75 decimi: & ipsam potest a b. Quæ igitur ipsam a b areolam potest: mediæ apotome est secũda. Quod ostendere oportebat.

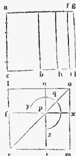
Eucli. ex Camp. Propositio 89.

89 SI fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta: linea super eam potens erit linea minor.

¶CAMPANVS. ¶In hac quoq; nõ aliter procedas q̃ prius. facile erit ibi propositum cõcludere: si præmissam nõ despicis, ex diffinitione residui quarti & secũda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71. & sic patebit ꝓpositũ.

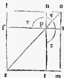
Eucli. ex Zamb. Theorema 70. Propositio 194.

194 ¶Si areola compræhendatur sub rationali & quarta apotomę: quæ areolam potest minor est.



¶THEON ex Zãb. ¶Areola nãq; a b: cõpræhendat̃ sub rõnali a c, & quarta apotomę a d. Dico ꝙ q̃ a b areolã põt: minor est. Sit eni per 80 decimi ipsi a d cõgruẽs d g. ipsę igit̃ a g, g d: rationales sũt potẽtia tm̃ cõmẽsurabiles. & a g: ipsi a c expositę rationali lõgitudine cõmẽsurabilis est. & tota a g: ipsa d g cõgruẽte maius potest eo quod fit ex sibi lõgitudine incõmensurabili. Qm̃ igit̃ p 51 decimi a g ipsa g d maius potest eo qđ fit ex sibi lõgitudine incõmẽsurabili: si igit̃ quartę parti eius qđ ex d g ęquũ ad ipsam a g cõparet̃ per 28 sexti specie deficiẽs a quadrato, in incõmẽsurabilia per 28 decimi ipsã diuiserit. Secet̃ p 10 primi igit̃ d g bifariã in e: & ei qđ ex e g p 28 sexti ęquũ ad ipsam a g cõparetur specie deficiẽs a quadrato, sitq; quod sub a f, f g. Incõmẽsurabilis igit̃ est lõgitudine a f: ipsi f g. Excitentur igitur per 31 primi per e, f, g, signa, paralleli ipsis a c, b d: sintq; e h, f i, g k. Quoniã igitur rationalis est a g, & ipsi a c lõgitu





dine commensurabilis:rationale igitur est totum a k. Rursus quoniam commẽsurabilis est d g ipsi a c longitudine/& vtræq; sunt rationales: medium igitur est d k per 21 decimi. Rursus quoniam incõmensurabilis est a f ipsi f g longitudine; incommensurabile igitur est per 9 decimi & a i ipsi f k. Constituatur igitur per 14 secundi ipsi quidem a i æquum quadratũ l m: ipsi autem f k ęquum auferatur n x. Ad eundem igitur sunt angulum qui sub l, o, m: ipsa l m & n x. circa igitur eundem dimetiẽtem sunt per 26 sexti: ipsa l m, n x, quadrata. Sit ipsorum dimetiẽs o r: describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub a f, f g, æquũ est ei quod ex e g: proportionale igitur est per decimãseptimã sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic a i ad e k. sicut autem per primam sexti e f ad f g: sic e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k, medium proportionale est e k, Ipsorum autem l m, n x, quadratorũ per lẽma 53 decimi medium proportionale est n m. & a i ęquũ est ipsi l m: & f k ipsi n x. & e k igiť: ipsi m n est æquale. Sed ipsi quidẽ e k, æquũ est d h: ipsi autẽ m n, æquũ est l x. Totũ igiť d k: ęquũ est ipsi y q z gnomoni/& ipsi n x. Quontã igiť a k totũ ęquũ est ipsis l m, n x, quadratis/quorũ d k æquũ est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x quadrato: reliquũ igiť a b per secũdã cõmunẽ sentẽtiã ęquũ est ipsi s t hoc est ei qđ fit ex l, n quadrato. Igiť l n: ipsam a b areolã potest. Dico q; l n irrationalis est: appellata minor. Qm̃ eni a k rationale est/& eis est ęquale quæ ex l o, o n, sunt quadratis: conflatum igitur ex iis quæ ex l o, o n, rationale est per diffinitionem. Rursus quontã d k medium est/& d k ęquũ est ei quod bis sub l o, o n: quod igitur bis sub l o, o n, medium est. Et quontã patuit q; a i ipsi f k est incommensurabile: incommensurabile igitur est per 11 decimi quadratum quod ex l o, ei quod ex o n quadrato. Ipsæ igitur l o, o n: per 76 decimi potẽtia sunt incommẽsurabiles/efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur l n, irrationalis est appellata minor: & ipsam areolam a b potest. Quę igitur ipsam a b areolam potest: minor est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 90.

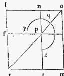
SI fuerit linea rationali residuoq; quinto sup̃ficies cõtẽta: latus eius tetragonicũ/erit cũ rõnali cõponẽs mediale. 90

¶CAMPANVS. ¶Nitere p̃missa argumẽtatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72: quod propositum est concludere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 71. Propositio 95.

¶Si areola compræhendatur sub rationali & quinta apotomæ: quæ areolam potest/est quæ cum rationali medium totum conficit. 95





¶THEON ex Zamberto. ¶Areola etenim a b: compræhendatur sub rationali a c, & quinta apotomæ a d. Dico q; quæ ipsam areolam a b potest: est quę cũ rationali medium totum conficit. Sit namq; per 79 decimi ipsi a d congruens d g. ipsæ igitur a g, g d per 80 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & congruens g d. commensurabilis est longitudine ipsi a c expositæ rationali. Sed tota a g: congruente d g maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili. Si igiť per 28 sexti quartæ parti eius quod ex d g, æquũ ad ipsam a g p 17 decimi cõparetur deficiẽs specie a quadrato: in incõmensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur per decimam primi d g bifariam in e signo: & ei quod ex e g per 28 decimi ęquum ad a g comparetur specie deficiens a quadrato/sitq; quod sub a f, f g. Incommensurabilis igitur est per 9 & 34 decimi a f: ipsi f g longitudine. Excitenturq; per 31 primi per e, f, g, signa ipsi a c paralleli e h, f i, g k. Et quoniam a g ipsi a c longitudine est incommẽsurabilis/& vtræq; sunt rationales: mediũ igiť est a k. Rursus qm̃ d g est rationalis/& ipsi a c lõgitudine cõmensurabilis: rationale igiť est d k. Cõstituať igitur per 14 secundi ipsi quidẽ a i ęquũ quadratũ l m: ipsi autẽ f k æquũ quadratũ auferať n x. Ad eũdẽ angulũ qui sub l, o, m: sũt ipsa l m et n x. ad eãdẽ igitur diametrũ: sũt l m, n x quadrata. Sit p 26 sexti ipsorũ dimetiẽs o r: describaturq; figura. Similiter iã ostẽdemus: q; l n põt ipsã a b areolã, dico q; ipsa l n: est

quæ cum rationali mediũ totũ conficit. Quoniã enim ostensum q̃ a k medium est/& eis sunt æqua quæ ex l o,o n:conflatũ igitur quæ ex l o,o n,mediũ est, per correlariũ 23 decimi. Rursus qm̃ d k rationale est/& ei est æquũ qđ bis sub l o,o n:& quod bis igitur sub l o,o n,rationale est. Et quoniam incommensurabile est a i ipsi f k:incommensurabile igitur est quod ex l o,ei quod ex o n. Ipsæ igitur l o,o n:potentia sunt incommensurabiles/efficientes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ/quod autem bis sub ipsis rationale.reliqua igitur l n per 77 decimi irrationalis est:appellata cum rationali mediũ totum efficiens. Et ipsam a b areolam potest.quæ igitur ipsam a b areolam potest:est quæ cum rationali medium totum efficit.Quod oportuit demonstrare.

Eucli.ex Camp. Propositio 91.

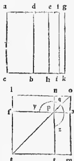
91 SI linea rationali residuoq; sexto superficies contineatur: latus tetragonicum quod super eam potest/cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

¶CAMPANVS.¶Nunc quoq; vltimo quod per hanc dicitur:pręmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 73.In his autem omnibus processum tuum nihil offendere poterit:si primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris / & quid quoq; supponet sollerter attenderis. Qz si forsan de aliquo in quadrato l in te dubitare contigerit:ad suũ æquale in superficie a d tibi recurrẽdũ erit/& pate unt tuo ingenio.

Eucli.ex Zamb. Theorema 62. Propositio 96.

96 ¶Si areola compræhendatur sub rationali & apotomę sexta: quæ areolam potest/est quæ cum medio medium totum efficit.

¶THEON ex Zãb.¶Areola namq; a b:comprehendatur sub rationali a c & apotomæ sexta a d.Dico q̃ quę a b areolam potest:est quę cum medio mediũ totum efficit.Esto enim per 79 decimi ipsi a d cõgruens d g.ipsæ igitur a g, g d,per 90 decimi rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et neutra ipsarum a g,g d,per tertias diffinitiones commensurabilis est ipsi a c expositæ rationali longitudine:& tota a g ipsa d g congruente maius potest eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili.Qm̃ igitur a g ipsa g d maius potest eo qđ fit ex sibi lõgitudine icõmẽsurabili:si igitur per 28 sexti quartę parti eius quod ex d g æquũ ad ipsam a g cõparetur specie deficiẽs a quadrato/in incõmẽsurabilia ipsam p 17 decimi diuidet.Secetur igiť p 10 primi a g bifariã in signo e:& ei quod ex e g per 28 sexti æquũ ad ipsam a g cõpareť specie deficiens a quadrato/sitq; quod sub a f,f g.Incõmensurabilis igitur est per 18 decimi a f:ipsi ipsi f g longitudine.Sicut autem per primam sexti a f ad f g:sic a i ad f k.incommensurabile igitur est per 9 decimi a i ipsi f k.Et quoniam ipsę a g,a c,rationales sunt potentia tantum commensurabiles:medium est a k. Et quoniam ipsæ a c,d g,rationales sunt longitudine incommensurabiles:mediũ est & d k per 21 decimi.Quoniam igitur ipsæ a g,g d,potentia tantum sunt commensurabiles:igitur a g ipsi d g longitudine est incommensurabilis.Sicut autem a g ad g d:sic est a k ad d k.incommensurabile igitur est a k:ipsi k d. Constituatur igitur per 14 secundi ipsi a i,ęquum quadratũ l m:ipsi autem f k, ęquum auferatur n x.circa eundem dimetiẽtem igitur:per 26 sexti sunt ipsa l m,n x,quadrata.esto ipsorũ dimetiẽs o r:describaturq; figura.Similiter iã ex præcedentibus ostendemus:q̃ l n potest ipsam a b areolam.Dico q̃ ipsa l n est quæ cum medio medium totum efficit.Quoniam namq; patuit q̃ a k medium est/& eis est æquale quæ ex l o,o n:conflatum igitur ex ijs quæ ex l o,o n, medium est per correlarium 23 decimi.Rursus quoniam patuit q̃ d k mediũ est/& ei æquale quod bis sub l o,o n:& quod igitur bis sub l o,o n,mediũ est.Et quoniam patuit q̃ a k ipsi d k est incommensurabile:incommensurabilia igitur sunt & quæ ex l o,o n,fiunt quadrata ei quod bis sub l o,o n. Et quoniam a i ipsi f k est incommensurabile:incommensurabile est igitur & quod ex l o ei quod ex o n.Ipsæ l o,o n,igitur per 78 decimi potentia sunt incommensurabiles / efficientes conflatum ex ipsarum quadratis medium/& quod bis sub ipsis medium/insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia



ei quod bis sub ipsis. Ipsa igitur l o irrationalis est: appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendum.

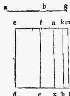
Eucli. ex Camp. Propositio 92.

SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato residui applicetur: alterum latus residuum primum esse necesse est. 92

¶CAMPANVS. ¶Hæ sex sequentes: sunt conuersæ sex præcedētium per ordinem. Huius autē primæ hæc est intētio, q̄ si sit superficies a c adiuncta ad lineam rationalē a b, æqualis quadrato residui quod sit d e: erit eius latus secundū quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuū: linea per cuius abscisionē ipsa d e fuerit residuum. sitq; ei adiuncta e f. eritq; ex 68 vtraq; duarum linearum d f & f e rationalis in potentia/& vna earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e, quod sit e g: & quadratum d e quę posita est esse residuū/quod sit e h. & adijciantur supplementa d k & f l. eritq; quadratum g h tanq̄ quadratum lineæ d f: & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam vtrūq; quadratorum g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineam a b: æqualis quadrato g h. eritq; ob hoc rationalis. quare per 16 linea m n est rationalis in lōgitudine. superficies vero p n sit æqualis quadrato e g: quæ etiam propter hoc erit rationalis. & per 16 linea m n rationalis in longitudine. itaq; tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q: & ducatur q r æquidistans a b. eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum vero est q̄ cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarū linearum d f & f e, & superficies a c sit ęqualis quadrato lineæ d e quod est e h: erit per 7 secūdi superficies residua ex a n quæ est c f æqualis duplo superficiei ex d f in f e. quare & horum dimidia quæ sunt r n & d g: necesse est esse æqualia. Cūq; igit̄ ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportionalis inter duo quadrata g h & g e: erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n. ideoq; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; sit q n dimidium lineę n c, & linea b n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis: sequitur ex prima parte 13 q̄ linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineę secum cōmunicantis in lōgitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19/ex hypothesi autem superficies c r sibi æqualis medialis/& linea c q rationalis in potentia tantum per 20/ideoq; etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis tantum in potentia: quia ergo b n est rationalis in longitudine communicans lineæ a b positæ rationali/& potentior n c in quadrato lineę sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 73. Propositio 97.

¶Quæ ab apotomę ad rationalem comparata latitudo: primā efficit apotomen. 97



¶THEON ex Zāb. ¶Sit apotome a b, rationalis autem sit c d: & ei quod ex a b æquum ad ipsam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Dico q̄ c f est prima apotome. Esto inquā per 79 decimi ipsi a b congruens b g. ipsæ igitur a g, g b, per 80 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidem quod ex a g per 44 primi ęquum/ad ipsam c d comparetur c h: et autem quod ex b g, comparetur k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e ęquum est ei quod ex a b. reliquum igitur f l: æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in signo n: & excitetur per 31 primi per n, ipsi c d parallelus n x. Vtrumq; igitur ipsorum: f x, l n, æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia sunt/& eis quę ex a g, g b, æquū est d m: rationale igit̄ est per diffinitionē decimi d m. Et ad rationalē aopponitur c d: latitudinem efficiēs c m. rōnalis igitur est c m, per 20 decimi: & ipsi c d longitudine incōmensurabilis. Rursus quoniam quod

bis sub a g,g b, medium est per 21 decimi/& ei quod bis sub a g.g b, æquum est f l:medium igitur est f l. Et ad ipsam c d rationalem apponitur: latitudinem efficiens f m.rationalis igitur est f m;& ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam quæ ex a g,g b,rationalia sunt/quod autem bis sub a g, g b,medium est:incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g,g b,ei quod bis sub a g,g b. Et eis quidē quæ ex a g,g b,æquum est c l:ei autem quod bis sub a g,g b,ęquū est f l,incōmensurabile igitur est per 9 decimi d m ipsi f l. Sicut autem per primam sexti d m ad f l:sic est c m ad f m,incommensurabilis igitur est per 13 decimi c m ipsi f m lōgitudine. Et vtræq; sunt rationales, ipsæ igitur c m,m f:per 11 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur c f apotome est. Dico insup q & prima. Qm̄ nēpe eorū q̄ ex a g,g b,mediū pportionale est quod sub a g,g b,& quod ex a g ęquū est ipsi c h, ipsi aūt qđ sub a g,g b,est n l,ei autē quod ex b g æquū est k l:& ipsorū igitur c h,k l, mediū proportionale est n l. Est igitur per 1 sexti sicut c h ad n l:sic est n l ad k l. Sed sicut quidem c h ad n l,sic est c k ad n m:sicut autem n l ad k l,sic est n m ad k m.& sicut igitur per 11 quinti c k ad n m:sic n m ad k m. Quod igitur sub c k,k m:per 17 decimi æquū est ei quod ex n m,hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g et quod ex g b est commensurabile:commensurabile est c h ipsi k l. Sicut autem c h ad k l:sic c k ad k m,commēsurabilis est igitur per 11 decimi c k ipsi k m. Quoniam igitur binę rectæ lineæ sunt inæquales scilicet c m,m f,& quartæ parti eius quod ex f m ęquum ad ipsam c m apponitur specie deficiens a quadrato quod scilicet sub c k,k m,& c k ipsi k m commensurabilis est:ipsa igitur m c,ipsa m f magis potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili. Et c m:commensurabilis est ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f:per 85 decimi apotome est prima. Quæ igitur ex apotomæ ad rationalem comparata latitudo:efficit primam apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 93.

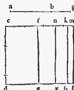
93 CVm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem:alterum latus eius erit residuum secundum.

¶CAMPANVS. ¶Hic erit linea d e residuum mediale primum:& linea e f erit linea illa per cuius abscisionem de fuerat residuum mediale primum. Dico q b c erit residuum secundum. Quod nescire non poteris:si demonstrationi pmissæ (quousq; eā solido amplectaris habitu) institeris/& quales lineas oporteat esse d f & f e vigilanter attenderis. de quo si dubitas: 69 requirenda erit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 74. Propositio 98.

98 ¶Quæ a mediæ apotomæ prima ad rationalem comparata latitudo:secundam efficit apotomen.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit mediæ apotome prima a b:rationalis autem esto c d.& ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d apponatur c e:latitudinem efficiens c f. Dico q c f apotome est secunda. Esto namq; ipsi a b congruens b g. ipsæ igitur a g,g b:mediæ sunt potentia tantum commensurabiles/rationale compræhendentes. Et ei quidem quod ex a g ęquum ad ipsam c d comparetur per 44 primi c h:latitudinem efficiens c k. et autē quod ex g b æquum ad ipsam k h comparetur k l:latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l:æquum est eis quæ ex a g,g b. medium igitur est & c l. Et ad ipsam c d rationalem comparatur:latitudinem efficiens c m. rationalis igitur est & c m:& ipsi c d longitudine incommensurabilis per 22 decimi. Et quoniam c l æquum est eis quæ ex a g,g b,quadratis/quorum quod ex a b æquum est ipsi c e:reliquum igitur quod bis sub a g,g b,æquum est ipsi f l. Rationale autē est quod bis sub a g,g b,cōpręhenditur:rationale igitur & f l. Et ad f e rationalem comparatur:latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per vigesimam decimi & f m:& ipsi c d longitudine commensurabilis.





Quoniam igitur quæ ex a g, g b, hoc est ipsum e l, medium est / quod autem bis sub a g, b g, hoc est ipsum f l rationale: incõmensurabile igitur est per 9 decimi c l ipsi f l. Sicut autem c l ad f l: sic est c m ad f m. incommensurabilis igitur c m: ipsi f m lõgitudine. & vtræq; sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. ipsa igitur c f: apotome est per 73 decimi. Dico etiam q; & secunda. Secetur namq; per 10 primi f m bifariam in n. Exciteturq; per 31 primi per n: ipsi c d parallelus n x. vtrũq; igitur ipsorum f x, n l, æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam per lemma 53 decimi ipsorũ quæ ex a g, g b, quadratorum medium proportionale est quod sub a g, g b, & quod ex a g ęquum est ipsi c h, quod vero sub a g, g b, ipsi n l, quod autem ex b g ipsi k l: & ipsorum igitur c h, k l, medium proportionale est n l per idem lẽma. Est igitur sicut c h ad n l: sic n l ad k l. sed sicut quidem c h ad n l: sic est c k ad n m. sicut autẽ n l ad k l: sic est n m ad m k. Sicut igitur per 11 quinti c k ad n m: sic est n m ad k m. Igitur quod sub c k, k m, per 17 decimi ei est æquum quod ex n m: hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g commensurabile est ei quod ex b g: commensurabile est per primam sexti & 11 decimi & c h ipsi k l, hoc est c k ipsi k m. Quoniam igitur binæ rectæ lineę inæquales sunt c m & m f, quartæ autem parti eius quod ex m f per 17 decimi æquum ad maiorem c m apponitur deficiens specie a quadrato quod scilicet sub c k, k m, & ipsam in commensurabilia dispescit: ipsa igitur c m ipsa m f per eandem maius potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili. Et congruens f m: per 85 decimi est commensurabilis longitudine ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f: apotome est secunda per tertias diffinitiones. Quæ igitur a mediæ apotomę prima ad rationalem comparata latitudo: secundã efficit apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 94.

SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundí 94
applicata fuerit ad lineam rationalem: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

¶CAMPANVS. ¶Hic etiam erit d e residuum mediale secundum: & sequetur vt sit c b residuum tertium. Quod vt facile concludas/primæ domõstrationi insistas: & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70 collige.

Eucli. ex Zamb. Theorema 75. Propositio 99.

¶Quæ a mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparata 99
latitudo: tertiam apotomen conficit.



¶THEON ex Zamberto. ¶Esto mediæ apotomę secunda a b: rationalis autem esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d apponatur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f est apotome tertia. Sit namq; a b congruens b g. ipsæ igitur a g, g b, per 81 decimi mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium compræhendentes. Et ei quidem quod ex a g per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c h: latitudinem efficiens c k. ei autem quod ex b g, per eandem æquum ad ipsam k h comparetur k l: latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b. Et ea quæ ex a g, g b: media sunt. medium igitur est & c l. Et ad ipsam c d apponitur: latitudinem efficiens c m. Rationalis igitur est c m: & ipsi c d longitudine incõmensurabilis. Et quoniam totum c l æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquum igitur l f per 7 secundi æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur igitur per 10 primi f m bifariam in n signo: & ipsi c d per 31 primi parallelus excitetur n x. vtrunq; igitur ipsorum f x, n l: ęquum est ei quod sub a g, g b. Medium autem est quod sub a g, g b. medium igitur est & l f. Et ad ipsam e f comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per 22 decimi f m & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ a g, g b, potentia tantum sunt commensurabiles: incommensurabilis igitur est per 9 decimi a g ipsi g b longitudine. Incommensurabile igitur est & quod ex a g: ei quod sub a g, g b. Sed et quidem quod ex a g, cõmensurabilia sunt quæ ex a g, g b: ei autem quod sub a g, g b: commensurabile est quod bis sub a g, g

b. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g, g b: ei quod bis sub a g, g b. Sed eis quidem quæ ex a g, g b, æquum est c l: ei autẽ quod bis sub a g, g b, æquũ est f l. Incommensurabile igitur est c l: ipsi f l. Sicut autem c l ad f l: sic est per primam sexti & 11 decimi c m ad f m. incommensurabilis igitur est c m: ipsi f m longitudine. Et vtræq; sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f rationales sunt potentia tantum commẽsurabiles. Apotome igitur est c f. Dico q; & tertia. Quoniam enim quod ex a g commensurabile est ei quod ex b g: cõmensurabile igitur est & c h ipsi k l, quare & c k ipsi k m. Et quoniam eorum quæ ex a g, g b, per lemma 53 decimi medium proportionale est quod sub a g, g b, & ei quidẽ quod ex a g æquum est c h, ei autem quod ex g b æquũ est k l, ei autem quod ex a g, g b, æquum est n l: & ipsorũ c h, k l, igitur per lemma 53 decimi medium proportionale est n l. Est autem sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. Sed sicut c h ad n l: sic per primã sexti est c k ad n m. sicut autem n l ad k l: sic est n m ad k m. quod igitur sub c k, k m: æquum est ei quod ex m n, hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquum ad ipsam c m apponitur specie deficiẽs a quadrato/& in cõmensurabilia ipsam diuidit: igitur c m ipsa m f maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. Et ipsorum c m, m f, neutra commensurabilis est longitudine ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f: per 95 decimi apotome est tertia. Quæ igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparata latitudo: efficit tertiam apotomen. quod erat ostẽdendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 95.

95 CVm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris: latus eius secundum erit residuum quartum.

CAMPANVS. Si fuerit de linea minor: asserit hæc 95 q; b c erit residuum quartum. Est autem sumendum ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e: cum d e fuerit linea minor. & est assumendum propositum præmisso modo: excepto q; in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia/quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario in duo commensurabilia. nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum: & ideo earum quadrata cõmunicantia/propter quod & superficies a m & p n quadratis earum ęquales cõmunicantes/quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n. ideoq; fuit in tribus præmissis linea b n potẽtior linea n c: in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia/vt apparet ex 71 & 72 & 73. & ideo earum quadrata/propter quod & superficies a m & p n incõmensurabiles/propter quod & duę lineæ b m & m n incõmensurabiles. ideoq; per primam partem 14. tam in hac q̃ in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potentiorem linea n c: in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cætera perquire vt prius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 76. Propositio 100.

100 A minori ad rationalem comparata latitudo: efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãberto. Sit minor a b: rationalis autẽ esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f apotome est quarta. Sit per 79 decimi ipsi a b congruens b g. Ipsæ igitur a g, g b, per 80 decimi potentia sunt incommensurabiles: efficientes conflatũ ex ijs quæ ex a g, g b, quadrata rationale/quod autẽ bis sub a g, g b, medium. Et ei quidem quod ex a g per 28 sexti ęquum ad ipsam c d comparetur c h, latitudinem efficiens c k: ei autem, quod ex b g æquum esto k h latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l, æquum est eis quod ex a g, g b. & conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, rationale est. rationale igitur est & c l. & ad rationalem c d comparatum: latitudinem efficiẽs c m. rationalis igitur est per 20 decimi c m: & ipsi c d longitudine commensurabilis. Et quoniam totum



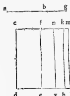
cl æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquũ igitur f l per 7 secundi æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in n signo. Excitetur per 31 primi p n signum: vtrique ipsarũ c d, m l, parallelus n x. vtrunque igitur ipsorum f x, n l: æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam quod bis sub a g, g b, medium est / & ipsi f l æquale: mediũ igitur est & f l. Et ad ipsam f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est f m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum quidem ex ijs quæ ex a g, g b, rationale est / quod autem bis sub a g, g b, medium: incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g, g b, ei quod bis sub a g, g b. At c l, æquum est eis quæ ex a g, g b: ei autẽ quod bis sub a g, g b, æquum est f l. Incõmẽsurabile igitur est per 9 decimi c l ipsi f l. Sicut autẽ c l ad f l: per primam sexti & 11 decimi: sic est c m ad m f. Incommẽsurabilis igitur est c m: ipsi f m longitudine. Et vtræque sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f, per 73 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est c f. Dico quod & quarta. Quoniam enim ipsæ a g, g b, potentia sunt incõmensurabiles: incommensurabile est igitur & quod ex a g ei quod ex g b. Et ei quidem quod ex a g, æquum est c h: ei autem quod ex g b, æquum est & k l. Incommensurabile igitur est c h: ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m. incommensurabilis igitur est per 9 decimi c k ipsi k m longitudine. Et quoniã ipsorum quæ ex a g, g b, medium proportionale est per lẽma 53 decimi quod sub a g, g b, & id quod ex a g æquum est ipsi c h, quod autem ex g b æquum est ipsi k l, quod vero sub a g, g b, æquum est ipsi n l: ipsorum igitur c h, k l, medium proportionale est per idem lemma n l. Est igitur sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. Sed sicut quidem c h ad n l: sic per primam sexti est c k ad k m. sicut autẽ n l ad k l: sic est n m ad k m. & sicut igitur per 11 quinti c k ad m n: sic est m n ad k m. Quod igitur sub c k, k m: æquũ est ei quod ex m n, hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inequales sunt c m & m f, & quartæ parti eius quod ex m f per 17 decimi ad ipsam c m apponitur specie deficiens a quadrato quod scilicet sub c k, k m, & in incommensurabilia ipsam diuidit: ipsa igitur c m, ipsam f maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili. & tota c m: ipsi c d expositæ rationali cõmensurabilis est longitudine. Ipsa igitur c f: apotome est quarta per 85 decimi. A minori ad rationalem igitur comparata latitudo: quartam efficit apotomen. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 96.

Si ad lineam rationalem quadrato lineæ cum rationali constituentis mediale æqualis superficies adiungatur: latus eius / secundum erit residuum quintum. 96

¶CAMPANVS. ¶Pone similiter hic lineam d e esse illam quæ iuncta cum rationali componat totum mediale: & attende ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e. & concludes sine offendiculo / si prius habitæ demõstrationi oportune institeris: lineam b c esse residuum quintum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 77. Propositio 101.



¶Ab ea quæ cum rationali mediũ totum efficit / ad rationalem latitudo comparata: quintam efficit apotomen. 101

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit cum rationali medium totum efficiens a b: rationalis autem esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico quod f c: apotome est quinta. Sit inquã per 77 decimi ipsi a b: congruens b g. Ipsæ igitur a g, g b, rectæ lineæ potentia tantum sunt incommensurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipsarum quadratis mediũ / quod autem bis sub ipsis rationale. Et ei quidẽ quod ex a g, per 44 primi æquũ ad ipsam c d comparetur c h: ei autem quod ex g b, æquum esto k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b. Quod autẽ conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, simul: medium est. mediũ igitur est per 22 decimi c l. Et ad ipsam rationalem c d, apponitur: latitudinem efficiẽs c m. rationalis igitur est c m: & ipsi c d incommensurabilis. Et quoniam totum c l æquũ est ijs quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquum igitur f l

æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur inquam per 10 primi f m bifariam in n: exciteturque per n per 31 primi vtrique ipsarum c d, m l, parallelus n x. Vtrumque igitur ipsorum f x, n l: æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam quod bis sub a g, g b, rationale est & ipsi f l est æquale: rationale igitur est f l. Et ad rationalem e f, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per 20 decimi f m: & ipsi c d longitudine commensurabilis. Et quoniam c l quidem medium est/ at f l rationale: igitur c l ipsi f l est incommensurabile. Sicut autem c l ad f l: sic c m ad m f. incommensurabilis igitur est c m: ipsi m f longitudine. Et vtræque sunt rationales. ipsæ igitur c m, m f: per 73 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur c f apotome est. Dico & quinta. Similiter namque ostendemus quod quod sub c k, k m: æquum est ei quod ex n m, hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b est incommensurabile/ quod vero ex a g æquum est ipsi c h, quod autem ex g b ipsi k l: incommensurabile igitur est c h ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m. Igitur c k: ipsi k m longitudine est incommensurabilis. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquum ad ipsam c m apponitur specie deficiens a quadrato/ & in incommensurabilia ipsam diuidit: igitur per 85 decimi c m, ipsa in f maius potest eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili. Et congruens f m: ipsi c d rationali expositæ est commensurabilis. Igitur c f: est apotome quinta. Ab ea igitur quæ cum rationali medium totum: & reliqua quæ sequuntur. Quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 97.

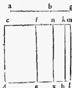
97 SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

CAMPANVS. Nunc vltimo conuenit lineam d e esse illam: quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. cui adiuncta linea e f (quæ videlicet sit illa per cuius abscisionem linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris/ prioremque argumentationem firma mente tenueris: sine obice quoque lineam b c esse residuum sextum concludere poteris. Si autem forsassis in aliquo te hæsitare contigerit: quicquid illud fuerit de quadrato g h, ad sibi æqualem superficiem a n conferendum erit. & sic patebit propositum nostrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 78. Propositio 102.

102 Ab ea quæ cum medio medium totum efficit/ ad rationalem comparata latitudo: efficit sextam apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit cum medio medium totum efficiens a b: rationalis autem esto c d. & ei quidem quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d, comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico quod c f sexta est apotome. Sit inquam per 84 decimi ipsi a b congruens b g. ipsæ igitur a g, g b, potentia sunt incommensurabiles: efficientes conflatum quidem ex iis quæ ab ipsis sunt quadratis medium/ & quod bis sub a g, g b, medium/ insuper incommensurabilia quæ ex a g, g b, ei quod bis sub a g, g b. Comparetur inquam ad ipsam c d, ei quidem quod ex a g æquum c h: latitudinem efficiens c k. ei autem quod ex b g: sit k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b. Igitur c l medium est. Et ad rationalem c d, comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur est per 22 decimi c m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Quoniam igitur c l æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquum igitur f l æquum est ei quod bis sub a g, g b. Et quod bis sub a g, g b, medium est. & f l igitur medium est. Et ad ipsam f e, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per 22 decimi f m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam quæ ex a g, g b, incommensurabilia sunt ei quod bis sub a g, g b, & eis quidem quæ ex a g, g b, æquum est c l, ei vero quod bis sub a g, g b, æquum est f l: incommensurabile igitur est c l ipsi f l. Sicut autem c l ad f l: sic est c m ad f m. incommensurabilis igitur est per 9 decimi c m ipsi m f longitudine. Et vtræque sunt rationales. ipsæ igitur c m, m f: rationales sunt po-



tentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est c f per 73 decimi. Dico q & sexta. Quoniam f l æquum est ei quod bis sub a g, g b: secetur per 10 primi in n ipsa f m bifariam/exciteturq; per 31 primi per n ad ipsam c d parallelus n x. Verunq; igitur ipsorum f x, n l: æquum est ei quod bis sub a g, g b. Et quoniam ipsæ a g, g b, potentia sunt incommensurabiles: incōmēsurabile igitur est quod ex a g, et quod ex g b. Sed et quidem quod ex a g, æquum est c h: ei autē quod ex g b, æquum est k l. incommensurabile igitur est c h: ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m. incōmensurabilis igitur est per 9 decimi c k: ipsi k m. Et quoniam eorū quæ ex a g, g b, medium proportionale est per lemma 5 decimi quod sub a g, g b, & quod ex a g æquum est ipsi c h, et autem quod ex g b æquum est k l, et vero quod sub a g, g b, æquū est n l: ipsorum igitur c h, k l, mediū est ꝓportionale n l. Est igiť sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. & id propterea iam per 85 decimi c m, ipsam f m atius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili: & ipsarum neutra ipsi c d expositæ rationali est commensurabilis. ipsa igitur c f: sexta est apotome. Ab ea igitur quæ cum medio: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 98.

Omnis linea residuo commensurabilis: ipsa quoq; in termino & ordine est idem residuum. 98

¶CAMPANVS. ¶Quod 60 & quatuor eā sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; proposuerūt: hæc 98 & quatuor eam sequētes de residuo suisq; quinq; comitibus verum esse proponunt. quibus qui usq; ad solitum habitum institerit: has ignorare non poterit. Quicquid autē in illis de communicantia in longitudine & potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cōmunicans in longitudine siue in potentia tantum: ipsa etiā est residuum. Sed si cōmunicat in longitudine: non solum est ipsa residuum/sed etiam eiusdē speciei residuum. verbi gratia. linea cōmunicans in longitudine residuo primo: est residuum primū. & secundo cōmunicans: est secundum. sic quoq; in cæteris. Q autem linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum / sed non eiusdem speciei. imo impossibile est: ut linea cōmunicans in potētia tantū residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto/cadat simul cum eo sub eadem specie. sed necesse est ut ambo cadant simul sub tribus primis speciebus: aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exēpli gratia/a residuū: cui cōmunicet b in longitudine. dico q b erit residuum eiusdē speciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & c illa sit per cuius abscisionem a fuit residuum. Et ad b adiūgatur alia quæ sit d: ad quā sic se habeat b sicut a ad c. sitq; cōposita ex a & c, e: composita vero ex b & d, sit f. eritq; ex permutata proportionalitate a ad b: sicut c ad d. & per 13 quinti erit e ad f: sicut a ad b, vel sicut c ad d. Cum itaq; a cōmunicet cum b: erit per 10 c cōmunicans cum d, & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d: sequitur per 12 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineę sibi cōmunicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis/sit similiter f potētior d. At quoniam omnis linea cōmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico: quia ambæ erunt rationales in longitudine/ vel ambę in potētia tantum/sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuum eiusdem speciei cum a. Si autem b communicat in potentia tantum cum a: ipsa quoq; erit residuum. non tamen eiusdem speciei necessario: sed quē admodum dictum est. cuius demonstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt: colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79. Propositio 103.

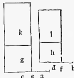
¶Quæ ipsi apotomę longitudine est commensurabilis: apotome est & in ordine eadem. 103

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit apotome a b: & ipsi a b longitudine commensurabilis esto c d. Dico q & c d apotome est: & in ordine eadem. Quoniā enim a b apotome est: sit ei congruens per 79 decimi b e. Ipsæ igitur a e, e b,

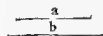
per eandem rationales sunt potentia tantum commẽsurabiles. Et in ipsius a b ad c d ratione: eadẽ fiat ratio ipsius b e ad d f. Et qm̃ sicut per 12 quinti vnũ ad vnum/omnia sunt ad omnia; est igitur & sicut tota a e ad totam c f, sic est a b ad c d. Commensurabilis autem est a b ipsi c d longitudine. commensurabilis igitur est per 11 decimi/& a e ipsi c f:& b e ipsi d f. Et ipsæ a e, e b, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. & ipsæ igitur c f, f d, rationales sunt potentia tantum commẽsurabiles. Apotome igitur est c d. Dico etiam q; in ordine eadem ipsi a b. Quoniam est sicut a e ad c f, sic est b e ad d f: vicissim igitur per 16 quinti est sicut a e ad e b, sic est c f ad d f. Iam ipsa a e: ipsa e b aut maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili/aut eo quod fit ex sibi incommensurabili. Si quidem a e, ipsa e b maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili:& c f, ipsa f d per 14 decimi maius poterit eo quod fit ex sibi commensurabili. Et si quidem cõmensurabilis est a b ipsi expositę rationali lõgitudine:& per 13 decimi c f quoq;. si vero b e:& d f etiam. si autem neutra ipsarum a e, e b:& neutra ipsarũ c f, f d. Si vero a e, ipsa e b maius poterit eo quod fit ex sibi incommẽsurabili:& c f, ipsa f d maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Et si a e ipsi expositæ rationali commensurabilis est longitudine:& c f per 13 decimi. si autẽ b e:& d f etiã. si vero neutra ipsarũ a e, e b: neutra etiam ipsarũ c f, d f. Igitur c d apotome est:& ipsi a b in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ:& reliqua quæ sequuntur. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 99.

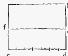
99 Mnis linea vtrilibet residuo mediali communicans: est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.



¶CAMPANVS. ¶Verum est quod dicitur: siue cõmunicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine/ siue in potentia. Sit enim a vtrunlibet residuum mediale: cui b cõmunicet in longitudine vel potẽtia. Dico q; b est etiam residuum mediale: quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a:& sit c per cuius abscisionẽ a fuit residuũ mediale. Et ad b adiũgatur alia quę sit d: sitq; b ad d, sicut a ad c. totaq; composita ex a & c, sit e:& ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d: quæ sint g & h, & superficies e in c: sit k, & f in d: sit l. Et quia est vt prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autẽ e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70: sequitur ex 21 vt f & d eis cõmunicantes sint etiam mediales potentia tantum communicantes. Constat autem ex prima sexti: q; sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d: sequitur vt sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l: sicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h: sequitur vt k cõmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiã per diffinitionem l rationalis. quare per 69 b etiam est residuum mediale primum. Si autem k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq; b per 70 residuũ mediale secundum. Quare constat propositum.

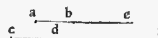


¶IDEM aliter. ¶Si linea b cõmunicat cum linea a (quæ est vtrunlibet residuũ mediale) in lõgitudine vel in potẽtia: sit superficies c e adiuncta ad lineam rationalẽ c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b. eruntq; ob hoc c e & f g communicantes: quemadmodum & quadrata linearum a & b eis æqualia. ideoq; per primam sexti & 10 huius: d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93/& si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94/at cum d e est residuum secundum linea e g est etiam residuũ secundum/& cum illa est tertiũ similiter & hęc est tertium per 98: sequitur itaq; ex 87 & 88/vt b sit residuum mediale primum aut secundum / prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.

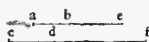


Eucli. ex Zamb. Theorema 80. Propositio 104.

104 ¶Mediæ apotomę commensurabilis: mediæ apotome est/& in ordine eadem.



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit mediæ apotome a b:& ipsi a b commensurabilis esto c d. Dico q; & c d mediæ apotome est: & in ordine eadem ipsi a b.

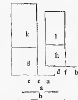


Quoniam enim mediæ apotome est a b:esto ei congruens per 80 decimi ipsa b e.ipsæ igitur a e,e b,mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. fiatq; per 12 sexti sicut a b ad c d,sic b e ad d f.commensurabilis igitur est per 6 decimi & a e ipsi c f:& b e ipsi d f.Ipsæ autem a e,e b, mediæ sunt potentia tantū commensurabiles,Ipsæ igitur c f,f d,mediæ sunt in potētia tantū commensurabiles.mediæ igitur apotome est per 74 & 75 decimi c d.Ostendendum est q̃ & in ordine eadem est ipsi a b.Quoniam enim est sicut a e ad e b sic c f ad f d, sed sicut quidem a e ad e b sic quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sicut autem c f ad f d sic quod ex c f ad id quod sub c f,f d:est igitur per 11 quinti & sicut quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sic quod ex c f ad id quod sub c f,f d. Et vicissim per 16 quinti/sicut quod ex c d ad id quod ex f c:sic quod sub a e,e b, ad id quod sub c f,f d.Commensurabile autem est quod ex a e:ei quod ex c f. cōmensurabile igitur est & quod sub a e,e b: ei quod sub c f,f d.Si quidē igitur quod sub a e,e b,rationale est:rationale est & quod sub c f,f d.Si autē medium est quod sub a e,e b:medium est & quod sub c f,f d.mediæ igitur apotome est c d:& ipsi a b in ordine eadem. Quod erat ostendendum:sicut theorema proponit.

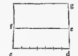
Eucli. ex Camp. Propositio 100.



SI linea aliqua lineę minori cōmunicet:ipsa quoq; erit linea minor. 100

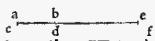


CAMPANUS. Facile est hanc probare duplici modo sicut præmissam:siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine/siue in potētia. Hoc autem apposito / quantum ad primum modum q̃ cum sit f ad d sicut e ad c: erit ex secunda parte 18 sexti quadratum f ad quadratum d sicut quadratum e ad quadratum c.& coniunctum quadrata duarum linearum f & d ad quadratū d:sicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c.& permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c:sicut quadratum d ad quadratum c.Cōmunicat autem quadratum d:cum quadrato c.ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta:cōmunicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis.Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta sūt rationale:erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearū f & d pariter accepta rationale. Cumq; sit superficies k medialis:erit etiam l sibi cōmunicans medialis.igitur ex 71 b est linea minor. Quātum autem ad secundū modū: erit per 95 linea d e residuum quartum.ideoq; per 98 & linea e g erit etiam residuum quartum.ideoq; etiā per 89 linea b est linea minor.



Eucli.ex Zamb. Theorema 81. Propositio 105.

Minori commensurabilis:minor est. 105



THEON ex Zamberto. Sit minor a b:& ipsi a b commēsurabilis esto c d.Dico q̃ c d minor est.Fiāt inquā supradicta.Et quoniam ipsæ a e,e b,potentia sunt incommensurabiles:& ipsæ c f,f d,potentia sunt incommensurabiles.Quoniam igitur est sicut a e ad e b sic est c f ad f d:est igitur per 22 sexti & sicut quod ex a e ad id quod ex e b,sic est quod ex c f ad id quod ex f d.Componendo igitur per 18 quinti est sicut quod ex a e,e b,ad id quod ex e b:sic est quod ex c f,f d,ad id quod ex f d.& vicissim per 16 quinti.Commensurabile autem est per 6 decimi quod ex b e:ei quod ex d f.commensurabile igitur est & conflatum ex ipsarū a e,e b,quadratis:conflato ex ipsarū c f,f d,quadratis. Rationale autē est per 22 decimi conflatū ex ipsarūa e,e b,quadratis.rationale igit̄ est p correlariū 23 decimi & 11 quīti & cōflatū ex ipsarū c f,f d,quadratis.Rursus quoniam est sicut quod ex a e ad id quod sub a e,e b,sic quod ex c f ad id quod sub c f,f d,& vicissim/ cōmēsurabile autem est per 6 decimi quod ex a e quadratum ei quod ex c f quadrato:cōmensurabile igitur est quod sub a e,e b,ei quod sub c f,f d.Medium autem quod sub a e,e b : medium itidem quod sub c f,f d. Ipsæ igitur c f,f d,per 82 decimi sunt incommensurabiles: efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale/quod vero sub ipsis medium.Ipsa igitur c d:minor est.Minori commensurabilis igitur:& quæ sequuntur.Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 101.

101 OMnis linea cõmunicans lineę cum rationali componenti mediale: est cum rationali componens mediale.

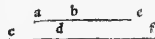
Figura ppõnis 100.

CAMPANVS. Hanc quoq; duplici prædicto modo non est difficile probare: siue de cõmunicantia in longitudine siue cõmunicãtia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ/ erũt duo quadrata duarum linearũ f & d pariter accepta mediale per 21: quemadmodum sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72/ quibus ipsa cõmunicant. & superficies l erit rationalis: per diffinitionem, quemadmodũ est superficies k ex 72 cui ipsa cõmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cõponens mediale. Quantũ ad secundum modum: erit d e residuum quintum ex 69: ideoq; & e g ex 98. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Eucli. ex Zamb. Theorema 82. Propositio 106.

106 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis: & eadem cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zãb. Esto cum rationali mediũ totum efficiens a b: & ipsi a b cõmensurabilis esto c d. Dico q; c d est cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquam per 79 decimi ipsi a b congruens b e. Ipsæ igitur a e, e b, per 80 decimi potentia sunt incõmensurabiles/ efficiẽtes quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ quod autẽ sub ipsis rationale. & eadẽ cõstruãtur. Similiter rã ostẽdemus ex pcedẽtibus: q; ipsę c f, f d, in eadẽ sũt ratione ipsis a e, e b. & cõflatũ quidẽ ex ipsarũ a e, e b, quadratis cõmẽsurabile est cõflato ex iis q̃ ex c f, f d, quadratis: qđ autẽ sub a e, e b, ei qđ sub c f, f d. Quare & ipsę c f, f d, potẽtia sũt icõmẽsurabiles: efficiẽtes cõflatũ qdẽ ex ipsarũ c f, f d, quadratis mediũ/ quod autẽ sub ipsis rationale. Ipsa igitur c est cum rationali totum efficiens mediũ. Cum rationali ergo medium totũ efficiẽti: & quæ sequũtur reliqua. Quod ostẽdere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 102.

102 OMnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituenti mediale: est cum mediali constituens mediale.

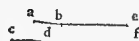
Figura eadem

CAMP. Hic quoq; pone lineã aliquã cõmunicare cum ea quæ cum mediali cõponit mediale/ indifferẽter in longitudine vel potẽtia tantũ prout volueris: & duplici modo præmisso sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum/ superficies l medialis quemadmodum & k: & duo quoq; quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarũ linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l: cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73/ neq; duo secunda cõmunicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cũ mediali componens mediale. Quantũ autẽ ad secundũ modũ/ erit d e residuũ sextũ ex 97: ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali componens mediale ex 91.

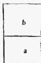
Eucli. ex Zamb. Theorema 83. Propositio 107.

107 Cum medio medium totum efficienti commensurabilis: & eadem cum medio medium totum efficiens est.

THEON ex Zamberto. Esto cũ medio mediũ totũ efficiẽs a b: & ipsi a b cõmẽsurabilis esto c d. Dico q; c d cũ medio mediũ totũ efficiẽs est. Sit per 78 decimi ipsi a b congruẽs b e. & eadẽ cõstruãtur. Ipsæ igitur a e, e b, per eãdem potẽtia sunt incõmensurabiles: efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ/ & quod sub ipsis mediũ/ & insuper incõmensurabile conflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis ei quod sub ipsis. Sũtq; sicut ostensum est/ ipsę a e, e b, cõmẽsurabiles ipsis c f, f d: & cõflatũ ex ipsarũ a e, e b, quadratis cõflato ex iis quę ex c f, f d, quod autẽ sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Et ipsæ igit̃ c f, f d, potẽtia sũt incõmẽsurabiles: efficiẽtes cõflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ/ & quod sub ipsis mediũ/ & insuper incõmẽsurabile cõflatũ ex ipsarũ quadratis ei quod sub ipsis. Igitur c d: cum medio mediũ totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.

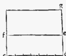


Eucli. ex Camp. Propositio 103.



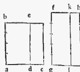
SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur: linea in reliquam superficiem potens/erit alterutra duarũ irrationalium aut residuum aut linea minor. 103

¶CAMPANVS. ¶Sit enim tota superficies constans ex a & b, rationalis: a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico q linea potens in a reliquum: aut est residuum aut linea minor. Esto namq; linea c d rationalis: superficiesq; c e sibi adiuncta sit tanq̃ a, & f g tanq̃ b, & tota c g sicut tota a b. eritq; c g rationalis: ideoq; per 16 linea d g rationalis in lõgitudine. & f g erit medialis: ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum. est igitur ex diffinitione linea d e: residuum primum aut quartũ. ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem: est residuum aut linea minor. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 84. Propositio 108.

¶A rationali/media ablata: reliquam areolam potens/ vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor. 108



¶THEON ex Zãb. ¶A rationali inquã b c auferatur media b d. Dico q quæ reliquam areolam e c potest: vna duarum irrationalium gignitur/vel apotome vel minor. Exponatur enim rationalis f g: & ipsi per 44 primi æquum ad ipsam f g, comparetur rectangulum parallelogrammum g h. Ipsi autem d b æquũ auferatur g k. reliquum igitur e c: per tertiã cõmunem sententiam æquum est ipsi l h. Quoniam igitur b c rationale est/medium autem b d, æquum vero b c ipsi g h, & b d ipsi g k: rationale igitur est g h, medium autem g k. Et ad ipsam f g comparatur rationalem. rationalis igitur est per 20 decimi f h: & ipsi f g cõmensurabilis longitudine. rationalis autem per 22 decimi f k: & incommensurabilis longitudine ipsi f g. Incommensurabilis igitur est per lemma 12 decimi f h ipsi f k longitudine. Et vtræq; rationales. ipsæ igitur f h, f k, rationales sũt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est f k: congruens autem ei est k h. At f h: ipsa k f, aut maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili/aut eo quod ex sibi incommensurabili. Possit prius eo quod ex sibi commensurabili & tota h f. cõmẽsurabilis autẽ est ipsi ipsi f g expositę rõnali lõgitudine. apotome igit̃ prima est k h p tertias diffinitiones & 85 decimi. Areolã aũt sub rationali & apotomę prima cõpręhẽsam potẽs: apotome est per 91 decimi. Quæ igit̃ l h, hoc est e c potest: apotome est. Si autem h f, ipsa f k maius potest eo quod ex sibi incommensurabili/& tota f h commensurabilis est longitudine expositæ rationali f g: apotome quarta est k h. Areolam autem sub rationali & apotomæ quarta compræhensam potens: minor est per 94 decimi. A rationali media ablata igitur: reliquam/ & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

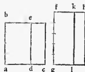
Eucli. ex Camp. Propositio 104.

SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur: linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum/aut residuum mediale primum/aut cum rationali componens mediale. 104

¶CAMPANVS. ¶Hæc quoq; sicut pręmissa probatur. Erit enim tota a b medialis: b autem rationalis. & tũc dico q quod in a reliquũ potest: aut est residuũ mediale primum/aut cũ rationali cõponẽs mediale. Cum enim c g ęqualis sit a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tãtum. & cum sit f g æqualis b: erit per 16 linea e g rationalis in longitudine. ergo a diffinitione erit linea d e: residuum secũdum aut quintum. quare per 87 & 90 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a: est residuum mediale primum/aut cum rationali componens mediale. Quod est propositum nostrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 85. Propositio 109.

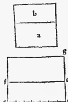
¶A medio/rationali sublato: aliæ duæ irrationales fiunt/ vel mediæ apotome prima/ vel cum rationali medium totum efficiẽs. 109



¶THEON ex Zamberto. ¶A medio inquam b c rationale auferatur b d. Dico q; quæ reliquum potest e c: vna duarum irrationalium gignitur / aut mediæ apotome prima / aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis f g: & comparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidem f h: & ipsi f g longitudine incommensurabilis. Rationalis autem est per 22 decimi k f: & ipsi longitudine commensurabilis. Ipsę igitur f h, f k: per 20 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ipsa k h. Congruens autem est f k. At h f: ipsa f k vel maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / vel eo quod ex incommensurabili. Si quidem h f, ipsa f k maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / & congruens est per 80 decimi f k commensurabilis ipsi f g expositę rationali longitudine: ipsa k h apotome est secūda per tertias diffinitiones. Rationalis autem est f g. Quæ autē potest quod sub rationali & apotomæ secunda fit: mediæ apotome est prima per 92 decimi. Quare l h, hoc est e c potēs: mediæ apotome est prima. Si autem h f, ipsa f k maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili / & f k congruens est commensurabilis longitudine ipsi f g expositę rationali: apotome quinta est k h. Quare ipsam e c potens: per 95 cum rationali medium totū efficiens est. A medio igitur / rationali sublato: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 105.

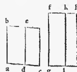
105 SI superficies medialis de supficie mediali detrahatur / fueritq; reliqua toti incommensurabilis: quæ in ipsam reliquam potest / alterutra erit duarum irrationalium / videlicet aut residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale.



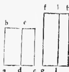
¶CAMPANVS. ¶Si a duatum præmissarum demonstratione non deuias: concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota a b & b mediales. & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim: esset a medialis ex 21 / & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico q; linea potens in a: est residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c g æqualis a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. per eandem quoq; cum sit f g æqualis b: erit etiam e g rationalis in potentia tantum. & cum sit a incommensurabilis toti a b: erit f g incommensurabilis c g. ideoq; per primam sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g. igitur a diffinitione linea d e: erit residuum tertium / aut sextum. quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a: est residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 86. Propositio 110.

110 ¶A medio / medio ablato incommensurabili toti: reliquæ duæ irrationales fiunt / vel mediæ apotome secunda / vel cum medio medium efficiens.



¶THEON ex Zamberto. ¶Auferatur enim sicut in præcedētibus descriptionibus / a medio b c: medium b d incommensurabile toti. Dico q; quæ e c potest: vna est duarum irrationalium / aut mediæ apotome secunda / vel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est per 22 decimi vtrūq; ipsorum b c, b d, & b c ipsi b d est incommensurabile: erit per consequens rationalis vtraq; ipsarum f h, f k, & ipsi f g longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est b c ipsi b d, hoc est g h ipsi g k: incommēsurabilis est per primam sexti & 11 decimi / & f h ipsi f k. & ipsæ igitur f h, f k, per 73 rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est k h: congruens autem est f k. At f h: ipsa f k maius potest aut eo quod fit ex sibi commensurabili / aut eo quod fit ex sibi incommēsurabili. Si quidem igitur



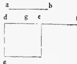
h f, ipsa f k maius potest eo quod ex sibi sit commensurabili/ & neutra ipsarũ h f, f k, commensurabilis est ipsi f g expositæ rationali longitudine: apotome tertia est ipsa k h. Rationalis autem k l. Quod autem sub rationali & apotome tertia compræhensum rectangulum: irrationale est. & quæ illud potest irrationalis est: appellaturque mediæ apotome secũda per 93 decimi. quare l h, hoc est e c, potẽs: mediæ est apotome secunda. Si autem h f ipsa f k maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili longitudine/ et neutra ipsarum h f, f k, ipsi f g longitudine est commensurabilis: apotome sexta est k h. Quæ autem potest id quod sub rationali & apotomæ sexta: est cum medio medium totum efficiens. quare quæ ipsum l h, hoc est e c potest: cum medio medium totum efficiens est per 96 decimi. A medio igitur/ medio ablato: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 106.

Linearum irrationalium quæ sunt residuum & post ipsam subsecutæ/ vllã: alij termino & ordine subesse impossibile est. residuo quoq; binomij terminum vel ordinem conuenire: non est possibile. 106

CAMPANVS. Vult autem per hãc 106: q residuum/ & aliæ quinq; lineæ irrationales eam sequentes differunt specie & diffinitione adinuicẽ/ & nulla linea vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus harum sex linearũ irrationalium quę sunt residuum & eius quinq; comites. & q omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomij/ nec est possibile lineam vnam simul esse residuum & binomiũ cuiuscunq; speciei residui vel binomij. Pars prima sic constat: quoniam superficies ęquales quadratis residui & suarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem habent secunda latera necessario diuersa abinuicem ex 92 & quinq; eam sequentibus. sunt autem secunda latera: residuũ primum & secundum & deinceps vsq; ad sextum. Secunda pars cõstat hoc modo. Si eadẽ linea põt esse simul residuũ & binomiũ: sit a cuius quadrato supficies ęqualis adiungatur ad rationalem lineam b c, sitq; b d. eritq; ex 54 linea c d binomium primum: & ex 92 residuum primum. inquantum ergo binomium primũ: diuidatur in suas binomiales portiones ad pũctum e, sitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem. inquantum autem est residuum primum: ei adiungatur d g, per cuius abscisionem fuerat residuum primum. eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in lõgitudine. Cum itaq; sit vtraq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine: erit etiam per 9 linea e g rationalis in lõgitudine. At quia linea d e est rationalis in potentia tantum cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomij primi: erit per 68 linea d g residuum. & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum/ cum per eius abscisionem esset linea c d residuum: sequitur impossibile per 68. Quod vt clarius pateat: esto superficies b d adiũcta ad lineam rationalem b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; linea d g sit rationalis in potentia: erit per 16 linea c d rationalis in lõgitudine. At cum etiam linea d g sit residuum: erit ex 92 linea c d residuum primum. quod esse non potest: cum linea quæ dicitur residuum/ sit irrationalis per 68.

Eucli. ex Zamb. Theorema 87. Propositio 111.



Apotome: non est eadem ei quæ ex binis nominibus. 111

THEON ex Zãb. Esto apotome a b. Dico q a b non est eadem ei quę ex binis nominibus. Si enim possibile: esto, exponatur rationalis d c. Et ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur rectangulum c e: latitudinem efficiens d e. Quoniam igitur apotome est a b: apotome igitur est per 93 decimi prima ipsa d e. Esto ei per 79 decimi congruẽs: e f. ipsæ igit̃ d f, e f, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles: & d f ipsa f e maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. & d f commensurabilis est ipsi d c expositæ rationali longitudine. Rursus quoniam ex binis nominibus est a b: ex binis igitur nominibus est prima per 60 decimi ipsa d e. Diuidatur per 42 decimi in nomina in g: sitq; maius nomen d g. ipsæ igitur d g & g e: rationales sunt po-

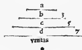
tentia tantum commensurabiles. & d g: ipsa g e maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. & d g: commensurabilis est longitudine ipsi d c expositæ rationali. & d f igitur ipsi d g longitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur d f: per 12 decimi cõmensurabilis est longitudine ipsa d f. Quoniã igitur d f ipsi g f est commensurabilis/rationalis autem est d f: rationalis igitur est & g f. Quoniam igitur commensurabilis est d f ipsi g f, incommensurabilis autem est d f ipsi f e: incommensurabilis igitur est longitudine f g ipsi e f. & sunt rationales. Ipsæ igitur g f, f e, rationales sunt potentia tãtum commensurabiles. Apotome igitur est per 73 decimi e g. sed & rationalis. quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quę ex binis nominibus. Quod erat ostẽdendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 107.

107 Inea quæ residuum dicitur/ vllave irrationalium quæ post eam sunt: nequit esse sub termino binomij/aut sub termino & ordine vllius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci: non est possibile vllam earum cum ea quæ pręcesserit in termino & ordine conuenire.

¶CAMP. ¶ Vult per hãc vltimã libri decimi: q; tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõstratũ est (& ipsæ sunt linea medialis/binomiũ & eius quinq; comites residuum & eius quinq; comites) sint abinuicem singulæ a singulis specie differentes. & q; nulla linea vna potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earũ, & q; species linearũ irrationaliũ possunt in infinitum produci; quarum nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Q; autem hæ tredecim lineæ/videlicet medialis/binomium & eius quinq; cõmites/residuum & eius quinq; comites/sint irrationales: demonstratum esse superius memento. de mediali quidẽ: ex 19. de binomio autẽ & eius quinq; comitibus: ex 30 & quinq; eam sequentibus. at vero de residuo suisq; quinq; comitibus: ex 68 & quinq; eam sequentibus. Nullam autem harum tredecim linearum irrationalium posse conuenire in specie cum aliqua aliarum: sic colligε. Esto enim vt ad vnam eandemq; lineam rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irrationalium: secundum q; ordine se inuicem sequuntur. eritq; ex 20 secundum latus primæ istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequentium: rationale in potentia tantum. Secũda autem latera secundæ istarum tredecim superficierũ & quinq; eam sequentium esse omnes species binomiorum per ordinem/ videlicet binomium primum/secundum & deinceps vsq; ad sextum: ex 54 & quinq; eam sequentibus demonstratum esse memineris. Secũda vero latera octauę superficiei & quinq; eam sequẽtium: sunt species residuorum in ordine/videlicet residuum primum & residuum secundum & deinceps vsq; ad sextum. quod ex 91 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum/quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 68 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia/& cum nulla species residuorũ conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi: sequitur vt omnia secunda latera harum tredecim superficierum sint abinuicem diuersa. ideoq; per primam sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ: cum earum omnium altitudo sit vna. quare etiam hæ tredecim lineę irrationales propositæ: sunt singulæ a singulis diuersæ.

¶Possunt autẽ harũ tredecim linearũ irrationaliũ species: in infinitum produci. infinitę enim sunt species linearũ medialium infinitæ quoq; binomiorũ: & sic de singolis. Quod hoc modo cõstat. Esto linea a: medialis. sumaturq; vnitas & quotlibet numeri primi vt 3,5,& 7: & sint totidẽ lineæ b,c,d, quot sunt sumpti numeri primi. sintq; quadrata istarũ linearũ b,c,d, ad quadratũ a: sicut hi numeri primi ad vnitatem. eruntq; lineæ b,c,d, mediales ex 21: quoniã ipsę cõ



a
b
c
d

municant in potentia cũ linea a mediali. Omnes autẽ erũt diuersæ in longitudine ab a, & a se inuicẽ per vltimã partẽ 7: quoniã nullius istorũ numerorũ ad vnitatẽ nec alicuius eorũ ad alterũ per 16 & 8 & correlariũ secũdę octaui & pręsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. erit ergo a, & õnes sibi cõicantes in lõgitudine: sub prima specie linearũ medialiũ. b vero & õnes sibi cõicantes in lõgitudine: sub secunda. c autẽ & oẽs eidẽ cõicãtes vel cõmensurabiles: sub tertia. d quoq; & õnes sibi cõicantes in lõgitudine: sub quarta. Et quia numeri primi sũt infiniti vt ex 21 noni didicisti: necesse est species linearũ medialiũ esse infinitas. Qđ aũt est dictũ de linea mediali: intellige de binomio suisq; qnq; comitibus / & residuo suisq; qnq; comitibus. nã sicut oĩs linea cõicãs mediali est medialis / siue cõicet ei in lõgitudine siue in potentia vt probatũ est in 21: ita etiã omnis linea cõicans binomio aut alicui suatum quinq; comitũ / vel etiã residuo aut alicui suarũ quinq; comitũ in lõgitudine vel in potẽtia / est secũ sub eadẽ specie / vt probatũ est in 60 & quatuor eã sequẽtibus / & 98 & quatuor eã sequẽtibus. Sũt igit̃ spẽs harũ tredecim linearũ irrõnaliũ ĩ finitæ: quarũ nulla conueniet cũ p̄cedẽti in ordine vel diffinitione.

Conuenit quoq; aliter demonstrare: species linearum irrationalium esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ a numero non quadrato: est irrationale per vltimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearũ irrationaliũ infinitę.

Tertio modo contingit secundam partem huius vltimæ conclusionis libri decimi sic exponi. vt dicamus ab vnaquaq; linea rationali in potentia tantum / infinitas linearum irrationalium species produci: quarũ nullã cum aliqua earũ quæ ipsam præcesserint / possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua supficies rationalis dicta a numero nõ quadrato vt 5. eritq; latus eius tetragonicum irrationale in lõgitudine: quoniam ipsum est incõmensurabile lateri tetragonico supficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex vltima parte 7. Dico ergo q; huius lateris latus / itẽq; secundi lateris latus / & rursus huius tertij lateris latus / & sic in infinitũ / sũt lineæ irrõnales tã in longitudine q̃ in potentia: & q; nulla earũ cõuenit diffinitione vel specie cum aliqua quę eã præcesserit in ordine. estq; latus tetragonicũ præmissę superficiei quæcũq; dicta fuerit a numero non quadrato earũ omniũ sicut radix & principium / & quęlibet ipsarũ est principium omniũ ipsam sequentiũ. & quæcũq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscuntur: diuersę sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ a quoq̃ alio tetragonico lateris talis superficiei generantur. Et hoc dico: cũ ipsarũ superficierũ non fuerit proportio sicut numerorũ quadratorum. Hæc autem vt possimus firma demonstratione colligere: antecedens ad ipsa præmittere oportet. Sitq; istud.
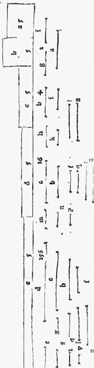
k 1296
a 81 b 16
e 36
c 9 d 4
h 6
f 3 g 2

Quibuslibet duobus inuicẽ ductis si quid licet producatur: quota latera tetragonica duorum pręcedentiũ inuicem duces / totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

Verbi gratia. Sit vt ex a in b sit k. at c & d sint latera tetragonica a & b: fiat autẽ e, ex c in d. sintq; iterũ f & g latera tetragonica c & d: & fiat h ex f in g. Dico q; h est latus tetragonicũ e: & q; e rursus est latus tetragonicũ k. Cũ eni ex f in se & in g fiant c & h: erit c ad h sicut f ad g. sed & sit h ad d, sicut f ad g: eo q; ex g in f & in se fiũt h & d. sunt igit̃ c, h, d, cõtinue proportionales. Itaq; ex h in se: quãtũ ex c ĩ d. quare h: est latus tetragonicũ e. Eadẽ quoq; ratione cũ ex c in se sit a, & in d sit e, & ex d ĩ se sit b: erũt etiã a, e, b, cõtinue ꝓportionales in ꝓportione c ad d. Cũ igit̃ ex a in b sit k: seqt̃ etiã vt ex e in se sit k. quare e est lat9 tetragonicũ k. Cõstat itaq; qđ dicit̃. Restat itaq; demõstrare qđ ꝓpositũ est.

Sit igitur superficies a, rationalis / dicta a numero nõ quadrato vt 5: sitq; linea a, eius tetragonicũ latus. & sumãtur quotlibet lineę rationales in lõgitudine q̃ sint b, c, d, e. Sintq; dictę a numeris quorũ q̃sq; p̄cedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequẽtis. vt si b sit 2 / c 4 / d 16 / e vero 256. ad has autẽ lineas rõnales in lõgitudine / adiũgatur supficies ęqualis a: erũtq; secũda latera singularũ rationalia ĩ lõgitudine p 16. vt secundũ latus b: 2 & dimidiũ. secundũ c: vnũ & quarta. secundũ vero d: vna quarta & vna 16. at vero superficiei e secũdũ latus:

erit vna 64 & vna 256. Sit ergo f tetragonicū latus b: g vero sit tetragonicū latus secundi lateris superficiei b. eritq; per præmissam antecedēs vt ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicū latus secundi lateris c: k quoq; sit tetragonicū latus h. eritq; per prædictū antecedens vt ex b in h sit a: & ex f in k sit tetragonicū latus a/quod sit l. Sit iterū m tetragonicū latus secūdi lateris superficiei d. sed cū n sit tetragonicū latus m, & p tetragonicū n: eritq; per prędictū ācedens vt ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicū latus l qđ sit q. Amplius autē sit r: tetragonicū latus lateris secundi superficiei e. sit quoq; s tetragonicum r & t s, sit & v tetragonicū t. sequiturq; per dictū antecedens: vt ex d in r fiat a. & ex c in s l. & ex b in t: sit q. & etiam ex f in v: tetragonicū latus q, quod sit x. & sic in infinitum. Dico ergo has lineas a, l, q, x, quarū a est tanq̄ radicale principium/esse irrationales: a quidē in longitudine tantum: cæterę vero in longitudine & in potētia. & dico ꝙ nulla earū conuenit cū alia in diffinitione vel ordine. Cum eni ex f in g & k, fiant a & l: erit a ad l, sicut g ad k. Et quia vt patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incōmensurabiles in longitudine & in potentia: sequitur etiā vt a & l sint incōmensurabiles in lōgitudine & in potētia. Eadē ratione a & q. est eni a ad q: sicut g ad p. Et propter eandē causam etiā a & x: cū sint sicut g & v. Et hac via quoq; necesse est: vt l & q sint simpliciter incōmensurabiles tam in longitudine q̄ in potentia. cum eni ex f in k & p, fiant l & q: erit l ad q, vt k ad p. At k & p nec cōmēsurabiles sūt i lōgitudine nec in potētia. Si enim sint: erunt h & n commensurabiles. sed non sunt. at vero l & x oportet esse vtroq; modo incōmensurabiles. est enim l ad x, sicut k ad v: eo ꝙ ex f in k & v, fiunt l & x. Sunt autē k & v: vtroq; modo incommensurabiles. si n autem accidet d & h esse commensurabiles. quod est inconuentens. q vero & x ꝙ sint quoq; incommensurabiles potentia & longitudine, ex eo patet: ꝙ est q ad x sicut p ad q. constat autē ꝙ p & v sunt incommensurales. nam si non: erunt n & c commensurabiles. ideoq; m & s. sed non sunt. ¶Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommēsurabiles. & ideo diffinitione & specie differētes: produci ex linea a rationali in potentia tātū. Restat aūt nūc ostēdere ꝙ q̄cūq; irrōnales lineę ab aliq̄ linea rōnali in potētia tāū hac via generantur: diuersæ sunt ab omnibus tā in lōgitudine q̄ in potentia quæ a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum/hac eadem via egrediuntur. hocquoq; sic constat. Sint a & b rationales in potentia tantū siue tetragonica latera duarū superficierū dictarum a numeris non quadratis. sitq; vt illi numeri nō sint in proportione aliquorū numerorum quadratorum. lineæ quoq; quæ procedunt hac via ab a sint c, d, e, & a b procedāt f, g, h. Dico ꝙ nulla ex lineis c, d, e, cōmunicat in longitudine vel potentia cū aliqua ex lineis f, g, h. cum enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h tetragonica d & g: nō est possibile vt aliqua ex c, d, e, cōmunicet cum sua cōpari ex f, g, h, vel longitudine vel potentia. Si enim alterutro modo cōmunicet e cū h: sequitur vt d cōmunicet cum g, & c cum f. quare & a cum b etiam in lōgitudine. quod est cōtra hypothesin. Vniuersaliter aūt verū est dicere quālibet harū esse vtroq; modo incōmēsurabilē cuilibet istarum. Dato namq; ꝙ d cōmunicet cum h etiam in potētia tantum: sequitur vt c quoq; cōmunicet cum g & a cum f. quod non est possibile. Attendere autē oportet: ꝙ cum dico latus lateris/nihil aliud intelligo q̄ latus superficiei denominatæ a latere priori. vnde tetragonicū latus lineæ a voco lineā illam quæ potest in superficiem dictā a linea a. talis autem superficies est q̄ cōtinet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ sit linea a/cuius tetragonicum latus volo inuenire/b vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate & ipsa est minima omnium linearum rationalium numeratarū ab integris: medio loco proportionalis inter eas sit c. est igitur per 16 sexti c tetragonicum latus a. idem enim fit ex a in b & ex c in se. At vero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid eni a quolibet in vnum ducto producitur: ab eo quod vnum multiplicat denominatur. Et nota ꝙ cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a: indifferenter contingit lineam c esse maiorem linea a & minorem/prout b etiā fuerit maior aut minor.



THEON ex Zamberto.

¶Apotome & quæ post eã irrationales: neq; mediæ neq; adinuicẽ sunt eędẽ.

¶A media namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationalẽ & ei ad quam apponitur longitudine incommensurabilem per 22 decimi.

¶Ab apotome vero ad rationalem latitudo comparata: primam efficit apotomen per 97 decimi.

¶A mediæ autem apotome prima ad rationalem apposita latitudo: secundam efficit apotomen per 98 decimi.

¶A mediæ secunda apotome ad rationalem apposita latitudo: tertiam efficit apotomen per 99 decimi.

¶A minori ad rationalem apposita latitudo: quartam efficit apotomen pee 100 decimi.

¶Ab efficiente cum rationali medium totum ad rationalem apposita latitudo: efficit quintam apotomen per 101 decimi.

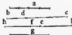
¶Ab efficienti vero cum medio medium totum ad rationalem comparata latitudo: sextam efficit apotomen per 102

¶Quoniam igitur prædictæ latitudines a prima & adinuicẽ differunt (a prima quidem quoniam rationalis est/adinuicem vero quia in ordine non sunt eædem) patet φ & ipsæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniam ostensum est per 111 decimi φ apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus/ad rationalem autẽ apposita latitudinem efficiunt: quæ sane post apotomen apotomas/consequenter vnaquæq; quę in ordine circa eandem/quæ vero post eas quæ ex binis nominibus eas quæ ex binis nominibus/& easdẽ ordine consequenter: aliæ igitur sunt quæ post apotomen/& aliæ quę post eam quę ex binis nominibus est. vt omnes irrationales sint hæ videlicet.

1 Media.	7 Bina potens media.
2 Ex binis nominibus.	8 Apotome.
3 Ex binis prima medijs.	9 Mediæ prima apotome.
4 Ex binis secunda medijs.	10 Mediæ secunda apotome.
5 Maior.	11 Minor
6 Rationale mediumq; potens.	12 Cum rationali mediũ totũ efficiẽs.
	13 Cum medio mediũ totum efficiens.

Eucli ex Zamb. Theorema 88. Propositio 112.

¶A rationali ad irrationalẽ eã q̃ ex binis nominibus apposita latitudo: efficit apotomen cuius noĩa cõmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est/& in eadem ratione. & insuper apotome quæ gignitur: eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est. 112



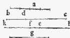
¶THEON ex Zamberto. ¶Sit rationalis quidem a: ex binis vero nominibus sit b c, cuius maius nomẽ esto d c. & ei quod ex a: æquũ esto id quod sub b c, e f. Dico φ ipsa e f apotome est: cuius noĩa cõmensurabilia sunt ipsis c d, d b, & in eadẽ ratione/& insuper e f eandẽ rationẽ habet ipsi b c. Sit enim rursus ei qđ ex a: æquũ id quod sub b d, g. Quoniam igitur quod sub b c, e f, æquum est ei quod sub b d, d g: est igĩ p 14 quinti sicut c b ad b d, sic est g ad e f. maior autem est c b ipsa b d. maior igitur & g ipsa e f. Isto ipsi g æqualis e h. Est igitur per 7 & 11 quinti sicut c b ad b d: sic est h e ad e f. manifestũ igitur est per 17 quinti: φ sicut c d ad d b, sic est h f ad f e. Fiat sicut h f ad f e: sic f k ad k e. et tota igitur h k: per 12 quinti ad totã k f est sicut f k ad k e. Sicut enim vnũ antecedentiũ ad vnũ consequẽtiũ: sic omnia antecedẽtia ad oĩa sequẽtia. Sicut autẽ per 12 quinti f k ad k e: sic est c d ad d b. & sicut igitur per 11 quinti h k ad k f, sic c d ad d b. cõmensurabile autẽ est per 11 decimi quod ex c d: ei quod ex b d. cõmẽsurabile igĩ est & quod ex h k: ei qood ex f k. Et est sicut per 22 sexti quod ex h k ad id quod ex k f: sic est h k ad k e. Et quoniã ipsę tres h k, k f, k e, sunt proportionales: cõmensurabilis igitur est per 11 decimi h k ipsi k e lõgitudine. quare & h e ipsi e k lõgitudine est cõmensurabilis. Et quoniã per correlariũ 20 sexti quod ex a æquũ est ei quod sub e h, b d, rationale autem est id

quod ex a:rationale igitur est & id quod sub e h,b d. Et ad ipsam b d rationalẽ apponitur,rationalis igitur est & e h:& ipsi b d lõgitudine cõmẽsurabilis.quare & ei cõmensurabilis e k,rationalis est:& ipsi b d lõgitudine cõmensurabilis. Quoniã igitur est sicut c d ad d b sic est f k ad k e,ipsę autẽ c d,d b,potẽtia tãtum cõmensurabiles:& ipsæ igitur f k,k e,per 11 decimi potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles,Rationalis autẽ est k e:& ipsi b d lõgitudine cõmensurabilis. Rõnalis igiẽ est et f k:& ipsi c d lõgitudine cõmẽsurabilis.Ipsę igiẽ f k,k e,rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles per 11 decimi.Igiẽ f e apotome est.Verũ c d:ipsa d b,aut maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili/aut quod fit ex sibi incommẽsurabili.Si quidem c d,ipsa d b maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili:& f k per 13 decimi ipsa k e maius potest eo quod fit ex sibi cõmẽsurabili.Et si c d,ipsi expositę rationali cõmẽsurabilis est lõgitudine:& f k.si autẽ d b:& k e.si vero neutra ipsarũ c d,d b:& neutra ipsarũ f k,k e.Si autẽ c d,ipsa b d maius potest eo quod gignitur ex sibi incõmẽsurabili:& f k,ipsa k e maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili.Et si quidẽ c d cõmẽsurabilis est ipsi expositæ rationali lõgitudine:& f k.si autẽ b d:& k e. si vero neutra ipsarũ c d,d b:& neutra ipsarũ f k,k e.Quare ipsa f e apotome est: cuius nomina f k,k e,cõmensurabilia sunt eis nominibus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis c d,b d,& in eadem ratione/& eundem habet ordinem ipsi b c.A rationali igitur & reliqua.Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 89. Propositio 113.

113 A rationali ad apotomen comparata latitudo: efficit eam quę ex binis nominibus cuius nomina commensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus/& in eadem ratione.& insuper quę gignitur ex binis nominibus:ipsi apotomæ eundem obtinet ordinem.
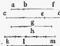
❡THEON ex Zãberto. ❡Esto rationalis quidẽ a:apotome autẽ sit b d.& ei quidẽ quod ex a,æquũ esto quod sub b d,k h: vt quæ ex a rationali ad ipsam b d apotomen cõparata latitudo efficiat ipsam k h.Dico ꝙ k h ex binis nominibus est/cuius noia cõmẽsurabilia sunt eis quæ ipsius b d sunt nominibus/& in eadẽ ratione:& ꝙ ipsa k h eundẽ habebit ordinẽ ipsi b d. Sit inquã per 80 decimi ipsi b d cõgruẽs d c.Ipsæ igiẽ b c,c d:p 80 decimi rationales sunt potẽtia tm̃ cõmẽsurabiles.Et ei quod ex a,æquũ esto id qđ sub b c,g:& ad rationalem b c cõparatũ,rationalis igiẽ est per diffinitionẽ decimi g:& ipsi b c lõgitudine cõmensurabilis.Quoniã igiẽ per 20 decimi quod sub b c,g,ęquũ ei quod sub b d,k h:proportionale igitur est per 26 sexti sicut b c ad b d,sic est k h ad g. maior autẽ est b c:ipsa b d. maior igiẽ est & k h:ipsa g. Exponaẽ per 2 primi ipsi g æqualis k e.Cõmensurabilis per 12 decimi igitur est k e ipsi b c longitudine.Et quoniã est sicut c b ad b d sic est h k ad k e:cõuertẽdo igitur est per correlarium 18 quinti sicut b c ad c d,sic est k h ad h e. Eiat per 12 quinti sicut k h ad h e:sic h f ad f e.& reliqua igitur k f ad h f:est sicut k h ad h e,hoc est sicut b c ad c d,Ipsæ autẽ b c,c d,potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles.& ipsæ igiẽ k f,f h:per 11 decimi potentia tantũ sunt cõmensurabiles.Et quoniã est sicut k h ad h e sic k f ad h f,sed sicut k h ad h e sic h f ad f e:& sicut igitur per 11 quinti k f ad f h,sic h f ad f e.Quare per correlariũ 19 sexti & sicut prima ad tertiã: sic quod ex prima ad id qđ ex secũda.& sicut igitur per 11 quinti k f ad f h,& h f ad f e:sic qđ ex k f ad id qđ sub e f,f h.cõmẽsurabile autẽ est per 9 decimi qđ ex k f,ei quod sub e f,f h.Ipsæ igitur k f & e h:potẽtia sunt cõmensurabiles. cõmensurabilis igitur est k f:ipsi f e lõgitudine.quare & e h:ipsi f e lõgitudine cõmensurabilis est.Rationalis autẽ est per 12 decimi k f:& ipsi b c lõgitudine cõmensurabilis. Et quoniã est sicut b c ad c d sic k f ad f h,vicissim quoq; p 16 quinti & sicut b c ad k f sic d c ad f h,cõmensurabilis autẽ est b c ipsi k f:commensurabilis igitur est & f h ipsi c d.Ipsæ autẽ b c,c d:rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles.& ipsæ igitur k f,f h,rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles.Ex binis igitur nominibus est k h.Si quidẽ igitur b c, ipsa b d maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili:& k f,ipsa f h maius potest eo quod fit ex sibi cõmensurabili.Et si b c cõmensurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rationali:& f h quoq;.si autẽ neutra ipsarũ b c,c d:& neutra ipsarũ k f,f h.



Si vero b c ipsa c d maius potest eo quod fit ex sibi incõmensurabili: & k f ipsa f h maius poterit eo quod ex sibi fit incõmẽsurabili. Et si b c ipsi expositæ rationali cõmensurabilis est lõgitudine: & k f, si autẽ c d: & f h, si vero neutra ipsarũ b c, c d: & neutra ipsarũ k f, f h. Ex binis nominibus igiẽ est k h: cuius nomina k f, f h, cõmẽsurabilia sunt ipsis b c, c d, noibus ipsius apotomes & in eadẽ ratione. & insuper k h: ipsi b c eundẽ habebit ordinẽ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90. Propositio 114

℄ Si areola compræhendatur sub apotomæ & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina commensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus/& in eadem ratione: quæ areolam potest rationalis est. 114

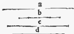


℄THEON ex Zamb. ℄Compræhendatur areola sub apotomæ a b, & ea quę ex binis nominibus c d: sintq; eius quæ ex binis nominibus noia c e, e d, per 113 decimi cõmensurabilia ipsius apotomes noibus a f, f b, & in eadẽ ratione. Sitq; potens id quod sub a b, c d: ipsa g. Dico q̈ ipsa g rationalis est. Exponatẽ eni rationalis h: & ei quod ex h æquũ ad ipsam c d cõpareẽ/latitudinẽ; efficiẽs k l. igitur ipsa k l: apotome est per 113 decimi cuius noia sint k m, m l, cõmensurabilia noibus eius quæ ex binis nominibus hoc est ipsis c e, e d, & in eadem ratione. Iam & ipsæ c e, e d: per 12 decimi cõmensurabiles sunt ipsis a f, f b, & in eadẽ ratione. est igiẽ sicut a f ad f b: sic est k m ad m l. vicissim igiẽ per 16 quinti est sicut a f ad k m: sic est b f ad l m. & reliqua igiẽ a b per 12 quinti ad reliquã k l est: sicut a f ad k m. Cõmensurabilis autẽ est a f ipsi k m. cõmensurabilis igitur est per 9 decimi & a b ipsi k l. Estq; per cõstructionẽ sicut a b ad k l: sic est quod sub c d, a b, ad id quod sub c d, k l. Cõmẽsurabile igitur est & quod sub c d, a b: ei quod sub c d, k l. Aequum autem est id quod sub c d, k l: ei quod ex h. cõmẽsurabile igitur est quod sub c d, a b: ei quod ex h. Quod autẽ sub c d, a b: ęquũ est ei quod ex g. cõmẽsurabile igiẽ est et q̃d ex g: ei quod ex h. Rationale autẽ est est id q̃d ex h. rationale igitur est & id q̃d ex g. Rationalis igiẽ est per diffinitionẽ decimi g. & ipsam põt areolã quæ sub c d, a b. Si areola igitur cõpræhendatur sub apotomę: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendũ.

℄CORRELARIVM. ℄Fitq; nobis & id propterea manifestum: q̈ possibile est rationalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 91. Propositio 115.

℄A media infinitæ irrationales fiunt: & nulla vlli eorúm quæ prius est eadem. 115



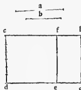
℄THEON ex Zãb. Esto media a. Dico q̈ ab a infinitæ irrationales fiũt: & nulla vlli earũ quæ prius est eadẽ. Exponatur rationalis b: & ei quod sub b a per 14 secũdi ęquũ esto id quod ex c. Igitur c irrationalis est. Quod autẽ sub irrationali & rationali per lẽma 38 decimi irrationale est: & nulli earũ quæ prius est eadẽ. Quæ autẽ ex nulla earũ quæ prius ad rationalẽ apposita latitudo: mediã efficit. Rursus iam ei quod sub b c: æquũ esto id quod ex d. Irrationale igitur est id quod ex d. irrationalis igitur d: & nulli eorũ quæ prius eadẽ est. Quæ autẽ a nulla earũ quæ prius ad rationalẽ apposita latitudo: efficit c. Similiter quoq; iam & huiusmodi ordo sequetur: si in infinitũ extendas. manifestũ est igiẽ q̈ a media infinitæ fiunt irrationales: & nulli earum quæ prius ęedem.



℄ALITER. ℄Esto media a c. Dico q̈ ab a c, infinitę sunt irrationales: & nulli earũ quũ prius eędẽ. Excitetur per 11 primi ipsi a c ad angulos rectos a b. sit rationalis a b. cõpleaturq; b c. irrationale igitur est per 11 decimi b c: & ipsũ potens irrationalis est. Possit autẽ per lẽma 38 decimi ipsum c d. igitur c d est irrationalis & nulli earũ quæ prius eadẽ est. a nulla autẽ earũ quæ prius ad rationalẽ apposita latitudo: mediã efficit. Rursus cõpleatur e d. irrationale igitur est e d: & ipsum potens irrationalis est, possit autem ipsum d f. irrationalis igitur est d f: & nulli earum quæ prius eadem. A nulla autem ipsarum quæ prius ad rationalem apposita latitudo: efficit c d. a media igitur infinitę irrationales: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 92. Propoſitio 116.

Zamb. 105.

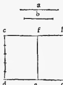


116 ¶ Minori commenſurabilis: minor eſt.

¶ THEON ex Zãb. ¶ Eſto minor a: et ipſi a cõmẽſurabilis eſto ꝑ 11 decimi b. Dico ꝙ b minor eſt. Exponatᷣ c d rationalis: & ei qđ ex a per 44 primi ęquũ ad ipſam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Apotome igitur eſt c f. Ei autẽ quod ex b, per eandẽ æquũ ad ipſam f e cõparetur f g: latitudinẽ efficiẽs f h. Quoniã igiť cõmẽſurabilis eſt a ipſi b: cõmenſurabile igiť eſt & quod ex a ei quod ex b. Sed ei quidẽ quod ex a, æquũ eſt c e: ei autẽ quod ex b, æquũ eſt f g. cõmenſurabile igiť eſt c e: ipſi f g. Sicut autẽ c e ad f g: ſic eſt c f ad f h. Cõmẽſurabilis igiť eſt c f: ipſi f h lõgitudine. Apotome autẽ quarta eſt per 100 decimi ipſa c f. Igiť & f h: quarta eſt apotome. Rõnalis autẽ eſt f e. Si vero areola cõpræhẽdatur ſub rationali & quarta apotomę: q̃ areolã poteſt minor eſt per 94 decimi. Ipſam autem f g areolam: ipſa b poteſt. ergo b minor eſt. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 93. Propoſitio 117.

Zamb 106.



117 ¶ Cum rationali medium totum efficienti commẽſurabilis: cum rationali medium totum efficiens eſt.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit cũ rationali mediũ totũ efficiens a: cõmẽſurabilis autẽ ei eſto b. Dico ꝙ b cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Exponatᷣ rationalis c d: & ei quidẽ quod ex a æquũ ad ipſam c d cõparetur c e, latitudinẽ efficiens c f. Apotome igitur eſt quinta ipſa c f per 102 decimi. Ei autẽ quod ex b per 44 primi æquũ ad ipſam f e cõparetur f g: latitudinẽ efficiẽs f h. Quoniã igitur cõmenſurabilis eſt a ipſi b: cõmenſurabile igitur eſt id quod ex a ei quod ex b. Sed ei quidẽ quod ex a, æquũ eſt c e: ei vero quod ex b, æquũ eſt f g. Igitur c e: ipſi f g eſt cõmenſurabile. Cõmenſurabilis igitur eſt c f: ipſi f h longitudine. Quinta autem apotome eſt c f. Apotome igitur quinta eſt: & f h. Rationalis autẽ f e. Si vero areola cõpræhendatur ſub rationali & apotomę quinta: q̃ areolam poteſt: cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt per 95 decimi. Poteſt autẽ ipſum f g: ipſa b. Igitur b: cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Quod erat oſtẽdendũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 94. Propoſitio 118.

f . . h . . . e
g . . .



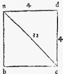
118 ¶ Propoſitum nobis ſit oſtendere: ꝙ in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Eſto quadratũ a b c d: dimetiens vero illius ſit a c. Dico: ꝙ a c ipſi a b lõgitudine eſt incõmenſurabilis. Si enim poſſibile: ſit commẽſurabilis. Dico ꝙ eueniet: ꝙ par numerus & impar erũt idẽ. Manifeſtũ quidẽ igiť per 47 primi: ꝙ id quod ex a c duplũ eſt eius quod ex a b. Et quoniam c a ipſi a b cõmenſurabilis eſt: igitur c a ad a b rationẽ habet quã numerus ad numerũ per 5 decimi. habeat autẽ: quã e f ad g. Sintq; e f, g, minimi eandẽ rationẽ habentiũ eis. Igitur e f nõ eſt vnitas. Si enim e f eſt vnitas: & rationẽ habet ad g quã a c ad a b, & maior eſt a c ipſa a b: maior igitur eſt e f vnitas ipſo g numero. quod eſt impoſſibile. Igiť e f nõ eſt vnitas. numerus igitur. Et quoniam eſt ſicut a c ad b ſic eſt e f ad g: & ſicut igitur per 15 quinti quod ex c a ad id quod ex a b, ſic qđ ex e f ad id quod ex g. Duplum autẽ eſt qđ ex c a eius quod ex a b. Duplũ igitur eſt & qđ ex e f: eius quod ex g. par igitur eſt id qđ ex e f. quare & ipſe e f par eſt. Si enim impar eſſet: & quod ex eo quadratum impar eſſet per vigeſimãnonam noni. quippe quoniã ſi quilibet numeri impares compoſiti fuerint, multitudoq; fuerit impar: & totus impar eſt. Igitur e f par eſt. Secetur per 10 primi e f bifariã in h. Et quoniã ipſi e f, g, numeri minimi ſunt eandẽ eis habentiũ rationẽ: & primi ſũt adinuicẽ per 24 ſeptimi. & e f: par eſt. Impar igitur eſt g. Si enĩ eſſet par: ipſos e f, g, metiretur binarius. omnis etenĩ par: habet partes dimidias primas adinuicẽ exiſtentes. quod eſt impoſſibile. Igitur g non eſt par. Et quoniã ipſius e h duplus eſt e f: quadruplus igiť eſt qui ex e f, eius quod ex e h. Duplus aũt qui ex e f eius qui ex g. duplus igitur qui ex g: eius quod ex h e. Igitur qui ex g par eſt. & par igitur g per ea quæ dicta ſunt. ſed & impar. quod eſt impoſſibile. Igitur c a: ipſi a b longitudine non eſt commenſurabilis. incommenſurabilis igitur.

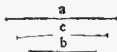


¶Ostendendum & aliter: ꝙ incommensurabilis est quadrati dimetiens lateri. Sit inquam pro dimetiente/a: pro latere vero/ sit b. Dico ꝙ a: ipsi b lōgitudine est incōmēsurabilis. Si enim possibile: sit cōmensurabilis. Fiatq; rursus sicut a ad b: sic e f ad g, sintq; minimi eandē eisdem habentium rationem: ipsi e f, g. Igitur ipsi e f, g: primi sunt adinuicē. Dico primum ꝙ g non est vnitas. Si enī possibile: esto vnitas. Et quoniā est sicut a ad b sic est e f ad g: & sicut igitur per 11 & 15 quinti quod ex a ad id quod ex b, sic quod ex e f ab id quod ex g. Duplum autē est id quod ex a: eius quod ex b. Duplus igitur & qui ex e f: eius qui ex g. Et g vnitas est. Igitur e f binarius est quadratus. Quod est impossibile. Igitur g nō est vnitas, numerus igitur. Et quoniam est sicut quod ex a ad id quod ex b sic qui ex e f ad eum qui ex g, & rursus sicut quod ex b ad id quod ex a sic qui ex g ad eum qui ex e f, metitur autem quod ex b id quod ex a, metitur autem & qui ex g quadratus eum qui ex e f, quare & latus idem g ipsum e f metitur/ metitur autem & seipsum g: igitur g ipsos e f, g, metitur qui primi sunt adinuicem. Quod est impossibile. Igitur a : ipsi b non est commensurabilis, incommensurabilis igitur. Quod ostendere oportuit.

¶Priorum dilucidior explanatio.



¶Sit quadratū a b c d: dimetiens vero ipsius sit a c. Manifestū est ꝙ isosceles est triangulū c d a, æquū habēs d a ipsi d c: similiterq; triāgulū isosceles est a b c. Sit igitur d a vnitatū 4. siue pedum: sicq; & c d, quatuor. quare manifestum est ꝙ qđ ex d a quadratū: est vnitatū siue pedū 16. sic etiā & quod ex c d: 16 est vnitatū siue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū est eis quæ sunt ex d a, c d, quēadmodum ex 47 primi perspicuū est: manifestum est ꝙ id quod ex a c est duplum eius quod ex d a. At id quod ex d a: est vnitatum 16. id igitur quod ex dimetiente: 32 erit/ in dupla quidē. At quoniā longitudine cōmensurabiles lineæ sunt quas aliqua magnitudo metitur earumq; quadrata rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum/ at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur/ neq; quæ ex eis quadrata sunt rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum (nullum enim quadratum alterius quadratū duplum est) incōmensurabilis igitur est longitudine dimetiēs lateri. efficiēs enim 32 siue latus/ est vnitatum 5 & minutorum 39: quæ 5, 39, ac 4, nullam habent communem mensuram. quare 32 ad 16 sicut dictum est rationem non habet qualem quadratus numerus ad quadratum numerum.



¶Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis lineis a, b: & plures aliæ magnitudines ex binis diuisionibus comperiuntur. Dico iam plana adinuicem incommensurabilia. Quoniam si ipsarum a, b, linearum rectarum proportionalem susceperimus c: erit igitur sicut a ad b, sic quæ ex a species ad eam quæ ex c similē similiterq; descriptam speciem siue quadrata/ siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint/ siue etiam circuli circa dimetientes a c, quippe quomam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. ¶Ostēsis siquidem ex binis diuisionibus differētijs areolarum incommensurabilium: ostendemus eas quę ex solidis speculationes: qualiter sunt solida cōmensurabilia & incōmensurabilia adinuicē. Si enī in ijs quæ ex a, b, quadratis eisdem æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda/ vel pyramides/ vel prismata: erūt ipsa cōstituta adinuicē sicut bases/ & cōmēsurabilia erunt ipsa solida. Si vero incommēsurabiles: incommensurabilia. ¶Sed & si duobus expositis circulis ab ipsis conos vel cylindros altitudine æquales describemus: erunt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cōmensurabiles: & ipsi coni & cylindri cōmensurabiles erūt. Si vero ipsi circuli erunt incōmensurabiles: ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles. Et nobis fit manifestū: ꝙ non solum in lineis & superficiebus sunt cōmēsurabiles & incommensurabiles/ sed in solidis quoq; figuris hoc repperitur.

EVCLIDIS Megarensis Geometricorum
Elementorum decimi libri
Finis.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zãberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber vndecimus.

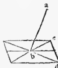
Eucli. ex Campano. Diffinitiones.



1 Orpus: est quod lõgitudinem/ & latitudinem/ & altitudinẽ habet. Cuius termini: sunt superficies.

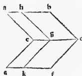
2 ¶ Linea erecta supra superficiem: est quæ cum singulis sibi cõterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autẽ hęc: supra eam superficiẽ perpendicularis esse/ & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligatur enĩ linea a b exurgere supra planũ: ita q̃ punctus a imaginetur in aere/ & b in plano. & a puncto b ducãtur plures lineæ in eodẽ plano: vt b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit q̃ linea a b cũ linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo/ angulũ rectum cõtineat: ipsa dicetur esse perpẽdicularis ad illã sup̃ficiẽ in qua protractæ sunt hæ lineę/ videlicet b c & b d. & aliæ cũ quibus ipsa ponitũ cõtinere angulũ rectũ.



3 ¶ Superficies autem erecta super superficiem est: quoties puncto vno eodem lineæ quæ est communis terminus illarum superficierum duæ perpendiculares conterminales superstant/ quæ rectum continentes angulum in eisdem superficiebus sitæ sunt.

¶ Verbi gratia/ imaginemur superficiem a b c d exurgere/ superficiem vero c d e f iacere: & intelligamus lineam c d esse communem terminum ambarum. In ea itaq; signetur punctus g: a quo ad lineam c d extrahantur duæ lineę perpendiculares. vna videlicet in superficie c d e f, quæ sit g k: & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares videlicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.



4 ¶ Superficies æquidistantes: sunt quæ in vtramlibet partem protractæ non concurrent/ etsi in infinitum producantur.

¶ Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes: q̃ omnes planæ superficies/ aut sunt æquidistantes abinuicem/ aut in omnem partem protractæ cõcurrent alicubi & super rectã lineam se secabunt. Lineas autem rectas nõ est necessariũ vel esse ęquidistãtes vel in vtrãq; partẽ protractas cõcurrere: quippe q̃ in eadẽ sup̃ficie nõ sunt nec ęquidistãt abinuicẽ/ nec tñ quantũlibet protractę cõcurrẽt.

5 ¶ Aequa corpora sunt atq; similia: quorum terminales superficies numero ac quantitate ęquales vnius creationis sint atq; similes.

6 ¶ Similia corpora: sunt quæ similibus superficiebus numero ęqualibus continentur.

¶ Si has duas diffinitiones de corporibus ęqualibus et similibus/ nõ itelligis: ad diffinitionẽ similium superficierum positã in principio sexti recurre.

7 ¶ Corpus serratile: dicitur quod quinq; superficiebus quarũ tres parallelogrammæ sunt duæ vero triangulæ/ continetur.

¶ Domus quatuor parietes æquidistantes habenti/ tectum vnico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistãti superpositum: serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

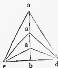
¶Sphæra: est transitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quo- 8
ties sumpto vel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec
ad locum suum redeat, arcus ipse circumducitur.

¶Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus
tota reuolutione circunducatur: corpus quod describitur, sphæra nominatur.
Cuius centrum: constat esse centrum semicirculi circunducti.

¶Pyramis laterata: est figura corporea quã continẽt superficies, a 9
quarũ vna reliquę sunt ad vnũ oppositum punctũ sursum erectę.

¶In omni laterata pyramide cũctæ superficies ipsam ambientes: ab ipsius ba-
si ad vnum punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur. suntq; omnes
hæ laterales superficies: triangulę basis vero frequenter non est triangula.

¶Pyramis rotunda: est figura solida, estq; transitus trianguli re- 10
ctanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentiũ
fixo, donec vsq; ad locum vnde moueri cœpit redeat triangulo ip-
so circũducto. Si igitur latus fixum lateri circũducto fuerit ęqua-
le: erit figura rectangula. Si autẽ lõgius: acutiangula. Si vero breui
us: obtusiãgula erit. Axis autẽ ipsius figuræ: est latus fixũ. Basisq;
sua: circulus. Dicitur autem figura hęc: pyramis colũnę rotundæ.



¶Sit trigonus a b c: rectum angulum habens qui sit b, figaturq; alterum duo-
rum laterum ambientium rectum angulum b: sitq; latus quod figitur, a b, quo
fixo: circũducatur trigonus quousq; ad locũ vnde moueri cœperit redeat. Cor-
porea ergo figura quę huius trigoni motu describitur: rotunda pyramis appel-
latur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectãgula, alia acutiangula, ter-
tia obtusiangula. Et prima quidem est: quãdo latus a b lateri b c fuerit æquale.
Esto enim vt linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad situm lineæ b d, ita
q; punctus c cadat super punctum d, fiat linea vna: hoc est vt ipsa tunc coniun
gatur situi a quo moueri cœpit secundum rectitudinem. eritq; linea hæc qua-
si b c d. Et quia ex 32 primi & 5 eiusdem angulus c a b est medietas recti: erit
angulus c a d rectus. ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b
sit longius latere b c: erit acutiangula. Erit enim tunc ex 32 primi & 19 eiusdem
angulus c a b: minor medietate recti. ideoq; totus angulus c a d: est minor re-
cto & acutus. quare pyramis acutiangula. Qz si latus a b fuerit breuius latere b
c: erit angulus c a d maior medietate recti ex 32 primi & 19 eiusdem. & totus c
a d, qui est duplus ad ipsum c a b: maior recto & obtusus. igitur & pyramis cõ-
uenienter tunc dicitur obtusiãgula. Axis autem huius pyramidis: dicitur linea
a b. Basis vero eius: circulus quem describit linea c b super centrum b. Dicitur
quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ: illius videlicet quam motu suo describe
ret parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

¶Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani ex- 11
tremitatibus & crassitudine id est altitudine æquales: est transitus
parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fi-
xo, ipsaq; superficie donec ad locum suum redeat circũducta. Di-
citurq; hæc figura: colũna rotunda. Columnæ itaq; rotundæ atq;
sphæræ circuliq;: vnum atq; idem est centrum.



¶Sit parallelogrãmum rectangulũ a b c d, figaturq; latus a b: & eo fixo totum
parallelogrãmum quousq; ad locum suum cadat vel redeat circũducatur. Cor-
porea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta: rotunda colũna no-
minatur, cuius bases sunt duo circuli. & est vnus eorum: circulus quem descri
bit motu suo linea b c, cuius circuli centrũ est pũctus b. alter vero est: quẽ motu
suo designat linea d a, & eius centrũ est pũctus a. Axis autem huius columnæ:
dicitur linea a b q̃ manet fixa ĩ motu parallelogrãmi. Qz si imaginati fuerimus
parallelogrãmum a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, coniungi
situi a quo moueri cępit secundum continuitatem superficiei planæ, vt scilicet

totũ sit vnũ parallelogrãmũ d c, e f, & ,ptraxerimus i eo diametrũ d e; erit quoq; diameter d e diameter colũnæ. Quod autẽ dicitur colũnæ & sphęrę & circuli idẽ esse centrũ; intelligi debet cũ horum vna est eadẽq; diameter. Verbi gratia, diximus enĩ q, d e est diameter istius colũnę. Sphærã igitur atq; circulum quorũ diameter est linea d e; necesse est idem centru habere cum cẽtro propositæ colũnę. Sit enim vt linea d e secet lineam a b in puncto g, eritq; g centrum colũnę. diuidit enim axem colũnæ per ęqualia: & diametrũ colũnæ per æqualia. quod patet per 25 primi. nam anguli qui sunt ad g: sũt æquales ex 15 primi. & anguli qui sũt ad a & b: recti ex hypothesi. linea quoq; a d: est æqualis lineæ b e. itaq; d g est æqualis e g: & a g æqualis g b. Cũq; anguli c & f sint recti: si super pũctum g secundum spacium d g, ac super lineam d e circulus describatur/ trãsibit ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaq; punctum g est cẽtrum circuli cuius diameter est diameter colũnę/ ideoq; & sphæræ. Quare manifestũ est omni parallelogrammo rectãgulo circulum/ omniq; columnę rotundę sphęram esse circunscriptibiles. Sicq; patet quod voluit istud theorema.



12 ¶Angulus corporeus siue solidus: est quem cõtinent anguli plani plures q̃ duo/ qui haudquaquã in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt: sicut nec duę rectæ lineæ nequeunt superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidum ãgulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos; sed in diuersis. quẽadmodum duas rectas lineas planum perficiẽtes angulum: non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

13 ¶Similes sunt figurę corporeę rotũdę/ siuę sint colũnę siue earũ pyramides: quarum axes diametris suarum basium sunt proportionales.

¶Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotũdis/ si fuerit proportio axis vnius earum ad diametrũ suæ basis sicut axis alterius ad diametrum suæ basis: illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

¶Ex Tralatione Zamberti. Diffinitiones.

1 SOlidum: est quod lõgitudinem/ latitudinem/ & crassitudinẽ habet. Solidi vero terminus: superficies est.

2 ¶Recta linea ad planum recta est: quando ad omnes contingentes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes/ rectos efficit angulos.

3 ¶Planũ ad planũ rectum est: quando cõmuni segmento ipsorum planorum ad angulos rectos ductæ rectę lineæ in vno ipsorum planorum/ reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

4 ¶Plani ad planum inclinatio: est compræhensio anguli acuti sub ijs quæ ad angulos rectos communi segmento ducuntur ad idẽ signum in vtroq; ipsorum planorum.

5 ¶Planum ad planum inclinari dicitur & alterum ad alterũ: quãdo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint.

6 ¶Parallela plana: sunt quæ contactum non admittunt.

7 ¶Similes solidæ figuræ: sunt quæ sub similibus planis/ æqualibus multitudine compræhenduntur.

¶Similes ſolidæ figuræ & æquales: ſunt quæ ſub ſimilibus planis multitudine & magnitudine æqualibus compræhenduntur. 5

¶Angulus ſolidus: eſt ſub pluribus duabus lineis ſeſe adinuicem tangentibus & non exiſtentibus in eadem ſuperficie ad omnes lineas inclinatio. 9

Aliter.

¶Solidus angulus: eſt qui ſub pluribus duobus planis angulis compræhenditur non exiſtentibus in eodem plano/ad vnum ſignum conſtitutis.

¶Pyramis: eſt figura ſolida planis compræhenſa ab vno plano ad vnum ſignum conſtituta. 10

¶Priſma: eſt figura ſolida planis compræhẽſa/quorum duo quæ ex oppoſito ęqualia & ſimilia ſunt parallela/reliqua vero parallelogramma. 11

¶Sphæra: eſt quando ſemicirculi manente dimetiente circunductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur vnde incępit/ circum aſſumpta figura. 12

¶Axis ſphęrę: eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus vertiẗ. 1

¶Centrum ſphęræ: eſt illud quod & ſemicirculi. 14

¶Dimetiẽs ſphæræ: eſt recta quædã linea per cẽtrũ acta & terminata ex vtraq; parte ſub ipſius ſphæræ ſuperficie. 15

¶Conus: eſt quando rectanguli trianguli manente vno eorũ quę circa rectũ ãgulũ latere circũductũ triãgulũ in idẽ rurſus vnde ſumpſerat exordiũ circũuoluiẗ/ea aſſumpta figura. Et ſi manẽs recta linea ęqua fuerit reliquę quæ circum rectũ circũductę: rectãgulus erit conus. Si vero minor: ãblygonius. Si autẽ maior: oxygonius. 16

¶Axis coni: eſt manens quædam recta linea quam circũ triãgulum vertitur. Baſis autem: eſt circulus ſub circumducta recta linea deſcriptus. 17

¶Cylindrus: eſt quando rectanguli parallelogrammi manente vno eorũ quę circũ rectũ angulum latere circũductum parallelogrammum in idem vnde ſumpſit exordium ſteterit/ea aſſumpta figura. 18

¶Axis cylindri: eſt manens quædã recta linea quã circũ parallelogrammum vertitur. Baſis autem circuli qui ſub ijs quæ ex oppoſito circunductis lateribus ſunt deſcripti. 19

¶Similes coni et cylindri: ſunt quorum axes & dimetientes baſium ſunt proportionales. 20

¶Cubus: eſt figura ſolida ſub ſex quadratis contenta lateribus. 21

¶Octaedrum eſt figura ſolida ſub octo æqualibus & ęquilateris contenta triangulis. 22

¶Dodecaedrum: eſt figura ſolida ſub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis compræhenſa. 23

¶Icoſaedrum: eſt figura ſolida ſub viginti triãgulis æqualibus & æquilateris compræhenſa. 24

Eucli. ex Camp. Propositio prima.

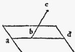


1 Lineæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi: est impossibile.

CCAMPANVS. CSit linea a b recta. Dico q̄ nō est possibile: vt pars eius sit in plano/& pars sursum eleuata. Si enim est possibile: sit pars eius q̄ est a c sita in plano/& pars eius q̄ est c b in sublimi posita. & protrahat̄ directe a c in plano in quo ipsa sita est: vsq; ad d. eritq; vt vni eidēq; lineę q̄ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersę quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod est impossibile ex 13 primi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

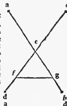
1 C Rectæ lineæ partem in subiecto plano/ partem vero in sublimi esse: est impossibile.



CTHEON ex Zamberto. CSi enim possibile: rectæ lineæ a b c, pars quidem a b esto in plano/ pars autem b c esto in sublimi. erit iam quędā ipsi a b cōtinua recta linea in rectum in supposito plano. sit b d. Igitur binis datis rectis lineis a b c, a b d: commune segmētum est a b. quod est impossibile. Recta linea nãq; cum recta linea non concurrit in pluribus signis vno: si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partē in subiecto plano/ partem autem in sublimi esse: est inpossibile. Quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

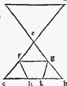
2 Omnes lineę duę quarū altera alterā secat: in vna sup̄ficie sitæ sunt. omnisq; triāgulus: in vna sup̄ficie totus cōsistit.



CCAMP. CSint duæ lineę rectæ a b & c d: se inuicē secātes in pūcto e. Dico eas esse in superficie vna. & omnē triangulū dico esse in superficie vna totum. Signetur enim punctus f, in linea c d: & punctus g, in linea a b. & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partē trianguli e f g esse in plano & partē in sublimi/ quin etiam suarū terminaliū linearū vnius aut plurium pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi: cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam/ erit quoq; impossibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g: est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & præmissa: constat prima pars huius secundæ propositionis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

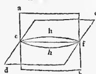
2 CSi binæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: in vno sunt plano. & omne triangulum in vno plano existit.



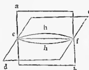
CTHEON ex Zambetto. C Binæ inquã rectæ lineæ a b, c d, se adinuicē secent in signo e. Dico q̄ ipsæ a e b, c d in vno consistūt plano. & omne triangulum in vno est plano. Assumantur in ipsis e c, e b, signa vtcūq; : sintq; f, g. connectanturq; b c, f g. extendaturq; f h, g k. dico primum q̄ triangulum e c b in vno est plano. Si ipsius nãq; trianguli e c b pars/ aut f c h, aut g b k, i subiecto plano est/ reliquum vero in alio: & erit vnius ipsarum e c, e b, rectarum linearū pars in subiecto plano/ pars autem in alio. Si autem ipsius e c b trianguli/c f b g, pars fuerit in subiectu plano/ reliquum vero in alio: erit & ambarum e c, e b, rectarum linearum pars quidē in subiecto plano/ & pars in alio. quod per 1 vndecimi impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum e b c in vno est plano. In quo enī est triāgulū e c b: in eo est & vtraq; ipsarū e c, e b. In quo aūt est vtraq; ipsarū e b, e c: in eodē sūt & a b, c d, per eãdem. Ipsæ igitur a b, c d, rectę lineę in vno existūt plano. & oē triangulū in vnu est plano. qd̄ erat ostēdendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 Omnium duarum superficierum seinuicem secantium: cōmunis sectio est linea recta.



CCAMPANVS. CDe planis superficiebus intellige: & verū erit quod dicitur. Sint itaq; duæ superficies planæ a b & c d: se inuicē secantes. Dico q̄ earū cōmunis sectio: erit linea recta. Esto enim duo puncta c & f termini cōmunis se



ctionis earũ quę cõtinent per lineã rectã q̃ sit e f. Si igitur linea e f est in vtraq; duarũ superficierũ a b & c d: cõstat propositũ. At vero si in neutra/aut si nõ in altera: cũ ambo puncta e & f sint in vtraq; superficierũ a b & c d, in ea superficie in qua ipsa nõ fuerit protrahat linea recta quæ sit e h f. erũt igit duæ rectæ lineæ e f & e h f: habentes duos terminos cõmunes. Quod est impossibile. Sic eni: duę rectæ lineę icluderẽt supficiẽ. qđ est cõtra petitionẽ vltimã primi libri.

Eucli. ex Zamb Theorema 3. Propositio 3.

¶ Si bina plana se adinuicem secuerint: communis eorum sectio recta linea est. 3

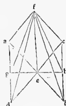
¶ THEON ex Zãb. ¶ Bina & enĩ plana a b, b c, se adinuicẽ dispescant: cõis autẽ sectio sit linea d b. Dico q; d b linea recta est. Si autem non: connectantur d, b, in ipso a b plano/recta linea d e b: & in ipso b c plano/ recta linea d f b. erunt nempe duarum rectarum linearum d e b, d f b, ijdem fines: & perinde areolã cõpræhendet. quod per vltimã cõmunem sententiã est impossibile. Ipsę igitur d e b, d f b: rectę lineæ nõ sunt. Similiter quoq; ostendemus: q; neq; vlla alia ex d in b ducta recta linea est/præter ipsam d b communem sectionem ipsorum a b, b c, planorum. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint: ipsorum communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiem perpendicularis erit. 4

¶ CAMP. ¶ Sit linea a b orthogonaliter erecta super inscisionẽ duarũ linearũ c d & e f secãtiũ se in pũcto b: de qbus cõstat per antepmissã q; ipsę sũt sitę in vna supficie. Dico q; linea a b: ppẽdicularis est ad ipsarũ supficiẽ. Sit enĩ c b et b d, ęquales: at vero f b et b e ęquales. et ptrahant lineę e d & c f: q̃ erũt ęquales per 4 primi/& æquidistantes per 27 eiusdem. Signato itaq; pũcto aliquo in linea e d, qui sit g: ducatur linea g b h. eritq; ex 26 primi/e g: ęqualis f h. igitur a pũcto a, vel quouis puncto lineæ a b: demittãtur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d: & a e æqualis a f. Itẽ per 8 eiusdẽ æqualis erit ãgulus a e d: æqualis angulo a f c. ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h. & ideo per 8 eiusdem erit angulus a b g, æqualis angulo a b h. quare ex diffinitione vterq; est rectus: et linea a b perpendicularis ad lineã g h. Simili quoq; modo probabis: eandem esse perpẽdicularem ad omnes lineas protractas a puncto b in superficie duarum linearum c d & e f. igitur ex diffinitione constat: lineam a b esse perpendicularem ad superficiem in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f se inuicem secantes. Quod est propositum.

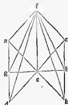
Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.



¶ Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicem dispescentibus in communi sectione ad rectos angulos steterit: & ad earundem planum ad angulos rectos erit. 4

¶ THEON ex Zãb. ¶ Recta enĩ linea quędã e f: duabus rectis lineis a b, c d, se inuicẽ dispescentibus in e signo/ex e ad angulos rectos cõstituatur. Dico q; & e f: ad ipsarũ a b, c d, planũ ad angulos est rectos. Assumãtur namq; ipsę a e, e b, c e, e d, sibi inuicẽ æquales. Extendaturq; quædã recta linea per e vtcunq;/ sitq; g e h: cõnectãturq; ipsæ f a, f g, f d, f c, f h, f b. Et q̃m binæ a e, e d, duabus c e, e b, sũt ęquales/& æquales cõpræhẽdũt angulos per 15 primi: igit p 4 pmi basis a d ęq̃lis est basi c b, et triãgulũ a e d ipsi c e b triãgulo ęquũ est/quare et ãgulus q sub d a e ãgulo q sub e b c est æqualis. Est autẽ et q sub a e g ãgulus: ei q sub sub b e h æq̃lis. bina igit sũt triãgula p 26 primi a g e, b e h: binos ãgulos binis ãgulis æq̃lia habẽtia alterũ alteri/et vnũ latus vni lateri æquũ ad ęquos ãgulos/a e ipsi e b. et reliqua igit latera: reliqs lateribus ęqualia habebũt. æqualis igit est g e ipsi e h: & a b ipsi b h. Et q̃m æqualis est a e ipsi e b, cõis autẽ & ad angulos rectos f e: basis igitur f a, per 7 primi basi b f est æqualis. Id propterea & f c ipsi f d est æqualis. Et quoniã æqualis est a d ipsi c b, est aũt &

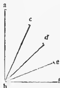
fa ipsi fc ęqualis: duæ igiť fa,a d,duabus fc,c b,æquales sunt altera alteri. et basis fd: basi fb est æqualis. & angulus igiť qui sub fa d: angulo qui sub fc b est æqualis. Et quoniã rursus ostensum ꝙ a g ipsi b h est ęqualis/sed fa ipsi fc est æqualis: binæ iam fa,a g,duabus fc,c h,sunt æquales. & angulus qui sub fa g: ostẽsus est ęqualis ei qui sub fc h. basis igitur fg: per 4 primi basi fh est æqualis. Et q̃m rursus æqua est ostẽsa g e ipsi e h, cõmunis autẽ e f: duę igiť g e,e f,duabus h e,e f,sũt æquales. & basis fg: basi fh est ęqualis. angulus igiť qui sub g e f: angulo qui sub h e f est æqualis. vterq; igitur ipsorum g e f,h e f, angulorũ: rectus est. Ipsa igitur fe: ad ipsam g h cõtingenter per e ductã/recta est. Similiter iam demonstrabimus: ꝙ f e ad omnes eandẽ tangẽtes rectas lineas & in subiecto existentes plano/rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ per 2 diffinitionẽ 11 recta est: quando ad omnes eã tangentes rectas lineas & in eodẽ existẽtes plano/rectos efficit angulos. Igitur ipsa fe: in subiecto plano est ad angulos rectos. Subiectum autem planum: est quod fit per ipsas a b,c d,rectas lineas. Ipsa igiť fe: ad ãgulos rectos est ei quod per a b,c d, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI super tres lineas conterminales cõmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat: eædem tres lineæ in vna superficie sitæ erunt.

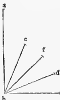
CAMP. Sit linea a b orthogonaliter erecta super cõmunẽ terminũ triũ linearũ b c,b d,b e,angulariter se cõtingentiũ in pũcto b: quarũ nulla alij directe applicet. quod idẽ est: ac si se inuicẽ secẽt in pũcto e. protractę enĩ se secabũt. Dico ꝙ tres lineæ b c,b d,b e: sunt in vna superficie sitæ. Constat autẽ de quibusq; earũ duabus ꝙ ipsæ sunt in vna superficie sitæ: per secũdã huius vel per primã partẽ secũdę huius. Si igitur linea b d nõ fuerit in superficie duarum linearũ b c & b e,sed illæ duæ in plano/hęc autẽ in sublimi: erit vt hæc superficies in qua sitę sunt duæ lineæ a b & b d,si protrahať & per illud quod notũ est super quartã/secet illã in qua sitę sũt b c & b e. eritq; per 3 huius cõis earũ sectio linea recta: & ipsa sit b f. Quia igiť ex præmissa/linea a b est ppẽdicularis ad supficiẽ duarũ linearũ b c & b e: sequiť ex diffinitione vt ipsa sit ppẽdicularis ad lineã b f. quare angulus a b f: est rectus. Cumq; etiam angulus a b d sit rectus ex hypothesi: sequitur impossibile/videlicet partem suo toti esse æqualem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicem tangentibus/ad angulos rectos in communi contactu extiterit: ipsæ tres rectæ lineæ in vno sunt plano.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam a b: tribus rectis lineis b c,b d,b e,ad rectos angulos communi contactu b constituatur. Dico ꝙ ipsæ b c,b d,b e: in vno sunt plano. Non enim: sed si possibile est/sint ipsæ quidem b d,b e,in subiecto plano/ipsa autem b c in sublimi. protẽdaturq; per ipsas a b,b e: planum. Cõmunem sectionem inquam faciet in subiecto plano: & rectã efficiet lineam per 3 vndecimi b f. In vno igitur sunt plano deducto per ipsas a b, b c,ipsæ tres rectæ lineę a b,b c,b f. Et q̃m a b recta est ad vtrãq; ipsarum b d, b e: & ei igitur quod per b d,b e,plano recta est ipsa a b. Subiectum autem planũ est quod per b d,b e. Ipsa igitur a b: recta est ad subiectum planum. quare & per secundã diffinitionẽ vndecimi ad omnes eandẽ tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes: rectos efficit angulos ipsa a b. Tangit autem ipsam: b f existẽs in subiecto plano. Angulus igitur qui sub a b f: rectus est. Supponitur autem qui sub a b c: rectus. ęqualis igitur est & qui sub a b f,angulus: ei qui sub a b c, & in vno sunt plano. Quod est impossibile. Ipsa igitur b c recta linea: in altiori plano non est. Ipsæ igitur rectæ lineæ b c,b d, b e: in vno sunt plano per 2 vndecimi. Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicem tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit: ipsæ tres rectæ lineæ in vno sunt plano. Quod erat ostendendum.



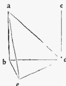
Eucli.ex Camp. Propositio 6.



SI fuerint duæ lineæ super vnam superficiem perpendi- 6
culares: eas æquedistantes esse necesse est.

CCAMPANVS. CSint duæ lineæ a b & c d: perpēdiculares ad vnam superficiē. Dico eas esse æquidistātes. Protrahatur enim linea b d. eruntq; ex diffinitione: duo anguli a b d & c d b: recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in superficie vna: ipsæ sunt æquidistātes per secundam partē 28 primi. Ipsas autē esse in superficie vna: sic collige. A puncto b, super lineam b d, in plano cui perpendiculariter insistūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineam b f. & ex linea c d, sume d e æqualem b f: & protrahe lineas e b, & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b: æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d. & angulus e d b æqualis angulo f b d: cum vterq; sit rectus. itaq; per 4 primi linea b e: est æqualis lineæ d f. Itēq; cum duo latera e b & b f trianguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triāguli f d e. & basis e f cōmunis: erit per 8 primi angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione: erit etiam angulus e b f rectus. itaq; linea f b: perpendiculariter est erecta super communem terminum trium linearū b a, b d, b e, se contingentiū angulariter in puncto b. quare per præmissam ipsæ sunt in superficie vna. Cū igitur ex secūda parte secundæ huius linea c d sit in eadē superficie cum vtraq; linearū e b & b d: sequitur a b & c d esse in superficie vna. Constat ergo propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.



CSi binæ rectæ lineę in eodem plano ad angulos rectos fuerint: 6
parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ.

CTHEON ex Zamberto. CBinæ inquā rectæ lineæ a b, c d: in subiecto plano sint ad angulos rectos. Dico q; parallelus est a b: ipsi c d. Cōcurrant enim in subiecto plano per signa b, d: cōnectanturq; b, d. Et per 11 primi ipsi b d ad angulos rectos in subiecto plano excitetur d e: ponaturq; per 2 primi ipsi a b ęqualis d e. connectanturq; b e, a e, a d. Et qm̄ ab recta linea est ad subiectū planū: & ad oēs igitur eandē tangētes rectas lineas per secūdā diffinitionē 11 & in subiecto plano existētes/rectos efficiet āgulos ipsa a b. Tangit autē ipsam a b: vtraq; ipsarū b d, b e, existēs in subiecto plano. rectus igitur est vterq; ipsorū angulorum a b d, a b e. id propterea iā & vterq; ipsorū c d b, c d e: rectus est. Et qm̄ a b ipsi d e est æqualis/cōmunis autem b d: duæ igitur a b, b d, duabus e d, d b, sunt ęquales. & rectos cōpręhendūt angulos. basis igitur a d: per 4 primi basi f b e est æqualis. Et quoniā æqualis est a b ipsi d e, sed a d ipsi b e: duæ igitur a b, b e, duabus e d, d a, sunt æquales. & ipsorū cōmunis basis est a e. angulus igitur qui sub a b e: per 8 primi angulo qui sub e d a est ęqualis. rectus autem qui sub a b e. rectus igitur & qui sub e d a. Igitur e d: ad ipsam d a, recta est. est autē & ad vtrāq; ipsarū b d, d c: recta. Igiť e d: tribus rectis lineis b d, d a, d c, ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ b d, d a, d c: per 5 decimi in vno sunt plano. & in quo sunt ipsæ b d, d a: in eodem & a b. omne enī triangulū in vno est plano per 2 vndecimi. Ipsę igitur a b, b d, d c, rectæ lineę: in vno sūt plano. Et vterq; ipsorū a b d, b d c, angulorū: rectus est. parallelus igiť est a b: ipsi c d per 28 primi. Si duæ igitur rectę lineę in eodē plano ad āgulos fuerīt rectos: parallelę erūt ipsę rectę lineę. Qd̄ ostēdendū fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.



SI in duabus lineis æquedistantibus/duobus punctis si- 7
gnatis/ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua
superficie illæ duæ lineę sitę sunt/eam quoq; in eandem
sitam esse necessario comprobatur.

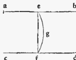
CCAMPANVS. CSint duæ lineæ a b & c d ęquidistātes. de quibus cōstat p diffinitionē q; ipsę sunt in superficie vna. in eis autē signentur duo puncta e & f: & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineam e f: esse sitam in superficie linearum a b & c d. Si autem: sit e f in alia superficie vt in sublimi, depēdens quoq;

superficies si protrahatur: secabit necessario superficiẽ in qua sitę sunt duę lineę a b & c d. eritq; per 3 huius / communis sectio earum: linea recta eisdẽ pũctis terminata. Quod est impossibile. sic enĩ: duę rectæ lineæ concluderẽt sup̃ficiẽ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶ Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelę / assumanturq; in ipsarum vtraq; contingentia signa: ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.

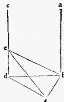
¶ THEON ex Zãb. ¶ Sint binæ rectæ lineæ parallelæ a b, c d: sumãturq; in ipsarũ vtraq; vtcũq; signa e, f. Dico q ad ipsa e, f, signa / adiecta recta linea: in eodẽ est plano cũ ipsis parallelis. Non enĩ: sed si possibile / esto in sublimiori sicut e g f. exciteturq; per e g f: planum. sectionẽ iam faciet in supposito plano. rectã lineã efficiat per 3 vndecimi e f. Binę igiť rectæ lineę e g f, e f: areolã cõpræhendũt. Quod est impossibile: per vltimã cõmunẽ sententiã. Igitur quæ ex e in f adiecta recta linea: in sublimiori plano non est. In eo igiť (in quo et a b et c d parallelę) est plano: quæ ex e in f adiũcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ / assumãturq; in ipsarum vtraq; vtcunq; signa: ad ipsa signa adiecta recta linea / in eodem est cum ipsis parallelis plano. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI in idem planum duę rectæ lineæ æquedistanter erigãtur / altera vero earum orthogonaliter sistat: reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

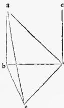
¶ CAMP. ¶ Hæc est quasi cõuersa sextæ. Sint enĩ duæ lineæ a b et c d ęquidistantes: et sit earũ altera vt c d erecta perpendiculariter super superficiem quãlibet. Dico reliquã earũ quæ est a b: esse perpendicularẽ ad eandẽ superficiem. Fiat enĩ prorsus eadẽ dispositio quę in sexta: eritq; vt ibi / vterq; duorũ angulorũ f b e, & f d e, rectus. primus quidẽ / per positionem: secũdus autẽ / per 8 primi. quare per 4 huius / linea f b: est perpendiculariter erecta super superficiẽ in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cũq; per pręmissam duę lineę a b & c d sint in eadẽ superficie cum duabus lineis b d & b e: sequitur lineã f b esse perpendiculariter erectã supra superficiẽ in qua est linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a: rectus. Et quia etiam angulus d b a est rectus per vltimam partẽ 29 primi: sequitur per 4 huius / lineam a b esse perpendicularem ad superficiem in qua sitę sunt duæ lineę b d & b f. Quare constat propositũ.

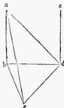


Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

8 ¶ Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ / altera autem ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.

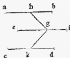
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint binę rectę lineę parallelę a b, c d: altera autẽ ipsarum hoc est a b, in subiecto plano ad angulos sit rectos. Dico q reliqua c d: eidẽ plano ad angulos rectos erit. Concurrant enĩ ipsę a b, c d, in subiecto plano in signis b, d: cõnectanturq; per primũ postulatũ b, d. Igitur ipsę a b, c d, b d: in vno sunt plano. Exciteť per 11 primi ipsi b d ad angulos rectos in subiecto plano / d e: ponaturq; per 2 primi ipsi a b ęqualis d e. cõnectanturq; b e, a d. Et quoniã a b recta est ad subiectũ planum: & ad omnes igitur eãdem tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes / per 2 vndecimi diffinitionem recta est ipsa a b. Igitur vterq; ipsorũ a b d, a b e, angulorũ: rectus est. Et quoniam in parallelos a b, c d, recta linea incidit b d: igitur ipsi anguli a b d, c d b, duobus rectis sũt æquales per 29 primi. rectus autem est qui sub a b d. rectus igitur & qui sub c d b. igitur c d: ad b d recta est. Et quoniã a b ipsi d e est ęqualis / cõmunis autem b d: duę igitur a b, b d, duabus e d, d b, sunt ęquales. & angulus qui sub a b d: angulo qui sub e d a est ęqualis. rectus enĩ vterq;. basis igitut a d: per 4 primi basi b e est ęqualis. Et quoniã a b ipsi d e est ęqua





lis/& b e ipsi a d: binę igitur a b, b e, binis a d, d e, sunt ęquales altera alteri. & cõmunis ipsarum basis a e. Angulus igitur qui sub a b e: angulo qui sub a d e est æqualis per 8 primi. Rectus autem est qui sub a b e. rectus igitur et qui sub a d e. Igitur e d: ad a d recta est. recta est etiam ad ipsam d b. igitur e d: ad id quod ex b d, d a, planum recta est. & ad omnes igitur eandẽ tangentes rectas lineas et existentes in eo quod sub b d, a b, plano: rectos efficiet angulos ipsa e d per 2 vndecimi diffinitionem. In eo autẽ quod sub b d, d a, plano/est ipsa d c. Q̃m igit̃ in eo quod sub b d, d a, plano sunt ipsę a b, b d, in quo autẽ ipsę a b, b d, in eodẽ est et d c: igitur e d ipsi d c ad angulos est rectos. Quare et c d: ipsi d e ad rectos angulos est. Est autem et c d ipsi d b ad angulos rectos. Igitur ipsa c d: duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescentibus d e, d b: ab ipsa d sectione ad angulos rectos stetit. Quare ipsa c d, in eo quod sub d e, d b, plano ad angulos rectos est per 4 vndecimi. Subiectũ autem planum est: quod sub d e, d b. Igitur ipsa c d in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igit̃ fuerint duę rectę lineę parallelę/altera autẽ ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos: et reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Q̃d ostẽdisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

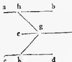


SI duæ lineæ vni non in vna superficie æquidistant: eas quoq; sibi inuicem æquidistare necesse est. 9

CAMPANVS. Sit vtraq; duarum linearum a b et c d æquidistans lineæ e f: nec sint omnes in superficie vna. Dico q; eędem quoq; sibi inuicẽ sunt ęquidistantes. De ijs quidem quæ sunt omnes in superficie vna: probatum est per 30 primi. At vero de ijs quæ in vna superficie non sunt/vt est hic e f quę intelligatur sursum erecta in sublimi: restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g: a quo educantur duę perpendiculares ad duas lineas a b et c d, quæ sint g h et g k. eritq; per 4 huius linea e f: perpendicularis ad superficiem videlicet illã in qua sunt sitę duę lineę g h et g k. Itaq; per pręmissam bis assumptam vtraq; illarum duarum linearum a b et c d: perpẽdicularis est ad eandẽ superficiem videlicet ad illam in qua sitę sunt dictæ duę lineę g h et g k: per 6 huius igitur ipsæ sunt sibi inuicem æquidistantes. Quod est propositum.

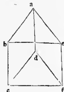
Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem existentes plano: adinuicem sunt parallelæ. 9



THEON ex Zamberto. Sit enim vtraq; ipsarum a b, c d, ipsi e f parallelus: non existens eidem in eodem plano. Dico q; parallelus est a b ipsi c d. Sumatur enim in ipsa e f, vtcũq; signum g. Et ab ipso g, ipsi e f in eo quod sub e f, a b, plano ad angulos rectos excitetur g h per 11 primi: in eo autem quod sub f e, c d, ipsi e f rursus ad angulos excitetur rectos g k. Et q̃m e f ad vtrãq; ipsarum g h, g k, recta est: igitur per 4 vndecimi e f ad id quod sub g h, g k, planũ ad angulos est rectos. et e f: ipsi a b parallelus est. et a b: ei quod sub g h, g k, plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa c d: ei quod sub g h, g k, plano/ad angulos est rectos. Vtraq; igitur ipsarum a b, c d. ei quod sub g h, g k, plano ad angulos est rectos. Si autem binę rectę lineę in eodem plano ad rectos fuerint angulos: parallelę erunt ipsę rectę lineę per 6 vndecimi. Parallelus igitur est a b ipsi c d. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio. 10.



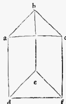
SI duæ lineæ se angulariter cõtingentes/ duabus alijs se contingentibus eis oppositis æquidistantes fuerint/ nõ autem in superficie vna: qui ab eis fiũt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur. 10

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b et a c, se angulariter contingentes in puncto a: ęquidistantes alijs duabus quæ sunt d e, et d f, se quoq; angulariter contingentibus in puncto d. nec sint cum eis in superficie vna. Dico angulum

a: esse æqualem angulo d. Esto enim linea d e ęqualis lineę a b, cui ipsa posita est esse ęquidistans: & d f ęqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur. & ducantur lineę d a & e b & f c. eritq; ex 33 primi bis assumpta/ vtraq; duarum linearum b e & c f: ęqualis & æquidistans lineę a d. per conceptionem igitur & premissam/ eędem sunt ęquales & æquidistantes sibi inuicē. & itaq; per 33 primi denuo repetitam duæ lineæ b c & e f: sunt etiam æquales & æquidistātes. Igitur per 8 primi constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 **¶Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes/ ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes/ in eodem non fuerint plano: æquales angulos compræhendent.**



¶THEON ex Zamberto. ¶Binæ inquam rectæ lineæ sese inuicem tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas d e, e f, sese inuicem tangentes/ sint: non tamen in eodem plano. Dico q; angulus qui sub a b c: æquus est angulo d e f. Suscipiantur enim ipsæ b a, b c, e d, e f, sibi inuicem æquales: connectanturq; a d, c f, b e, a c, d f. Et quoniam b a ipsi e d æqualis & parallelus est: & a d igitur ipsi b e æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa c f: ipsi b e est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarū a d, c f: ipsi e b est æqualis & parallelus per 33 primi. Quæ autem eidem rectæ lineę parallelæ/ & in eodem plano non existētes: & adinuicem sunt parallelæ per 9 vndecimi. parallelus igitur est a d ipsi c f: & æqualis eidem. Et ipsas connectunt: ipsæ a c, d f. Igitur per 33 primi & a c ipsi d f est æqualis: & parallelus. Et quoniā binæ a b, b c, duabus d e, e f, sunt ęquales/ & basis igitur a c basi d f est ęqualis: angulus igitur qui sub a b c, per 8 primi angulo qui sub d e f est ęqualis. Si igitur duę rectę lineę inuicem sese tangētes fuerint ad binas rectas lineas inuicē sese tangentes/ nō in eodem plano: æquos angulos compræhendent. Quod erat ostendendum.

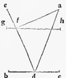
Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 **PVncto in aere assignato: ab eo ad datam superficiem/ perpendicularem ducere.**

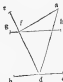
¶CAMPANVS. ¶Sit punctus a, sursum in aere: a quo volumus ad superficiem subiacentē/ perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c vtcunq; contigerit: ad quam ab ipso puncto a ducatur perpendicularis a d, secūdum doctrinam 12 primi. Rursusq; a puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto a: extrahatur linea d e quę sit perpendicularis ad lineam b c, vt docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpendicularis a puncto a: quę sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea f g ęquidistans lineę b c. Et quia vterq; duorum āgulorū b d a & b d f est rectus: erit ex quarta huius/ linea b d perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f. ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus g f a: rectus. Cumq; etiam angulus d f a sit rectus: sequitur ex quarta huius/ lineam a f esse perpēdicularem ad superficiem in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 **¶A dato signo in sublimi: ad subiectum planum perpendicularem lineam ducere.**



¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum quidem signum in sublimi: a. datum autem planum suppositum. Oportet iam ab ipso a signo: in subiectū planum perpendicularem rectam lineam ducere. Extendatur enim quędam in subiecto plano recta linea vtcunq;: sitq; b c. exciteturq; per 12 primi ab ipso a signo: in ipsam b c, perpendicularis a d. Si igitur a d perpendicularis est in subiecto plano: factum iam est quod queritur. Si autem non: excitetur per 11 primi ab ipso d signo ipsi b c in subiecto plano ad angulos rectos d e. Exciteturq; per 12 primi ab ipso a: in ipsam d e, perpendicularis a f. & per f signū ipsi b c paralle-



lus excitetur per 31 primi f h. Et quoniam b c vtrique ipsarum d a, d e, ad angulos est rectos: igitur per 4 vndecimi b c ad id quod sub e d a planum ad angulos est rectos. Et ei parallelus est g h. Si autem fuerint binę rectę lineę parallelæ/ altera vero ipsarum plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos per 8 vndecimi. & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangētes/ et in eo quod sub e d, d a, plano existentes: ipsa g h recta est per conuersionē diffinitionis secundę vndecimi. Tangit autem ipsam: ipsa g f existens in eo quod sub e d, d a, plano. Igitur g h: ad ipsam f a recta est per secundā vndecimi. Quare & f a: recta est ad ipsam h g. Est autem & a f: ad ipsam d e recta. igitur a f: ad vtranque ipsarum g h, d e, recta est. Si autem recta linea per 4 vndecimi duabus rectis lineis inuicem se tangentibus in contactu ad angulos rectos steterit: & ad id quod sub ipsis planū ad angulos rectos erit. Igitur f a: ad id quod sub e d, g h, planum ad angulos rectos est. Quod autem sub e d, g h: planum est subiectum. Ipsa igitur a f: ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi a: in subiectum planum perpendicularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

Vperficie proposita/ punctoque in ea assignato: ab eo puncto ad datam superficiem/ lineā orthogonaliter erigere. 12

¶CAMPANVS. ¶Cum a puncto quolibet in superficie proposita assignato/ perpendicularem educere libuerit: a quolibet puncto sursum in aerę ad libitum posito/ ad eandem superficiem perpendicularē (quēadmodum præmissa docuit) demitte. quæ si in assignatum punctum ceciderit: ipsa est quam quęris. Sin autem: ab ipsa assignato puncto ad demissam perpendicularem/ æquidistantem ducito. eamque per 8 huius probabis esse quam quæris.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 12.

¶A dato plano/ a datoque in eo signo: ad angulos rectos rectam lineam constituere. 12

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit datum planum suppositum: signum autem in eo sit a. Oportet ab ipso a signo: ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineam cōstituere. Intelligatur signum quoddam in sublimi: sitque b. & ab ipso b per 11 vndecimi ad subiectum planum perpendicularis excitetur b c. excitetur que per 11 primi ab ipso a signo: ad angulos rectos/ a d. Quoniam igitur binę rectę lineę parallelæ sunt a d, c b, altera autem ipsarum b c ad subiectum planum ad rectos est angulos per 8 vndecimi: a dato igitur plano a, signoque in eo dato a, ad rectos angulos constituta est a d. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

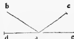
Vas lineas super pūctum vnum ad superficiem vnam orthogonaliter insistere: impossibile est. 13

¶CAMPANVS. ¶Si enim possibile est vt duę lineæ vni eidēque superficiei super punctum vnum perpēdiculariter insistant: superficies in qua ipsę perpēdiculares sitę sunt intelligatur produci quousque secet superficiem cui dictę lineę perpendiculariter insistunt. eritque per 3 huius/ communis earum sectio linea recta. Et quia ex diffinitione vtraque illarum duarum perpendicularium cum communi sectione cōtinet angulum rectum: sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. ¶Quēadmodum autem demonstratum est impossibile esse ab vno eodēque puncto extra superficiem duas lineas super pūctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares: ita etiam demōstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodemque puncto extra superficiem signato ad eandem superficiē protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit: ipsę erūt ęquidistantes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitione linearum ęquidistantium. ¶Constat igitur ex hac/ que si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogo-

naliter ſecet/& ab aliquo puncto ſecãtis ſuperficiei ad ſuperficiem ſectam perpendicularis ducatur: in cõmuni earũ ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui; ab eodem puncto ſecantis ſuperficiei ad cõmunnem earum ſectionem perpendicularis protrahatur vt docet 12 primi. & a puncto in quo incidit cum cõmuni ſectione/alia perpẽdicularis ad eandẽ cõmunem ſectionem in ſuperficie ſecta educatur vt docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares: rectus. quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularũ etiã eſt perpendicularis ad ſuperficiem ſectam. Ergo ab vno puncto protractæ ſunt duæ lineę perpendiculares ad eandem ſuperficiem. quod eſt impoſſibile. relinquitur itaq; propoſitum noſtrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13.

13 ℂAb eodem ſigno: ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.



ℂTHEON ex Zãb. ℂSi eni poſſibile: ab eodẽ ſigno a, ad ſubiectũ planũ binæ rectæ lineę a b, a c, ad angulos rectos cõſtituãtur ad eaſdẽ partes. Extendaturq; per b a, a c, planũ. Quod iam efficiet ſectionem per a in ſubiecto plano: & per rectam efficiat lineam d a e. Ipſæ igitur a b, a c, d a, in vno ſunt plano per 3 vndecimi. Et quoniam c a ad ſubiectum planum ad angulos rectos eſt: & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangentes & in ſubiecto plano exiſtẽtes/ rectos efficiet angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Ipſam autem tãgit d a e in eodem exiſtẽs plano. Igitur angulus qui ſub c a e: rectus eſt. & id propterea angulus qui ſub b a e: rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub c a e ei q ſub b a e: & in vno ſunt plano. Quod eſt impoſſibile. Ab eodem igitur ſigno: ad idem planum binæ rectæ lineę ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14. SI linea vna ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat: illę duę ſuperficies ſi etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur/ nũquã cõcurrẽt.

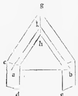
ℂCAMPANVS. ℂPoſita enim vna linea duabus ſuperficiebus orthogonaliter inſiſtere: ſi impoſſibile eſt ſuperficies illas cõcurrere/ in earũ cõmuni ſectione quæ per 3 huius erit linea recta/ punctus quocũq; modo ſignet. a quo duæ lineæ in illis duabus ſuperficiebus ad lineam illam quæ ipſis perpẽdiculariter ſuperſtat protrahatur: eritq; conſtitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui ſuper perpendicularem conſiſtunt: eſt rectus vt patet ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiem perpendiculariter ſtantis. hoc autem eſt impoſſibile per 32 primi. Econuerſo quoq; videlicet.

ℂSi ſuper duas ſuperficics ęquidiſtantes linea recta ceciderit quę ad alteram earum perpendicularis ſit; ipſa quoq; perpẽdicularis erit ad reliquam.

ℂPoſitis enĩ duabus ſuperficiebus æquidiſtãtibus: intelligatur linea recta ambas penetrãs quę alteri earũ perpendiculariter ſuperſtat. Dico q eadem linea reliquæ ſuperficiei perpendiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies vna ſecans poſitas ſuperficies æquidiſtantes: ſuper lineam eas penetrãtem. eritq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei ſecantis & alterius ſectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter inſiſtere: continens angulum rectum cũ ipſa linea penetrante ex diffinitione lineæ perpendicularis ad ſuperficiem. Si igit alia cõmunis ſectio ipſius ſuperficiei ſecantis & reliquę duarũ ſectarum cũ eadem linea penetrante non contineat angulum rectum: erit ex vltima petitione primi/ vt illæ duæ cõmunes ſectiones in alterutram partem protractæ neceſſario cõcurrant. quare & ſuperficies quæ poſitæ ſunt æquidiſtantes: neceſſario cõcurrent. Et quia hoc eſt impoſſibile: erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdem ſuperficies æquidiſtantes ſecante ſuper ean-

dem lineam. igitur ex quarta huius & ex ista 14: cõstat verũ esse quod diximus.

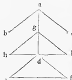
Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14



¶ Ad quæ plana eadem recta linea recta est: parallela sunt ipsa 14
plana.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim quædam linea a b: ad vtrunq; planũ videlicet c d, e f, esto ad angulos rectos. Dico q; parallela sunt ipsa plana. Si autem non: extensa concurrũt. Concurrant. Efficiũt iam cõmunem sectionem. efficiant rectam lineam g h per 3 vndecimi. assumaturq; in ipsa g h, vtcunq; signum k: connectãturq; a k, b k. Et quoniam a b recta est ad ipsum e f planum: & ad ipsam igitur b k rectam lineam existentem in ipso e f extenso plano/recta est ipsa a b. Igitur angulus qui sub a b k: rectus est. Et id propterea iã & angulus qui sub b a k: rectus est. Triãguli igitur a b k, anguli qui sub a b k, b a k: duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile p 17 primi. Igitur ipsa c d, e f, plana: extensa non concurrunt. parallela igitur sunt ipsa c d, e f, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt. Quod oportebat demonstrare.

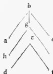
Eucli. ex Camp. Propositio 15



SI fuerint duæ lineę se contingentes angulariter/ ęquidistã 15
tes alijs duabus se contingentibus/ non autem in superficie vna: ab eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunq; producantur possunt concurrere

¶ CAMP. ¶ Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cõtingentes in puncto a: æquidistãtes duabus lineis d e & d f, se angulariter cõtingentibus in pũcto d. & nõ sint in superficie vna. dico earũ superficies in quãcũq; partẽ & quãtũcũq; protrahantur/ nunq̃ concurrere. Protrahatur eteni a puncto d, prout docet 5 huius/ perpendicularis ad superficiem duarũ linearum a b & a c: sitq; d g. & a pũcto g, ducatur g h æquidistans a b. & g k, ęquidistans a c. eritq; ex diffinitione vterq; duorum angulorum d g h, d g k: rectus. et per 9 erit linea d f ęquidistãs lineæ g k: & linea d e æquidistans lineæ g h. quare per vltimam partem 29 primi/ vterq; duorum angulorum e d g, f d g: erit rectus. ideoq; per 4 huius linea d g: erit perpẽdicularis ad superficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum a b & a c: ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.



¶ Si binę rectæ lineę seinuicem tangentes ad binas rectas lineas 15
se inuicem tangentes fuerint/ non tamen in eodem plano existentes: parallela sunt quæ ex ipsis plana.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Binæ inquam rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes d e, e f, sint: sed nõ in eodem existentes plano. Dico q; educta quæ ex a b, b c & d e, e f, plana: nõ concurrunt ad inuicẽ. Excitetur inquã per 11 vndecimi ab ipso b signo: in id quod ex d e, e f, planum perpendicularis b g. & extendatur in planum per g signum. Et per g, ipsi quidem e d parallelus excitetur per 31 primi g h: ipsi autem e f, ipsa g k. Et quoniam b g ad id quod ex d e, e f, planũ recta est: & ad omnes igitur eandem tangentes rectas lineas per 2 vndecimi diffinitionem/ & in eodem quod ex d e, e f, plano existẽtes/ rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam: vtraq; ipsarum g h, g k, existens in eo quod ex d e, e f, plano. rectus igitur est per 4 vndecimi: vterq; ipsorum qui sub b g h, b g k, angulorum. Et quoniam parallelus est b a ipsi g h: ipsi igitur sub g b a, b g c, anguli p 29 primi/ duobus rectis sũt æquales. rectus igitur est qui sub g b a. igit̃ ipsa g b: ipsi b a ad angulos rectos est. Id propterea iam g b: ipsi b c ad angulos rectos est. Quoniam igitur recta linea b g duabus rectis lineis b a, b c, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos stetit: igitur per 4 vndecimi g b & ad id quod ex b a, b c, planum ad rectos ãgulos est. Est aũt & ei quod ex d e, e f, plano: recta. Igitur b g: ad vtrũq; eorum quæ per a b c, d e f, planorũ/ recta est. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt p 14 vndecimi. Parallelũ igitur est quod per a b,

b c, planum: ad id quod per d e, e f. Si binæ igitur rectæ lineę sese inuicem tangentes/ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint/sed nõ in eodem plano: quę ex ipsis/parallela sunt plana. Quod ostendendum erat.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI duas superficies æquidistantes vna superficies secet: cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt.

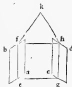
¶CAMPANVS. ¶Cõstat equidẽ ex tertia/ꝙ vna superficie quascunq; duas superficies ęquidistantes secãte: cõmunes earum sectiones erunt duę lineę rectæ. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secãte: si ipsæ nõ fuerint æquidistãtes/ponãtur ad quodlibet vnum pũctum cõcurrere. erit itaq;: vt vnus atq; idẽ pũctus sit in vtraq; illarum duarum sectionum cõmunium. Cumq; vna illarum communium sectionum sit in vna duarum superficierum sectarum & reliqua in altera: sequitur superficies illas quę positæ sunt esse æquidistantes/cõcurrere. hoc autem impossibile est. Erunt igitur cõmunes earum sectiones: æquidistantes. Quod est propositum.

¶CAMPANVS. ¶Ex hac & præmissa potes elicere cõclusionem vnam similem 30 primi: videlicet istam. Si fuerint duæ superficies vni ęquidistantes: ipsę quoq; erũt adinuicem æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarũ vtraq; duarum extremarũ æquidistat mediæ: dico ꝙ necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secẽtur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus. erũtq; ex hac 16 cõmunes sectiones duarũ extremarum superficierum: æquidistantes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarum superficierum: erũt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ cõiungunt se in cõmuni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium: ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 16.

16 ¶Si bina plana parallela sub plano aliquo dissecta fuerint: cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt.

¶THEON ex Zãb. ¶Bina inquã parallela a b, c d: sub plano e f g h secẽtur. cõmunes autẽ ipsorũ sectiones: sint e f, g h. Dico ꝙ parallelus est e f: ipsi g h. Si autem non: productæ ipsæ e f, g h, vel ad partes f h vel ad e g concurrunt. Producantur primum sicut ad f h partes: & concurrant in k. Et quoniam e f k est in plano a b: & omnia igitur quæ in ipsa e f k signa in ipso a b sunt plano per 2 vndecimi. Vnum autem eorum quæ in e f recta linea signorum: est k. igitur k: in ipso est a b plano. & id propterea iam k: in ipso c d est plano. Igitur a b, c d, plana: producta concurrũt. Non cõcurrunt autem per hypothesim: quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ e f, g h, rectæ lineæ productæ ad partes f h: non cõcurrunt. Similiter quoq; ostendemus: ꝙ ipsę e f, g h, rectæ lineæ neq; ad partes e g productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrũt: per vltimam diffinitionẽ primi parallelę sunt. parallelus igitur est e f: ipsi g h. Si bina igitur plana: & quæ sequuntur relıqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propsitio 17.

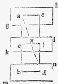
17 SI superficies tres vel plures æquidistãtes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel æquidistantes secent: illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶CAMP. ¶Intelligãtur enĩ duę rectæ lineę penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres superficies ęquidistãtes: aut etiã plures tribus. dico itaq; duas porriones illarum linearũ inter quaslibet duas superficies interceptas: proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis ęquidistantibus superficiebus interceptis. Cõiungantur enim duę extremitates illarum duarum linearum: ducta inter eas linea vna diagonaliter. eritq; hęc diagonalis: cum vtraq; illarũ duarum linearum penetrantium superficies propositas/in superficie vna illas æquidistãtes superficies positas secante. Si ergo harum superficierum cõmunes sectiones

quæ per præmissam erunt equidistantes/cogitatione protraxeris: ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Eucli.ex Zamb Theorema 15. Propositio 17.

¶Si binæ rectæ lineæ sub parallelis planis secentur: in easdem rationes secabuntur. 17



¶THEON ex Zab. ¶ Binæ inquã rectæ lineæ a b, c d: sub parallelis planis g h, k l, m n, secetur per a, e, b, c, f, d, signa. Dico q; est sicut a e recta linea ad e b: sic est c f ad f d. Cõnectantur a c, b d, a d: & concurrat a d ipsi k l plano in x signo/cõnectãturq; e x, x f. Et quoniam bina plana parallela k l, m n, sub plano e b, d x, secantur: ipsorum cõmunes sectiones e x, b d, parallelę sunt per 16 vndecimi. Idq; propterea quoniam bina plana parallela g h, k l, sub plano a x, f c, secantur: cõmunes ipsorum sectiones a c, x f, parallelæ sunt per 16 vndecimi. Et quoniam trianguli a b d ad vnum ipsorum laterum b d recta linea excitatur ex: proportionalis igitur est per 2 sexti sicut a e ad e b, sic est a x ad x d. Rursus quoniam triãguli a d c ad vnum latus a c recta linea excitatur x f: proportionalis est per 2 sexti sicut a x ad x d, sic c f ad f d, patuit autẽ & sicut a x ad x d: sic a e ad e b. & sicut igitur per 11 quinti a e ad e b: sic c f ad f d. Si binæ igitur rectæ lineæ sub planis parallelis secentur: & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 18.

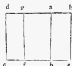
SI in superficie assignata orthogonaliter steterit linea: omnis superficies a linea illa quorsumlibet ducta/ad eãdem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta. 18



¶CAMPANVS. ¶Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem: & a linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perpẽdiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex 3 huius/sitq; b d. In hac ergo cõmuni sectione signato pũcto quolibet qui sit d: extrahatur ab eo in superficie quæ producta est a linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineã b d, quæ sit d c. Eritq; ex secunda parte 28 primi/linea c d: equidistans lineæ a b. ideoq; ex 8 huius/linea c d: est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lineę b d, ad ipsam lineam b d, in ipsa superficie quę producta est a linea a b, est perpendicularis ad propositã superficiem/ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erectę: constat verũ esse quod propositum est.

Eucli.ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

¶Si recta linea plano alicui ad ãgulos fuerit rectos: & omnia quę ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18

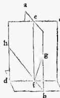


¶THEON ex Zãberto. ¶Recta enim linea a b: subiecto plano ad angulos rectos esto Dico q; & omnia quæ ex a b plana: ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur inquã per a b: planum d e, sitq; per 3 vndecimi cõmunis sectio ipsius d e plani/& subiecti: c e. & sumatur in c e, cõtingẽs signum f. et ab ipso f: per 12 vndecimi ipsi c e ad ãgulos rectos excitetur in d e plano ipsa f g. Et quoniam a b ad subiectum planũ recta est: & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa a b per secũdam vndecimi diffinitionem, quare & ad c e recta est. Igitur angulus qui sub a b f: rectus. est autem qui sub g f b: rectus. igitur per 28 primi/a b: ipsi f g parallelus est. Ipsa autem a b: ad subiectum planum ad angulos rectos est. & f g igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniã: per tertiã diffinitionem vndecimi planum ad planum rectum est quando quæ cõmuni sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in vno planorum ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos/& cõmuni sectioni planorum c e in vno planorum ipsius d e ad angulos rectos acta f g ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse: igitur planum d e rectum est ad suppositũ. Similiter iam ostẽdetur: q; omnia quę ex a b plana/recta sunt ad subiectum planum. Si recta igi-

tur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos: & omnia quæ ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 SI duæ superficies seinuicem secantes/supra vnam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter: communis earum sectio ad eandem superficiem perpēdicularis erit.



¶CAMPANVS. ¶Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes/erectæ orthogonaliter super assignatā superficiem: sitq; cōmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiē. Alioqui a puncto f qui est cōmunis terminus sectionum duarum superficierum secantium & tertiæ superficiei sectæ/producatur vna linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam: itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem/quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h: eruntq; duæ lineæ f g & f h: orthogonaliter insistētes super punctum vnum ad superficiem assignatam. Hoc autē: īpossibile est per 13 huius. Tales autē lineas posse protrahi a pūcto f in vtraq; duarum superficierum a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem: dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cōmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ: & linea f d, supficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad vtramq; duarū linearum f b & f d: ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutrā: sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde a puncto f protrahe in superficie assignata vnam lineam perpendicularem ad lineam f b: quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ/cum linea f g cōtinebit angulum rectum. per quartā igitur huius erit linea f g: perpendicularis ad superficiem assignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata/quæ sit perpendicularis ad lineam f d: sequetur ex diffinitione prędicta & ex quarta huius/lineā f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 13 huius. Q; si confiteare lineam e f esse perpendicularem ad lineam f b, sed non ad lineam f d: sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 ¶Si bina plana sese inuicem dispescentia/plano alicui ad angulos rectos fuerint: & ipsorum cōmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.



¶THEON ex Zāberto. ¶Bina etenim plana a b, b c, subiecto plano ad angulos sint rectos: communis autem ipsorum sectio sit b d. Dico q; ipsa b d, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Excitentur per 12 vndecimi ab ipso d signo ad ipsum a b planū/ipsi a d rectæ lineæ ad āgulos rectos ipsa d e: ad planum autem b c, ipsi c d ad angulos rectos d f. Et quoniā planum a b ad subiectum planum rectum est/& cōmuni ipsorum sectioni a d ad angulos rectos ad ipsum a b planum excitatur d e: igitur d e ad subiectum planum recta est. Similiter iam demonstrabimus: q; & d f ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo d, ad subiectum planum: binæ rectæ lineæ ad angulos rectos stantes sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum a signo d non constituetur alia: præter d b cōmunem sectionem ipsorum b a, b c, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos: & cōmunis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI tres anguli superficiales solidum angulum contineant: illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.



¶CAMPANVS. ¶Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectę supra superficiem b c d: continentes tres superficiales angulos/ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidū angulū in puncto a constituētibus/pariter acceptos: tertio esse maiores. Si eni hi tres anguli superficiales fueriēt sibi inuicē ęquales/aut si duo tātū ęquales existēte tertio minore vtrolibet duorū ęqualiū: cōstat per cōmunē sciētiam verū esse qđ dicit. Q si eorū vnus vtrolibet duorū reliquorū maior fuerit/siue illi duo ponantę̄quales siue nō æquales: adhuc cōstat illū maiorē & vtrūlibet duorū reliquorū pariter acceptos/tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur/esse maiores: sic collige. Esto enī triū propositorū angulorū superficialiū angulus c a d: maior vtrolibet reliquorū duorū. Ex ipso ergo abscindā angulū e a d æqualē angulo b a d: protracta linea a e. Et sumā ex hac linea a e, lineā a g: & ex linea a b, lineā a f. quas ponā esse æquales. Et protrahā lineā a pūcto g qualitercūq; cōtingat/in superficie duarū linearū a c & a d: quousq; secet a c in puncto h, & a d in pūcto k. & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f ęqualis a g: posita a k cōi, erit per 4. primi f k ęqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k: erit per cōceptionē h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cū sit linea a f æqualis lineę a g: erit angulus f a h, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur cōstat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos: esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

¶Si solidus angulus sub tribus planis comprę̄hendatur: duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti. 20

¶THEON ex Zāb. ¶Solidus angulus q ad a: sub tribus planis hoc est b a c, c a d, d a b, cōpræhēdatur. Dico ꝙ bini quōcūq; suscepti: reliquo sūt maiores. Si quidē ipsi qui sub b a c, c a d, d a b, anguli sunt inuicē ęquales: manifestū est ꝙ bini reliquo quōcunq; suscepti sunt maiores. Si autē nō: sit maior qui sub b a c. cōstituaturq; per 23 primi ad a b rectā lineā/& ad signū in ea a, angulo q sub d a b, in eo qđ sub b a c plano/ęqualis angulus b a e: ponatq; p 2 primi ipsi a d ęqualis a e. & p e signū extēsa ipsa b e c: dispescat ipsas a b, a c, rectas lineas/p signa b, c. cōnectātur q; d b, d c. Et qm̄ d a ipsi a e est æqualis/cōis autē a b: duę igit̄ d a, a b, duabus d a, a e, sūt æquales. & angulus q̄ sub d a b: āgulo qui sub b a e est eq̄lis. basis igit̄ d b: per 4 primi basi b e est ęqualis. Et qm̄ duę d b, d c, ipsa b c sūt maiores/quarū d b ipsi b e ostēsa est ęq̄lis: reliqua igit̄ d c, reliqua e c maior est. Et quoniā ipsa d a ipsi a e est æq̄lis/cōis autē a c, & basis d c basi e c maior est: angulus igitur qui sub d a c, angulo q sub e a c maior est. Ostēsum autē est: ꝙ & q sub d a b, est æqualis ei qui sub b a e. Ipsi igit̄ q sub d a b, d a c: eo q sub b a c sunt maiores. Si solidus igit̄ angulus sub tribus āgulis planis cōpręhēdat̄: duo quōcūq; assūpti sunt maiores reliquo. Qđ erat ostēdēdū.

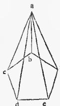
Eucli. ex Camp. Propositio 21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur. 21

¶CAMPANVS. ¶Anguli solidi quantitas: ex angulorum superficialium ipsum solidum continentiū quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiā proponit: quoslibet superficiales angulos solidū quemlibet continentes pariter acceptos/quatuor rectis angulis esse minores. Sit, enim triāgula pyramis a b c d: cuius supremus angulus cū possit esse quilibet suorum angulorū/hic tamen sit a. de quo dico: ꝙ tres superficiales anguli ipsum a continentes/sunt minores quatuor rectis. Cōstat eni ex 32 primi: nouē angulos triū triāgulorū hanc pyramidē circunstantiū (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis. de tribus autē angulis basis eiusq̄ est triāgulus b c d, cōstat quoq; per eandē: ꝙ ipsi sunt æquales duobus rectis. Cū igit̄ sex anguli trium triāgulorū prædictorū hanc nostrā pyramidē (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium/qui inquā sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent/sint ex præmissa



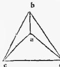
ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. ex nouẽ igitur angulis triũ triãgulorũ pyramidẽ circundantium his sex angulis dẽptis erũt ex cõmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui cõstituũt solidũ ãgulũ a) minores 4. rectis. ¶ Si autẽ angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis sup̃ficialibus q̃ tribus cõtineatur quod erit secundũ multitudinẽ angulorũ suæ basis/ cũ igitur omnes anguli omniũ triãgulorum ipsam pyramidem circundantium pariter accepti sint ex 32 primi tot rectis angulis ęquales quãtus est numerus angulorũ suæ basis duplicatus eo q̃ tot necesse est esse triãgulos pyramidẽ circũdãtes quot fuerint ãguli suę basis/ cũq; oẽs anguli suæ basis sint tot rectis ãgulis ęquales quãtus est numerus angulorũ suorũ duplicatus dẽptis inde 4. vt in 32 primi demonstratũ est/ cumq; igitur oẽs ãguli triãgulorũ pyramidẽ circũdãtiũ q̃ super latera basis ipsius pyramidis cõsistũt pariter accepti sint maiores oibus angulis basis pariter acceptis vt euidẽter cõstat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita: adhuc necessario sequitur ex cõmuni scientia sup̃ficiales angulos solidũ angulũ a cõtinẽtes pariter acceptos esse minores quatuor rectis/ eo inquam minores quo oẽs anguli trigonorũ pyramidem circũdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistũt/ excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 ¶ Omnis solidus angulus: sub minus quatuor rectis angulis planis compræhenditur.

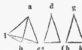
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit solidus angulus qui ad a: cõpræhẽsus sub planis angulis qui sub b a c, d a c, d a b. Dico q̃ ipsi b a c, d a c, d a b, anguli: quatuor rectis sunt minores. Assumat̃ inquã in vnaquaq; ipsarũ a c, a b, a d, rectarũ linearũ signa vtcũq;: sintq; b, c, d. cõnectanturq; b c, c d, d b. Et quoniã solidus angulus est qui ad b, sub tribus enĩ planis angulis cõp̃rehenditur hoc est sub iis qui sub c b a, a b d & c b d: per 20 vndecimi bini vtcunq; reliquo sunt maiores. Igit̃ qui sub c b a, a b d: eo q̃ sub c b d sũt maiores. Et id propterea q̃ sub b c a, a c d: eo qui sub b c d sũt maiores. & insup qui sub c d a, a d b: eo qui sub c d b sunt maiores. Igit̃ sex ãguli c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b: tribus hoc est eis qui sub c b d, b c d, c d b, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub c b d, b d c, b c d, duobus rectis sunt æquales. igit̃ qui sub c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b, sex ãguli: duobus rectis sunt maiores. Et q̃m vniuscuiusq; ipsorũ a b c, a b d, a c d, triãgulorũ tres ãguli duobus rectis sũt ęq̃les p 32 primi: q̃ igit̃ triũ triãgulorũ ãguli nouẽ q̃ sub c b a, a c b, b a c, a c d, c d a, d a c, a d b, b d a, b a d: sex rectis sunt ęquales. Quorũ q̃ sub a b c, b c a, a c d, c d a, a d b, d b a, sex ãguli: duobus rectis sunt maiores. reliqui igit̃ q̃ sub b a c, c a d, d a b, tres ãguli cõp̃hẽdẽtes solidũ ãgulũ: quatuor rectis sunt minores. Oĩs igit̃ solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis cõpræhẽditur. Quod erat ostendendũ.

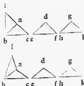


Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI tres anguli superficiales quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores/ cunctis sibi inuicem æquis lineis cõtineãtur: de tribus basibus angulos illos ab ipsarũ linearũ ęqualiũ terminis subtendentibus/ triangulũ substitui vel constitui possibile est.

¶ CAMP. ¶ Sint tres sup̃ficiales ãguli b a c, e d f, h g k, vt p̃ponit̃: tales videlicet vt quiq; duo eorũ tertio sint maiores. sintq; sex latera eos cõtinẽtia/ ęq̃lia: quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k. & subtẽdant̃ eis tres bases q̃ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus: triãgulũ aio cõstitui posse. Esto enĩ ãgulus b a l ęq̃lis angulo d: & linea a l lineæ d e, & protrahãtur l b, l c, eritq; ex 4. primi/ linea l b: æqualis lineæ e f. Ex hypothesi vero cõstat totalẽ angulũ a esse maiorẽ ãgulo g. erãt enĩ quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g: tertio maiores. Igit̃ ex 24. primi linea l c: linea h k est maior. Cũq; sint ex 20 primi duę lineę l b & b c maiores linea l c: sequit̃ duas lineas l b et b c esse multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b est ęqualis e f: erunt duę lineæ b c & e f maiores linea h k. Con-

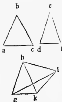




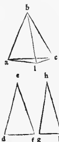
stat itaq; hoc modo: quasq; duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse longiores tertia. Igitur ex 22 primi constat verum esse quod dicitur. Hoc duntaxat addito, q; si duo āguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis: erūt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea vna. quæ cum sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cūq; ex eadem lineæ duæ l b & b c sint longiores linea l c: sequitur vt prius b c & e f pariter acceptas esse lōgiores h k. At vero si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis: erūt ex 21 primi duę lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duabus quæ sunt l b & b c. Quare vt prius: b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

¶Si fuerint tres anguli plani quorum bini reliquo sint maiores quomodocunq; assumpti / compræhendant autem ipsos æquales rectæ lineæ: ex connexis circa æquales rectas lineas triangulū constitui est possibile. 22



¶THEON ex Zāb. ¶*Sint tres anguli plani* q sub a b c, d e f, & g h k: quorū bini reliquo sint maiores quōcūq; sūpti. hoc est a b c, d e f: ipso g h k. ipsi autē qui sub d e f, g h k: ipso a b c. & insup qui sub g h k, a b c: eo q sub d e f. sintq; ęquales a b, b c, d e, e f, g h, h k, rectæ lineę: cōnectanturq; a c, d f, g k. Dico q; ex ęqualibus ipsis a c, d f, g k, triāgulū cōstituere est possibile: hoc est q; ipsarū a c, d f, g k, binæ quōcūq; sumptæ reliqua sunt maiores. Si quidē qui sub a b c, d e f, g h k, āguli inuicē sunt æquales: manifestū q; & ipsis a c, d f, g k, æqualibus adinuicē factis / est possibile ex æqualibus ipsis a c, d f, g k, triangulū cōstitui. Si autē nō: sint inæquales. Cōstituaturq; per 23 primi / ad ipsam h k rectā lineā / & adsignū in ea h: angulo qui sub a b c æqualis angulus qui sub k h l. & ponatur per 2 primi vni ipsarū a b, b c, d e, e f, g h, h k, æqualis h l: cōnectanturq; k l, g l. Et qm̄ binæ a b, b c, duabus k h, h l, sunt æquales / & angulus qui ad b angulo qui sub k h l est æqualis: basis igitur a c per 4 primi basi k l est æqualis. Et qm̄ qui sub a b c, g h k: eo qui sub d e f sunt maiores / æqualis autē qui sub g h l eis qui sub a b c & g h k, qui igitur sub g h l eo qui sub d e f maior est. Et quoniam duæ g h, h l, duabus d e, e f, sunt æquales / & angulus qui sub g h l angulo qui sub d e f maior est: basis igiť g l per 24 primi basi d f maior est. Sed ipsę g k, k l: ipsa g l sūt maiores. multo magis igiť g k, k l: ipsa d f sūt maiores. Aequalis autē est k l: ipsi a c. ipsę igiť a c, g k: reliqua d f sunt maiores. Similiter iā ostēdemus / q; & ipsę qdē a c, d f, ipsa g k sūt maiores: & g k, d f, ipsa a c. Possibile igiť est: ex ęqualibus ipsis a c, d f, g k, triangulū confici. Quod ostendendum erat.

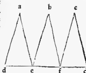


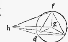
¶ALITER. ¶Sint dati tres āguli plani q sub a b c, d e f, g h k: quorū duo reliquo sint maiores quōcūq; assūpti. Cōpręhēdāt autē ipsos: ęquales rectæ lineę a b, b c, d e, e f, g h, h k. Cōnectanturq; ipsę a c, d f, g k. Dico q; ex ęqualibus ipsis a c, d f, g k, triāgulū cōstrui est possibile: hoc est rursus q; duo reliquo sūt maiores quōcūq; assumpti. Si qdē rursus qui ad b, e, h, signa āguli sunt ęquales: erūt quoq; ipsæ a c, d f, g k, & duæ reliqua erūt maiores. Si autē nō: sint inęquales q ad ipsa b, e, g, signa āguli. sitq; maior angulus q ad b, vtroq; ipsorū e, h. maior igiť est p 24 primi & a c recta linea: vtraq; ipsarū d f, g k. & manifestū: q; a c cū vtraq; ipsarū d f, g k, reliqua maior est. Dico q; & d f, g k: reliqua a c sūt maiores. Cōstituať p 23 primi ad a b rectā lineā ad signūq; in ea b: ei q sub g h k angulo æquus qui sub a b l. ponaturq; p 2 primi vni ipsarū a b, b c, d e, e f, g h, h k: ęqualis b l. cōnectāturq; a l, l c. Et duę a b, b l, duabus g h, h k, sunt æquales altera alteri: & ęquos āgulos cōpręhēdūt. basis igiť a l: per 4 primi basi g k est æqualis. Et qm̄ q ad e, h, signa āguli eo q sub a b c sūt maiores / quorū q sub g h k eo qui sub l b c maior est / et quoniā duę l b, b c, duabus d e, e f, sunt æquales altera alteri / & angulus q sub d e f angulo q sub l b c maior est: basis igiť d f per 24 primi basi l c maior est. Ostensum autē est: q; æqualis est g k ipsi a l. Ipsæ igitur d f, g k: ipsis a l, l c, sunt maiores. Sed ipsæ a l, l c: ipsa a c sunt maiores. multo magis igiť d f & g k: ipsa a c sunt maiores. Ipsarū igiť a c, d f, g k, rectarū linearū duæ reliqua sunt maiores: quōcunq; assumptæ. Possibile igitur est: ex æqualibus ipsis a c, d f, g k, triangulum confici. Quod oportuit ostendere.

Eucli.ex Camp. Propositio 23.

23 TRibus angulis superficialibus propositis/quorũ quĩqꝫ duo pariter accepti tertio sunt maiores omnes/& tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis æqualibus qualescunqꝫ sint/solidum angulũ cõstituere.

¶CAMPANVS. ¶Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt a,b,c.de tribus illis ęqualibus volumus vnũ solidum angulum constituere. Oportet igitur ex 20 huius/vt quĩqꝫ duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores:& ex 27 huius/vt oẽs pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaqꝫ sint hæc posita. Latera vero eos continentia cuncta adinuicẽ sint æqualia:eisqꝫ subtendantur tres bases/& ipsæ sint d e,e f,& f d. eritqꝫ ex præmissa possibile: de tribus lineis his basibus æqualibus triangulum constitui. Sit igitur ex eis secundum doctrinam 22 primi/triangulus d e f,constitutus:cui sicut docuit quinta quarti/circunscribatur circulus d e f supra centrũ g.& protrahatur g d, g e,g f. Quæ cũ sint adinuicẽ æquales ex diffinitione circuli/lateraqꝫ tres ꝓpositos angulos ambiẽtia ęqualia ex hypothesi: necesse est vt earũ quęlibet quolibet illorũ laterũ sit minor. æqualẽ autẽ aut maiorẽ esse est impossibile. Si enĩ linea exiẽs a cẽtro g,circũferentiã circuli d e f esset æqualis alicui laterũ a d,a e, b e,b f,c f,c d: sequeret̃ propter ea quę posita sunt/annuẽte 8 primi/tres angulos a,b,c,propositos/esse æquales tribus angulis d g e,e g f,f g d. Cũqꝫ hi tres sint æquales quatuor rectis ãgulis/vt facile patet ex 13 primi/protracta paulisp vna linearũ exeũtiũ a cẽtro ad circũferentiã in cõtinuũ et directũ: essent etiã tres ãguli a,b,c,ęquales etiã quatuor rectis. Qd est cõtra posita. Qz si esset maior: superpositis tribus triãgulis quorũ sunt anguli a,b,c,tribus triangulis diuidẽtibus triãgulũ d e f vnoquoqꝫ illi cũ quo cõicat in basi/ita qꝫ bases supponant̃ basibus ęquales videlicet ęqualibus:& anguli a b c cadãt ad partẽ pũcti g/sequeret̃ ex 21 primi tres ãgulos a,b,c,esse maiores tribus q̃ sunt d g e,e f g,f g d. Essent itaqꝫ maiores quatuor rectis. Qd est ãplius cõtrariũ positis. Relinquit̃ itaqꝫ vnũquodqꝫ ex sex lateribus tres propositos ãgulos ambiẽtibus: maius esse linea egrediẽte a cẽtro g,ad circũferẽtiã d e f. ideoqꝫ etiã potẽtius. Sit igitur potẽtius in linea g h: quæ sit secũdũ 12 huius orthogonaliter erecta sup supficiem ãguli vel circuli d e f. demittãturqꝫ tres hypothenusæ h d,h e,h f: quas dico cõtinere angulos tres supficiales ęquales tribus propositis/cõstituẽtes angulũ solidũ in pũcto h. Cũ enĩ quadratũ lineę a d sit ęquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi/at quadratũ lineę d h sit ęquale eisdẽ ex penultima primi: necesse est lineã a d esse æqualẽ lineę d h. Eodẽqꝫ modo & lineam a e: lineę e h. Igitur ex 8 primi cũ bases etiã sint æquales: erit angulus a ęqualis angulo d h e. Simili quoqꝫ modo erit angulus b ęqualis angulo e h f:& angulus c ęqualis angulo f h d. Quare cõstat factũ esse quod facere disposuimus.

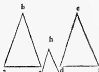


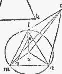


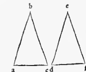
Eucli.ex Zamb. Theorema 3. Propositio 23.

23 ¶Ex tribus angulis planis quorum duo quomodocunqꝫ sumpti sint reliquo maiores: solidum angulum conficere. oportet iam tres quatuor rectis esse minores.

¶THEON ex Zãb. ¶Sint dati tres anguli plani sub a b c,d e f,g h k: quorũ duo quõcũqꝫ assumpti reliquo sint maiores/insuperqꝫ tres quatuor rectis minores. oportet iã ex ęqualibus eis qui sub a b c,d e f,g h k: solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales a b,b c,d e,e f,g h,h k: cõnectanturqꝫ a c,d f,g k. Igitur per 21 vndecimi ex æqualibus ipsis a c,d f,g k,triãgulũ cõfici est possibile. Construat̃/sitqꝫ l m n:& eo quia a c æqua est ipsæ l m,& d f ipsi m n,& g k ipsi l n. Circũscribatur autẽ p 5 quarti ipsi l m n triãgulo: circulus l m n. sumatqꝫ per 1 tertij ipsius centrũ x: connectaturqꝫ l x,m x,n x. ¶Dico qꝫ a b: ipsa l x maior est. Si autem non: aut a b ipsi l x est æqualis/aut ea minor. Sit primum æqualis. Quoniã a b ipsi l x est æqualis/sed a b ipsi b c est æqualis: igitur l x ipsi b c est æqualis. Ipsa autem l x: ipsi x m per 15 diffinitionẽ primi. Duæ iam a b,b c: duabus l x,x m,sunt æquales altera alteri.& basis a b: basi l m supponit̃ æqua-



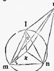




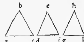
lis.angulus igitur qui sub a b c:per 8 primi angulo qui sub l x m est æqualis. Id propterea iam & qui sub d e f:ei qui sub m x n est æqualis. Est autem & qui sub g h k:ipsi qui sub n x l. Ipsi igitur qui sub a b c,d e f,g h k,anguli:ipsis tribus qui sub l x m,m x n,n x l,sunt æquales. Sed tres qui sub l x m,m x n.n x l: quatuor rectis sunt æquales.& tres igitur qui sub a b c,d e f,g h k:quatuor rectis sunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod est impossibile. Igitur a b:ipsi l x æqualis non est. ¶ Dico etiam:ꝙ nec minor est a b,ipsa l x. Si enim possibile:esto.ponaturq; per 2 primi ipsi a b æqualis x o,ipsi autẽ b c æqualis x p:connectaturq; o p. Et quoniam æqualis est a b ipsi b c:æqualis est & x o ipsi x p,quare & reliqua o l:reliquæ p m est æqualis. Parallelus igitur est per secundam sexti l m ipsi o p:& æquiangulũ est l m x ipsi o p x.est igitur sicut x l ad ipsam l m:sic est x o ad o p. vicissim igitur per 16 quinti sicut l x ad x o:sic l m ad o p. Maior autem est l x:ipsa x o.maior igitur est & l m:ipsa o p. Sed ipsa l m:posita est ipsi a c æqualis.& a c igitur:ipsa o p maior est.



Quoniam igitur binæ rectæ lineæ a b,b c,duabus o x,x p,sunt æquales/& basis a b basi o p maior est:angulus igitur qui sub a b c,angulo qui sub o x p maior est per 25 primi. Similiter iam ostendemus:ꝙ & qui sub d e f eo qui sub m x n maior est/qui autem sub g h k eo qui sub n x l. Ipsi igitur tres anguli qui sub a b c,d e f,g h k:tribus qui sub l x m,m x n,n x l sunt maiores. Sed qui sub a b c,d e f,g h k:quatuor rectis supponuntur minores.multo igitur magis qui sub l x m,m x n,n x l:quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impossibile. Igitur a b:ipsa l x minor nõ est. Ostensum autẽ est:ꝙ neq; æqualis.maior igitur est a b:ipsa l x. ¶ Constituatur iam a signo x:ipsius l m n circuli plano ad angulos rectos x r per 12 vndecimi. Et quo maius est quadratum quod ex a b,eo quod ex l x:ei æquum esto quod ex x r.cõnectanturq; r l,r m,r n. Et quoniam r x recta est & ad ipsius l m n circuli planum:& ad vnamquamq; igitur ipsarum l x,m x,n x,per conuersionem 2 diffinitionis vndecimi recta est ipsa r x. Et quoniam ęqualis est l x ipsi x m,communis autem & ad angulos rectos est x r:basis igitur r l p 4 primi basi r m est ęqualis. Iam id propterea & r n:vtriq; ipsarum r l,r m,est æqualis. Ipsæ igitur r l,r m,r n:sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex a b eo quod ex l x,ei supponitur æquum quod ex x r:quod ex a b igitur æquũ est eis quæ ex l x,r x. Eis autem quæ ex l x,x r:æquum est per 47 primi quod ex l r.rectus enim est qui sub l x r. Quod igitur ex a b:æquũ est ei quod ex r l. Aequalis igitur est a b:ipsi r l. Sed ipsi quidem a b:æqualis est vnaquæq; ipsarum b c,d e,e f,g h,h k.ipsi autem r l:ęqualis est vtraq; ipsarum r m,r n. Vnaqueq; igitur ipsarũ a b,b c,d e,e f,g h,h k:vnicuiq; ipsarum r l,r m,r n,est æqualis.



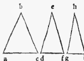
Et quoniã duę l r,r m,duabus a b,b c,sunt æquales/& basis l m basi a c supponitur æqualis: angulus igitur qui sub l m r per 8 primi ei qui sub a b c est ęqualis. Id propterea & qui sub m r n:ei qui sub d e f est æqualis. Qui autem sub l r n:ei qui sub g h k. Ex tribus igitur angulis planis hoc eis qui sub l r m,m r n,l r n,qui sunt ęquales tribus datis sc; eis qui sub a b c,d e f,g h k,solidus angulus construit qui ad r:cõpræhensus sub l r m,m r n,& l r n,angulis. Qđ facere oportebat.



¶ Sed iã esto centrũ circuli in vno laterũ triãguli:sitq; in m n,estoq; x. Cõnectaturq; l x. Dico rursus:ꝙ maior est a b ipsa l x. Si autẽ nõ:aut a b est ęqualis ipsi l x,aut ea minor. Sit primũ æqualis. Duæ iã a b,b c,hoc est d e,e f:duabus m x,x l,hoc est ipsi n m sunt ęquales. Sed ipsa quidẽ m n:ipsi d f supponit̃ ęqualis.& ipsę igit̃ d e,e f:ipsi d f sunt ęquales. Qđ est ĩpossibile. Igitur a b:ipsi l x, ęqualis nõ est. Similiter iã ostẽdemus:ꝙ neq; minor. igit̃ ipsa a b:maior est ipsa l x. Et si similiter quo maius est quod ex a b eo quod ex l x,ei ęquũ & ad angulos rectos ad circuli planũ cõstituemus sicut quod ex x r:cõstituet̃ problema.



¶ Sed iam esto centrũ circuli extra triangulũ l m n:sitq; x. Connectanturq; l x,m x,n x. Dico:ꝙ & sic maior est a b ipsa l x. Si autẽ non:aut ęqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur a b,b c:duabus m x,x l,sunt æquales altera alteri.& basis a c basi m l est æqualis.angulus igitur qui sub a b c:per octauũ primi angulo qui sub m x l est ęqualis. Idq; propterea iam & qui sub g h k:ei qui sub l x n est æqualis. Totus igitur qui sub m x n:duobus qui sub a b c,g h k,est æqualis. Sed qui sub a b c,g h k:ipso qui sub d e f sunt maiores. Et

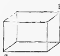


qui sub m x n igitur: eo qui sub d e f maior est. Et quoniã duæ d e, e f, duabus m x, n x, sunt æquales/& basis d f basi m n est æqualis: angulus igitur qui sub m x n per 8 primi ei qui sub d e f est æqualis. Patuit autem q & maior. Quod est absurdum. Igitur a b: ipsi l x non est æqualis. Itidemq ostendemus: q neq minor. Igitur ipsa a b: maior est ipsa l x. Et si etiã ad angulos rectos in circuli plano rursus cõstituamus ipsam x r, & ipsi equalẽ ponamus eã quæ potest id quo maius est quod ex a b eo quod ex l x: cõstituet problema. ¶Dico insuper q a b ipsa l x non est minor. Si enim possibile: esto. Ponaturq per 2 primi ipsi quidem a b æqualis x o: ipsi autem b c æqualis x p. Connectaturq o p. Et quoniam æqualis est a b ipsi b c: æqualis est x o ipsi x p. quare & reliqua o l: reliquæ m p, est æqualis. Parallelus igitur est per 2 sexti l m ipsi p o: & æquiangulum est triangulum l x m ipsi triangulo p x o. Est igitur per 6 sexti sicut x l ad l m: sic est x o ad o p. & vicissim per 16 quinti sicut l x ad x o: sic l m ad o p. Maior autem est l x: ipsa x o. maior igitur est & l m: ipsa o p. Sed l m: ipsi a c est equalis. igitur & a c: ipsa o p maior est per 14. quinti. Quoniam igitur due a b, b c, duabus o x, x p, sunt æquales altera alteri/& basis a c basi o p maior est: angulus igitur qui sub a b c per 25 primi angulo qui sub o x p maior est. Similiter iam & si ipsam x r æqualem vtriq ipsarum x o, x p, assumamus/& cõnectamus ipsam o r: ostendemus q & qui sub g h k angulus eo qui sub o x r maior est. Constituatur iam per 23 primi ad ipsam l x rectam lineam/ad signumq in ea x: et quidem qui sub a b c angulo æquus angulus qui sub l x f, ei autem qui sub g h k æqualis qui sub l x t. ponaturq per 2 primi vtraq ipsarum x f, x t, ipsi o x æqualis: & connectantur o f, o t, f t. Et quoniam binæ a b, b c, binis t x, x f, sunt æquales/& angulus qui sub a b c angulo qui sub o x f est æqualis: basis igitur a c p 4 primi hoc est l m/basi o f est æqualis. Idq propterea iam & l n: ipsi o t est æqualis. Et quoniam duæ l m, l n, duabus f o, o t, sunt æquales/& angulus qui sub m l n angulo qui sub f o t maior est: basis igitur m n per 25 primi basi f t maior est. Sed ipsa quidem m n: ipsi d f est æqualis. & ipsa igitur d f: ipsa f t maior est. Quoniam igitur duæ d e, e f, duabus f t, x t, sunt æquales/& basis d f basi f t maior est: angulus igitur qui sub d e f per 25 primi ãgulo qui sub f x t maior est. Aequalis autem est qui sub f x t: eis qui sub a b c, g h k. Igitur qui sub d e f: eis qui sub a b c, g h k, maior est. Sed & etiam minor. Quod est impossibile. ¶Quo autem maius est quod ex a b, eo quod ex l x: ei æquum assumatur quod ex x r, sic. Exponantur a b & l x rectæ lineæ: sitq maior a b describaturq super ipsa semicirculus a c b: & in semicirculo a c b annectatur ipsi l x rectæ lineæ æqualis ipsa a c, connectaturq c b. Quoniã igitur in semicirculo a c b angulus est qui sub a c b: rectus igitur est qui sub a c b per 31 tertij. Quod igitur ex a b per 47 primi æquum est eis quæ ex a c, c b. quare id quod ex a b: maius est eo quod ex a c, eo quod ex c b. æqualis autem est a c ipsi l x. quod igitur ex a b: maius est eo quod ex l x, eo quod ex c b. Si ipsi igitur c b æqualem x r assumamus: quod ex a b, eo quod ex l x, eo quod ex x r maius est. Quod facere proposueramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI superficiebus æquidistantibus solidum cõtineatur: eius oppositæ superficies sibi inuicem æquales sunt & æquidistantium laterum.

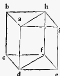
¶CAMPANVS. ¶Quicquid dicant alij: solidum æquidistantibus superficiebus contentum, superficiebus paribus necesse est contineri. quæ sicut esse non possunt pauciores sex: ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnam hexagonam: posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicem æquidistant/contineri. Sicquoq octogonam: 10. & decagonam: 12. & ad istarum similitudinem: in infinitum. Sed horum omnium solidorum æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuncio: solum illud dicitur parallelogrãmum/cuius omnes superficies ipsum ambientes parallelogrãmæ sunt. & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq quod sex tantum superficiebus ambitur: dico debere intelligi quod hæc 24. proponit. Sit igitur tale solidum/corpus a b: cuius



omnino superficies fac vt solido habitu mente compræhendas. patebitq; tibi/ vnamquãq; earũ quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera: cum sint cõmunes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum ꝙ adinuicem opponuntur: ęquidistantes ex hypothesi. sequitur ex 16 bis assumpta: vt quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia. Cõstat itaq; secundum. At vero ex 34 primi manifestum est: omnia latera opposita istarum sex superficierum esse ęqualia. erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq; earum/ ęqualia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus: anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti/ ęquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimę cõmunis scientiæ in primo libro positę: necesse est quasq; duas superficies in solido a b oppositas/ esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24.

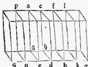
Si solidum sub parallelis planis compræhendatur: quæ ex op- 24
posito ipsius plana/ æqualia & parallelogramma sunt.



THEON ex Zãb. Solidum inquam c d h g: sub parallelis planis a c, g f, a h, d f, f b, a e, compręhendatur. Dico ꝙ quæ ex ꝓposito ipsius plana: æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela hoc est b g, c e, a plano a c secantur: cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt per 16 vndecimi. parallelus igitur est a b: ipsi d c. Rursus quoniam plana bina parallela b f, a e, planum a c dispescit: cõmunes ipsorum sectiones parallelę sunt per eãdem. parallelus igitur est b c: ipsi a d. Patuit autẽ: ꝙ & a b ipsi d c est parallelus. parallelogrammum igitur est a c. Similiter iam ostendemus: ꝙ & vnumquodq; ipsorum d f, f g, g b, b f, a e, parallelogrammum est. Conuectantur a h, d f. Et quoniam parallelus est a g ipsi d e, & b h ipsi c f: binæ iam a b, b h, sese inuicem tangentes ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes hoc est d c, c f, sunt/ non tamen in eodem plano. igitur æquales compræhendunt angulos per 10 vndecimi. Angulus igitur qui sub a b h: angulo qui sub d e f, est æqualis. Et quoniã binæ a b, b h, duabus d c, c f, sunt æquales/ & angulus qui sub a b h, angulo qui sub d c f est æqualis: basis igitur a h per 4 primi basi d f, est æqualis/ & triangulum a b h triangulo d c f est æquale. Et quoniam ipsius quidem a b h, duplum per 41 primi est b g parallelogrammum: æquum igitur est parallelogrammum b g, parallelogrammo e c. Similiter iam ostendemus: ꝙ & a c ipsi g f est æquale/ & a e ipsi b f. Si planum igitur sub parallelis planis compręhendatur: qui ex opposito eius plana/ æqualia et parallelogramma sũt. Quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

SI superficies quædam secet solidum parallelogrammũ 25
æquidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis: duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur/ suis basibus sunt proportionalia.



CAMPANVS. Sit corpus a b, solidum parallelogrammũ: & secet ipsum superficies c d æquidistanter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b Et sit superficies g b, basis ipsius solidi a b: de qua cõstat per præmissam ꝙ ipsa sit ęquidistantium laterum. Et sit cõmunis sectio duarum superficierum c d & g b, linea h d: de qua cõstat per 3 huius ꝙ ipsa sit linea recta/ & per 16 huius ꝙ ipsa sit æquidistans g e. Ideoq; sunt duæ superficies g d & h b æquidistãtium laterum: & ipsæ sunt bases duorum partialium corporum in quæ superficies c d diuidit solidum a b. Dico itaq; ꝙ proportio solidi a d ad solidum b c: est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim vtrinq; quantũ libuerit/ quatuor lineę penetrantes superficiem c d super eius angulos: & ipsæ sunt a f & e b cũ duabus reliquis sibi ęquidistantibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit/ quæ ponantur singulæ ęquales lineę b d: & ex

parte pũcti e, aliæ similiter quot libuerit/quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas vtrinq; constituantur solida parallelogramma secundum longitudinum exigentiam/sintq; ex parte puncti b, solida f k & l m: & ex parte pũcti e, solida a n & p q. Eritq; ex diffinitione corporum equalium atq; similium/ vnũquodq; solidorum f k & l m æquale solido c b: & vnumquodq; a n & p q æqua le a d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidũ c m ita multiplex solidi b c: sicut basis h m, basis h b. & solidũ q c ita multiplex solidi a d: sicut basis q b, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h: solidũ e m est æquale solido q c ex diffinitione corporum æqualium atq; similium. & si basis est minor basi: & solidum est minus solido. & si maior: maius. quod patet ex diffinitione eadem: relecata maiori basi ad æqualitatem minoris/ & descripto super eam solido parallelogrammo. Itaq; ex diffinitione incõtinuę proportionalitatis proportio solidi a d ad solidum c b: sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositum.

CAMPANVS. Qꝫ si superficies aliqua secet corpus serratile ęquidistanter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis: duo partialia corpora quę ad illam secantem superficiem velut ad cõmunem terminum copulantur suis basibus erũt proportionalia. Sit enim a f corpus serratile: cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis. vnamquãq; trium superficierum quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f: esse parallelogrammum. Secet igitur superficies g h k: istud serratile æquidistanter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio serratilis a k ad serratile g f: est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtramq; partem lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte puncti e serratilibus ęqualibus serratili g f, & ex parte puncti b aliis ęqualibus serratili a k vtrinq; quotus numero: ex diffinitione incontinuę proportionalitatis (si cuncta vigili mente perlustres) non erit tibi difficile cõcludere quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

25 Si solidum parallelepipedum plano secetur/ parallelo existente eis quæ ex opposito planis: erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.

THEON ex Zamberto. Solidum inquam parallelepipedum a b c d secetur a plano q e parallelo existente eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis r a & d h. Dico ꝙ est sicut a e f φ basis ad e h c f basim: sic est a b f q solidũ ad e y c d solidum. Extendatur enim a h ex vtraq; parte. ponãturq; ipsi quidem a e ęquales: quæcunq; ipsarum a k, k l. ipsi autem e h: h m, m n. compleanturq; ipsa l o, k φ, h g, m s, parallelogrãma: & ipsa l p, k r, d m, m t, solida. Et quoniã ipsę l k, k a, a e, rectæ lineæ inuicem sunt æquales: æqualia quoq; sunt ipsa l o, k φ, a f, parallelogrãma sibiinuicem per primam sexti. & ipsa quoq; k x, k b, a y, sibi inuicem per eandem sunt æqualia. Et similiter ipsa l v, k p, a t, sibi inuicem per vigesimãquartã vndecimi sunt æqualia. ex opposito enim. Idq; propterea iam & ipsa quidem e c, h g, m s, parallelogrãma adinuicem sunt ęqualia per primã sexti. ipsa quoq; y h, h i, s n, sibi inuicem per eandem sunt ęqualia. Et insuper ipsa d h, m z, n t, per 24 vndecimi sunt æqualia. ex opposito enim. Tria igitur plana cuiusq; ipsorum l p, k r, a q, solidorũ. tribus reliquorum planis sunt æqualia. idq; propterea: & ipsorum e d, d m, m t, solidorũ. Sed tria: tribus quæ ex opposito per 24 vndecimi sunt ęqualia. Ipsa igitur tria solida l p, k r, a q, inuicem sunt æqualia per 8 vndecimi diffinitionẽ & id propter ea iam tria solida e d, d m, m t, inuicem sunt æqualia. Quotuplex igitur est l f basis ipsius a f basis: totuplex est & l q solidum ipsius a q solidi. & iam id propterea quotuplex est n f basis ipsius f h basis: totuplex est & n q solidum ipsius h q solidi. & si ęqualis est l f basis ipsi a f basi: ęquum est & l q solidum ipsi a q solido. & si excedit l f basis ipsam a f basin: excedit quoq; ipsum l q solidum ipsum a q solidum. & si deficit: deficit per 1 & 14 quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus/ binis quidem basibus a f, f h, duobus autem solidis a q, q h: assumũtur æque multiplicia. ipsius quidem a f basis & a q solidi/ ipsa l f ba-

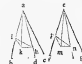
ſis & l q ſolidum: ipſius autem h f baſis & h q ſolidi/ipſa n f baſis & ipſum n q ſolidum. Oſtenſumq́ eſt/ꝙ ſi l f baſis excedit baſin a f: excedit quoq́ & l q ſolidum/ipſum a q ſolidum. & ſi æquale: æquale. & ſi deficit: deficit per diffinitionem 6 quinti. In eadem ratione magnitudines eſſe dicuntur. & reliqua. Eſt igitur ſicut a f baſis ad f h baſin: ſic eſt a q ſolidum ad h q ſolidum. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 26



V per datum punctum datæ lineæ: angulo ſolido propoſito æqualem angulum ſolidum conſtituere. 26

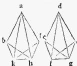
¶CAMPANVS. ¶Solidus angulus propoſitus ſit a, qui cõtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidũ perficientes continentibus. cui ſuper punctum e lineę e f propoſitæ quæ ad libitum proponentis iaceat aut in ſublimi conſurgat/iubemur æqualem angulũ ſolidum conſtituere. Qualiſcunq́ ſit ſitus lineę e f: a puncto g vbicunq́ volueris ſignato/producito lineam g e. eruntq́ ex ſecunda huius/duæ lineæ e f & g e: in ſuperficie vna. In hac itaq́ ſuperficie ſuper punctum e datum in aſſignata linea ſecundum conſilium 23 primi conſtitue angulum æqualem angulo b a c: & ipſę ſit f e g. dehinc ex linea a d abſcinde lineam a h ſicut volueris: & a puncto h producito perpendicularem h k ad ſuperficiem in qua ſunt duę lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum ſit: 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert: vtrum perpendicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineę a b & a c, inter ipſas lineas/aut extra aut in earum altera. ducito tamen lineam a k. Poſitoq́ puncto l in linea a b vbicũq́ volueris: protrahe lineas k l & l h. & pone angulum f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, ęqualem angulo b a k: & lineam e m æqualem lineę a k. & ex linea e f: ſume lineam e p æqualem lineę a l. & a puncto m educ lineam m n perpendicularem ad ſuperficiem in qua ſunt duæ lineę e f & e g. & pone eam æqualem h k. & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur: tres lineas e f, e g, e n, continere angulũ ſolidum in puncto e, ęqualem angulo a propoſito. Cum ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, trianguli a k h ęqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ ſupra ſuperficiem: erunt ex quarta primi duę lineę a h & e n, æquales. per eandem quoq́ erunt duæ lineæ k l & m p: æquales. ideoq́ etiã per eandem h l & n p æquales: cum ſint h k & k l æquales m n & m p. & anguli h k l & m n p, recti. p 8 igitur primi/erit angulus n e p: æqualis angulo h a l. Similiquoq́ modo probabis: angulum g e n eſſe ęqualẽ angulo c a d. Conſtat itaq́: nos effeciſſe quod volumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris: quotcunq́ lateribus a ſolidus angulus propoſitus cõtineatur/quod a te petitur ſine offendiculo perficere poteris.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 26.

¶Ad datam rectam lineam/ad ſignumq́ in ea: dato ſolido angulo æquum ſolidum angulum conſtituere. 26

¶THEON ex Zãberto. ¶Sit quidem data recta linea a b: datũq́ in ea ſignũ ſit a. datus angulus ſolidus ſit qui ad d: compræhẽſus ſub e d c, e d f, f d c, angulis planis. Oportet iam ad ipſam a b rectam lineã/& ad ſignũ in ea a: et qui ad d ſolido angulo æquum ſolidũ angulum cõſtituere. Sumatur in ipſa d f, cõtingens ſignũ f: exciteturq́ per 14 vndecimi ab ipſo f, ad id quod per e d, d c, planũ perpendicularis f g. & concurrat in planũ per g: cõnectaturq́ d g. conſtituaturq́ per 23 primi ad ipſam a b, & ad ſignum in ea a, ei qui ſub e d c angulo æqualis angulus qui ſub b a l, ei autem qui ſub e d g, æqualis qui ſub b a k: ponaturq́ per 2 primi ipſi d g æqualis a k. conſtituaturq́ per 19 vndecimi ab ipſo k ſigno/ei quod per b a l plano ad angulos rectos k h: ponaturq́ per ſecũdam primi k h ipſi g f æqualis. connectaturq́ h a. Dico ꝙ angulus ſolidus qui ad a, compræhẽſus ſub b a l, b a h, h a l, angulis: æquus eſt ei qui ad d ſolido angulo cõpręhẽſo ſub e d c, e d f, f d c, angulis. Auferantur enim ęquales a b, d e: connectanturq́ h b, k b, f e, e g. Et quoniam f g recta eſt ad ſubiectum planum: & per 2 diffinitionem vndecimi ad omnes igitur tangentes ſe rectas

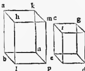


lineas & in subiecto existētes plano/ rectos efficiet angulos. Rectus est igitur: vterq; ipsorū qui sub f g d, f g e, angulorum. & iam id propterea vterq; ipsorū h k a, h k b, angulorū: rectus est. Et quoniam binæ k a, a b, duabus g d, d e, sunt æquales altera alteri/ & æquales cōprehendunt angulos: basis igitur k b per 4 primi basi g e est æqualis. Est autē & k h ipsi g f æqualis: & rectos cōprahēdūt angulos. æqualis igitur est & b h: ipsi f e. Rursus quoniam duæ a k, k h, duabus d g, g f, sunt æquales/ & rectos angulos cōpræhendunt: basis igitur a h per 4 primi ipsi d f est æqualis. Est autem & a b: ipsi d e æqualis. binæ igitur h a, a b: duabus f d, d e, sunt æquales. & basis h b: ipsi f e est æqualis. Angulus igitur qui sub b a h: per 8 primi angulo qui sub e d f est æqualis. Iam id propterea & qui sub h k l: ei qui sub f g c est æqualis. Quoniā si assumamus æquales a l, d c, cōnectamusq; ipsas k l, h l, g c, f c: quoniam totus qui sub b a l toti qui sub e d c est æqualis quorū qui sub b a k ei qui sub e d g supponitur æqualis/ reliquus igitur qui sub k a l reliquo qui sub g d c est æqualis. Et quoniā binæ k a, a l, duabus g d, d c, sunt æquales/ & rectos cōprehendunt angulos: basis igitur k l per 4 primi basi g c est æqualis. Est autē & k h: ipsi g f æqualis. binæ iam l k, k h, binis c g, g f, sunt æquales: & angulos rectos cōpræhendūt. basis igitur h l: per 4 primi basi f c est æqualis. Et quoniā binæ h a, a l, duabus f d, d c, sunt æquales/ & basis h l basi f c est æqualis: & angulus igitur qui sub h a l per 8 primi angulo qui sub f d c est æqualis. Est autem & qui sub b a l: ei qui sub e d c æqualis. Ad datam igitur rectam lineam a b, ad datumq; in ea signum a: dato angulo solido qui ad d æqualis angulus solidus cōstitutus est. Quod erat agendū.

Euch. ex Camp. Propositio 27.

27 V per assignatam lineam: dato solido æquidistantium superficierum simile solidum constituere.

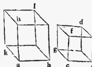
CAMPANVS. *Sit assignata linea a b: de cuius situ vtrum in plano iaceat vel sursum exurgat: nihil curetur.* sitq; assignatum parallelogrāmum solidū / corpus c d: cui super lineam a b, iubemur simile solidum fabricare Sint igitur tres lineę cōnnentes superficiales angulos ex quibus cōponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundū præcepta præmissæ super punctū a lineæ a b, cōstituatur angulus solidus ęqualis c: quē contineāt tres lineæ a b, a h, a k. & auxilio 10 sexti sit proportio c e ad a b, & e f ad a h, & g c ad a k: proportio vna. Dehinc a tribus punctis b, h, k, protrahantur sex lineæ: h l æquidistans lineæ a b, & h m æquidistans lineę a k, iterum b l æquidistans lineę a h, & b n æquidistans lineæ a k, rursus quoq; k n ęquidistans a b, & k m æquidistans a h. amplius autē protrahātur: m p æquidistans h l, & p l æquidistās h m. protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completū solidum parallelogrāmū a p: quod dico esse simile solido c d. Hoc autē ex diffinitione similium superficierū & diffinitione similium corporum si earum memineris: facile cōcludes.



Euch. ex Zamb. Problema 5. Propositio 27.

27 Ex data recta linea: dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

THEON ex Zāberto. Esto quidē data recta linea a b: datum autem solidum parallelepipedū esto c d. Oportet iam ex data recta linea a b: ipsi c d solido parallelepipedo dato simile similiterq; positum solidum parallelepipedū describere. Constituatur enim per 26 vndecimi ad ipsam a b rectā lineam/ ad signumq; in ea a, ei qui ad c solido angulo æqualis qui sub b a h, h a k, k a b, cōprehendit: vt æqualis sit qui sub b a h ei qui sub e c f, qui vero sub b a k ei qui sub e c g, & insuper qui sub k a b ei qui sub g c f. Fiatq; sicut e c ad c g, sic b a ad a k: sicut autē g c ad c f, sic k a ad a h. et ex æquali igitur per 22 quinti sicut e c ad c f: sic b a ad a h. Cōpleaturq; ipsum h b parallelogrāmū: & ipsum a l solidum. Et quoniā est sicut e c ad c g sic b a ad a k, & quæ circū æquos angulos qui sub e c g, b a k, latera sunt proportionalia: igitur parallelogrāmum g e ipsi k b parallelogrāmo est simile per diffinitionem sexti. Idq; propterea & k h parallelogrāmum ipsi g f parallelogrāmo est simile: & insuper ipsum f e ipsi h b. Tria igitur parallelogramma ipsius c d solidi: tribus parallelogrammis ipsius



a l solidi sunt similia. Sed tria: tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur c d solidum: toti a l solido simile est. A data igitur recta linea a b: dato solido parallelepipedo c d simile & similiter positum descriptum est a l. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 28.

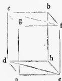
28 SI superficies aliqua solidum parallelogrammum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet: eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.



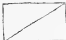
❡CAMPANVS. ❡Sit corpus a b solidũ parallelogrammum: de quo sit positum ꝙ superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierũ oppositarum ipsum terminantiũ quæ sint a d & c b. Dico ꝙ ipsa diuidit illud solidum propositum: per æqualia. Constat enim: ꝙ ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia. quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum ꝙ ipsæ sunt opposita latera solidi propositi / manifestum est ex 24 huius esse æquales; cum solidum de quo loquimur / positum sit esse parallelogrãmum. Ex eadem quoq; & 41 primi cõstat: trilateras superficies dictorum serratiliũ esse æq̃les. Igĩ a diffinitione solidorũ ęqualiũ: liquet qđ ꝓpositũ est.

Eucli. ex Zamb Theorema 23. Propositio 28.

28 ❡Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum: ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.



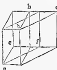
❡THEON ex Zamberto. ❡Solidum enim parallelepipedum a b: plano c d e f secetur per diagonios eorũ quæ ex opposito planorũ c f, d e. Dico ꝙ ipsum a b solidũ: ab ipso c d e f plano bifariam secabitur. Quoniã enim per 34 primi c g f triangulum æquum est triangulo c b f, & triangulum a d e ipsi d e b, est autem c a parallelogrammum ipsi b e æquale: ex opposito enim / ipsum autem g e ipsi c h: & per 21 vndecimi prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis c g f, a d e, & tribus parallelogrãmis hoc est g e, a c, c e, æquum est prismati comprahenso sub duobus triangulis c f b, d e h, & tribus parallelogrãmis hoc est c h, b e, c e. Sub æqualibus enĩ planis & multitudine & magnitudine cõpræhenduntur per diffinitionẽ vndecimi. Quare totum a b solidum: bifariam scinditur ab ipso c d plano. Quod erat ostendendum.



❡ZAMBERTVS. ❡Diagonius: linea recta est quæ in figuris angularibus ab vno angulo insurgit & sese in aliũ extendit angulũ. Vt in hac figura patet.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 CVncta solida æquidistantium superficierum æque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta: probantur esse æqualia.



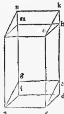
❡CAMPANVS. ❡Verũ est ꝙ solida æquidistantiũ laterũ ęque alta siue inter superficies æquidistantes super vnam & eadem basin constituta sunt adinuicẽ æqualia: sicut de superficiebus æquidistantiũ laterũ super vnam basin & inter lineas ęquidistãtes constitutis in 35 primi demõstratũ est. Sed talium solidorũ quædã dicũtur constitui super lineam vnam: & sunt illa quorum supremarũ superficierũ duo opposita latera sunt secũdum rectitudinẽ protracta / linea vna. & de talibus hæc 29 proponit demõstrandũ: ipsa õnia esse ęqualia adinuicẽ. Sunt autẽ eorũ alia quę non dicũtur constituta super lineam vnã; & sunt illa quorũ supremarum superficierum duo latera opposita quæcunq; sumãtur secũdũ rectitudinẽ protracta / nõ sunt linea vna. & de talibus sequẽs demonstrãdum proponet: ipsa quoq; omnia esse adinuicẽ æqualia. Sint itaq; duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies æquidistantes a b & a c; cõstituta super vnam basin quæ sit a d, quorum supremæ superficies sint e b & b c. sintq; harum supremarũ superficierum duo latera opposita / cum secundum rectitudinem protrahantur: linea vna. & ipsa sunt c f & b e. Dico itaq; ꝙ

solida a b & a c: sunt æqualia. Hoc autẽ (si figura eius fecidũ quod oportet/actu vel cogitatione fabricaueris/& queãdmodum in 35 primi processeris/idem facies hic de seratilibus quod ibi de triãgulis) facile cõcludere poteris. occurrũtq́ tibi hic eædẽ diuersitates in solidis: quæ ibi in superficiebus occurrisse nouisti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 29.

29 ¶Super eadem basi & sub eadem altitudine solida parallelepipeda consistentia/ quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis: inuicem sunt æqualia.

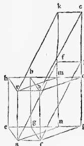
¶THEON ex Zamberto. ¶Sint super eadẽ basi a b, solida parallelepipeda c m, c n, sub eadẽ altitudine: quorũ stantes hoc est a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, & b k, super eisdem sint rectis lineis ipsi f n d k plano. Dico q̃ solidum c m: æquum est ipsi c n solido. Quoniã enim parallelogrãmum est vtrunq́ ipsorum c h, c k: æqualis est per 34 primi c b vtriq́ ipsarum d h, e k. Quare & d h: ipsi e k est æqualis. Cõmunis auferatur e h. reliqua igitur d e: reliquæ h k est æqualis. Quare & ipsum quidem d c e triangulum ipsi h b k triangulo est æquale: & d g parallelogrãmum ipsi h n parallelogrãmo. & id propterea triãgulum a g f: triangulo m l n est æquale. Est autem & ipsum quidẽ c f parallelogrãmum: ipsi b m parallelogrãmo ęquũ: & c g, ipsi b n. ex oppositonãq. Igitur & prisma cõpræhensum sub duobus quidem triangulis f a g, d c e, tribusq́ parallelogrammis a d, d g, c g: æquum est prismati compræhenso sub duobus quidem triãgulis m l n, h b k, & tribus parallelogrammis hoc est b m, n h, b n. Commune apponatur solidum: cuius basis quidem sit parallelogrammum a b, ex opposito autem g e h m. Totum igitur c m solidum parallelepipedum: toti c n solido parallelepipedo est æquale. Super eadem igitur basi existenna solida parallelepipeda & sub eadem altitudine/ quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis: sunt inuicem æqualia. Quod oportuit ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

30 Cuncta solida æquidistantium superficierũ æque alta/ quę in eadem basi non autem super vnam lineam fuerint cõstituta: probantur esse æqualia.

¶CAMP. ¶Sint nunc duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies ęquidistantes: sintq́ super vnam & eandẽ basin/ sed nõ super lineam vnã cõstituta. Dico iterum ea esse æqualia. Esto enĩ duo solida parallelogrãma a b & a c æque alta siue inter superficies æquidistãtes: cõstruta super vnam basim quę sit a d, sed nõ super vnam lineã, sintq́ eorũ supremæ superficies e b & f c: quarum opposita latera secundũ rectitudinem protracta / nõ erunt linea vna. Cumq́ ipsa ex hypothesi sint in vna superficie eo q̃ solida proposita sunt inter superficies æquidistantes; necesse est vt duo latera vnius earum protracta secundum rectitudinẽ/ secent duo alterius earum protracta secundũ rectitudinem. Protrahãtur itaq́ duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & h b: & duo opposita superficieĩ f c, quæ sint k f & c l. & secent se super quatuor puncta m, n, p, q. eritq́ superficies m n p q: æquidistantiũ laterum æqualis vnicuiq́ triũ superficierum/ quarum vna est basis propositis solidis cõmunis & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundẽ solidorum/ & ipsæ sunt e b & c f. Ductis itaq́ lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundũ directam habitudinem relatos/ quæ sit n a, m r, p f, q d: perfectum erit solidũ parallelogrãmũ a q in eadem basi cũ vtroq́ duorũ priorũ/ & æque altũ/ & super lineã vnã cum vtroq́ ipsorũ. Per præmissam igitur vtrunlibet duorũ solidorũ propositorũ quæ sunt a b & a c: est æquale solido a q. per conceptionem ergo est solidum a b: ęquale solido a c. Quare cõstat propositũ.



¶CAMPANVS. ¶Potes quoq́ cõuersas huius & præmissæ probare si libet: ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogrãma esse æqualia & constituta super eandẽ basin æquidistantia. & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntq́ hæc & præmissa: tuæ demõstrationis medium. Impossibile autem ad quod duces: erit partẽ suo toti esse æqualem. Quod euidẽter patebit: si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius: cum tamẽ ambo posita

sint æqualia & super eandem basin constituta) vnum solidum parallelogrammum æque altum demissiori absciderit. Hoc autẽ abscisum æquale esse demissiori conuinces ex hac & præmissa: ideoq; & toti illi a quo ipsum absciderit / ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 30.

¶Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine / quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis: inuicem sunt æqualia. 30

¶THEON ex Zãberto. ¶Sint super eadẽ basi a b solida parallelepipeda c m, c n, sub eadẽ altitudine: quorũ stantes a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, b k, non sint super eisdem rectis lineis. Dico q; solidum c m: æquũ est ipsi c n solido. Extendantur inquã ipsæ n g, k e, insuper & ipsæ m h, f d, concurrantque adinuicem in o, r, p, x, signis connectanturq; a x, l o, c p, b r. Aequum iam est per 29 vndecimi ipsum c m solidũ / cuius basis est a c b l parallelogrãmum / ex opposito vero f d h m: ipsi c o solido / cuius quidem basis a c b l parallelogrãmum / ex opposito autẽ x p r o. super eadem enim basi sunt a c b l: quorum stantes a f, a x, l m, l o, c d, c p, b h, b r, super eisdem sunt rectis lineis f p, m r. Sed solidũ c o, cuius basis quidẽ est a c b l parallelgrãmum / ex opposito autẽ x p r o: ęquũ est ipsi c n solido / cuius basis quidẽ a c b l parallelogrãmum / ex opposito autẽ g e k n super enim eadem sunt basi a c b l: & ipsorum stantes a g, a x, c e, p, c, l n, l o, b k, b r, super eisdem sunt rectis lineis n x, p k. Quare & c m solidum: æquum est ipsi c n solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine quorum stantes non sunt super eisdẽ rectis lineis: sunt inuicem ęqualia. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

SOlida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta / si fuerint æque alta / lineæq; eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint: erunt æqualia. 31

¶CAMPANVS. ¶Et hoc quoq; verum est q; omnia solida parallelogrammata in æquis basibus atq; inter superficies ęquidistãtes siue ęque alta cõstituta sunt adinuicem æqualia: sicut de superficiebus æquidistantiũ laterum super ęquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatũ est. At taliũ solidorũ / alia sunt quorũ ãgulares lineæ super suas bases orthogonaliter eriguntur: de quibus hæc 31 proponit demonstrandum esse ea esse æqualia. Alia vero sunt quorum angulares lineæ super suas bases non sunt orthogonaliter erectæ: de quibus sequens demonstrandum proponit ea esse æqualia. Intelligantur itaq; super duas bases a b & c d, quæ sint æquales & æquidistantium laterum nõ tamen vnius creationis sed sit a b tetragonus lõgus & c d simile helmuayn: duo solida ęquidistantium laterũ constituta æque alta. sintq; lineæ erectę super angulos propositarum basium: perpendiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida adinuicẽ esse æqualia. Protrahãtur itaq; duo latera basis a b, & sit illa quæ cõtinent angulum b: vsq; ad f & e. & fiat angulus f b g: ęqualis angulo c basis c d. & sumãtur duæ lineæ b f & b g: æquales duobus lateribus basis c d, quæ continent angulũ c. & perficiatur superficies ęquidistantiũ laterũ b h: quæ erit æqualis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h e æquidistans b f: & i k ęquidistans b e. eritq; quadrilatera superficies b k ęquidistantiũ laterum: æqualis b h ex 5 primi. Cũq; b h sit æqualis c d: erit per conceptionem b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; superficies æquidistantiũ laterum b l: protracta linea k f quousq; cõcurrat cum vno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquistantium laterũ quæ sunt b h, b k, b l, constituantur æque alta solida solido constituto super basin a b: sintq; lineæ omnium solidorum istorum erectæ super bases / perpendiculares ad ipsas / & appellentur bases & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorũ æqualiũ atq; similiũ: q; duo solida b h & c d: æqualia atq; similia sunt. de solidis autem b h & b k: constat ex 29 q; ipsa sunt æqualia. sunt enim æque alta & constituta super vnam & eandem basin & ipsa est superficies erecta super

lineam b f & super lineam vnã, est autẽ per 25 proportio solidi a b ad solidum b l: sicut basis a b ab basin b l. & per eandem solidi b k, ad solidum b l: sicut basis b k ad basin b l. Cumq; sit vtriusq; duarum basiũ a b & b k ad basin b l vna proportio ex prima parte 7 quinti: erit vtriusq; duorum solidorũ a b & b k ad solidum b l proportio vna. igitur ex prima parte nonę quinti erunt duo solida a b & b k æqualia. At quia solidum b k est æquale solido b h, solidumq; b h solido c d: sequitur ex communi scientia solidum a b esse ęquale solido c d. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 32.

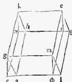
32 Si solida æquidistantium superficierum in æquis basibus constituta ęque alta fuerint/ lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint: ipsa esse æqualia necesse est.

¶CAMPANVS. ¶Fabricatis duobus corporibus vt proponitur / videlicet quæ sint æquidistantiũ terminorum & æque alta & super bases æquas perpẽdiculariter/ non autem super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata/ si autẽ a quatuor angulis supremarũ superficierũ ipsorũ ad bases suas perpẽdiculares ducantur quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiam ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorũ propositorũ altitudinẽ diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantiũ laterũ perficiantur: constabit ex præmissa hæc duo solida vltimo constituta esse adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorum & duorum posteriorũ sint eædẽ bases/ videlicet eorũ superficies supremæ: constat ex 29 vel 30 & hac cõmuni sciẽtia/ quæcũq; æqualibus sunt ęqualia sibi inuicem sunt ęqualia/ verum esse quod propositum est. ¶Ex his potes cõuersas huius & præmissæ eisdẽ mediantibus indirectæ demonstrare si libet: eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases: & conuinces ea esse æque alta. vel pones ea esse æque alta & æqualia: & conuinces ea esse super bases æquales.

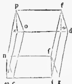
Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 31.

31 ¶Super æqualibus basibus solida parallelepípeda existentia / & sub eadem altitudine: inuicem sunt æqualia.

Camp. 31. ¶THEON ex Zamberto. ¶Sint super æqualibus basibus a b, c d: solida parallelepipeda a e & c f, sub eodẽ fastigio. Dico q̃ solidũ a e: æquũ est ipsi c f solido. ¶Sint primũ stãtes ipsę h k, b e, a g, l m, o p, d f, c x, & r s: ad angulos rectos ipsis a b, c d, basibus. Extendaturq; in rectã lineã c r: ipsi r t. Constituaturq; per 23 primi ad ipsam r t rectã lineam/ ad signũq; in ea r: ipsi a l b angulo æqualis angulus qui sub t r y. ponaturq; per tertiã primi/ ipsi quidẽ a l ęqualis r t: ipsi autẽ l b æqualis r y. & per y per 31 primi ipsi t r parallelus excitetur χ y. compleaturq; basis r χ: & solidum r φ, cuius stantes r s, y ℞, χ φ, t ψ. Et quoniam binæ t r, r y, binis a l, l b, sunt æquales/ & æquos angulos cõprehendunt: æquum igitur est & simile r χ parallelogrãmum ipsi a b parallelogrãmo. Iam idq; propterea & l e: ipsi s y est æquale & simile. & insuper e h: ipsi y φ. Tria igitur parallelogrãma ipsius a e solidi: tribus parallelogrãmis ipsius r φ solidi æqua sunt & similia. Sed tria: tribus iis q̃ ex opposito æqua sunt & similia. Totũ igitur solidũ a e parallelepipedũ: toti r φ solido parallelepipedo æquũ est. Extendãtur per 2 postulatũ ipsæ d r & χ y inuicẽ: quæ veniãt in cõgressum in ω. & per t per 31 primi ipsi r ω parallelus excitetur t τ: extendanturq; τ t & o d quæ veniãt in cõgressum in A. compleãturq; ipsa ω ψ & r t solida. Aequũ iam est ψ ω solidum cuius basis quidem est r ψ parallelogrãmum: ipsi r φ solido cuius quidem basis est r ψ parallelogrãmum. In eadem siquidem sunt basi r ψ, sub eodẽq; fastigio: & stantes r ω, s q, t τ, ψ ε, r y, s ℞, t χ, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ & φ q. Sed solidũ r φ: ipsi a e solido æquũ est. & solidũ igitur ψ ω: ipsi a e solido æquum est. Qm̃ autẽ ipsum ω t parallelogrãmũ ipsi r χ parallelogrãmo per 35 primi æquũ est/ ęquũ est autẽ & a b parallelogrãmum ipsi r χ parallelogrãmo: ęquum igitur est & ω τ ipsi a b. Aequũ



autem est & c d ipsi a b, æquum igitur est & ω t ipsi c d. Est autem aliud d t: est igitur per septimam quinti sicut c d basis ad d t basin: sic ω t basis ad d t basin. Et quoniam parallelepipedum c i, plano r f secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut c d basis ad d t basin: sic c f solidũ ad r i solidum. Idq; propterea iam quoniam solidum parallelepipedum ω i, plano r ψ secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω t basis ad d t basin/ sic ω ψ solidũ ad r i solidũ. Sed sicut c d basis ad d t basin: sic ω t ad d t. & sicut igitur per 11 quinti f c solidum ad r i solidũ: sic ω ψ solidum ad r i. Vtrumq; igitur ipsorũ c f, ω ψ, solidorũ: ad r i solidũ eãdem habet rationẽ. Aequũ igitur est c f solidum: ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est: φ ω ψ ipsi a e æquum est. & c f igitur ipsi a e æquum est. ℂNon sint iam stantes a h k, b e, l m, c n, o p, d f, r s, ad angulos rectos: ipsis a b, c d, basibus. Dico φ rursus solidũ a e: æquum est ipsi c f solido. Excitentur per 11 vndecimi ab ipsis k, e, g, m, p, f, n, s, signis/ ad suppositũ planũ/ k x, e t, g c, m φ, p χ, f ψ, n ω, s i, perpẽdiculares: & cõnectãtur x t, x c, c φ, φ t, χ ψ, χ ω, ω i, i ψ. Aequũ iam est per 31 vndecimi k φ solidũ: ipsi p i solido. in æqualibus siquidem sunt basibus k m, p s, & sub eodẽ fastigio: quorũ stãtes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidẽ k φ solidũ/ ipsi a e solido per 30 vndecimi est æquale: et p i ipsi c f. in eadẽ siquidẽ sunt basi & sub eodẽ fastigio: quorũ stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et a e solidũ igitur: ipsi c f solido æquum est. Sup æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio: inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat. Camp. 32

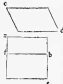


Eucli. ex Camp. Propositio 33.



Omnia solida æquidistantium superficierum/ æque alta: suis basibus sunt proportionalia. 33

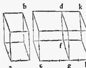
ℂCAMPANVS. ℂSint duo solida æquidistantium superficierum æque alta: constituta super duas bases a b & c d. Dico φ proportio illorum duorum solidorũ vnius ad alterũ: est sicut proportio suarũ basium quæ sunt a b & c d, vnius ad alteram. Constat quidẽ ex 24: vtrãq; harum duarũ basium esse æquidistantium laterum, duo igitur latera opposita & æquidistantia/ in superficie a b protrahãtur: & inter ea fiat superficies æquidistantiũ laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiẽ f e, cõpleatur solidũ parallelogrãmum æque altũ ei quod constitutũ est super basin a b: sitq; amborũ cõmunis terminus illa superficies quæ exurgit super lineam b f. hæc autem solida & suæ bases: eisdem nũcupẽtur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d: erit ex 31 vel 32 solidum f e æquale solido c d. At quia totale solidũ a e secat superficies exurgens super lineam b f æquidistãter duobus lateribus oppositis: erit ex 25 proportio solidi f e ad solidũ a b, sicut basis f e ad basin a b. Cũq; sint c d & f e tam bases q̃ solida æqualia/ bases quidẽ ex hypothesi/ solida autẽ ex 31 vel 32: sequit ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis/ φ solidorum a b & c d basiumq; a b & c d sit proportio vna. Quod demõstrare volumus. ℂHuius quoq; conuersam ipsa eadem mediãte demonstrare quemadmodum conuersas præcedentium: non est difficile. Pones eni duo solida parallelogrãma esse suis basibus proportionalia: & conuinces ea esse æque alta. Abscisoq; ab eo quod altius mentietur aduersarius vno solido parallelogrãmo æque alto demissiori: erunt abscisum & demissius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq; etiam essent totale altius a quo partiale abscidisti/ & ipsum demissius eisdem basibus proportionalia ex hypothesi: sequitur ex prima parte 9 quinti totale quod aduersarius dicit altius & partiale qd ab eo abscidisti/ esse æqualia.



Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 32.

ℂSub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda: adinuicem sunt sicut bases. 32

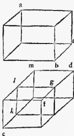
ℂTHEON ex Zamberto. ℂSint sub eadem altitudine solida parallelepipeda a b, c d. Dico φ ipsa a b, c d, solida parallelepipeda adinuicẽ sunt sicut bases: hoc est φ sicut a e basis ad c f basin/ sic est a b solidum ad c d solidum. Pretendatur enim per 45 primi ad ipsam f g, ipsi a e æquum f h: & a basi quidẽ f h,



altitudine autem ipsius c d, solidū parallelepipedū compleatur g k. Aequū iam est p 31 vndecimi a b solidū: ipsi g k solido. i equalibus ei sūt basibus a e, g h: & sub eadem altitudine. Et quoniā solidū parallelepipedū c k, a plano d g secatur parallelo existenti eisq; ex opposito planis: est igitur per 25 vndecimi sicut h f basis ad f c basin: sic est h d solidū ad ipm c d solidū. Aequalis iā ē ipa qdē f h basis ipsi a e basi. & g k solidū ipsi a b solido. est igit & sicut a e basis ad c f basin: sic a b solidum a d c d solidū. Sub eadē igitur altitudine existentia solida parallelepipeda: & reliqua vt supra. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.

34 SI duo solida æquidistantiū superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia: eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ: ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est.



¶CAMP. ¶Quęcūq; sint duo solida ęquidistantiū superficierū ęqualia: eorū bases & altitudines necesse est esse mutekesias/ & econuerso, quēadmodū de superficiebus æquidistantium laterum æquiangulis 13 sexti proposuit. Attamē hac 34. istud demonstrandum proponitur de illis solidis parallelogrāmis: in quibus lineæ altitudinum suis basibus parallelogrāmis orthogonaliter insistūt ea vero quæ sequitur: proponit idem de cæteris. Sint ergo nūc duo solida parallelogrāma a b & c d æqualia: quorum bases sint a e & c f, lineæq; altitudinū ipsorum sint super has bases orthogonaliter erectæ. & sit altitudo solidi a b, linea e b: & solidi c d, linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipsorum solidorum altitudines/ æquales adinuicem: cum ipsa quoq; solida sint ex hypothesi æqualia/ erunt ex conuersa 31 bases eorū quæ sunt a e & c f, æquales. ideoq; bases & altitudines erunt mutuæ, sicq; constabit propositi prima pars. ¶Ecōuerso cōstabit secūda. Vt si altitudīes & bases sint mutuę: ponātur altitudīes ęquales. erūt quoq; bases ęq̄les: ideoq; p 31 & solida ęqualia. & sic cōstat secūda pars. ¶At vero si lineæ b & f d nō fuerint ęquales: sit f d maior. ex ea resecetur f g ad æqualitatē e b. tribusq; cæteris lineis q̄ sunt altitudīs solidi c d ad eādē mēsurā in pūctis b, k, l, resectis: pficiatur solidū pallelogrāmū c g eque altū solido a b. eritq; ex p̄missa/ a b ad c g: sicut a e ad c f. Cū itaq; c d sit ęquale a b: erit ex prima pte 7 quīti c d ad c g sicut a e ad c f. Per p̄missā aūt ē proportio c d ad c g, sicut m f ad f l. qđ patet: si vna ex lateralibus supficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At p primā sexti f m ad f l: sicut d f ad f g, ideoq; p 7 quīti sicut d f ad b e. Igitur a e ad c f: sicut d f ab b e. Cōstat itaq; prima pars. ¶Secūdā ptē cū sit cōuersa primę: cōuerso mō probabis. sit eni eadē dispositiōe manēte/ proportio a e ad c f: sicut d f ad e b. Dico tūc solida a b & c d esse æq̄lia. Erit eni ex 7 quīti d f ad f g: sicut a e ad c f. Sed ex p̄missa ē a b ad c g: sicut a e ad c f. Igit̄ ē a b ad c g: sicut d f ad f g. ex prima aūt sexti ē d f ad f g, sicut m f, ad f l: & ex p̄missa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaq; c d ad g c: sicut a b ad c g. Igr̄ ex 9 quīti a b & c d sūt ęq̄lia. qđ ē ppositū.

Eucli. ex CamP. Propositio 35.

35 SI duo solida æquidistantiū terminorū fuerint æqualia: eorum bases eorūdē altitudinibus erunt mutuæ. Si vero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerīt: quælibet duo corpora æquidistantiū superficierū probātur esse æqualia.

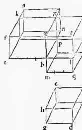
¶CAMP. ¶Qđ p̄mia pposuit de solidis parallelogrāmis quorū lineę altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgūt: hæc 35 pponit indistincte de omnibus. Demōstrare aūt cōuenit hāc ex p̄missa: quēadmodū demōstrauimus 32 & 33 Fabricatis eni duobus solidis æquidistātiū laterū quibuscūq;/ si lineæ altitudinū suis basibus orthogonaliter insistūt: cōstat verū esse qđ dicitur ex p̄missa. Sin aūt: a quatuor āgularibus pūctis supremarū supficierū in vtroq; solido. quaternæ lineę demittātur perpēdiculariter ad bases/ vel a pūctis angularibus infimarū superficierū q̄ternæ erigātur. iter q̄s duo solida pallelogrāma pficiant

C.j.

tur eque alta solidis prioribus: eruntq; ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædem altitudines / sit autem ex præmissa de posterioribus verum quod hæc 35 proponit: verum erit idem etiam de prioribus.

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

SI duo solida equidistātium superficierum fuerint similia: proportio erit vtriusq; ad alterū tanq̃ cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuū latus alterius proportio triplicata. 36



¶CAMPANVS. ¶Sint eni duo solida a b & c d parallelogrāma & similia. Dico q̀ proportio vnius eorū ad alterū est sicut vnius lateris eius ad vnū latus alterius quod sibi refert / proportio duplicata: quēadmodū duarū superficierū similiū proportio est sicut suorū relatiuorū laterū proportio duplicata / vt in 18 sexti demōstratū est. Nā si solida a b & c d fuerit equalia: cū ipsa ponant similia / erūt ex diffinitionibus similiū corporū & similiū supficierū cūcta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoq; cū duarū quātitatū equaliū proportio triplicata aut quotieslibet sūpta nō efficiat nisi equalitatis proportionē: cōstat in hoc casu verū esse qd̄ proponit. ¶Si aūt inequalia: sit a b maius. cuius lōgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a: basis e r, & suprema supficies a n. solidi vero c d: sit lōgitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Cōstat itaq; ex diffinitionibus similiū corporū & similiū superficierū & præsenti hypothesi: q̀ proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b ad g d, sit proportio vna. Sumat igit ex linea a f quā manifestū est esse maiorē c h, linea f k: equalis h c, ceteręq; tres determinātes altitudinē solidi a b, rescecent ad æqualitatē eius: & inter eas cōpleat solidū parallelogrāmū k b eque altū solido c d. Et protrahant duæ lineæ basis e b vsq; ad l, & r b vsq; ad m, sitq; b l equalis g d, & b m æqualis h g: & pficiat superficies equidistātiū laterū m l, q̃ erit æqualis & similis h d. Sup eā igit erigat solidū parallelogrāmū p q secūdū altitudinē prescisam ex altitudine solidi a b: eritq; p q equale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiat superficies equidistātiū laterū b t: super quā quoq; erigatur solidū parallelogrāmū x l eque altū vtriq; duorū solidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū āgulorū hiātū itere a. Cū autē duo solida a b, p q, sint similia eo q̀ ābo posita sint similia solido c d, corpora vero vni & eidē corpori similia inter se sunt similia. vt patet ex diffinitione similiū corporū & 20 sexti: manifestū est ex 25 ter assumpta q̀ inter duo solida a b & p q secūdū continuā proportionalitatē cadunt duo solida k b & x l. Oportune ergo cōstituta vel constructa figura hypothesibusq; memoriæ firme cōmendatis: ex prima sexti facile concludes propositū. Excute torporē & diligēter attende. sciesq; ex 25 huius proportionē solidi a b ad solidū k b esse sicut superficiei a r ad superficiē k r: ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineā k f. & proportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficiei k r ad superficiē x t: ideoq; sicut lineæ f r ad lineā r t. & proportionē solidi x l ad solidū p q sicut superficiei r l ad superficiē l m: ideoq; sicut r b ad lineam b m. Ex hypothesi vero liquet / q̀ proportio lineæ f r ad lineā r t, & lineæ r b ad lineā b m: est sicut lineæ a f ad lineam k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ posita in procemio quinti / cōstat q̀ proportio solidi a b ad solidum p q, ideoq; etiam ad solidum c d: est sicut lineę a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c h: patet verum esse quod dicitur.

¶CAMPANVS. ¶Scire autē oportet / q̀ quicquid per hanc 36 & per septē eā cōtinue præcedētes demonstratū est de solidis parallelogrāmis: idē quoq; verū est de seratilibus quorū bases cōmuniter sunt trigonę aut cōmuniter tetragonę. Hoc autē: ex 28 & hac 36 & septē eā cōtinue pręcedētibus cōstabit igenioso inspectori. ¶Si eni fuerit seratilia q̃libet eque alta sup eādē basin vel sup bases eq̃les / cōiter tm̄ trigonas aut cōiter tetragonas: cū ipsa sint dimidia solidorū parallelogrāmorū suarum altitudinū ex 22 / ipsa erūt equalia ex 29 & tribus eā sequentibus. ex his eni constat: solida parallelogrāma ipsis seratilibus dupla / esse equalia. ¶Silr quoq; si fuerit duo seratilia sup bases cōiter trigonas aut cōiter tetragonas eque alta: ipsa erunt suis basibus proportionalia quēadmodū de solidis parallelogrāmis ex 33 habetur. Ipsa enim sunt ex 28 dimidia solidorum pa-

rallelogrammorũ suæ altitudinis: solidorum autem parallelogrammorum suæ altitudinis suarũq; basiũ est vna proportio ex 33. Cum itaq; sit solidorũ parallelogrammorum proportio sicut seratilium (quia sicut simplum ad simplum: sic duplum ad duplum ex 15 quinti) atq; basium solidorum parallelogrammorum est proportio sicut basium seratilium (Aut enim eędem erunt bases seratilium & solidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliũ fuerint tetragonę. tũc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelogrãma complẽda. Aut bases seratilium erunt subduplæ ad bases solidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum bases seratilium fuerit cõmuniter trigonæ. tunc enim erunt ex seratilibus solida parallelogramma complenda adiũctis ad bases seratilium superficiebus trigonis: vt fiant bases seratilium cũ trigonis adiuctis superficiebus / superficies ęquidistantium laterum) sequetur vt sit proportio seratilium sicut suarũ basium. ¶ Eodẽq; modo si seratilia fuerint æqualia / fuerintq; cõmuniter super bases trigonas vel cõmuniter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Qz si bases eorũ suis altitudinibus fuerint mutuæ: ipsa seratilia erunt æqualia quemadmodum de solidis parallelogrammis 34. & 35 proponunt. Hoc autem facile patet ex iis quæ dicta sunt in 35. ¶ Si vero seratilia fuerint adinuicem similia: erit proportio vnius ad alterũ / sicut proportio lateris vnius ad suum reliquũ latus alterius proportio triplicata / quẽadmodũ de solidis parallelogrãmis 36 ,ppont. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit: si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrammis completis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitione similium corporum & similium superficierum / & ex hoc q; seratilia ponuntur adinuicem similia: ex 34. primi leue est negociari.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 33.

33 ¶ Similia solida parallelepipeda: adinuicem in triplici ratione sunt eiusdem rationis laterum.

Camp. 36.

¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint similia solida parallelepipeda a b, c d: similis autẽ rationis esto a e ipsi c f. Dico q; solidũ a b ad c d solidũ triplicẽ habet rationẽ: quã a e ad c f. Extendãtur enĩ in rectas lineas ipsis a e, g e, h e, ipsæ e k, e l, e m: ponaturq; per 2 primi ipsi quidẽ c f æqualis e k, ipsi autem f n æqualis e l, & insuper ipsi f r ipsa e m. & cõpleatur k l parallelogrãmum: & k o solidum. Et quoniã duę e k, e l, duabus c f, f n, sunt æquales / sed & angulus qui sub k e l ipsi qui sub c f n est æqualis / & qui sub a e g ei qui sub c f n est æqualis propter similitudinẽ ipsorum a b, c d, solidorũ: æquum igitur est & simile per 14. sexti ipsum k l parallelogrãmum ipsi c n parallelogrãmo. & tam id propterea & k m parallelogrãmum æquũ est & simile ipsi c r parallelogrãmo: & insuper e o ipsi f d. Tria igitur parallelogrãma ipsius k o solidi: tribus parallelogrammis ipsius c d solidi similia & æqualia sunt. sed ipsa quidem tria: tribus iis quæ ex opposito / sunt æqualia & similia. totum igitur k o solidũ: toti c d solido simile est & æquale per diffinitionẽ vndecimi. Compleatur g k parallelogrãmum. & a basibus quidem k g, k l, parallelogrãmis / altitudine autem ipsius a b: solida cõpleãtur e x, l p. Et quoniam propter ipsorum a b, c d, solidorum similitudinẽ est sicut a e ad c f sic e g ad f n, & e h ad f r, æqualis autem est c f ipsi e k, & f n ipsi e l, & f r ipsi e m: est igitur per cõuersionẽ diffinitionis secũdę sicut a e ad e k, sic est g e ad e l, & h e ad e m. Sed sicut quidem a e ad e k: sic est a g parallelogrammum ad g k parallelogrammum. sicut autem g e ad e l: sic g k ad k l. sicut vero per 1 sexti h e ad e m: sic p e ad k m. et sicut igitur per 11 quinti a g parallelogrãmũ ad g k parallelogrãmum: sic g k ad k l, & p e ad k m. Sed sicut quidem a g ad g k: sic est a b solidũ ad e x solidum. sicut autem g k ad k l: sic x e solidum ad p l solidum. sicutq; p e ad k m: sicut p l solidum ad k o solidum. Et sicut igitur a b solidũ ad e x solidum: sic e x ad p l, & p l ad k o. Si vero quatuor magnitudines cõtinue fuerĩt proportionales: prima ad quartã per 10 diffinitionẽ quinti triplicẽ rationẽ habet quã ad secundã. Igitur a b solidum ad k o solidũ triplicẽ rationem habet: quã a b ad e x. Sed sicut a b ad e x: sic est a g parallelogrãmum ad g k, & a e recta linea ad e k. quare & a b solidũ ad k o solidum triplicem rationẽ habet: quã a e ad e k. Aequũ autẽ est ipsum quidẽ k o solidum ipsi c d solido: & e k recta linea ipsi c f. & a b igitur solidum ad c d soli-

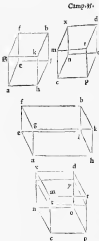
dum triplicē rationem habet: q̄ similis rationis latus hoc est a e, ad similis rationis latus hoc est ad c f. Similia igitur solida parallelepipeda: in triplici sunt ratione similis rationis laterum. Quod ostendere oportebat.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc inquā manifestū est, q̄ si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad quartā/ sic quod ex prima solidum parallelepipedum ad id quod ex secunda simile similiterq̄ descriptum. quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet: q̄ ad secundam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34.

¶Aequalium solidorum parallelepipedorū: reciprocę sunt bases altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudinibus sunt reciprocæ: sunt æqualia. 34.

Camp. 35.



¶THEON ex Zamb. ¶Sint æqualia solida parallelepipeda: a b, c d. Dico q̄ ipsorum a b, c d, solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitudinibus: estq̄ sicut e h basis ad n p basin, sic est ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem. ¶Sint enim primum stantes a g, e f, l b, h k, c m, n x, o d, p r: in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico q̄ est sicut e h basis ad n p basin: sic est c m ad a g. Si quidem igitur æqualis est e h basis ipsi n p basi/ est autem & a b solidum æquum ipsi c d solido: & c m ipsi a g est æqualis. Si enim ipsis e h, n p, basibus æqualibus existentibus/ æquales non fuerint ipsæ a g, c m, altitudines: neq̄ igitur solidum a b æquum erit ipsi c d. supponitur autem æquale. Igitur altitudo c m: altitudini a g inæqualis non est. ęqualis igitur. Eritq̄ sicut basis e h ad basin n p: sic c m ad a g. & manifestum: q̄ ipsorum a b, c d, solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus. ¶Non sit iam æqualis e h basis ipsi n p basi: sed esto maior e h. Est autem solidum a b: ipsi c d solido æquum. maior igitur est & c m: ipsa a g. Si autē non: neq̄ igitur rursus ipsa a b, c d, solida sunt æqualia. supponūtur autē æqualia. Ponatur igit̄ per 2 primi ipsi a g, æqualis c t: cōpleaturq̄ ex basi quidem n p, altitudine autē c t, solidum parallepipedum c y. Et quoniam solidū a b æquum est ipsi c d solido, aliud autem est ipsum y c, ad idem autem ęqualia eandē rationē habent per 7 quinti: est igitur sicut a b solidū ad c y solidū/ sic est c d solidum ad c y solidū. Sed sicut quidem solidum a b ad solidum c y: sic e h basis ad n p basin per 32 vndecimi, sub æquali enim sunt altitudine: ipsa a b, c y, solida. Sicut autem solidum c d ad solidum c y: sic est m p basis ad p t basin/ & m c ad c t. & sicut igitur p 11 quinti e h basi ad n p basin: sic m c ad c t. Aequalis autē est c t: ipsi a g. & sicut igitur p 9 quinti e h basis ad n p basin: sic m c ad a g. Ipsorū igitur a b, c d, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sunt bases altitudinibus.

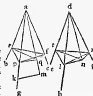
¶Rursus ipsorum a b, c d, solidorum parallelepipedorum; reciprocæ sint bases altitudinibus. sitq̄ sicut e h basis ad n p basin: sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem. Dico q̄ solidum a b: æquum est ipsi c d solido. ¶Sint enī rursus stantes: ad angulos rectos ipsis basibus. Et si quidē æqualis est e h basis ipsi n p basi/ estq̄ sicut e h basis ad n p basin sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem: æqua igitur est ipsius c d solidi altitudo altitudini ipsius a b solidi. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine: inuicē sunt ęqualia p 31 vndecimi. Igitur solidum a b: æquū est ipsi c d solido. ¶Non sit iam e h basis ipsi n p basi æqualis: sed esto maior e h. maior igitur est & ipsius c d solidi altitudo: ipsius a b solidi altitudine/ hoc est c m ipsa a g. Ponat̄ per 2 primi ipsi a g rursus æqualis c t: & compleatur c y solidum. Quoniā est sicut e h basis ad n p basin sic m c ad a g, æqualis autē est a g ipsi c t: est igitur sicut e h basis ad n p basin sic c m ad c t. reciproca enim supponūtur. Sed sicut quidem e h basis ad n p basin: sic per 32 vndecimi a b solidum ad c y solidum. sub æquali enim sunt altitudine: ipsa a b, c y, solida. Sicut autem c m ad c t: sic per 1 sexti m p basis ad p t basin & per 32 vndecimi c d solidum ad c y solidum. & sicut igitur per 11 & 9 quinti a b solidum ad c y solidū: sic c d solidū ad c y solidū. Vnūq̄ igitur ipsorum a b, c d: ad ipsum c y eandem rationem habet. Aequum igitur est per cōuersionē 7 quinti a b solidū: ipsi c d solido. Quod oportuit ostendere.

¶Nō sunt autē stātes f e, b l, k h, g a, x n, d o, m e, r p: ad angulos rectos basibus eorū. excitēturq; per 10 vndecimi ab ipsis f, g, b, k, x, m, d, r, signis/in ipsorū e h, n p, planis/ ppēdiculares: cōcurrātq; planis ad signa f, t, y, φ, χ, ψ, ω, s. cōpleanturq; ipsa f φ, x ω, solida. Dico φ & sic æqualibus existētibus ipsis a b, c d, solidis: reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus: estq; sicut e h basis ad n p basin/sic est ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Quoniam enī a b solidū æquū est ipsi c d solido/sed a b quidē ipsi b t p 31 vndecimi est ęq̄le (super eadē enī sunt basi f k, & sub eadē altitudine: quorū stantes nō sunt super eisdē rectis lineis eorū) at c d solidū p 31 vndecimi ipsi d ψ solido est ęquale (super eadē nāq; sunt basi x r, & sub eadē altitudine: quorū stātes nō sunt sup eisdē rectis lineis) igit solidū b t ipsi d ψ solido ęquū est. Aequaliū aūt solidorū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipsis eorum basibus sunt: reciprocę sūt bases ipsis altitudinibus. Est igit sicut f k basis ad x r basin: sic ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Aequalis autē est f k basis ipsi e h basi: & x r basis ipsi n p basi. est igit sicut e h basis ad n p basin: sic est ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius h t solidi altitudinē. Eędē vero altitudines sunt: ipsorū d ψ & b t solidorū/& ipsorū d c & b a. Est igit sicut e h basis ad n p basin: sic ipsius d c solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Ipsorū igitur a b, c d, solidorū parallelepipedorū: reciprocæ sunt bases altitudinibus. Camp. 35.

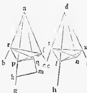
¶Rursus iā ipsorū a b, c d, solidorū parallelepipedorū: reciprocę sint bases altitudinibus. sitq; sicut e h basis ad n p basin: sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Dico φ solidū a b: ęquū est ipsi c d solido. Eisdē nāq; dispositis/qm̄ est sicut e h basis ad n p basin sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē/ęqualis aūt est basis f k ipsi e h, & n p ipsi x r: est igit sicut f k basis ad x r basin/sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinem. Eædē autē ipsorū a b, c d, b t, & d ψ solidorū: sunt altitudines. Est igit sicut f k basis ad x r basin: sic ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Ipsorū igit b t, d ψ, solidorū parallelepipedorū: reciprocæ sunt bases altitudinibus. Solida vero parallelepipeda quorū altitudines ad āgulos rectos sint basibus eorū/et reciprocę sunt bases altitudinibus: ęq̄lia sūt p 31 vndecimi. Igit solidū b t: ęquū est ipsi d ψ solido. Sed ipsum quidē b t: ipsi b a æquū est per 29 vndecimi. sup eadē nāq; sunt basi f k, & sub eadē altitudine: quorum stātes sunt super eisdē rectis lineis. Solidū autē d ψ: ipsi d c solido æquū est. super eadē nāq; sunt basi x r, & sub eadē altitudine: quorū stātes sunt super eisdē rectis lineis. Igit & a b solidū: ipsi d c solido ęquū est. Quod demōstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

37 SI fuerint duo āguli plani ęquales super quos duę hypothenusę in aere statuantur cum lateribus angulorū subiacentiū singulos singulis æquos āgulos cōtinētes/atq; in illis hypothenusis duo pūcta signētur a quibus punctis duæ perpēdiculares ad superficies angulorū propositorū demittātur/a pūctis autē super quę perpēdiculares ceciderint ad eosdē duos āgulos planos duę rectę lineę ducātur: duo āguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus hypothenusis cōtinētur/ęq. sibi īuicē esse ,pbāt.



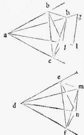
¶CAMP. ¶Sint duo āguli plani a & d ęquales cōteti lineis a b & a c & d e & d f, & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d h: sitq; angulus g a c æqualis āgulo h d f, & āgulus g a b ęqualis angulo h d e. atq; in duabus hypothenusis a g & d h, signent quōlibet duo pūcta k & l, a quibus secūdū pręcepta 11 huius demittant ad sup̄ficies angulorū a & d, duę perpēdiculares quę sint k m & l n: & protrahant duæ lineę a m & d n. Dico igit angulū g a m: esse æqualē angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l: bene quidē. Sin autē: ex linea a g sumatur a p æqualis d l, & a puncto p demittatur perpēdicularis ad superficiem anguli a, linea quæ sit p q. Manifestum est igitur: φ pūctū q est in linea a m. quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistātium quas necesse esse in superficie vna: facile cōstat studiose intuēti. Dehinc a pūcto q ducātur perpendiculares duæ: vna ad lineā a b quæ sit q r, & alia ad lineā a c q̄ sit q f. Sit



quoq; a puncto n ducãtur duæ aliæ perpendiculares: vna ad lineam d e quę sit n t,& alia ad lineã d f quæ sit n x,& protrahantur r s & t x. Iterũq; a punctis p & l: demittant̃ hypothenusæ p q, p r, p s,& l n, l t, l x. His itaq; positis/figuraq; prudẽter disposita: demonstrationẽ propositi sic collige. Constat ex penultima primi q̃ quadratũ lineę a p est ęquale quadratis duarũ linearũ a q & p q: ac ex eadẽ q̃ quadratũ a q est æquale quadratis duarũ linearũ a s & s q. itaq; quadratũ a p: est æquale quadratis triũ linearũ a s, s q,& q p. Sed ex eadẽ/quadratũ s p: est æquale quadratis duarũ linearũ s q & p q. ergo quadratũ a p: est ęquale quadratis duarũ linearũ a s & s p. ideoq; ex vltima primi angulus a s p est rectus. Similiq; modo probabis: vnũquẽq; triũ angulorũ d x l, a r p, d t l, esse rectũ. Cũ igitur ex hypothesi sit angulus s a p ęqualis angulo x d l,& linea a p lineæ d l: erit ex 26 primi linea d x æqualis a s,& x l ęqualis s p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d l: erit ex eadẽ linea a r ęqualis d t,& r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r s erit ęqualis lineę t x: & ãgulus a r s æqualis ãgulo d t x,& angulus a s r ãgulo d x t. est enĩ ex hypothesi angulus a: æqualis ãgulo d. A cõceptione igit̃ erit ãgulus s r q ęqualis angulo x t n: & ãgulus r s q ãgulo t x n. sũt enĩ residui duorũ rectorũ: dẽptis ęqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi: vt linea r q sit ęqualis t n,& q s ęqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p sit æquale quadratis duarũ linearum r q & q p,& quadratũ lineæ t l æquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, sint autẽ duæ lineę r p & t l æquales/ duæ quoq; quæ sunt r q & t n ęquales: sequitur ex cõmuni sciẽtia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodẽ modo cũ quadratũ lineæ a p sit æquale quadratis duarũ linearũ quæ sunt a q & q p, similiter quadratũ lineę d l quadratis duarũ linearũ quæ sũt d n & n l, sit aũt a p æq̃lis d l,& p q æqualis l n: sequit̃ ex cõmuni sciẽtia a q esse æqualẽ d n. Ex 8 igit̃ primi cõcludo propositũ: videlicet angulũ p a m esse æqualẽ angulo l n d.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 35.

¶ Si fuerint bini anguli plani æquales super quorum verticibus 35
sublimes rectæ lineæ steterint æquales angulos cõpræhendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alterum sublimibus autem contingant contigentia signa/& ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli perpendiculares actæ fuerint/a factis autem signis sub perpendicularibus in planis ad eos qui in principio anguli coniunctæ fuerint rectæ lineæ: æquos angulos cum sublimibus compræhendent.



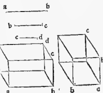
¶ THEON ex Zãberto. ¶ Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub b a c, e d f: a signis autem a, d, sublimes excitent̃ rectæ lineæ a g, d m, æquos cõpræhendentes angulos cũ ijs q̃ in principio rectis lineis alterũ alteri/ hoc est angulũ m d e angulo ei qui sub g a b, eum autem qui sub m d f ei qui sub g a c. sumãturq; in ipsis a g, d m, cõtingentia signa g, m: excitẽturq; per 11 vndecimi ab ipsis g, m, signis ad ea quę per b a c, e d f, plana perpendiculares g l, m n, coincidãtq; ipsis planis in n, l, cõnectãturq; ipsæ l a, n d. Dico q̃ angulus qui sub g a l: ęquus est ãgulo m d n. Ponatur per 2 primi ipsi d m ęqualis a h: exciteturq; per 31 primi per signũ h, ipsi g l parallelus h k. At g l: perpẽdicularis est ad id quod per b a c planũ. Igitur et h k: perpendicularis est ad id quod per b a c planũ. Excitẽtur per 11 primi ab ipsis k, n, signis ad ipsas a b, a c, d e, d f, rectas lineas/ ppẽdiculares k c, n f, k b, n e: cõnectãtq; ipsæ h c, m f, c b, f e. Et q̃m quod ex a h per 47 primi æquũ est eis quę ex a k, k h, ei autẽ q̃d ex k a æqualia sũt q̃ ex k c, c a: igit̃ q̃d ex h a æquũ est eis quæ ex h k, k c, c a. eis vero quę ex h k, k c: æquũ est id quod ex h c. q̃d igitur ex h a: per 47 primi ęquũ est eis q̃ ex h c, c a. rectus est igitur qui sub h c a ãgulus. Idq; propterea & q sub d f m angulus: rectus est. ęqualis igit̃ est qui sub a c h angulus: ei qui sub d f m angulo. Est autẽ & qui sub h a c: æqualis ei qui sub m d f. Bina igitur triãgula sunt m d f & h a c: duos angulos duobus angulis æquos habẽtia alterũ alteri/ & vnũ latus vni lateri æquum/& explicatã quæ sub æqualibus angulis h a ipsi m d,& reliqua igitur latera: per 26 primi reliquis lateribus æqualia ha-

bebunt alterũ alteri, æqualis igitur est a c ipsi d f. Similiter ostendemus: ꝙ & a b ipsi d e est æqualis. Connectantur h b & m e. Et quoniam quod ex a h per 47 primi æquum est eis quæ ex a k, k h, ei autem quod ex a k per eandem æqua sunt quę ex a b, k b: quę igitur ex a b, b k, k h, sunt æqualia ei quod ex a h. Sed eis quæ ex b k, k h: æquum est id quod ex b h. rectus enĩ est qui sub h k b angulus: quoniam h k perpendicularis est ad subiectum planum. igitur quod ex a h: æquum est eis quæ ex a b, b h. rectus igitur est qui sub a b h angulus. & id propterea qui sub d e m angulus: rectus est. Est autem & qui sub b a h angulus: et q sub e d m æq̃lis. supponit̃ nãq;. estq; ipsa a h: ipsi d m ęqualis. ęqualis igitur est p 26 primi & a b: ipsi d e. Quoniã igit̃ æqualis est a c ipsi d f, & a b ipsi d e: binæ igitur c a, a b, duabus f d, d e, sunt æquales. sed & angulus qui sub c a b: et qui sub f d e est æqualis. Basis igitur b c p 4 primi basi e f est ęqualis: & triãgulũ triãgulo/ & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub a c b angulus: ei qui sub d f e. Rectus autem & qui sub a c k: recto qui sub d f n est æqualis. & reliquus igitur qui sub b c k: reliquo qui sub e f n est æqualis. Et id propterea qui sub c b k: et qui sub f e n est æqualis. Bina igitur triangula sunt per 8 primi b c k, e f n: binos angulos duobus angulis ęquos habẽtia alterum alteri/ & vnum latus vni lateri ęquum quod ad æquos angulos hoc est b c ipsi e f. & reliqua igit̃ latera: reliq̃s lateribus lateribus æqualia habebũt. Aequalis igitur est c k: ipsi f n. est autẽ & a c: ipsi d f æqualis. Binæ igitur a c, k c, duabus d f, f n, sunt æquales. & æquos compræhendunt angulos. basis igitur a k: per 4 primi basi d n est ęq̃lis. Et q̃m æqualis est a h ipsi d m: æquũ est quod ex a h ei quod ex d m. Sed et quod ex a h: per 47 primi ęqualia sunt quę ex a k, k h. rectus enim est qui sub a k h. Ei autem quod ex d m: æqua sunt quę ex d n, n m. rectus enim est qui sub d n m. Igitur quæ ex a k, k h: sunt eis æqualia quæ ex d n, n m. quorum quod ex a k: æquũ est ei quod ex d n. Reliquũ igitur quod ex k h: æquum est ei quod ex n m. Aequalis igitur est h k: ipsi m n. Et quoniã binæ h a, a k, duabus m d, d n, sunt æquales altera alteri/ & basis h k basi m n est æqualis: angulus igitur qui sub h a k per 8 primi angulo qui sub m d n est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales. & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

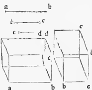
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc nempe manifestũ. ꝙ si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales/ steterintq; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos compræhendentes vna cum ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri: quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli/ inuicem sunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SOlidũ tribus lineis proportionalibus contentũ/ æquum erit solido quod a mediæ lineæ æquis lateribus cõtinetur: si anguli sui amborũ sibi inuicem æquales fuerint.



¶CAMPANVS. ¶De solidis parallelogrãmis intelligatur. de his etiã qualiacũq; sint dũ tamen æquiangula/ verũ est: ꝙ cõtentũ a tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod a media earũ cõtinet̃/ quẽadmodũ de superficiebus rectangulis probatũ est in 16 sexti/ & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 13 eiusdẽ. Sint igit̃ tres lineæ a b, b c, & c d: cõtinue proportionales. fiatq; ex eis vnus ãgulus solidus ad libitũ. & perficiat̃ solidũ æquidistantiũ laterũ: cuius linea a b sit lõgitudo/ b c vero altitudo/ sed c d latitudo. & ipsum solidum dicatur a d. Sũpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiã vocetur b c: super ipsius extremitatẽ quæ est b, cõstituat̃ angulus solidus æqualis angulo solido a, secũdũ quod docet 26. lineæq; cæteræ solidũ angulũ b cõtinẽtes resecent̃ ad æqualitatẽ lineæ b c: & pficiat̃ solidũ æq̃distãtiũ supficierũ cuius lõgitudo/ latitudo/ & altitudo sit linea b c. & ipsum appellet̃ b c. Dico itaq;: duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestũ est enim: ꝙ cunctæ superficies vnius sũt æq̃angulæ suis relatiuis supficiebus alterius. Qđ ex 34 primi patere potest. nã cũ solidus ãgulus b ponat̃ ęq̃lis solido ãgulo a: necesse est vt vnus ãgulus vniuscuiusq; supficiei solidi a d sit æqualis vni ãgulo suæ relatiuę supficiei i solido b c, itaq; p 34 primi eorũ oppositi: erũt æquales. At quia vniuscuiusq; supficiei



quadrilateræ omnes anguli sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi: necesse est duos reliquos vnius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cumq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiã adinuicẽ æquales: cõuincit necessario vt vnaqueq; ex superficiebus solidi a d sit ęquiangula suæ relatiuæ in solido b c. quare ex secũda parte 13 sexti bases duorũ solidorũ propositorũ erũt ęquales. sunt enĩ ęquiangulę & laterum mutuorũ. Si itaq; lineę altitudinũ super bases ipsorũ orthogonaliter insistunt: constat ex 31 ipsa esse ęqualia. cũ enim hæ lineæ sint æquales / & ipsæ determinent altitudinẽ solidorũ: erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorũ nõ insistũt suis basibus orthogonaliter: ab ipsarũ summitatibus ad bases perpendicularibus demissis / erũt ex pręmissa hæ perpẽdiculares adinuicẽ ęquales. ipsæ enĩ erunt: sicut erant & in pręmissæ demonstrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omniũ solidorum altitudo ex perpendicularibus a summitatibus ipsorũ ad suas bases descẽdẽtibus diffinitur: erũt ex 32 duo solida a d & c b æqualia.

¶ Cõuersam quoq; huius possumus si delectat cõuerso modo probare. Vt si parallelogrãmum corpus a d sit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c contineatur a media triũ linearũ continentiũ corpus a d: erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogrãma a d & c b sint æqualia & æque alta: ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt ęquiangulæ: sequitur ex prima parte 13 sexti q ipsæ sunt mutuorũ laterum. Itaq; proportio a b ad b c: sicut b c ad c d. Quare constat propositum.

Eucli. mb. Theorema 31. Propositio 36.

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: ex ipsis tribus rectis 36
lineis solidum parallelepipedum æquum est ei quod ex media fit solido parallelepipedo æquilatero quidem / æquiangulo autem prædicto.

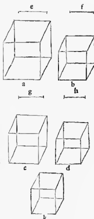
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c, et sicut a ad b, sic b ad c. Dico q quod ex a, b, c, solidum: æquũ est ei quod ex b solido æquilatero quidẽ / æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur per 23 vndecimi solidus angulus qui ad e: cõpræhensus sub tribus angulis planis hoc est d e g, g e f, d e f. ponaturq; per 2 primi ipsi quidẽ b æqualis vnaquæq; ipsarũ d e, g e, e f, compleaturq; ipsum e k solidum. Ipsi autem a ęqualis esto per eandẽ l m: cõstituaturq; per 26 vndecimi ad ipsam l m rectã lineam ad signũq; in ea l, ipsi qui ad e solido angulo ęquus cõpræhensus sub n l x, x l m, n l m: ponaturq; per 2 primi ipsi quidem b ęqualis l x, ipsi autẽ c æqualis l n. Et quoniam est sicut a ad b sic est b ad c, æqualis autẽ est a ipsi l m, & b vnicuiq; ipsarũ l x, e f, e g, e d, & c ipsi l n: est igit sicut l m ad e f, sic est d e ad l n, & circũ æquos angulos qui sub n l m, d e f latera sunt reciproca. Igitur parallelogrãmum m n æquum est ipsi f d parallelogrãmo per 14 sexti. Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales sunt qui sub d e f, n l m, & super ipsis sublimes rectę lineę sunt constitutæ l x, e g, inuicẽ æquales per præcedentẽ æquos angulos cõpræhendentes cum iis quæ in principio rectis lineis alterum alteri; ipsæ igitur quæ ex g, x, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per n l m, d e f, plana / per correlarium præcedentis inuicem sunt æquales. Quare l h, e k, solida: sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinibus cõstituta solida parallelepipeda: inuicem sunt ęqualia per 31 vndecimi. Igitur solidum h l solido e k est æquale. At l h solidũ est ex ipsis a, b, c: & e k solidũ est ex b. Igitur quod ex a, b, c, solidum parallelepipedum: æquum est ei quod ex b solido æquilatero quidem / sed ęquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39.



SI fuerint quotlibet lineę proportionales: solida quoq; sua 39
ęquidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum erunt proportionalia. Si vero solida æquidistantium atq; similium vniuscuiusq; creationis superficierum fue-

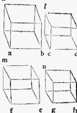
rint proportionalia: lineę quoq; a quibus ipsa solida continentur/ erunt proportionales.



❡CAMPANVS. ❡Simile proponit vigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a,b,& c,d, proportionales: & sup has fabricētur quatuor solida parallelogrāmia eisdem nominibus dicta/ quæ sint expresse similia. duobus enim ad libitū fabricatis super duas lineas a & c: cætera secundū præcepta 27 constituenda erunt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et ecōuerso. Subiungantur enim duabus lineis a & b, in cōtinua proportione duæ quæ sunt e & f, quemadmodum docet 10 sexti: & duabus lineis c & d, aliæ duę quę sint g & h. Cōstat igitur ex 36 et ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti/ & ex hac hypothesi φ solida a & b sibi inuicē & solida c & d sibi adinuicē sunt expresse similia: φ proportio solidi a ad solidū b est sicut proportio lineę a ad lineam f, solidi quoq; c ad solidū d sicut lineę c ad lineā h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineā f est sicut lineę c ad lineam h: erit ex 11 quinti solidū a ad solidum b, sicut solidū c ad solidū d. Constat igitur prima pars. ❡Secūda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicē/ duoq; alia quę sint c & d, sibi adinuicē expresse similia: sintq; cuncta parallelogrāma. & ponātur proportionalia. Dico φ lineę a,b,& c,d, super quas sunt cōstituta: sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineā b: ita linea c ad lineam k. Et fiat secūdū 27 huius sup lineā k solidū expresse simile solido d: qđ etiā dicat k. Eritq; ex diffinitionibus similiū corporū & similiū superficierū/ & 20 sexti: corpus k expresse simile corpori c. ideoq; per primā partē huius 39 iā probatā erit proportio solidi a ad solidū b: sicut solidi c ad solidū k. Et quia eadem erat solidi c ad solidum d: erit ex secūda parte nonę quinti solidū k ęquale solido d. Cumq; esset sibi expresse simile: sequitur lineam k esse æqualē lineæ d. Aequalitas enī nō producitur ex aliqua proportione triplicata vel quoties libet sumpta: nisi ex ęquali. Igitur ex secūda parte 7 quinti constat etiā huiusmodi pars secunda. ❡Deciperis autē: si arbitraris oportere vnūquodq; quatuor solidorū a,b,c,d, esse simile cuilibet aliorum. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem/ itemq; duo c & d sibi adinuicem esse similia: solida autē c & d solidis a & b esse similia contingens est/ necessarium autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37.

37 ❡Si quatuor rectæ lineæ ptoportionales fuerint: & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia fuerint: & ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

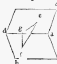


❡THEON ex Zāb. ❡Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, e f, g h: sicut a b ad c d, sic e f ad g h. & describātur ab ipsis a b, c d, e f, g h: similia similiterq; iacentia solida parallelepipeda k a, l c, m e, n g. Dico φ est sicut k a ad l c: sic est m e ad n g. Quoniā enim solidū k a parallelepipedū ipsi l c simile est: igitur per 33 vndecimi k a ad l c triplicē rationem habet quā a b ad c d. & id propterea m e ad n g triplam habet rationē quā e f ad g h. Et sicut igitur per 11 quinti a k ad l c: sic m e ad n g. ❡Sed iam esto sicut a k solidū ad l c solidum: sic m e solidū ad n g solidū. Dico φ est sicut a b recta linea ad ipsā c d: sic est e f ad g h. Quoniā enim rursus k a ad l c triplam rationē habet quā a b ad c d, habet autem & m e ad n g triplam rationem quā e f ad g h, estq; sicut k a ad l c sic m e ad n g: & sicut igitur a b ad c d, sic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 38.

38 ❡Si planum ad planum rectum fuerit/ a signo autem in altero planorum existente in alterum planum perpendicularis fuerit: in communi ipsorum planorum sectione cadit ipsa perpēdicularis.

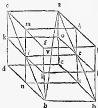
Camp.



¶THEON ex Zãb. ¶Planũ enim c d, ad planũ a b, rectũ esto: cõmunis autẽ ipsorũ sectio sit d a. sumaturq; in ipso c d plano; cõtingens signũ e. Dico q ab ipso e in a b planum perpẽdicularis ducta: in ipsam d a cadit. Non enim: sed si possibile est/ cadat extra sicut e f, & concurrat ipsi a b plano in f signo. & ab ipso f, in ipsam d a, in plano a b, per 11 vndecimi perpendicularis excitetur f g: quę et ipsi c d plano ad angulos rectos est. Cõnectanturq; e g. Quoniam igitur f g ipsi c d plano ad angulos rectos est/ tangit autẽ ipsam ipsa e g existens in ipso c d plano; igitur angulus qui sub f g e, rectus est. Sed & e f: ipsi ab plano ad angulos est rectos. angulus igitur qui sub e f g: rectus est. Trianguli iam ipsius e f g bini anguli: duobus rectis sunt æquales. quod per 17 primi est impossibile. Igitur ab e in a b planum perpendicularis ducta: nõ cadit extra ipsam d a. in ipsam igitur a d cadit. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

SI inscisa fuerint latera duarum oppositarum superficie- 40
rum cubi vnumquodq; in duo media/ exierintq; a punctis sectionum duæ superficies se vicissim secãtes & cubum: communem earum sectionem diametrum cubi per æqualia secare/ & ab ipsa diametro versa vice per æqualia secari necesse est.



¶CAMPANVS. ¶Statue cubum qui sit a b: de quo constat per diffinitionẽ q omnes lineæ ipsum continentes sint æquales/ & eius superficies rectangulæ tale enim corpus: cubum dicimus. Huius igitur basis sit eius superficies a c d e, superficies vero eius suprema b f g h, dextra vero eius superficies sit a e g h, sinistra autem superficies b f c d: citerior quoq; sit d e b h, sed vlterior a, c g f, eiusq; diameter sit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierum oppositarum eius per æqualia: & sint nunc superficies quarum latera diuidantur/ dextera atq; sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera dextræ quidem super quatuor puncta quæ sunt o, p, q, r: sinistræ vero super quatuor quæ sint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his superficiebus opposita: ductis lineis o p & q r quæ secent se in puncto t, itemq; k l & m n quę secent se in puncto f. & perficiantur duę superficies secantes se inuicem & cubum: protractis item lineis o k & p l, q m & r n. sitq; harum duarũ superficierum cõmunis sectio linea f t. Dico igitur q linea f t diuidit diametrum a b: et diuiditur ab eadem diametro per ęqualia. Quod patet. vtraq; enim earum transit per centrum cubi.

¶ALITER. ¶vero conuenit quod propositum est demonstrare. ¶Producantur enim duæ lineæ t a & t h: & item duæ f c, f b. eritq; ex 4 primi a t æqualis t h: & f c ęqualis f b. Constat autem ex prima parte 29 primi: q angulus p t q est æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est ęqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cũ angulo q t a: valet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea vna: similiter quoq; linea a b erit linea vna. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (vtraq; enĩ est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi: sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes. ideoq; per conceptionem/ earum medietates quę sunt a t & b f erunt æquales. Ex 7 autem huius mainfestum est/ q linea f c est in superficie duarum linearum a h & b c: & ex eadem/ linea a b quę est diameter cubi/ est etiã diameter superficiei parallelogrãmæ a c b h. Itaq; linea f t: secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto v. Dico ergo lineam f v esse æqualem lineæ v t, & lineã etiam a v lineę v b. Intelligantur duo triangli a t v, b f v: quorũ anguli qui sunt ad t & f sunt ęquales adinuicem/ similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æqoales adinuicẽ ex prima parte 29 primi/ propter id q linea a t æquidistat lineæ f b. Et qoia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales: sequitur ex 26 primi quod propositũ est. ¶Idem quoq; eodem modo concluditur: & si solidum a b non sit cubus/ sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit/ siue quoq; super basin orthogonaliter erectum siue etiã &

super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

39 ¶Si solidi parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint/extēsaq; fuerint per sectiones plana: cōmunis ipsorum planorū sectio/& solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicem dispescent

¶ALITER. ¶Si cubi eorum quę ex opposito planorum latera: & reliqua quæ sequuntur vt supra.

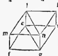
¶THEON ex Zamberto. ¶Solidi inquā parallelepipedi a f, eorū quæ ex opposito planorū c f, a h, latera bifariam dispescant per k, l, m, n, & x, p, o, r, signa: & per sectiones protendantur plana k n, x r. cōmunis autem planorum ipsorū sectio esto x f: ipsius autem a f solidi parallelepipedi diagonius esto d g. Dico iam q ipsę y f, d g, sese inuicem dispescunt: hoc est q y t ipsi t f est æqualis: & d t ipsi t g. Connectantur enī d y, y e, b f, f g. Et quoniā d x parallelus est ipsi o e: anguli alternati positi per 29 primi qui sub d x o, x o e, inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est d x ipsi o e, & x e ipsi e o, & æquos angulos cōprӕhendunt: basis igitur d y per 4 primi ipsi y e est æqualis/& triangulum d x y ipsi o e y triangulo est ęquale/& reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub x y d: ęquus est ei qui sub o y e angulo. ac per hoc recta linea est ipsa d y e. & per eandem & b f g recta linea est: est & æqualis b f ipsi f g. Et quoniam c a ipsi d b est æqualis & est parallela/sed c a ipsi e g est æqualis & parallela: & d b igitur ipsi e g est æqualis & parallela per primam cōmunem sententiam. & ipsas connectunt rectæ lineæ d e, b g, parallelus igitur est per 33 primi/d e: ipsi b g. & suscipiūtur in vtrisq; contingentia signa hoc est d, y, g, f: connectanturq; d g, y f. In vno igitur sunt plano per 17 vndecimi: ipsæ d g, y f. Et quoniā parallela est d e ipsi b g: æqualis igitur est per 29 primi qui sub e d t angulus ei qui sub b g t angulo, vicissim enim. & qui sub d t y ei qui sub g t f. Bina iā triangula sunt hoc est d t y & g t f: duos angulos duobus angulis æquos habentia/& vnum latus vni lateri æquum & extensum sub vno æqualium angulorum hoc est d y ipsi g f. dimidiæ namq; ipsarum d e, b g. & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est d t ipsi t g: & y t ipsi t f. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint extensaq; fuerint per sectiones plana: cōmunis ipsorū planorum sectio & solidi parallelepipedi dimetiens bifariā se adinuicem dispescent. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 41.

41 SI duo corpora seratilia quorum alterum basin triangulam alterum vero basin habeat æquidistantium laterum ipsi basi triangulæ duplam/aque alta fuerint: illa duo corpora necesse est esse æqualia.

¶CAMPANVS. ¶Sit superficies a b c d æquidistantiū laterū dupla trilateræ superficiei e f g: & super has duas superficies fiant duo corpora seratilia æque alta. Sitq; seratile quod est supra basin quadrangulam a b c d: a b h d c k. cuius basis est superficies æquidistantium laterum proposita a b c d, alia eius superficies æquidistantium laterum est a h d k, tertia vero est b h c k: duæ autem est eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus a b h, reliqua vero triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triangulam e f g: sit e f g l m n. cuius altera duarum trilaterarū superficierum est basis prædicta/reliqua vero triangulus l m n: trium autem superficierum eius æquidistātium laterum prima quidem est e f l m, secunda vero e g l n, tertia vero f g m n. Dico itaq; hæc duo seratilia proposita esse adinuicem æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma: adiūgendo vtriq; duorum propositorum seratilium aliud seratile sibi æquale. Pri-

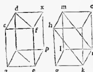




mo quidē feratili super eandem basin sit adiunctū feratile a p h d q k. cuius duæ trilateræ superficies sint a p h, d q k: tres autē quadrilateræ/ prima quidem a h d k quę est terminus cōmunis sibi & ei cui adiungitur/ secunda vero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autem feratili adiungatur aliud feratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triāgulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita q̃ tota superficies e f g r sit æquidistantium laterū: & super hunc triangulum fiat feratile e g l r l n f, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrāmum huius feratilis adiuncti. duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n f: tres autem parallelogrāmæ sunt/ prima quidem c l r f, secunda e l g n quæ est cōmunis terminus sibi & ei cui adiungitur/ tertia vero g r n f. Manifestum igitur ex diffinitione solidorū æqualium atq; similiū/ q̃ duo feratilia parallelogrāmū componentia solidū a k, sibi inuicem: itemq; componentia solidum parallelogrāmum e n, sibi adinuicem sunt æqualia. At vero ex 31 vel ex 32 huius: duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorum medietates sunt feratilia proposita: per cōmunem scientiam constat ea esse æqualia. quæcunq; enim fuerint æqualia: eorū medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

Eucli. Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

¶Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus/ & alterum 40
quidem basin parallelogrammum habuerit/ alterum autē triā-
gulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trian-
guli: ipsa prismata æqualia erunt.




¶THEON ex Zāberto. ¶Sint bina prismata a b c d e f, g h k l m n: & alterum quidem habeat basin a f parallelogrāmum / alterum vero g h k triāgulum. duplum vero sit a f parallelogrammum: ipsius g h k trianguli. Dico q̃ prisma a b c d e f: æquum est ipsi h g k l m n, prismati. Compleantur inquam ipsa a x, n h, solida. Et quoniam a f parallelogrammum ipsius g h k trianguli duplum est/ estq; h k parallelogrammū per 41 primi duplum ipsius g h k trianguli: æquum igitur est a f parallelogrammum ipsi h k parallelogrāmo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine: inuicem sunt æqualia per 31 vndecimi. Igitur solidum a x: æquum est ipsi g o solido. & ipsius quidem a x solidi/ dimidiū est ipsum a b c d e f prisma: ipsius autem g o solidi/ dimidium est ipsum g h k l m n prisma. Igitur prisma a b c d e f: ipsi g h k l m n prismati est æquum. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine/ & alterum quidem habuerit basin parallelogrammum / alterum autem triangulum / duplum autē fuerit parallelogrāmum ipsius trianguli: æqualia sunt ipsa prismata. Quod erat ostendendum.

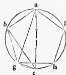
¶EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
Vndecimi libri
Finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zamberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber duodecimus.

Eucli. ex Camp. Propositio prima.

1 Mnium duarum superficierum similium multiangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram: tanq̃ proportio quadratorum quæ ex diametris circulorum eas circũscribentium proueniunt.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c, d e f: quibus inscribãtur duæ q̃libet figuræ polygoniæ quæ ponãtur adinuicẽ similes. sintq; nũc pentagonæ inscriptæ vt docet 11 quarti: & ipsæ sint a b g h k, d e l m n. diametri quoq; circulorũ: sint a c & d f. Dico itaq; q̃ proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n: est sicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahant enĩ in vtroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri ad extremitatẽ vnius lateris pentagoni diametro nõ coterminalis: seinuicẽ cãcellãtes infra ipsum pentagonũ. in hoc quidẽ/a g & c b: in illo autẽ/d l & f e. Eritq; ex 6 sexti triangulus a b g: æquiãgulus triãgulo d e l. Nã cũ pentagoni ponãtur adinuicẽ similes: erũt ex diffinitione similiũ superficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l: & latera ipsos continẽtia proportionalia/ videlicet proportio a b ad d e sicut b g ad e l. Cũ sint aũt ex 20 tertij duo ãguli a c g & a g b sibi inuicẽ equales/itẽq; duo alij d f e & d l e sibi inuicẽ equales: erũt duo qui sunt c & f adinuicẽ æquales ex hac cõmuni sciẽtia. que æqualibus sunt æqualia: sibi quoq; æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij vterq; duorum angulorũ a b c, d e f, est rectus: sequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, esse equiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrũ d f: est sicut lateris a b ad latus d e. Cũ itaq; ex secũda parte 18 sexti proportio duorum pentagonorũ est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata/& per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f sit sicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc cõmunem scientiam quorum dimidia sunt æqualia ipsa quoq; adinuicem esse æqualia/manifestum est quod propositum est.

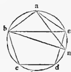


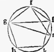


Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propositio prima.

1 Væ in circulis multangulæ figuræ: adinuicem se habẽt sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint circuli a b c d e, f g h k l: & in eis sint similes figure multangulæ a b c d e & f g h k l. dimetientes autem circulorũ: sint b m, g n. Dico q̃ est sicut quadratũ quod ex b m ad id quod ex g n quadratũ: sic est multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. Connectantur enim b e, a m: g l, f n. Et quoniam multangulum a b c d e ipsi f g h k l multangulo simile est: æquus est & qui sub b a e angulus ei qui sub g f l, estq; sicut b a ad a e sic g f ad f l. Bina iam triangula sunt b a e & g f l: vnũ angulum vni angulo æquum habentia/qui sub b a e ei qui sub g f l, circa autem æquos angulos latera proportionalia. equiangulum igitur est per primam diffinitionem sexti a b e triangulum: ipsi f l g triangulo. æqualis igitur est angulus qui sub a e b: ei qui sub f l g. Sed qui per 21 tertij sub a e b ei qui sub a m b est æqualis (in eandem namq; circũferẽtiam ierunt) qui autem sub f l g ei qui sub f n g: & qui sub a m b igitur/ei qui sub f n g est equalis. Est autem & rectus qui sub b a m: ei qui sub g f n recto per 4 postulatum æqualis. reliquus igitur: reliquo est æqualis per 3 comunem sententiã. Aequiangulum igitur est triangulũ



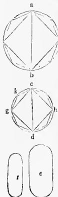


a m b:ipsi f g n triangulo. Proportionale igitur est sicut b m ad g n:sic b a ad g f. Sed ipsius quidem b m ad g n ratio:dupla est ea quæ ipsius b m quadrati ad id quod ex g n quadratum. Ipsius autem b a ad g f:dupla est ipsius a b c d e multãguli ratio ad ipsum f g h k l multãguli. & sicut igitur per 11 quinti quod ex b m quadratum ad id quod ex g n quadratum:sic est multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. In circulis igitur similia multangula:sese adinuicẽ habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum.

ucli. ex Camp. Propositio 2.



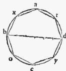
Mnium duorum circulorum est proportio alterius ad alterum:tanquã proportio quadrati suæ diametri ad quadratum diametri alterius. 2



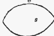
¶CAMPANVS. ¶Sit duo circuli a b & c d:quorum diametri quoq; dicãtur a b & c d. Dico itaq; ꝙ proportio circuli a b ad circulum c d:est sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifestum enim est ex hac cõmuni scientia/scilicet. quãta est quælibet magnitudo ad aliquam secundam: tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam: ꝙ proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiem aliquam quæ sit e, cuiuscunq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d:sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d:sit æqualis duabus superficiebus e & f pariter accepti s. Constat igit ex 1 decimi: ꝙ totiens possit ex circulo c d suisq; residuis subtrahi maius dimidio/quousq; relinquatur quantitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi vt docet 6 quarti quadratum c d g h: de quo constat ꝙ ipsum sit maius medietate circuli. quadratum enim quod est duplum ad ipsum:est circulum circunscribens / vt patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptę/fuerint minus superficie f:sufficit. Sin autẽ: quatuor arcus existẽtes super dicta latera per æqualia diuidantur/& puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia/arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k:& protrahatur lineæ k c, k g. sicq; de cęteris. Eritq; quilibet triangulorũ descriptorum super latera quadrati/maior medietate portionis in qua existit: eo ꝙ omnis triãgulus isosceles est medietas parallelogrãmi suæ basis per 41 primi/quodquidem parallelogrammum maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existentes sup latera octogonij inscripti pariter acceptæ: minus superficie f. Si enim nondum hoc esset:non cessarem diuidere arcus (quorum latera vltimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia/& inscribere figuram æquilateram duplo plurium laterum primæ. semper subtrahẽdo ab ipsis circuli portionibus/maius dimidio: quousq; per 1 decimi portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptę/erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictę sunt. eritq; ex conceptione octogonũ c d: maius superficie e. In circulo igitur a b, eadem via inscribatur simile octogonũ quod dicatur a b: sitq; ex præmissa proportio octogoni a b ad octogonũ c d sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulum a b sicut polygonij c d ad superficiem e. Cũq; sit polygonium c d maius superficie e: erit polygonium a b maius circulo a b. hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim: si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, sicut circuli a b ad superficiem e: erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratum diametri a b, sicut superficiei e ad circulũ a b. Et cõstat ex cõi sciẽtia in principio huius demõstrationis posita: ꝙ eadẽ est circuli c d ad aliquã superficiẽ/quæ sit f. eritq; ex 14. quinti superficies f: minor circulo a b. Itaq; ꝓportio q̃drati diametri c d ad quadratũ diametri a b: erit sicut circuli c d ad sũpficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõstrauimus pauloãte seq̃ ĩpossibile: videlicet polygoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo. Sicut ergo superficies e nõ potest esse minor circulo c d: ita nec maior, erit ergo necessario ęqualis. Quare per 2 partẽ 7 quĩti liquet qđ ꝓpositũ est.

Eucli.ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

2 ¶ Circuli sese adinuicem habent: sicut quæ ex dimetientibus quadrata.







¶THEON ex Zamberto. ¶ *Sint circuli a b c d, e f g h: dimetientes autem eorum sint d b, f h. Dico q; est sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum: sic est a b c d circulus ad e f g h circulum.* Si enim non est sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum/ sic a b c d circulus ad e f g h circulum: erit sicut quod ex b d ad id quod ex f h, sic a b c d circulus vel ad minorem ipso e f g h circulo aream/ vel ad maiorem. *Sit* prius ad minorẽ s. Describaturq; per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Iam descriptum quadratum: maius est q̃ dimidium ipsius e f g h circuli. quoniam si per signa e, f, g, h, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circum circulum descripti quadrati dimidium est e f g h quadratum. ipso autem circumscripto quadrato minor est circulus. quare e f g h inscriptum quadratum: maius est q̃ dimidium ipsius e f g h circuli. Secentur bifariam ipsæ e f, f g, g h, h e, circunferentiæ per signa k, l, m, n: cõnectanturq; e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e. Et vnũquodq; igitur ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius est q̃ dimidiũ eius quod circum ipsum est circuli segmenti. quoniam si per k, l, m, n, signa circulum tangẽtes ducamus/ & compleamus quæ in e f, f g, g h, h e, rectis lineis parallelogramma: vnumquodq; ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum/ dimidium est eius quod circum ipsum parallelogrammi. sed circum ipsum segmentum: minus est parallelogrammo. quare vnumquodq; ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius est dimidio eius quod circum se ipsum segmenti circuli. Dispescentes iam per 30 tertij reliquas circunferentias bifariam/ connectentesq; rectas lineas/ & hoc semper efficientes: per 1 decimi relinquemus quædam circuli segmenta quæ minora erunt excessu quo excedit circulus e f g h, aream s. Ostensum etenim est ex primo decimi voluminis theoremate/ q; binis magnitudinibus inæqualibus expositis/ si a maiori auferatur maius q̃ dimidiũ/ & reliquę maius q̃ dimidium/ hocq; semper fiat: quędam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine exposita minor erit. Assumantur igitur. sintq; quæ in ipsis e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e, segmẽta ipsius e f g h circuli: minora excessu quo excedit circulus e f g h ipsam s aream. Reliquum igitur e k f l g m h n multangulũ: maius est ipsa area s. Inscribatur in circulo a b c d: ipsi e k f l g m h n multangulo simile multangulũ a x b o c y d r. Est igitur per præcedẽtẽ sicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: sic est multangulũ a x b o c y d r ad e k f l g m h n multangulũ. Sed sicut & quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: sic circulus a b c d ad aream s. et sicut igitur per 11 quinti a b c d circulus ad s areã: sic multãgulũ a x b o c y d r ad ipsum e k f l g m h n multangulũ. Vicissim igitur per 16 quinti sicut circulus a b c d ad id quod in ipso multãgulũ: sic s area ad multangulũ e k f l g m h n. Maior autẽ est a b c d circulus: eo quod in se est multãgulo. maior igit est & area s: ipso e k f l g m h n multãgulo. sed & minor. quod est impossibile. Nõ est igitur sicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h quadratũ: sic circulus a b c d ad aliquã areã ipso e f g h circulo minorẽ. Similiter iã demõstrabimus/ q; neq; sicut quod ex f h ad id quod ex b d: sic circulus e f g h ad aliquã areã minorẽ ipso a b c d circulo. ¶ Dico nẽpe q; neq; sicut quod ex b d ad id quod ex f h: sic circulus a b c d ad aliquam aream maiorem ipso e f g h circulo. Si enim possibile: sit ad maiorem s. Cõuersim igitur est sicut quod ex f h quadratum ad id quod ex d b: sic est s area ad a b c d circulum. Sed sicut s area ad a b c d circulũ: sic est circulus e f g h ad aliquam aream minorem ipso a b c d circulo. & sicut igitur per 11 quinti quod ex f h ad id quod ex b d: sic e f g h circulus ad aliam aream minorẽ ipso a b c d circulo. quod impossibile esse demonstratũ est. Non est igitur sicut quod ex b d quadratũ ad id quod ex f h: sic circulus a b c d ad maiorem aliquam aream ipso e f g h circulo. Ostensum autem est: q; neq; ad minorem. Est igitur sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratũ: sic circulus a b c d ad circulũ e f g h. Circuli ergo adinuicem sese habent: sicut quę ex dimetiẽtibus quadrata. Quod erat ostendendũ.

¶Dico iam q̄ s area maiore subsistente ipso e f g circulo/est sicut area s ad a b c d circulũ: sic e f g h circulus ad aliquã aream minorẽ ipso a b c d circulo. Fiat enim sicut s area ad a b c d circulũ: sic e f g h circulus ad aream t. Dico q̄ area t: minor est ipso a b c d circulo. Quoniam enim est sicut s area ad a b c d circulum sic est e f g h circulus ad aream t: vicissim per 16 quinti est sicut s area ad e f g h circulum/ sic est a b c d circulus ad t aream. Maior autem est s area ipso e f g h circulo. maior igitur est & a b c d circulus: ipsa area t. quare est sicut s area ad a b c d circulum: sic est e f g h circulus ad minorẽ aliquam aream ipso a b c d circulo. quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

Omnis pyramis cuius basis triãgula: scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq̄ pyramidi similes/ vnaq̄ in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora. 3

¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d: eiusq̄ vertex solidus ãgulus a, a quo demittantur tres hypothenusę a b, a c, a d, ad tres angulos basis. & diuidantur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g: tres quoq̄ hypothenusę per æqualia in tribus punctis h, k, l. & protrahantur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq̄ basis eius diuisa in tres superficies. quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secũda parte secundæ sexti & diffinitiõe similiũ supficierũ cõstat esse similes sibi inuicẽ & toti basi/& ęquales adinuicem ex 8 primi: tertia est tetragona parallelogrãma & ipsa est e f g c, quã cõstat esse duplã ad triangulũ e g d ex 40 et 41 primi. Demittant ergo rursus a puncto h duę hypotenusę h e, h f, & a puncto k l hypothenusa k g: & protrahantur lineæ h k, k l & l h. Diuisa est itaq̄ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l: & duo seratilia quorum vnum est e h f g k c & est super basin quadrãgulã c f g e, & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, q̄ ipsæ sunt æquales adinuicem/sibiq̄ & toti pyramidi a b c d similes: constat ex diffinitione corporũ æqualium & similiũ & ex 10 vndecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autẽ seratilibus q̄ ipsa sint ęq̄lia: cõstat ex vltima vndecimi. Qz vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis: ex hoc manifestum est q̄ vtrũq̄ illorum diuisibile est in duas pyramides quarum altera triãgula æqualis vni duarum/in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur. altera vero quadrangula: quæ dupla est ad reliquã/quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisę. Ac proportionẽ si scire desideras: sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantum ad propositum) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas: quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema Propositio 3.

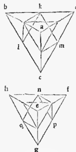
¶Omnis pyramis triangularẽ basin habens: diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem triangulares bases habẽtes & similes/ toti & in bina prismata æqualia & ipsa bina prismata maiora sunt q̄ dimidium totius pyramidis. 3

¶THEON ex Zamberto. ¶Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulũ a b c: fastigiũ vero sit signum d. Dico q̄ pyramis a b c d diuiditur in pyramides æquas adinuicẽ triangulares bases habentes & toti similes, & in bina prismata æqualia/& bina prismata maiora sunt q̄ totius pyramydis dimidiũ. Secentur per 10 primi a b, b c, c a, a d, d b, d c, bifariã in signis e, f, g, h, k, l: cõnectãturq̄ h e, e g, g h, h k, k l, l h, e k, k f, f g. Et qm̃ a e est ęqualis ipsi e b, & a h ipsi h d: paralelus igitur est e h ipsi d b. Idq̄ propterea iam & h k ipsi a b parallelus est. parallelogrãmum igitur est h e k b. æqualis igitur est ipsa h k: ipsi e b. Sed e b: ipsi a e est ęqualis: & a e igitur ipsi h k est ęqualis. Est autem & a h: ipsi d h ęqualis. Duæ iã a e, a h: duabus k h, h d, sunt ęquales altera alteri, & an-

gulus qui sub e a h: per 28 primi ei qui sub k h, h d, est æqualis. basis igitur e h: per 4 primi basi k d est æqualis. Igitur triangulum a e h: æquum & simile est ipsi h k d triangulo. Et id propterea tam & triangulum a h g: ipsi h l d triangulo æquum & simile est. Et quoniam binæ rectæ lineæ tangentes se adinuicem e h, h g, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes k d, d l, sunt/ non tamen in eodem plano existentes: æquos angulos compræhendunt. æqualis igitur est per 10 vndecimi angulus qui sub e h, h g: ei qui sub k d, d l, angulo. Et quoniam binæ rectæ lineæ e h, h g, duabus k d, d l, sunt æquales altera alteri/ & angulus qui sub e h g per 10 vndecimi angulo qui sub k d, d l, est æqualis: basis igitur e g per 4 primi basi k l est æqualis. Triangulum igitur e h g: æquum est ei triangulo quod sub k d l & simile. & id propterea triangulum a e g: ipsi h k l triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis a e g triangulum/ tastigium autem h signum: æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est h k l triangulum/ & vertex d signum. Et quoniam trianguli a d b per 2 sexti ad vnum latus a b, excitata est h k: æquiangulum est a d b triangulum ipsi d k h triangulo. & latera habent proportionalia. Igitur triangulum a d b: simile est ipsi triangulo d h k. Idque propterea & triangulum quidem d b c simile est ipsi triangulo d k l: & a d c triangulum ipsi d h l triangulo. Et quoniam per 10 vndecimi binę rectæ lineę sese inuicē tāgentes b a, a c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes k h, h l, sunt/ non tamen in eodem plano: æquos compræhendunt angulos. Angulus igitur qui sub b a c: æquus est ipsi angulo qui sub k h l. Estque sicut b a ad a c: sic k h ad h l. Triangulum igitur a b c: ipsi h k l triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triāgulum a b c, vertex autem d signum: similis est pyramidi cuius basis quidē est h k l triangulum/ vertex autē d signū. Sed pyramis cuius basis est triangulū h k l, vertex autem d signum: ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est a e g triangulum vertex vero h signum. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulum a b c, vertex vero d signum: similis est pyramidi cuius basis quidem est a e g triangulum/ & vertex h signum. vtraque igitur ipsarum a e g h, h k l d, pyramidum: similis est toti a b c d pyramidi. Et quoniam b f æqualis est ipsi f c: parallelogrammum e b f g, ipsius g f c trianguli duplum est per 41 primi. Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta/ & alterum quidem habuerit basim parallelogrammū/ alterum autem triangulum/ duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli/ ipsa prismata sunt æqualia per 40 vndecimi: prisma igitur compræhensum sub binis triangulis b k f, e h g, tribusque parallelogrammis e b f g, e b k h, h k f g, prismati compræhenso sub binis triangulis g f c, h k l, tribusque parallelogrammis k f c l, l c g h, h k f g, est æquale. Manifestum autem quod vtrunque ipsorum prismatū cuius basis e b f g parallelogrammū/ ex opposito autem h k recta linea / & cuius basis g f c triangulum/ ex opposito autem h k l triangulum: maius est vtraque ipsarum pyramidum quarum bases quidem sunt triangula a e g & h k l, vertices autem h, d, signa. Quoniam si connectamus e f, e k, rectas lineas: prisma cuius basis e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem k h recta linea/ maius est pyramide cuius basis e b f triangulum/ & vertex k signum. Sed pyramis cuius basis e b f triangulum/ vertex autem est k signum: æqua est pyramidi cuius basis est a e g triāgulum/ & vertex est h signum. sub æquis enim & similibus planis subsistunt. Quare & prisma cuius basis quidem e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem h k recta linea: maius est pyramide cuius basis a e g triangulum/ vertex autem h signum. Prisma vero cuius basis e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem h k recta linea: ęquū est prismati cuius basis g f c triangulū/ ex opposito autē triangulum h k l. Pyramis autem cuius basis quidem a e g triangulum/ vertex autem signum h: æqua est pyramidi cuius basis h k l triangulum/ vextex autem est d signum. Prędicta igitur bina prismata: maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarum bases sunt ipsa a e g, h k l, triangula / vertices autem sunt h, d, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulum a b c, vertex autem signum d: diuiditur in binas pyramides sibi inuicem æquas & similes toti & in bina prismata æqualia. & bina prismata maiora sunt quam totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulę/ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti similes/ binaq; seratilia æqualia diuidantur : erit proportio basis vnius ad basin alterius tanq̃ proportio duorum seratiliũ suorum ad duo seratilia alterius. Eritq; palã: omnia seratilia quæ fuerint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cũcta seratilia quæ in altera pyramide fuerint / eandẽ habere proportionem quã basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.



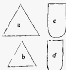
¶CAMPANVS. ¶Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ: æque altæ. hæc quidem a b c d: cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa vero e f g h: cuius conus punctus e, basis triangulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h, hę autem duæ pyramides diuidantur : sicut in præmissa. Sintq; bases earum diuisæ. Hæc quidem: protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus/ quæ sint k l & k m. illa vero : protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo q̃ proportio basis b c d ad basin f g h: est sicut duorum seratilium pyramidis a pariter acceptorum ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestum est autem ex 18 sexti parte secunda: q̃ proportio trianguli b c d ad triangulum k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d duplicata. per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulum n q h: sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; sit linea b d ad lineam k d sicut linea f h ad lineam n h (vtrobiq; enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulum k m d, sicut triangulus f g h ad triangulum n q h. & permutatim triangulus b c d ad triangulum f g h, sicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h : est sicut seratile existens super ipsum ad eratile existẽs super illũ per 33 vndecimi. Huius quoq; seratilis ad illud: est sicut amborum seratiliũ pyramidis a pariter acceptorum ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti. necesse est enim: vt sit duplum ad duplum queadmodũ simplum ad simplum. Itaq; cõclude ex 11 quinti: quod propositum est. Dormitas autem: si dubitas seratilia vnius harum pyramidum/ æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cum enim sint pyramides æque altæ/ sit quoq; vtraq; earum diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia/ & sint duæ partiales pyramides æque altæ eo q̃ similes & æquales (quod facile patebit demissis a verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum / de quibus perpendicularibus ex 37 vndecimi constat esse æquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componunt altitudinem totalis pyramidis diuisæ/ sintq; ambo seratilia æque alta vni partialium pyramidum ei videlicet quæ super partialem triangulum basis totalis pyramidis componitur : non est fas ambigere seratilia vnius earum pyramidum esse æque alta seratilibus alterius earum. ¶Correlarium vero ex eo manifestum est: q̃ similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem/ sicut bina seratilia vnius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte 18 sexti & permutata proportione: constat ex 13 quinti verum esse quod correlarium proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

¶Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine/ triangulares 4
bases habentes/ diuisa vero fuerit vtraq; ipsarum in binas pyramides adinuicem æquales & similes toti & in bina prismata æqualia/ & in vtraq; factarum pyramidum is modus semper seruetur: erit sicut vnius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin/ sic quæ in vna pyramide prismata omnia ad ea quę in altera pyramide prismata æque multiplicia.

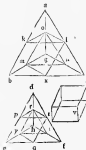
¶ Sint binæ pyramides sub eadē altitudine: triāgulares bases habētes hoc est a b c, d e f, & fastigia g, h, signa. Diuidaturq; ipsarum vtraq; in binas pyramides inuicē æquas & toti similes: & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; factarū pyramidum vtraq; itidem intelligatur diuisa. & hoc semper fiat. Dico q; est sicut a b c basis ad d e f basin: sic sunt omnia prismata q̄ in ipsa a b c g pyramide ad ea quæ in d e f h pyramide prismata æque multiplicia. Quoniā eni b x ipsi x c, & a l ipsi l c est æqualis: parallelus igitur est l x ipsi a b, & a b c triāgulum ipsi l x c triāgulo simile est. & id propterea rā triāgulū d e f: simile est ipsi r q f triangulo. Et quoniā b c ipsius c x dupla est, & e f ipsius f q: est igitur sicut b c ad c x, sic e f e f ad f q. Describunturq; ab ipsis quidē b c, c x, similes similiterq; positę rectilineę figurę a b c, l x c: ab ipsis autem e f, f q, similes similiterq; positę rectilineæ figuræ d e f, r q f. Si autē quatuor rectæ lineę proportionales fuerint: & q̄ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ/ proportionales erunt. Est igitur sicut a b c triangulū ad l x c triangulū: sic est d e f triangulū ad r q f triangulū. vicissim igitur per 16 quinti est sicut a b c triangulū ad d e f triāgulum: sic est l x c triangulum ad r q f triangulum. Sed sicut l x c triangulū ad r q f triangulū: sic prisma cuius basis quidē est l x c triangulū/ ex opposito autē o m n, ad prisma cuius basis est quidē r q f triangulū, ex opposito autem f t y. & sicut igitur per 11 quinti a b c triangulum ad d e f triangulū: sic est prisma cuius basis quidē est l x c triangulū/ ex opposito vero o m n, ad prisma cuius basis est r q f triangulū/ ex opposito autem f r y. Et quoniā bina prismata existentia in ipsa a b c g pyramide inuicem sunt æqualia/ at quia bina prismata existentia in ipsa d e f h pyramide inuicē sunt æqualia: est igitur sicut prisma cuius basis est b k l x parallelogrammū/ ex opposito vero m o recta linea / ad prisma cuius basis est l x c triangulū ex opposito aūt o m n, sic prisma cuius basis p e r q, ex opposito vero f t, ad prisma cuius basis r q f, ex opposito autē f t y. Cōponendo igitur per 18 quinti est sicut k b l x o m, l x c m n o, prismata ad l x c m n o prisma: sic p e r q f t, r q f f t y, prismata ad r q f f t y prisma. vicissim igit̄ per 16 quīti est sicut k b l x m o, x l c o m n, ad ipsa p e q r f t, r q f f t y, prismata: sic prisma l x c m n o ad r q f f t y prisma. Sicut autē l x c m n o prisma ad r q f f t y prisma: sic ostensum est esse basin l x c ad ipsam r q f, & basin a b c ad basin d e f. & sicut igitur per 11 quinti triangulū a b c ad triangulū d e f: sic bina prismata quæ sunt in a b c pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in d e f g pyramide Similiter autē & reliquas pyramides eodem modo trahemus: m n o g et f t y h. eritq; sicut basis m n o ad f t y basin: sic bina prismata existentia in ipsa m n o g pyramide ad bina prismata existentia in f t y h pyramide. Sed sicut m n o basis ad f t y basin: sic a b c basis ad d e f basin. & sicut igitur per 11 quinti a b c basis ad d e f basin: sic & bina prismata existentia in ipsa a b c g pyramide ad bina prismata existentia in d e f h pyramide/ & bina prismata existentia in m n o g pyramide ad bina prismata existentia in ipsa f t y h pyramide/ & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prismatibus factis ex ipsarum a k l o & d p r f pyramidum diuisione. & omnium simpliciter æque multiplicitū. ¶ Q; autē sit sicut l x c triangulū ad r q f triangulū/ sic prisma cuius basis l x c triangulū/ ex opposito autē o m n, ad prisma cuius basis quidē est r q f triangulū/ ex opposito f t y: sic ostendēdū est. In eadem in q̄ descriptione intelligantur a g, d h, perpendiculares in ipsa a b c, d e f, triāgula plana. æquales autē ipsæ erūt: quoniā ęque sublimes ipsæ supponunt pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ g c & quæ ex g perpēdicularis/ a parallelis planis hoc est a b c, o m n, secātur: in eisdē rationibus secabūtur p 17 vndecimi. & g c: bifariā secat a plano o m n, in signo n. & ppēdicularis igit̄ quę ex g: in triāgulū a b c planū bifariā secat a plano o m n. & id propterea & perpēdicularis q̄ ex h in d e f planū: bifariā secabitur ab ipso f t y plano. Et ipsę a g, d h, ppendiculares in ipsa a b c, d e f, plana: sunt æquales. Igitur & quæ ex m n o, f t y, triāgulis in ipsa a b c, d e f, plana perpendiculares: sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt l x c & r q f triangula/ ex opposito autē o m n, f t y: æque sūt alta. Quare & solida parallepipeda q̄ a p̄dictis prismatibus describūtur æque alta: adinuicem sunt sicut bases. & dimidia igit̄ erūt sicut l x c basis ad r q f basin: sic p̄dicta prismata adinuicē. Si binæ igitur pyramides sub eadē fuerint altitudine: & quę sequūtur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.



OMnes duæ pyramides æque altę quarum bases triangulę: suis basibus sunt proportionales. 5

¶CAMP. ¶Q^d 33 vndecimi proposuit de solidis parallelogrãmis & in fine 36 vndecimi verũ esse demõstrauimus de seratilibus: hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enĩ duæ pyramides æque altæ: quarum bases sunt duo trigoni a & b. dico ꝙ proportio pyramidis a ad pyramidem b: est sicut basis a ad basin b. quod eodem demõstrationis vel argumentationis genere demõstrandũ est: quo secũdã huius demonstrauimus. Sit enim vt basis a ad basin b: ita pyramis a ad corpus c. de quo dico: ꝙ ipsum nõ erit minus neq; maius pyramide b. Nã si possibile est vt sit minus: esto minus in solido d, vt pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b vt proponit 3 huius/ detrahãtur ab ea duo seratilia quæ ex pręmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius: itẽq; ex vtraq; duarum partialium residuarum pyramidum/ duo earũ prædicto modo diuisarum seratilia demantur. & fiat hoc toties: quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d. eruntq; ex cõmuni scientia/ seratilia detracta: maius c. Fiat igitur a pyramide a, similis seratilium detractio: & intelligamus tot seratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b. eritq; ex correlario pmissę sicut basis a ad basin b: ita seratilia detracta a pyramide a ad seratilia detracta a pyramide b. sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq; seratilia pyramidis a ad seratilia pyramidis b: sicut pyramis a ad corpus c. & permutatim seratilia pyramidis a ad pyramidẽ a: sicut seratilia pyramidis b ad corpus c. Cũq; sint seratilia pyramidis b, maius corpore c: erunt seratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile: non erit corpus c. minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc eni posito/ cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c: erit econuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidẽ a. eritq; eadem ex cõmuni sciẽtia: pyramidis b ad aliquod corpus quod sit d. sequeturq; ex 14 quinti/ ꝙ corpus d sit minus pyramide a: eo ꝙ pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a: sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratũ est sequi impossibile: videlicet seratilia detracta ab aliqua pyramide maius esse ea pyramide a qua detrahũtur. Ideoq; relinquitur corpus c esse ęquale pyramidi b, cũ nec minus ea possit esse nec maius: & proportionẽ pyramidis a ad pyramidẽ b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

¶Sub eodẽ fastigio pyramides subsistentes/ triangularemq; basin habentes: adinuicem sese habent sicut bases. 5

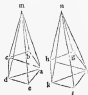
¶THEON ex Zamb. ¶Sint sub eadẽ altitudine pyramides: quarũ bases quidẽ sint a b c, d e f, triangula/ fastigia sint g, h, signa. Dico ꝙ est sicut a b c basis ad d e f basin: sic est a b c g pyramis ad d e f h pyramida. Si aũt nõ est sicut a b c basis ad d e f basin, sic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: esto sic a b c g pyramis vel ad solidũ aliqd minus ipsa d e f h pyramide/ vel ad maius. Sitq; prius ad minus aliqd: sitq; v. Diuidaturq; p 3 duodecimi ipsa d e f h pyramis: in binas pyramides æquas & toti similes/ & in bina prismata æqualia. tã bina prismata: maiora sũt q̃ totius pyramidis dimidiũ. et rursus per eadẽq̃ fiunt ex pyramidis diuisione: similiter diuidantur. & hoc semper fiat: ex quo amplius nõ supersint aliquę pyramides ab ipsa d e f h pyramide/ quin sint minores excessu quo excedit d e f h pyramis ipsũ v solidũ. Accipiãtur: sintq; rationis causa ipsæ d p r s & s t y h. reliqua igitur prismata existẽtia in ipsa d e f h pyramide: maiora sũt ipso v solido. Diuidaturq; pprecedẽtẽ/ ipsa a b c g pyramis/ similiter et eq̃ multipliciter ipi d e f h pyramidi. Est igit sicut a b c basis ad d e f basin: sic p pcedẽtẽ q̃ i a b c g pyramide prismata ad ea q̃ in d e f h pyramide prismata. Sed et sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad v solidũ. Et sicut igit per 11 quiti a b c g pyramis ad v solidũ: sic prismata q̃ in a b c g pyramide ad ea prismata q̃ i d e f h pyramide. vicissim igit p 16 quiti sicut a b c g pyra

mis ad ea quæ in ipsa prismata: sic est v solidum ad ea quę in d e f h pyramide prismata. Maior autem est pyramis a b c g: eis quę in seipsa prismatibus. Igitur & solidum v: maius est eis quę in pyramide d e f h sūt prismatibus. sed & minus. Quod est impossibile. Igitur nō est sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad aliquod ipsa d e f h pyramide solidum minus. Similiter iā ostendetur: ꝙ neq; sicut basis d e f ad basin a b c, sic d e f h pyramis ad minus aliquod solidū ipsa a b c g pyramide. ¶Dico iam: ꝙ neq; est sicut a b c basis ad d e f basin/ sic a b c g pyramis ad maius aliquod solidum ipsa d e f h pyramide. Si enī possibile: esto ad maius v solidū. Conuersim igit est sicut d e f basis ad a b c basin: sic v solidum ad a b c g pyramidem. Sed sicut v solidū ad a b c g pyramidē: sic d e f h pyramis ad minus aliquod ipsa a b c g pyramide. sicut āte ostensū est. Et sicut igitur per 11 quinti basis d e f ad basin a b c: sic d e f h pyramis ad minus aliqđ ipsa a b c g pyramide. quod absurdū esse patuit. Non est igitur sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide d e f h. Patuit autē ꝙ neq; ad minus. Est igitur sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad d e f h pyramidē. Sub eodem igitur fastigio: & quę sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 ¶Sub eadem altitudine pyramides existentes / multangulasq; bases habentes: adinuicem sese habent sicut bases.

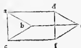
¶THEON ex Zāb. ¶Sint sub eadē altitudīe pyramides: multāgulas bases habētes hoc est a b c d e, f g h k l, fastigia vero m, n, signa. Dico ꝙ est sicut a b d e basis ad f g h k l basin: sic est a b c d e m pyramis ad f g h k l n pyramida. Diuidatur enim ipsa a b c d e basis in triangula a b c, a c d, a d e & f g h k l in f g h, f h k, f k l, triangula. Intelliganturq; ab vnoquoq; triangulo: pyramides æque altæ eis quę in principio pyramidibus. Et quoniam est sicut a b c triangulum ad a c d triangulum sic est a b c m pyramis ad a c d m pyramida/ & cōponendo per 18 quinti sicut a b c d trapezium ad a c d triangulum: sic a b c d m pyramis ad a c d m pyramida/ sed & sicut a c d triāgulum ad a d e triangulum sic a c d m pyramis ad a d e m pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti est sicut a b c d basis ad a d e basin: sic a b c d m pyramis ad ipsam a d e m pyramida. & componendo rursus per 18 quinti sicut a b c d e basis ad ipsam a d e: sic a b c e m pyramis ad a d e m pyramida. Idq; propterea iam & sicut f g h k l basis ad f k l basin: sic & f g h k l n pyramis ad f k l n pyramida. Et quoniā binæ pyramides sunt a d e m, f k l n, triangulas habentes bases ac sub eadem altitudine: est igitur per 5 duodecimi sicut a d e basis ad f k l basin, sic a d e m pyramis ad ipsā f k l n pyramida. Quoniā igitur sicut a b c d e basis ad a d e basin sic a b c d e m pyramis ad a d e m pyramida/ sicut autem a d e basis ad f k l basin sic a d e m pyramis ad f k l n pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti & sicut a b c d e basis ad f k l basin/ sic a b c d e m pyramis ad f k l n pyramida. Sed & sicut f k l basis ad f g h k l basin: sic erat & f k l n pyramis ad f g h k l n, pyramida. & ex æquali rursus per 22 quinti est sicut a b c d e basis ad f g h k l basin: sic a b c d m pyramis ad f g h k l pyramida. Sub eadem altitudine igitur: & quę sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio. 6.

6 Omne corpus seratile: in tres pyramides æquales basesq; triangulas habentes est diuisibile.

¶CAMPANVS. ¶Sit seratile a b c d e f. ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales. protrahatur enī in vnaq; suarū triū superficierū parallelogrāmarū linea diagonalis: ita ꝙ vna earū diagonaliū sit cōterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a: quas propter confusionem protrahere cōtempsi. eritq; totum seratile in tres triangulas pyramides diuisū: quas ex præmissa bis assumpta facile cōstat esse ęquales.



¶CAMPANI additiones. ¶Quoniā autē Euclides nihil demōstandum proponit de pyramidibus lateratis/ exceptis solis quarum sunt bases triangulæ: vt

omnium cognitionem ex elemētis quę ponit sufficienter elicere possimus/ quę dam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides: multa prætermisit. quæ quāuis ex eis consequantur: non tamē sine difficultate patent studentibus. Horū primū est hoc.

¶ Si duo solida (quorum alterum seratile/ alterum vero pyramis 1
cuius basis triangula) super eandem basin aut super æquales trigonas/ aut seratile super quadrangulam pyramis vero super trigonam quæ quadrangulæ basis seratilis sit dimidium/ constituta fuerint æque alta: seratile pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositū fuerit super basin trigonā: tunc ex pyramide proposita super propriam basin perficiatur seratile pyramidi propositæ æque altū. Si vero seratile fuerit super basin quadrangulā: tunc basi pyramidis adijciatur triangulus. ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantium laterū: super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur illud seratile seratili priori est æque altū/ et vtrorumq; bases sunt æquales ex hypothesi; sequitur ipsa esse ęqualia. hoc ei demōstratū est in 36 vndecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secūdū triplū est ad pyramidē propositā / nam ipsa est vna ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur: erit quoq; per cōmunem scientiam propositum seratile triplum ad propositā pyramidē.

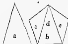
¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triāgulę / super vnam eā 2
demq; basin siue super æquales constitutæ fuerint æque altæ; eas esse adinuicem æquales necesse est.

¶ Fabricato enim vero seratili æque alto pyramidibus propositis/ super basin triangulā æqualē basibus propositarū pyramidū aut sup basin quadrāgulā duplam basibus earundem: erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas. hoc enim: constat ex pręmissa addita siue interposita. Igitur ex communi sciētia cunctæ propositæ pyramides: sunt vt diximus adinuicem æquales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangulæ / æque altæ: suis 3
basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum pyramidum/ aut super alias trigonas ęquales/ aut super parallelogrammas duplas/ seratilia ipsis pyramidibus æque alta: erūt ob hoc seratilia sibi adinuicē æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia vt probatum est in 36 vndecimi 33 ipsius mediante / cūq; ex prima harum additarum manifestum sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides/ vnūquodq; videlicet ad suam relatiuam/ basesq; ipsorum ęquales aut duplas esse basibus ipsarum / sicut autem ex 15 quinti triplum ad triplum ita simplum ad simplum: erunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ/ fueritq; alterius 4
basis trigona / reliquæ autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.



¶ Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ/ super duas bases a & b: sitq; basis a triangula, b vero pentagona. Et dicantur hæ pyramides: a & b. Itaq; dico proportionem pyramidum a & b. esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b: in tres triāgulos c, d, e. eritq; tota pyramis b: distincta in tres pyramides æque altas/ quarum bases sunt trianguli c, d, e, quæ etiā dicātur nominibus suarum basium. Quia igitur ex præmissa interposita/ proportio pyramidis c ad pyramidē a est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidē a sicut trigoni d ad trigonū a, itēq; pyramis e ad pyramidē a sicut trigoni e ad trigonum a: ex 24 quinti bis assumpta sequitur q sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e (& ipsū est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e (& ipsum est pentagonus b) ad trigonum a. Constat igitur quod volumus.

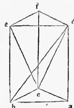
Zam. 6. **¶ Omēs lateratæ pyramides æque altę: suis basibus proportiona** 5

les esse probantur.

¶Si altera earum fuerit super basin trigonam: ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit polygonia: vtralibet ipsarum basiū resoluta in triangulos/ & ipsa pyramide in pyramides triangulas: erit ex præmissa interposita/ proportio vniuscuiusq; harum triangularum pyramidū, in quas altera propositarū diuiditur, ad reliquā/ sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiēs oportet assūptā: cōstat verū esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶Omne prisma triangularem basin habens: diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas/ triangulares bases habentes.

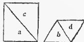


¶THEON ex Zāberto. ¶Sit prisma a b c d e f: cuius quidē basis sit a b c triāgulū/ ex opposito aūt d e f. Dicoq; ipsū a b c d e f prisma: diuidi in tres pyramides sibi inuicē æquas/ triāgulares bases habētes. Cōnectātur eni b d, e c, c d. Et quoniā a b d e parallelogrāmū est/ eius aūt dimetiens est b d: triāgulū igitur a b d ipsi e d b triangulo æquū est. & pyramis igitur cuius basis quidem est a b d triangulū, fastigiū autē c signū: æqualis est pyramidi cuius basis est triangulū d e b, & vertex est signū c. Sed pyramis cuius basis quidē est d e b triāgulum/ vertex autem c signum: eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum e b c, & vertex d signū, ab eisdē enim planis compræhenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū a b d, fastigiū autē signum c: æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est a b c triangulū/ fastigium autem d signum. Rursus quoniam f c b e parallelogrāmū est/ dimetiēs vero ipsius est e c: triangulū c e f æquū est ipsi c b e triangulo. & pyramis igitur cuius basis quidem est traingulū b c e, fastigiū autem d signum: est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum e c f, vertex vero d signū. Pyramis autem cuius basis quidem est b e c triangulum/ vertex autem d signum: ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulum/ vertex autē signum c. & pyramis igitut cuius quidem basis est c e f triangulum/ vertex autem d signum: æqua est pyramidi cuius basis quidem est a b d triangulū/ vertex autem c signum. Igitur a b c d e f prisma: in tres pyramides æquas sibi inuicem diuiditur/ triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triangulum a b d, fastigium autem c signum/ eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum c a b, vertex autem signum d (sub eisdem namq; planis comprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangum a b d, vertex autem signum c, tertium esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f: & pyramis igitur cuius basis est a b c triangulum/ vertex autem d signum/ tertiū est prismatis cuius basis est triangulum a b c, ex opposito autem d e f. Omne igitur prisma: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat demonstrare.

¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc iā est manifestū: q̧ omnis pyramis/ tertia pars est prismatis eādē eidē basin habētis & altitudinē æquā. ⁎ Quoniā & si alia quæpiam figura rectilinea habuerit bases prismatis & eadem ex opposito diuidatur in prismata triāgulares bases habentia: & ea quę ex opposito.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI duæ pyramides triangularum basium fuerint æquales: earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutuæ: easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.



¶CAMP. ¶Quod trigesimaquarta & trigesimaquinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis/ & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hęc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habētibus bases triāgulas. Intelligātur enī duæ pyramides æquales super duos trigonos vel triangulos a & b: quę dicātur a & b. Dico itaq; q̧ proportio basis a ad basin b: est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit: dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigo-



nis a & b, duo alii qui sunt c & d: vt fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantium laterum, et ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicantur a c & b d. Manifestũ igitur est ex sexta huius 12/q; pyramis a est sexta pars solidi a c: & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 vndecimi argue propositum: primã quidẽ partem ex prima / secundam autem ex secunda.

¶CAMPANI additio.

¶Q; si duæ qualibet pyramides lateratæ/ fuerint æquales: earũ bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint: eadem pyramides æquales esse oportet.

¶Si bases vtrarũq; fuerint triangulæ: demonstratum est verum esse quod diximus. Si altera tantũ: sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b. & sumatur trigonus c æqualis polygonio b: fiatq; super c, pyramis æquæ alta pyramidi quæ est super b. & sint a, b, c: æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales/ & ex vltima interpositarum ad sextã huius duę pyramides b & c sunt æquales / ideoq; ex communi scientia duæ pyramides a & c æquales: igitur bases earum sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales/ altitudines quoq; pyramidum b & c æquales: erunt ex prima parte & secunda 7 quinti/ bases a & b mutuę altitudinibus pyramidũ a & b. ¶Secũda pars cõuerso mõ probat. Nã si fuerit basis a ad basin b, vt altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a: erit ex 2 parte & prima 7 quĩti/ basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. itaq; ex secunda parte huius 7 duę pyramides a et c: sunt ęquales. quare per communẽ scientiam duæ quoq; pyramides a & b: sunt æquales.

¶Si vero neutra propositarũ pyramidum fuerit trigona sed vtraq; polygonia (verbi gratia altera pentagona/ altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b: sumatur similiter triãgulus c æqualis hexagono b, super quem fiat pyramis æque alta pyramidi b. eruntq; duæ pyramides b & c æquales: ideoq; duæ quæ sunt a & c etiam per conceptionem æquales. quare basis a ad basin c: sicut altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a. hoc enim: nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis a ad basin b: sicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. ¶Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit vt altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a: erit quoq; ex septima quinti basis a ad basin c, vt altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a. ideoq; (vt patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c: ęquales. quare ex cõmuni scientia & duæ quæ sunt a & b: erunt etiam æquales. Et hoc est propositum

Eucli. ex Camp. Propositio. 8.



Mnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ / est proportio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata. 8

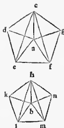
¶CAMPANVS. ¶Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habẽtibus/ ex ipsis perfice duo solida parallelogrãma: quẽadmodum dictũ est in demonstratione præmissę. eruntq; hæc duo solida parallelogrãma similia: eo q; pyramides ponuntur similes adinuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pyramidibus & solidis parallelogrãmis: superficialibus ãgulis numero & quantitate æqualibus continentur. & latera quoq; illos angulos superficiales cõtinentia: sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorũ parallelogrãmorum communes angulos solidos cõstituentes: sunt æquiangulæ & laterum proportionalium ideoq; similes ex diffinitione similiũ superficierum. quare ex 24 & 13 quinti cunctæ sex superficies horum duorum solidorum parallelogrãmorũ: sunt similes adinuicem. Igitur a diffinitione corporum similiũ: erunt ipsa solida similia. Quare cum proportio solidorũ & pyramidum sit vna ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex sexta

huius) cumq; sit proportio solidorum vna sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 vndecimi libri / sunt autem latera solidorum eadem lateribus pyramidum: erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarum pyramidum sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata. quod est propositum.

CAMPANI additiones.

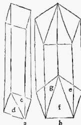
Q. si fuerint duę quælibet pyramides lateratę similes: erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

Sint duæ lateratæ pyramides quarum coni a & b, similes: sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g, h k l m n. Dico ꝙ proportio earũ: est sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similiũ superficierum & corporum: ꝙ pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum / sibi adinuicem / cũctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicem / sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile: protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa vero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas similes & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l: quarum coni sunt a & b. Cõstat autem ex hypothesi triangulum c a d esse similẽ triangulo b h k: & triangulum d a e triãgulo k b l. Et quia etiã ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k, & latera c d & d e continentia angulum d sunt proportionalia lateribus h k & k l continẽtibus angulum k: erunt ex 6 sexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli. ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k: sicut c e ad h l. Cũq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k: erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierum: triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similiũ corporum: ꝙ pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidem a c e f esse similem pyramidi b h l m: & pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata / etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m sicut e f ad l m triplicata / ac etiam pryamidis a c f g ad pyramidem b h m n sicut c g ad h n triplicata: cum sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad h k, sequit̃ ex 13 quinti vt proportio totalium pyramidum a & b sit sicut vnius harum partialium ad aliam vnam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat verum esse quod diximus.



Omnes colũnæ lateratæ æque altæ: suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur: super qualescũq; bases polygonias sint colũnę. Columnas autem lateratas: vocamus solida corpora laterata quorum bases & superficies supremæ sunt similes & æquales / cunctæ vero reliquæ superficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratile: quãdo super vnã suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum. secunda vero spẽs est colũna: cuius basis sit quadrilatera quã ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona: & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico ꝙ omnis laterata colũna in tot corpora seratilia potest distingui: in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b: æquę altæ. dico ꝙ proportio colũnarum a & b: est sicut basiũ a & b. Distinguantur nãq; hæ bases in triangulos: & hæ colũnæ in seratilia. basis quidem a quæ ponatur esse quadrangula / in duos trigonos scilicet c & d: & colũna a, in duo seratilia c & d. basis vero quæ sit pentagona / distinguatur in tres trigonos e, f, g: & colũna b, in tria seratilia quę similiter vocẽtur e, f, g. Manifestum est igitur ex 15 quę in 36 vndecimi dicta sunt: ꝙ proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e. & iterum seratilis d ad seratile e: sicut basis d ad basin e. quare per 24 quinti erit colũnę a ad seratile e: sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit colũna a ad seratile f: sicut basis a ad basin f. At rursus colũnæ a ad seratile g: sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti



quoties necesse fuerit assumpta facile concludes propositum. ¶ Constat itaq; ex hoc: q; omnes columnæ lateratę super eandem basin vel super æquales cõstitutæ si fuerint æque altę/ erũt æquales. Cũ eni (vt proximo probatũ est) æque altæ colũnæ lateratæ sint suis basibus proportionales/ ponantur autem bases esse aut eędem aut æquales: necesse est ex 24 quinti vt etiam columnæ sint æquales. ¶ Constat quoq;: q; si fuerint quælibet solida parallelogramma seratilia & lateratæ columnæ æque alta/ ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur. Omnia enim hæc: species sunt lateratarũ colũnarũ/ de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verũ esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna: tripla est ad suam pyramidem.

¶ Distinguatur basis colũnę in triangulos: & secundum numerũ triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia/ & pyramis columnæ in pyramides habentes bases triangulasque videlicet sunt bases seratilium. Cõstat itaq; vnũ quodq; seratile ad eam pyramidem quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit: triplũ esse. hoc enim: demõstratũ est in sexta huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia seratilia pariter accepta: ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna/ et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ/ perficiantur: constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales: earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si vero bases earum & altitudines mutuæ fuerint: easdem columnas æquales esse necesse est.

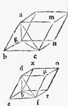
¶ Si enim columnæ sint æquales: earum pyramides erunt æquales/ eo q; omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales: suę bases suis altitudinibus mutuæ erunt/ quemadmodum demonstratum est in septima huius. Quia igitur columnarum suarũq; pyramidũ eędẽ sunt bases/ & altitudines sunt eędem: cõstat prima pars propositi. ¶ Sint igitur & altitudines propositarum columnarum lateratarũ mutuæ. Dico q; columnæ erunt æquales. Cum enim eædem sint bases eædemq; altitudines colũnarum suarum pyramidum: erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutuæ. Si hoc vt positum est verũ fuerit de columnis: erũt quoq; pyramides æquales prout in septimo huius demonstratũ est. igitur & & columnæ æquales: cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarũ lateratarũ similium est proportio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

¶ Si columnæ fuerint similes: erunt ex diffinitione similium corporum/ bases earum cæteræq; superficies eas ambientes/ similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero æquales/ quemadmodum 18 sexti proponit esse possibile: & ipsæ columnę diuidantur in seratilia super hos triangulos existẽtia. Stude igitur probare seratilia vnius/ suis relatiuis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex hypothesi & sexta & quarta & quinta sexti/ & ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum. Hoc autem probato/ erit ex 36 vndecimi proportio vniuscuiusq; seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius: sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum est proportio vna/ cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius: sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna. Quare per 13 quinti quę est proportio vnius seratilis ad suũ seratile relatiuũ alterius: eadẽ est omniũ pariter acceptorũ ad omĩa pariter accepta. Et quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas/ & relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 8. Propositio 8.

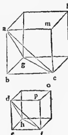
8 ¶Similes pyramides/triangulares bases habentes: in triplici sūt
C ratione eiusdem rationis laterum.
a ¶THEON ex Zamb. ¶Sint similes & similiter positæ pyramides: quarum
m bases quidem sunt a b c, d e f, triangula/fastigia vero ipsarum sint g, h, signa.
p Dico q̄ a b c g pyramis ad d e f h pyramidem/triplā habet rationē: q̄ b c ad e
. f Compleantur enim b g m l, e h p o, solida parallelepipeda. Et quoniā pyra-
8 mis a b c g similis est ipsi d e f h pyramidi: æqualis igitur est angulus qui sub a b c ei qui sub d e f angulo/& qui sub g b c ei qui sub h e f, & qui sub a b g ei qui sub d e h. estq; sicut a b ad d e: sic est b c ad e f, & b g ad e h. Et quoniā est sicut a b ad d e sic b c ad e f, & circū æquos angulos latera sūt proportionalia: igitur b m parallelogrāmū ipsi e p simile est parallelogrāmo. & id propterea & b n, ipsi e r simile est: & b k ipsi e x. Tria igitur m b, b k, b n: tribus e p, e x, e r, sunt similia. Sed tria quidē b, bk, b n, tribus quæ ex opposito sūt similia: & tria e p, e x, e r, ęqua & similia sunt tribus quę ex opposito. ipsa igitur b g m l, e h p o, solida parallelepipeda: sub similibus planis æque multiplicibus cōprę henduntur. Igitur b g m l: ipsi e h p o solido simile est. Similia autē solida parallelepipeda: in triplici sunt ratione eiusdē rationis laterum per 33 vndecimi. Igitur b g m l solidum ad e h p o solidum triplam habet rationem: q̄ eiusdem rationis latus b c ad eiusdem rationis latus e f. Sicut autem b g m l solidum ad e h p o solidum sic a b c g pyramis ad d e f h pyramida; quoniā pyramis sexta pars est solidi. ac per hoc/& prisma dimidiū existens solidi parallelepipedi: triplum est ipsius pyramidis. & a b c g igitur pyramis ad d e f h pyramida triplam rationem habet: q̄ b c ad e f. Quod demonstrasse oportuit.



¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc nempe est manifestum: q̄ & multangulas bases habentes similes pyramides/ adinuicem in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides/triangulares bases habentes: & similia polygona basium in similia triangula diuiduntur/ & in æque multiplicia/& eiusdem rationis totis. eritq; sicut in altera vna pyramis triangularem habens basin ad eam vnam basin triangularem habentem in altera pyramide: sic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares bases habentes/ad pyramides existentes in altera pyramide & habentes triangulares bases. Hoc est. Pyramis ipsa polygonam basin habens ad pyramida basin polygonam habentem/& pyramis triangularem basin habens ad pyramida triangularem basin habentem: in triplici est ratione eiusdem rationis laterum. Et polygonam igitur basin habens: ad similem basin habentem/ triplam habet rationem q̄ latus ad latus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 ¶Aequalium pyramidum & triangulares bases habentium: re-
C ciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides/triangulares ba-
a ses habētes/ quarum reciprocæ sunt bases verticibus: sunt æqua-
m les.
p ¶THEON ex Zāb. ¶Sint enim æquę pyramides a b c g, d e f h: triangula-
. res bases habentes a b c, d e f, fastigia vero g, h, signa. Dico: q̄ ipsarum a b c
7 g, d e f h, pyramidum reciprocæ sunt bases altitudinibus. & est sicut basis a b c ad basin d e f: sic est ipsius d e f h pyramidis fastigium ad ipsius a b c g pyramis fastigium. Compleantur inq̄ ipsa b g m l, e h p o, solida parallelepipeda. Et quoniam pyramis a b c g æqualis est ipsi d e f h pyramidi/estq; ipsius quidem a b c g pyramidis sexcuplū ipsum b g m l solidum / ipsius autem d e f h solidum e h o p sexcuplum est: igitur solidum b g m l, ipsi e h o p solido æquū est. Aequalium autem solidorum parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitudinibus p 34. vndecimi. Est igitur sicut b m basis ad e p basin: sic est ipsius e h o p solidi fastigium ad ipsius b g m l solidi fastigium. Sed sicut quidem m b basis ad e p basin: sic a b c triangulum ad d e f triangulū. Et sicut igitur per 11 quinti triangulum a b ad triangulum d e f: sic ipsius e h p o solidi altitudo ad ipsius b g m l solidi altitudinem. Sed ipsius e h p o solidi altitudo/ eadē est



1 ipsi ipsius d e f h pyramidis altitudini: & ipsius b g m l solidi altitudo / eadem est ipsi ipsius a b c g pyramidis altitudini. Est igitur sicut a b c basis ad d e f basin: sic ipsius d e f h pyramidis altitudo ad ipsius a b c g pyramidis altitudinem. Ipsarum igitur a b c g, d e f h, pyramidum: reciprocæ sunt bases altitudinibus. ℭSed iã ipsarũ a b c g, d e f h, pyramidum reciprocę sint bases altitudinibus: estoq; sicut a b c basis ad d e f basin / sic ipsius d e f h pyramidis fastigium ad ipsius a b c g pyramidis fastigium. Dico: q pyramis a b c g, æqualis est ipsi d e f h pyramidi. Eisdem nãq; dispositis / quoniam est sicut a b c basis ad d e f basin sic est ipsius d e f h pyramidis vertex ad ipsius a b c g pyramidis verticẽ / sed sicut a b c basis ad ipsã d e f basin sic b m parallelogrãmũ ad e p parallelogrãmũ: & sicut igitur per 11 quinti b m parallelogrãmũ / ad e p pallelogrãmũ sic est ipsius d e f h pyramidis fastigiũ ad ipsius a b c g pyramidis fastigiũ. Sed ipsius quidẽ d e f h pyramidis vertex / est idẽ ipsius e h p o pallelepipedi vertici: & fastigium ipsius a b c g pyramidis / idẽ est ipsius b g m l parallelepipedi altitudini. est igitur sicut b m basis ad e p basin: sic ipsius e h p o parallelepipedi altitudo ad ipsius b g m l parallelepipedi altitudinem. Solida vero parallelepipeda quorum reciprocæ sunt bases altitudinibus: sunt æqualia per 34 vndecimi. Igitur solidum parallelepipedum b g m l: ipsi e h p o solido parallelepipedo est ęquale. Estq; ipsius quidẽ b g m l parallelepipedi / pyramis a b c g sexta pars: ipsius autem e h p o paralleepipedi / sexta pars est pyramis d e f h, Igitur pyramis a b c g: ipsi d e f h pyramidi est ęqualis. Aequalium igitur pyramidum & triangulares bases habentium: reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes quarum bases verticibus sunt reciprocæ: sunt æquales. Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

Omnis columna rotunda: pyramidi suę tripla esse cõprobatur. 9

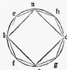
ℭCAMPANVS. ℭSupra circulum a, intelligantur vna columna & vna pyramis / secundum eandem suam altitudinem erectæ: dicanturq; æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus / nomine vno scilicet a. Dico itaq;: q columna a, est tripla ad pyramidem a. Cuius probatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse: q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior q̃ tripla quãtitate corporis b: ita q si b corpus dematur de columna a, erit residuum eius triplum ad pyramidem a. Inscribatur ergo quadratum circulo a: super quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a. de quibus duobus seratilibus pariter acceptis cõstat: q ipsa sunt plus medietate columnę a / quemadmodum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli a. si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelogramma quorum ipsa sunt medietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acceptorũ. Dein de super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualiũ laterum in portionibus circuli / quarũ portionum latera quadrati sunt chordę: diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia. & sint illi trianguli c, d, e, f. super quos etiã erige seratilia ad altitudinem colũnę a. Et manifestũ est: q hęc seratilia sunt maius medietate portionum columnæ super portiones circuli cõsistentium / quemadmodum & ipsi trianguli sunt sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autem hoc toties: quousq; per primã 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a: maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis quæ præmissa sunt; sequitur ex secunda parte 10 quinti libri vt rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide laterate colũnæ cuius basis est inscriptum polygonium basi rotundæ pyramidis a. quod est impossibile. est enim pyramis laterata: pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a: minus tertia parte suæ colũnę. ℭSed nec plus tertia. Si enim possibile est: sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quãtitate corporis b, ita q detracto corpore b de pyramide a: sit residuum ipsius

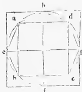
pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodū prius/ ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratum circulo a inscriptum: quam lateratam pyramidem cōstat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Itē de residuo pyramidis a, rursus intelligantur detrahi pyramides æque altę: statutę super triāgulos c, d, e, f, qui sunt in portionibus basis. & hoc toties fiat: vt ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans/ quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ: maius tertia parte rotundę columnæ a. Et quia vt probatū est in præcedentibus/ hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a: sequitur denuo ex secunda parte 10 quinti columnā rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptum. Hoc autem impossibile. nam hæc columna laterata: pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis/ neq; maius: erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare volumus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

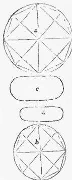
10 ¶Omnis conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium

¶THEON ex Zāb. ¶Habeat enim conus: cylindro basin eandē hoc est circulum a b c d, & æquale fastigium. Dico q conus/ cylindri tertia pars est: hoc est q cylindrus/ coni triplus est. Si autem cylindrus/ coni non est triplus: erit cylindrus/ cono aut maior q̄ triplus/ aut minor. Sit prius maior q̄ triplus. Et describatur per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Iam quadratum a b c d: maius est q̄ dimidiū ipsius circuli a b c d. Cōstituatur ab ipso a b c d quadrato: prisma æque altum ipsi cylindro. Iam constitutum prisma: maius est q̄ ipsius cylindri dimidium. quoniam & si ipsi circulo a b c d, quadratum circunscribamus: quadratum in ipso orbe a b c d descriptum, circunscripti dimidiū est. & ab ipsis cōstituta sunt: æque alta solida parallelepipeda prismata. prismata igitur ipsa: adinuicem sunt sicut bases. Et prisma igitur stās in ipso a b c d quadrato: dimidium est eius prismatis quod constituitur a quadrato ipsi circulo a b c d circūscripto. Et cylindrus: ipso prismate quod fit a quadrato circūscripto ipsi circulo a b c d, minor est. Igitur prisma a quadrato a b c d constitutū/ ipsi cylindro ęque altū: maius est dimidio ipsius cylindri. Secētur p 30 tertij ipsę a b, b c, c d, d a, circūferentię bifariā in e, f, g, h, signis: & connectantur ipsę a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. & vnūquodq; igit ipsorū a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulorum: maius est q̄ dimidiū eius quod circū seipsum ipsius a b c d circuli segmenti/ sicut ante ostendimus. Constituantur ab vnoquoq; ipsorū a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorū: prismata æque alta ipsi cylindro. et vnumquodq; igitur ipsorum constitutorum prismatum: maius est q̄ dimidia pars per sese ipsius segmenti circuli. quoniam si per e, f, g, h, signa parallelos ipsis a b, b c, c d, d a, ducamus/ compleamusq; quæ in ipsis a b, b c, c d, d a, parallelogramma/ & ab ipsis constituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta: vniuscuiusq; constitutorum dimidia sunt prismata quæ in a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulis. & sunt ipsius cylindri defectiones: minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiam quę in a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulis prismata: maiora sunt q̄ dimidiū per sese cylindri segmentorū. Dispescētes iā per 30 tertij relictas circūferētias diuidue/ & cōnectēres rectas lineas/ excitāresq; ab vnoquoq; ipsorum triangulorum prismata æqualis fastigij ipsi cylindro/ & hoc semper efficiētes: relinquemus quasdam defectiones ipsius cylindri quæ erūt minores excessu quo excedit cylindrus triplū coni. Relinquātur: sintq; e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Reliquū igit prisma cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulum/ fastigiū aūt idē cū cylindro: maius est q̄ triplū coni. Sed prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulum/ fastigiū autē idē cum cylindro: pyramidis triplū est cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulum/ fastigium vero idē quod & cono. & pyramis igitur cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulū/ vertex autem idem qui cono: maior est cono habente basin circulum a b c d. Sed & minor. cōpręhenditur etenim ab ipso. Quod est impossibile. Non est igitur cylindrus: cono maior q̄ triplus.





¶Dico insuper: ꝙ neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile: sit minor q̃ triplus/ cylindrus cono. Cõuersim: conus cylindro maior est q̃ tertia pars. Describatur iam per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Igitur quadratum a b c d: maius est q̃ dimidiũ ipsius a b c d circuli. Constituatur ab ipso a b c d quadrato/ pyramis: idẽ ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta: maior est q̃ dimidium coni. quoniam (sicut ante ostendimus) quando ipsi circulo quadratum inscribimus: quadratum a b c d, circũscripti dimidiũ est. & si quadratis solida parallelepipeda constituamus æque alta ipsi cono/ quæ & prismata appellantur: erit constitutum ab ipso a b c d quadrato/ dimidiũ eius quod cõstituitur a circũscripto quadrato. adinuicẽ enim sunt vt bases. Quare et tertia pars. Et pyramis igitur cuius basis a b c d quadratũ: dimidium est pyramidis cõstitutæ ad quadratum ipsi orbi circũscriptũ. & pyramis constituta a circa circulũ quadrato: cono quẽ cõprẹhendit maior est. Pyramis igitur cuius basis a b c d quadratum/ fastigium autem idem quod & cono: maior est q̃ coni dimidium. Secentur per 30 tertij a b, b c, c d, d a, circũferentiæ bifariam in e, f, g, h, signis: & connectantur a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Vnũquodq; igitur ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorum: maius est q̃ pars dimidia per sese segmenti circuli a b c d. Constituantur nẽpe ab vnoquoq; ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triãgulorum: pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigium. & vnaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodẽ modo: maior est q̃ dimidia pars per sese segmenti ipsius coni. Secãtes iam per 30 tertij relictas circũferentias diuidue/ & cõnectentes rectas lineas / & excitãtes ab vnoquoq; triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiũ habentem/ & hoc semper efficientes: relinquemus quædam coni segmenta quę erunt minora excessu quo excedit conus tertiam partem cylindri. Relinquantur: & sint a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a, Reliqua igitur pyramis cuius quidem basis est a e b f c g d h multangulum/ vertex autem idem qui cono: maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidẽ est a e b f c g d h multangulũ / vertex autẽ idẽ qui cono: tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est a e b f c g d h multangulum/ fastigium autem idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multãgulũ/ fastigiũ autem idem ipsi cylindro: maius est cylindro cuius quidem basis est circulus a b c d. Sed & minus. comprẹhenditur nãq; ab eo. quod est impossibile. Cylindrus igitur: cono minor non est q̃ triplus. Patuit autem: ꝙ neq; maior q̃ triplus. triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus: cylindri tertia pars est. Omnis igit̃ conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basim habentis & æquale fastigium. Quod fuerat ostendendum.





Eucli. ex Camp. Propositio 10.

OMnium duarum rotundarum pyramidum similium/ co 10
lumnarum vero rotundarum similium est proportio alterius ad alteram: tanq̃ diametri suæ basis ad diametrum basis alterius proportio triplicata.

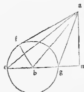
¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundę pyramides similes/ duęq; columnę rotundę similes: & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorum: his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; ꝙ proportio duarum pyramidum a & b, duarũq; columnarũ a & b: est sicut duarum diametrorum a & b proportio triplicata. Hoc autem si de pyramidibus cõstiterit: de columnis quoq; constabit ex 15 quinti / cum omnis columna rotunda sit ex præmissa/ tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiam positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri/ quę proportio diametri a ad diametrum b triplicata: eadem pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c: de quo dico ꝙ ipsum non potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d: ita ꝙ duo corpora c & d pariter accepta sint quãtum pyramis b. Itaq; quem admodum in secunda parte præmissæ / ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta/ cuius basis sit quadratum inscriptum circulo

b: et ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis cõsistentes super trigonos portionum circuli b. fiat itaq; hoc toties: quousq; cogente prima 10/sit residuum pyramidis b minus corpore d. eritq; ex communi scientia/laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Inscribatur itaq; circulo a, polygonium simile illi: quod est basis lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b. & ad angulos huius polygonij inscripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a: perficiens super illud polygonium/lateratam pyramidem æque altam rotundę pyramidi a. Hanc igitur studeas demonstrare esse similem lateratę pyramidi detractæ a rotunda pyramide b: quod hoc modo facies. In vtraq; pyramide eriges axẽ ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis; & erit perpendicularis ad basin. de hinc a centris basium/protrahas in vtroq; circulo semidiametros: ad omnes angulos vtriusq; polygonij inscripti. Cũq; ex diffinitione similium pyramidum rotundarum sit proportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius/ ideo etiam ex 15 quinti & æqua proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrũ/ sint aũt vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti: necesse est ex sexta propositione sexti libri & quarta eiusdem & diffinitione similiũ superficierum & similium corporum diffinitione/ vt laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b. quare per additam ad 8 huius/ proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam b: est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata. ideoq; & sicut diametri a: ad diametrum b triplicata. igitur quoq; sicut rotundæ pyramidis a: ad corpus c ex 11 quinti. quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidẽ a: sicut lateratę pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c: erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod est impossibile: cum sit pars eius. Nõ est ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. Restat itaq; probandum: ꝙ nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius: tũc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatam esse/sicut corporis c ad rotũdam pyramidem a. Sed ex conceptione/ eadem est rotundę pyramidis b: ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b: sequitur ex 14 quinti ꝙ rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod est minus rotunda pyramide a, videlicet ad d: est sicut suæ diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autẽ est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi: ꝙ pars sit maior suo toto. Cum ergo corpus c non possit minus esse neq; maius rotunda pyramide b: erit necessario sibi æquale. ideoq; ex secunda parte 7 quinti constat propositum.

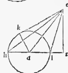
¶CAMPANI annotatio. ¶Non lateat autẽ nos: huius demonstrationis processum ad eas dũtaxat columnas & pyramides rotundas coartari/quarum axes suis basibus perpendiculariter insistunt. tales eni; diffinitæ fuerunt in principio 11 vndecimi. Cum tamen passio hic demonstrata/ cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq; rotundis similibus siue earũ axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ siue super eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentię causa hæ rotundæ columnæ & pyramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erectæ: reliquæ vero dicantur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ nisi illæ tantum quas erectas vocamus/hæ quidem per motum parallelogrammi rectanguli/ illæ vero per motum trigoni rectanguli: ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuniter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiẽ alicuius circuli descripti/signatur punctus qui cum circũferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur: si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri incœperit circũducatur/ corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea/& ab ipso circulo cui circunducitur continetur/ voco pyramidem rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur: voco basin ipsius pyramidis. Fixum autem punctũ extra circuli superficiem signatum: voco conum py-

ramidis. Lineamq; rectã continuantem centrum basis cum cono pyramidis: appello axem seu sagittam pyramidis. Cumq; hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin: dico pyramidem esse erectam. Cum vero inclinata: dico esse pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus/ quos vna plana superficies per eorum centra trãsiens secuerit/ fuerintq; continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ sectiones duarum circũferentiarum ipsorum circulorum: si linea hæc in circũferentijs ipsorum circulorum æquidistanter situi a quo moueri incœperit quousq; ad locũ suum redeat circũducatur/ corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea & a duobus propositis circulis continetur / voco columnam rotundam. Cuius axis siue sagitta: est linea recta/ centra duorum circulorum cõtinuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circulorum: dico columnam esse erectam. Cum vero fuerit super basin inclinata: dico columnam esse inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (a quarum axibus egrediantur duæ superficies super bases earum orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & communes sectiones harum superficierum & basium continent) adinuicẽ æquales/ & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas pyramides adinuicem/ aut illas duas columnas adinuicem/ dico similes esse. His diffinitionibus positis/ demonstrandum est: q; omnium duarum rotũdarum pyramidum similium/ columnarumve rotundarum similium/ siue erectæ siue inclinatæ fuerint/ est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demõstratum est. Ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

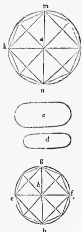
¶Si fuerint duæ rotundę pyramides adinuicem similes quarum vtranq; duæ planæ superficies super axem secent / fuerintq; harũ duarum superficierum altera in vtraq; pyramide super basin eius orthogonaliter erecta / et arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes & duæ communes sectiones basium & earum superficierum quæ super bases non ponuntur orthogonaliter erectæ continent / adinuicem æquales.



¶Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarum bases sunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineę a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c: similes adinuicem. & ab earum conis ad superficiem basium protrahantur vt docet 11 vndecimi libri duæ perpẽdiculares quæ sunt a m & c n: & cõtinuentur puncta m & n cũ centris basium/ protractis lineis b m & d n. eritq; ex 18 vndecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b: erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo superficies c d n, quæ egreditur ab axe c d: erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l: similes. & intelligãtur duę superficies a b f, c d k, egredi ab axibus: & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k: esse adinuicem æquales. Protrahantur enĩ duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes/ & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases/ egrediũtur ab earum axibus: erit ex diffinitione similium pyramidum/ angulus a b m æquales angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter erectæ/ vterq; duorum angulorum a m b, c n d, est rectus: erunt ex 32 primi & 4 sexti/ duo primi trianguli a b m & c d n, laterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d: sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidum/ proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrũ d k: erit ex 11 quinti/ proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cũq; sint duo anguli f b m & k d n æquales/ eo q; duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi: erit ex sexta & quarta sexti/ proportio f m ad k n, sicut b m ad d n. ideoq; sicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ super superficiem perpendiculariter erectæ vterq; duorum angulorum, a m f, c



n k, est rectus: erit ex 6 & 4 sexti/proportio a f ad c k, sicut a m ad c n: ideo per 11 quinti/sicut a b ad c d. & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti/duo anguli a b f & c d k: sunt adinuicē æquales. Quod est propositum. ¶Idē probabis leuiter de rotundis columnis similibus. Hoc itaq; demonstrato/dico ꝙ omniū duarū rotundarum pyramidū similiū quæcūq; fuerint siue erectæ siue inclinatæ/ est proportio vnius earum ad alteram: sicut diametri suæ basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius duæ rotundæ pyramides a & b. quarum bases sunt circuli a & b: & horum circulorum diametri sint etiam a & b. sitq; proportio pyramidis a ad corpus c: sicut diametri a ad diametrum b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c: minus neq; maius rotūda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus/quantitate corporis d: ita ꝙ duo corpora c & d pariter accepta sint quantum rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta super circulum b: sitq; communis sectio huius superficiei & circuli b, linea e f transiēs per centrum b, quæ erit diameter circuli b. & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter: quæ sit g h. sicq; inscribatur circulo b: quadratum e g f h. & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis/cuius basis est quadratum circulo b inscriptum: quæ (vt probatum est supra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis. et ex residuo eius detrahātur pyramides eiusdem altitudinis: consistentes super trigonos portionum circuli b. fiatq; hoc totiens: quousq; residuum rotundę pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione/laterata pyramis detracta quam componūt lateratæ partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a: & sit communis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a. protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter: quæ sit m n. sicq; inscribatur in circulo a, quadratum k m l n. & diuidendo arcus portionum circuli a per ęqualia: perficiatur in circulo a, polygonium simile illi quod est inscriptū circulo b. & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a: perficiēs super illud polygonium lateratā pyramidē æque altā pyramidi a. Hanc autē lateratā pyramidē: probabis esse similē lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b. quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtrisq; pyramidibus a & b: & a centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorū polygoniorū. Eruntq; ex præmisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti: ęquales suis relatiuis angulis quos cōtinet axis pyramidis b, cū singulis lineis ductis a centro circuli b, ad āgulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotūdarū pyramidū similiū/proportio axis pyramidis a ad axē pyramidis b, est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrū circuli b: sequit ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiū supficierū & similiū corporū ꝙ duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus: ꝙ ꝓportio earū sit sicut diametrorū suarū basiū triplicata. Et quia omnis colūna rotūda est tripla ad suā pyramidē (hoc ei sufficiēter est demōstratū siue colūnę & suę pyramides fuerint erectę siue iclinatę) sequit ex 15 quiti vt etiā q̃rūlibet colūnarū rotūdarū similiū sit ꝓportio sicut suarū diametrorū triplicata.

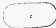


Euclides ex Camp. Propositio 11.

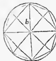
11 Mnes duas rotundas pyramides siue columnas/ æque altas: suis basibus proportionales esse necesse est.

¶CAMP. ¶Supra duos circulos a & b, statuātur vt prius duę rotundę pyramides ęque altę quę dicantur similiter a & b: & duę rotundæ colūnę ęque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; ꝙ proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b: est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit: si hoc prius de pyramidibus demonstrabitur. omnis enim rotunda columna: tripla est ad suam pyramidem. De py-









ramidibus autem constabit indirecta demonstratione: hoc modo. Est enim ex communi sciētia/ proportio rotundę pyramidis a ad aliquod corpus: sicut circuli a ad circulū b. illud corpus sit c. Dico itaq; ꝙ corpus c: nō potest esse maius neq; minus rotūda pyramide b. Sit enī primo: minus/ quātitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratum, & detrahatur a rotunda pyramide b, pyramis laterata: cuius sit basis quadratum circulo b inscriptum. & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionū circuli consistētes. fiatq; hoc totiens: quousq; sit ex pyramide b, residuum minus corpore d. eritq; laterata pyramis detracta/ quam componunt partiales pyramides detractę: maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygonium simile illi polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b: & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inscripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b: æque altæ. Hoc enim est propositum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b: est sicut basis eius ad basin illius / videlicet sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demonstratū est in sexta huius. At vero polygonij a ad polygonium b: est sicut circuli a ad circulū b, quod manifestū est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b: sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a: sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cūq; sit laterata pyramis b maior corpore c; sequitur lateratam pyramidem a esse maiorē rotunda pyramide a. Hoc autē impossibile. est enim pars eius. Non erit ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. ¶ Si vero ponat aduersarius ꝙ sit maius: demonstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per cōuersam proportionalitatem proportio corporis c ad rotundam pyramidem a: sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b: ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothesim: erit ex 14. quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a: erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotūda pyramide a. Sed hoc demonstratum est prius: esse impossibile. sic enim sequitur: ꝙ pars sit maior suo toto. Non est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b: sed tantum æquale. Itaq; ex secunda parte 7 quinti conclude propositum. ¶ Vt autē facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile præmittendum, quod est

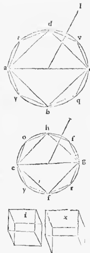
Zam 13. ¶ Si superficies quædam rotundam colūnam æquidistanter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantē superficiem terminantur portionibus axis colūnæ proportionalia.

¶ Simile est hoc: ei quod proposuit 25 vndecimi lib[illegible]e solidis parallelogrāmis. Nec solum verum est hoc de columnis rotund[illegible] immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Qz qui argumentationē primę sexti vel 25 vndecimi firmiter tenuerit: facile demonstrare poterit. hic enī: non aliter q̄ ibi ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procemio quinti libri arguendum est propositum. Attendere autem oportet/ ꝙ quæcūq; superficies secat colūnam æquidistanter basi ipsius: secat etiam eam æquidistanter superficiei basis eius oppositæ. nam quæcūq; superficies vni superficiei sunt ęquidistātes: ipsę quoq; sunt ęqdistātes adinuicē/ vt ex his q̄ dicta sunt ex 17 vndecimi didicisti. Quare manifestū est: ꝙ omnes rotundæ colūnę quarū sunt bases æquales: altitudinibus suis sunt proportionales. Idē quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis: & etiā de lateratis, quod de pyramidibus constabit: si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna: tripla ad suam pyramidem. rotunda quidē: ex nona huius: laterata vero: ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

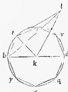
Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

Camp 11. ¶ Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri: adinuicem sese habent sicut bases. 11

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint sub eadem altitudine coni & cylindri: quorum bases quidem sunt a b c d, e f g h, circuli/axes autem sint k l, m n, dimetientes vero basium sint a c, e g. Dico q̈ est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum: sic est a l conus ad conum e n. Si autem non est sicut a b c d circulus ad e f g h circulũ, sic a l conus ad e n conũ: erit sicut a b c d circulus ad e f g h circulum, sic a l conus ad aliquod solidum minus ipso e n/cono vel ad maius. Sit prius ad minus; hoc est ad x. Et quo minus est x solidũ ipso e n cono: ei æquum esto i solidum. igitur conus e n: æquus est ipsis i, x, solidis. Describatur per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. quadratum igitur: maius est q̄ dimidium circuli. Excitetur ab ipso e f g h quadrato: pyramis æquæ alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata: maior est q̄ dimidium ipsius coni. quoniã si circũscribamus ipsi orbi quadratũ/ & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam: inscripta pyramis dimidium est circũscriptæ. adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autem: minor est pyramide circũscripta. Pyramis igitur cuius basis est e f g h quadratum/vertex autem idem ipsi cono: maior est q̄ dimidium coni. Secentur per 30 tertij e f, f g, g h, h e, circũferentiæ diuiduæ in signis o, p, r, s: connectanturq; ipsæ h o, o e, e p, p f, f r, r g, g s, s h. Vnũquodq; igitur ipsorum h o e, e p f, f r g, g s h, triãgulorum: maius est q̄ dimidium per sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab vnoquoq; ipsorum h o e, e p f, f r g, g s h, triangulorum: pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarum pyramidum: maior est q̄ dimidia pars per sese segmenti coni. Secantes igitur per 30 tertij reliquas circũferentias diuiduas/ connectentesq; rectas lineas/ & excitantes ab vnoquoq; triangulorum pyramides ipsi æque altas cono/ & hoc semper fiat: relinquemus quasdam coni delectiones quæ erunt minores ipso i solido. Relinquãtur: sintq; in h o e, e p f, f r g, g s h. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est h o e p f r g s multangulum/ fastigium idem quod cono: maior est ipso x solido. Inscribatur & in circulo a b c d, ipsi h o e p f r g s multangulo simile & similiter positum multangulum d t a y b q c v: exciteturq; ab ipso pyramis æque alta ipsi a l cono. Quoniam igitur est sicut quod est a c ad id quod ex e g sic d t a y b q c v multangulum ad id quod sub h o e p f r g s multangulum/ sicut autem quod ex a c ad id quod ex e g sic a b c d orbis ad e f g h orbẽ: et sicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbem/ sic d t a y b q c v multangulũ ad h o e p f r g s multangulũ. Sicut autem a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic a l conus ad x solidum. Sicut autem d t a y b q c v multangulum ad h o e p f r g s multangulum: sic pyramis cuius basis est d t a y b q c v multangulum/ vertex autẽ l signũ/ ad pyramida cuius basis quidẽ est h o e p f r g s multãgulum/ fastigiũ autẽ n signum. Et sicut igitur per 11 quinti a l conus ad x solidum: sic pyramis cuius basis quidem d t a y b q c v multangulũ/ vertex autem l signum/ ad pyramida cuius basis quidẽ est h o e p f r g s multãgulũ / vertex autem n signum. Vicissim igitur per 16 quinti est sicut a l conus ad eam quæ in se ipso pyramida: sic x solidum ad eam quæ in e n cono pyramida. Maior autẽ est a l conus: ea quæ in se ipso pyramide. maius igitur est & x solidum: ea quæ in e n cono pyramide, sed & minus. quod absurdum est. Nõ igitur est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum: sic a l conus ad aliquod solidum minus ipso e n cono. Similiter iã demõstrabimus: q̈ neq; sicut e f g h orbis ad a b c d orbẽ/ sic e n conus ad solidum aliquod maius ipso a l cono. ¶Dico iam q̈ neq; est sicut a b c d orbis ad e f g h orbem: sic conus a l ad aliquod solidum maius ipso e n cono. Si enĩ possibile: esto ad maius x. Conuersim igitur est sicut e f g h orbis ad a b c d orbẽ: sic est x solidum ad a l conũ. Sed sicut x solidũ ad a l conũ: sic est e n conus ad aliqd solidũ minus ipso a l cono. Et sicut igitur per 11 quinti e f g h circulus ad a b c d circulũ: sic conus e n ad aliquod solidum minus ipso a l cono, quod absurdũ esse patuit. Nõ est igitur a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic a l conus ad solidũ aliquod maius ipso e n cono. Patuit autem q̈ neq; ad minus. Est igitur sicut a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic a l conus ad e n conum. Sed sicut conus ad conũ: sic cylindrus ad cylindrũ. triplus enĩ est alter alterius. Et sicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbẽ: sic qui in ipsis cylindri æquæ alti ad conos. Sub eodẽ igitur fastigio subsistentes coni & cylindri: se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

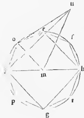


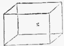
Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio. 12.



¶Similes coni & cylindri: ad se inuicem in tripla sunt ratione si- 12
cut dimetientium ad bases.

¶THEON ex Zamb. ¶Sint similes coni & cylindri: quorum bases quidem a b c d, e f g h, orbes/ dimetiẽtes vero basiũ sint b d, f h, & axes conorũ siue cylindrorũ sint k l, m n. Dico q̃ conus cuius basis quidem est a b c d circulus/ fastigiũ autẽ l signũ: ad conũ cuius quidẽ basis est e f g h, vertex autẽ n signum/ triplã habet rationẽ q̃ b d ad f h. Si autẽ a b c d l conus ad e f g h n conũ triplã rationem non habet q̃ b d ad f h: habebit conus a b c d l vel ad solidũ aliquod minus ipso e f g h n cono triplã rationẽ/ vel ad maius. Habeat prius ad minus x. Describaturq; per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Igitur e f g h quadratũ: maius est q̃ dimidiũ circuli e f g h. Excitetur ab ipso e f g h quadrato: pyramis eque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata: maior est q̃ dimidia pars coni. Secentur iã per 30 tertij ipsæ e f, f g, g h, h e, circũferentiæ diuidue/ in o, p, r, s, signis: cõnectãturq; e o, o f, f p, p g, g r, r h, h s, s e. Vnũquodq; igitur ipsorũ e o f, f p g, g r h, h s e, triãgulorũ: maius est q̃ dimidia pars q se segmẽti circuli e f g h. Cõstituatur ab vnoquoq; ipsorũ e o f, f p g, g r h, h s e, triangulorũ: pyramis idẽ habẽs fastigiũ ipsi cono. vnaquæq; igitur ipsarũ excitatarũ pyramidũ: maior est q̃ dimidiũ per sese segmẽti circuli. Secãtes igitur per 30 tertij relictas circũferentias diuidue/ & connectẽtes rectas lineas/ excitantesq; ab vnoquoq; triãgulorũ pyramides fastigiũ ipsi cono habẽtes idẽ/ & hoc semper efficientes: relinquemus quasdã coni defectiones quæ erũt minores excessu quo excedit e f g h n conus ipsum x solidum. relinquãtur: & sint in e o, o f, f p, p g, g r, r h, h i, s e. reliqua igitur pyramis cuius basis quidẽ est e o f p g r h s multãgulum/ vertex autẽ n signũ: maior est ipso x solido. Describatur in circulo a b c d: ipsi e o f p g r h s multangulo simile similiterq; positũ multãgulũ a t b y c q d v. & excitetur ab ipso pyramis: idẽ habẽs ipsi cono fastigiũ. Et cõprẹhẽdentiũ pyramida cuius basis quidẽ est a t b y c q d v multangulũ/ vertex autẽ l signũ: vnũ triangulũ esto l b t. cõprẹhendẽtiũ autẽ pyramida cuius basis quidẽ est e o f p g r h s multãgulũ/ fastigiũ autẽ n signũ: vnũ triãgulũ esto n f o. & cõnectãtur k t, m o. Et quoniã a b c d l conus similis est ipsi e f g h n cono: est igitur per 20 vndecimi diffinitionẽ sicut b d ad f h, sic k l axis ad m n axẽ. Sicut autẽ b d ad f h: sic per 15 quinti b k ad f m. & sicut igitur per 11 quinti b k ad f m: sic k l ad m n. & vicissim per 16 quinti sicut b k ad k l: sic f m ad m n. Et circũ æquos angulos b k l, f m n: latera sunt poroportionalia. Igitur per 1 sexti diffinitionẽ triãgulũ b k l: simile est ipsi f m n triangulo. Rursus quoniã est sicut b k ad k t sic f m ad m o, & circũ æquos angulos b k t, f m o, quoniã qualis pars est angulus b k t eorũ qui ad k centrũ quatuor rectorũ: talis pars est & angulus f m o eorũ qui ad m cẽtrũ quatuor rectorũ/ quoniã igitur circũ æquos angulos latera sunt proportionalia: igitur triangulũ b k t simile est ipsi f m o triangulo. Rursus quoniã patuit sicut b k ad k l sic f m ad n m, æqualis autem est b k ipsi k t, & f m ipsi m o: est igitur sicut t k ad k l, sic o m ad m n. Et circũ æquos angulos t k l, o m n: recta latera proportionalia. Igitur l k t triangulũ: ipsi m n o triangulo simile est. Et quoniã per 6 sexti & propter similitudinẽ ipsorũ l k b, n m f, triangulorum est sicut l b ad b k sic n f ad f m, & propter similitudinẽ ipsorũ b k t, f m o, triãgulorũ est sicut k b ad b t sic m f ad f o: ex equali igitur per 22 quinti sicut l b ad b t, sic n f ad f o. Rursus quoniã ob similitudinẽ ipsorũ l t k, n o m, triangulorũ est per 6 sexti sicut l t ad t k sic n o ad o m, propter autẽ similitudinẽ ipsorũ t k b, o m f, triangulorũ est sicut k t ad t b sic m o ad o f: ex equali igitur per 22 quinti sicut l t ad t b, sic n o ad o f. Patuit autem & sicut t b ad b l: sic o f ad f n. ex æquali ergo per 22 quinti sicut t l ad l b: sic o n ad n f. Igitur ipsorum l t b, n o f, triãgulorũ: proportionalia sunt latera. Ipsa igitur l t b, n o f, triãgula: æquiangula sunt. quare & similia per 5 sexti. Et pyramis igitur cuius basis quidem est b k t triangulum/ vertex autem l signum: similis est pyramidi cuius basis quidem est f m o triangulum/ vertex autem n signum. sub similibus enim planis æque multiplicibus compræhenduntur. Similes autẽ pyramides/ triãgulares bases habẽtes: in triplici sunt



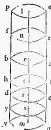


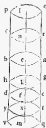
ratione eiuſdem rationis laterum per 8 duodecimi. pyramis igitur b k t l : ad f m o n pyramida/ triplam rationem habet/ q̃ b k ad f m. Similiter iam cõnectẽtes ab ipſis a, v, d, q, c, y, in k rectas lineas/ & ab ipſis e, ſ, h, r, g, p, in m, excitanteſq; in triangulis pyramides eadem habentes faſtigia ipſis conis: oſtendemus q̃ & vnaquæq; ipſarum eiuſdem generis pyramidum ad vnãquanq; eiuſdem generis pyramida/ triplam habet rationem q̃ b k eiuſdem rationis latus ad f m eiuſdem rationis latus/ hoc eſt q̃ b d ad f h. Sed ſicut vnum antecedentium ad vnum ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt autem & ſicut b k t l pyramis ad f m n o pyramida: ſic eſt tota pyramis cuius baſis a t b y c q d v multangulum/ vertex autem l ſignum/ ad totam pyramidẽ cuius quidem baſis eſt e o f p g r h ſ multangulum/ vertex vero n ſignũ. Quare et pyramis cuius baſis quidem eſt a t b y e q d v multangulum/ faſtigium autẽ l ſignum: ad pyramida cuius quidem baſis e o f p g r h ſ multangulum/ faſtigium autem n ſignum/ triplam habet rationem q̃ b d ad f h. Supponitur autem & conus cuius baſis quidem a b c d orbis/ faſtigium autem l ſignum: ad x ſolidum triplam rationem habens q̃ b d ad f h. eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidem a b c d circulus/ vertex autem l ſignum ad x ſolidum: ſic pyramis cuius quidem baſis eſt a t b y c q d v multangulum/ vertex autem l ad pyramida cuius baſis quidem eſt e o f p q r h ſ multangulũ/ vertex autem n ſignum. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut conus cuius baſis quidem eſt a b c d orbis/ vertex aũt l ſignũ/ ad eã quę in ſe pyramida cuius baſis eſt a t b y c q d v multãgulũ/ vertex aũt l ſignũ: ſic ſolidũ x ad pyramida cuius baſis quidem eſt e o f p g r h ſ multangulum/ vertex autem n ſignum. Maior autẽ eſt prædictus conus: ea quæ in ſe ipſo pyramide. ipſam enim continet. Igitur x ſolidum: maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt e o f p g r h ſ multangulum/ vertex autem n ſignũ. Supponebatur autẽ q̃ & minus. quod eſt abſurdum. Non igitur conus a b c d l: ad aliquod corpus minus ipſo e f g h n cono triplã rationẽ habebit/ q̃ b d ad f g. Similiter iam demonſtrabimus: q̃ neq; e f g h n conus ad ſolidũ aliquod minus ipſo a b c d l cono: triplã rationẽ habet/ q̃ f h ad b d. ¶Dico iam q̃ neq; a b c d l conus: ad aliquod ſolidum maius ipſo e f g h n cono/ triplam habet rationẽ/ q̃ b d ad f h. Si enim poſſibile: habeat ad maius x. Conuerſim igitur x ſolidum: ad a b c d l conum/ triplam habet rationem/ q̃ f h ad b d. Sicut autem x ſolidum ad a b c d l conum: ſic e f g h n conus ad aliquod ſolidum minus ipſo a b c d l cono. & e f g h n igitur conus: ad ſolidum aliquod minus ipſo a b c d l, triplam rationẽ habet/ q̃ f h ad b d. quod impoſſibile eſſe patuit. Igitur a b c d l conus: ad ſolidum aliquod maius ipſo e f g h n cono, triplã rationem non habet/ q̃ b d ad f h. patuit autem q̃ neq; ad minus. Conus igitur a b c d l: ad conum e f g h n, triplam rationẽ habet/ q̃ b d ad f h. Per 15 quinti ſicut autem conus ad conum: ſic cylindrus ad cylindrum. triplus enim eſt cylindrus: ipſius coni qui in eadem eſt baſi & ſub ęquali faſtigio ipſi cono. Oſtẽſum eſt autem: q̃ omnis conus/ cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis per 10 duodecimi & æquale faſtigium. Et cylindrus igitur: ad cylindrum triplam habet rationem q̃ b d ad f h. Similes igitur coni & cylindri: adinuicem in triplici ſunt ratione ſicut dimetiẽtiũ ad baſes. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13. Propoſitio 13.

13 ¶Si cylindrus plano ſecetur/ parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis: erit ſicut cylindrus ad cylindrum ſic axis ad axem.

¶THEON ex Zamberto. ¶Cylindrus inquã a d, plano g h ſecetur/ parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: hoc eſt ipſis a b, c d. Dico q̃ eſt ſicut b g cylindrus ad g d cylindrum: ſic eſt e k axis ad k f axem. Extendatur axis e f ex vtraq; partæ: in l, m, ſigna. exponanturq; ipſi e k axi/ quilibet vtcũq; e n, n l: ipſi autem f k/ quilibet vtcumq; f x, x m. & extẽdantur per l, n, x, m, ſigna: plana parallela a b, c d. & intelligantur in ipſis per l, n, x, m, planis circum cẽtra l, n, x, m: circuli o p, r ſ, t y, q v, æquales ipſis a b, c d. & intelligantur cylindri p r, r b, d t, t v. Et quoniã ipſi l n, n e, e k, axes adinuicem ſunt æquales: ipſi igitur p r, r b, b g, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes per 11 duodecimi. Baſes autem: ſunt ęquales. Igitur & p r, r b, b g, cylindri: ſũt ęquales. Qm̃

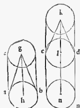




igitur l n, n e, e k, axes adinuicē sunt æquales sicut bases/bases autē sint æquales: æquales igitur sunt & p r, r b, b g, cylindri adinuicem. Quoniam igitur ipsi l n, n e, e k, axes adinuicem sunt æquales / sunt autem & ipsi p r, r b, b g, cylindri adinuicem æquales/& multitudo ipsorū l n, n e, e k, æqualis est multitudini ipsorum p r, r b, b g: quotuplex igitur est k l axis ipsius e k axis / totuplex erit & p g cylindrus ipsius b g cylindri. Et iam id propterea quotuplex est m k axis ipsius k f axis: totuplex est & cylindrus v g ipsius g d cylindri. Et si k l axis æqualis est ipsi k m axi: æquus est & cylindrus p g ipsi g v cylindro. Si autē axis k l maior est ipso k m axe: maior erit & p g cylindrus ipso g v cylindro. Et si minor: minor per r quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus/ axibus quidem e k, k f, cylindris autem b g, g d: accipiuntur per diffinitionem 6 quinti æque multiplex ipsius quidem e k axis & b g cylindri / ipse axis k l & p g cylindrus. Ipsius autem k f axis, & g d cylindri: k m axis & g v cylindrus. Et patet q̄ si k l axis excedit k m axem: & p g cylindrus ipsum excedit g v cylindrum. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Est igitur sicut e k axis ad k f axē: sic b g cylindrus ad g d cylindrū. Quod ostendere oportuit.

Euch. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

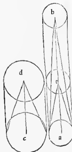
¶In æqualibus basibus existentes coni & cylindri: adinuicem se se habent sicut fastigia. 14



¶THEON ex Zamberto. ¶Sint enim in æqualibus basibus a b, c d: cylindri f d, e b. Dico q̄ est sicut cylindrus e b ad cylindrum f d: sic est g h axis ad k l axem. extēdatur in q̄ k l axis in n signum. ponaturq; ipsi g h axi æqualis l n: & circū axem l n, intelligatur cylindrus c m. Quoniam igitur e b, c m, cylindri sub eodem sunt fastigio: adinuicem sunt sicut bases per 11 duodecimi. Bases autē: inuicē sunt ęquales. igitur & cylindri e b, c m: sūt ęquales. Et quoniā cylindrus f m, plano quodā secatᵉ c d, parallelo existēte eis q̄ ex opposito planis: est igitur p 13 duodecimi sicut c m cylidrus ad f d cylindrū/sic est l n axis ad k l axē. æqualis autē est c m cylidrus ipsi e b cylindro: & l n axis ipsi g h axi. Est igitur sicut e b cylindrus ad f d cylindrū: sic est g h axis ad k l axē. Sicut antē e b cylindrus ad f d cylindrū: sic a g b conus ad c d k conū. tripli enim sūt cylindri ipsorū conorū per 10 duodecimi. & sicut igitur per 11 quinti g h axis ad k l axem: sic a b g conus ad c d k conum / & e b cylindrus ad f d cylindrum. Quod erat ostendendum.

Euch. ex Camp. Propositio 12.

SI duæ pyramides rotundæ siue columnæ fuerint æquales: suę bases & altitudines erunt mutuæ. Si vero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint: ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est. 12



¶CAMPANVS. ¶Altitudinem pyramidum / determinant lineæ a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem/a supremis earū superficiebus ad bases. Sint itaq; duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales: duæq; rotundæ columnæ a b & c d æquales. sintq; communes bases tam pyramidum q̄ colūnarū duo circuli a & c: communes quoq; altitudines tā pyramidū q̄ colūnarum determinatæ per lineas a b & c d. Dico q̄ proportio circuli c ad circulū a, est sicut altitudinis a b ad altitudinē c d: & econuerso. Hoc autē si de colūnis probatū fuerit: de pyramidibus certū erit/ quoniā omnis colūna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; duæ altitudines a b & c d fuerint æquales: ex pręmissa constat propositum. Si autem inæquales: sit a b maior. sumaturq; a e æqualis c d. & secetur columna a b: a superficie e æquidistanter basi etus a. eritq; ex præmisso antecedente/ columna a b ad columnam a e: sicut altitudo a b ad altitudinē a e. ideoq; ex prima parte 7 quinti columnā c d ad columnam a e: sicut altitudo a b ad altitudinem a e. quare per secundam partem 7 quinti/ sicut altitudo a b ad altitudinē c d. ex pręmissa autē est colūna c d ad columnā a e: sicut circulus c ad circulum a. itaq; per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinem c d: sicut basis c ad basin a. Constat igitur prima pars.

¶Secunda conuerso modo constabit: eadem dispositione manente. Sit enim vt basis c ad basin a: sic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico ꝙ duę colũnę a b & c d sunt ęquales. Erit enim ex secũda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e: sicut basis c ad basin a. Et quia ex præmissa/columna c d ad columnã a e est sicut basis c ad basin a, & ex præmissa antecedente colũna a b ad colũnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e: sequitur ex 11 quinti vt columna c d ad columnam a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d: sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

15 ¶Aequalium conorum & cylindrorum: reciprocæ sunt bases verticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ sunt bases verticibus: sunt æquales.

¶THEON ex Zamberto. ¶Sint æquales coni & cylindri: quorum bases quidem a b c d, e f g h, orbes/ dimetientes autem ipsorum a c, e g, axes autem k l, m n, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi a x, e o, cylindri. Dico ꝙ ipsorum a x, o e, cylindrorum: reciprocæ sunt bases verticibus. hoc est ꝙ est sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic est m n vertex ad k l verticem. Fastigiũ inquã l k: ipsi m n fastigio aut est ęquale/ aut nõ. Sit prius æquale. Est autẽ & a x cylindrus: ipsi e o cylindro æqualis. sub eodem autẽ fastigio existentes coni & cylindri: adinuicem sunt sicut bases per 11 duodecimi. Aequalis est igitur a b c d basis: ipsi e f g h basi. Quare & reciprocę sunt/ sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic m n fastigiũ ad k l fastigiũ. ¶Sed iam nõ sit vertex l k ipsi m n æqualis: sed esto maior m n. & auferatur per tertiam primi ab ipsa m n altitudine/ ipsi k l æqualis p m: ponaturq; per 2 primi ipsi l k vertici æqualis p m. & per p signum secetur per 13 duodecimi cylindrus o e: plano y t s parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis/ hoc est e f g h, r o, circulorũ. Et a basi quidem ipsius e f g h circuli/ fastigio vero m p: cylindrus intelligatur e s. Et quoniam a x cylindrus æquus est ipsi e o cylindro/ alius autem e s cylindrus: est igitur per 7 quĩti sicut a x cylindrus ad e s cylindrum/ sic est e o cylindrus ad e s cylindrum. Sed sicut quidẽ a x cylindrus ad e s cylindrum: sic est a b c d basis ad e f g h basin. Sub eadẽ enim sunt altitudine ipsi a x, e s, cylindri. Sicut autem cylindrus e o ad cylindrum e s: sic m n altitudo ad m p altitudinẽ. cylindri nãq; in æqualibus basibus existentes: se habent sicut fastigia. Est igitur sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic est m n vertex ad m p verticem. Aequalis autem est p m vertex: ipsi k l vertici. Est igitur sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic m n altitudo ad k l altitudinem. Aequalium igitur a x, e o, cylindrorũ: reciprocę sunt bases altitudinibus. ¶Sed iam ipsorum a x, e o, cylindrorum reciprocæ sint bases altitudinibus: estoq; sicut a b c d basis ad e f g h basin/ sic vertex m n ad verticem k l. Dico ꝙ a x cylindrus: æqualis est ipsi e o cylindro. Eisdem nãq; dispositis/ quoniam est sicut a b c d basis ad e f g h basin sic m n fastigium ad k l fastigium/ æqualis autem est k l vertex ipsi p m vertici: est igitur sicut a b c d basis ad e f g h basin/ sic m n vertex ad p m verticẽ. Sed sicut quidem a b c d basis ad e f g h basin: sic cylindrus a x ad e s cylindrum. sub eodem nanq; est fastigio. Sicut autem m n per 14 duodecimi vertex ad p m verticem: sic e o cylindrus ad e s cylindrum. Est igitur sicut a x cylindrus ad e s cylindrum: sic est e o cylindrus ad e s cylindrum. Aequalis igitur est a x cylindrus: ipsi e o cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 Vm propositi fuerint duo circuli ab vno centro circunducti: superficiem multiangulam æqualium laterum circulum minorem minime tangẽtium/ intra circulum maiorem describere.

¶CAMPANVS. ¶Sint duo circuli a b c d & e f: ab vno cõmuni centro quod sit g, circunducti. dico quod intra maiorem qui sit a b c d, possibile est vnum polygonium quod sit æquilaterum / describi: minorẽ circulum qui est e f, nullo suorum laterum tangens. Quadrentur enim id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ secantibus / quę sint a c & b d: sitque e f diameter minoris / pars diametri a c quę est diameter maioris. Sicque igitur a puncto e, ducatur vtrinque vsque ad circũferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f: quæ occurrat circũferẽtiæ maioris, hinc quidem / in pũcto h: inde vero / in pũcto k. eritque ex correlario 15 tertij / linea h e k: contingens circulum minorẽ. Postea vero quadrãtẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in puncto l, secundũ doctrinã 29 tertij: dehinc rursus arcũ a l, per æqualia ad punctũ m. Cũque hoc pluries feceris: necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, sitque hic a m. Hoc autẽ idcirco necessarium est. quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales: si a maiori earum demãtur eius dimidium / itẽque a residuo dimidiũ / possibile est hoc totiens fieri quousque tandẽ minor minore earũ relinquetur queadmodũ in 1 decimi demõstratũ est. Cũ igitur sic diuidẽdo / ad arcum quantulũcũque minorem a h, fuerit deuentum / cuiusmodi est hic arcus a m: sumatur arcus a n æqualis arcui a m, ducanturque duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est / & quia arcus a n est æqualis arcui a m: erit ex cõmuni scientia / arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h: sunt æquidistantes. ergo linea m n: nõ poterit tangere circulum e f. quare multo fortius neque linea a m: potest ipsum tangere. Quoniam igitur constat circulum a b c d diuisibilem esse per arcus æquales arcui a m, ideoque per 28 tertij simul constat intra ipsum circulum posse chordulas æquales chordulæ a m continue coaptari circulum ipsum polygoniæ chordantes: manifestum est intra circulum maiorem posse vnum polygonium ęquilaterum cuius vnum latus est linea a m, inscribi. Et quia linea a m non contingit circulum minorem: patet ex prima parte 13 tertij et diffinitione linearum a centro circuli æqualiter æquidistantium / quod inscriptum polygonium nullo laterum suorum tangit circulum minorẽ. Quod est propositũ. ¶At quid dubitas / duas lineas m n & k h, esse ęquidistantes: cum sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autẽ inconcussam veritatẽ sortitum est: quod duæ lineæ circulũ vnum non autẽ se inuicem secantes / si ex circunferentia æquales arcus hincinde lineis ipsis intersint / erunt ęquidistantes. Duc quidem a centro g, lineam g p perpendicularẽ ad lineam m n, quæ secet lineã h k in puncto q: & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n k & m h, subtende duas chordas quæ etiam dicantur n k & m h. eruntque ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h, eo quod arcus ęquales. & per secũdam partẽ 3 eiusdẽ tertij erit linea n p: æqualis lineæ m p. Cũ igitur vterque duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis: erit ex 4 primi angulus n p g ęqualis angulo p g m. At vero per 8 primi angulus k g n: est ęqualis ãgulo h g m. Itaque per cõmunem sciẽtiã (quæ est. si ęqualibus æqualia addas: tota erũt ęqualia) erit ãgulus k g q ęqualis angulo q g h. ideoque per 4 primi linea k q: erit æqualis lineę q h. quare per primã ptẽ 3 tertij / linea g q erit perpendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima parte 28 primi duę lineę n m & k h: sũt ęquidistãtes. Et hoc est quod dubitare conquestus es. ¶Hoc enim idẽ aliter demõstrare: est possibile. Ducatur enim linea n h. eritque ex vltima sexti ãgulus h n m ęqualis ãgulo n h k: eo quod arcus h m est æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n: erit ęquidistãs lineę h k. ¶Cõuersã quoque si libuerit: cõuerso modo probabis. Si enim linea m n est ęquidistãs lineę h k: erit arcus n k æqualis arcui m h. Erũt enim ex prima parte 29 primi / duo ãguli h n m & n h k ęquales. Ideoque ex vltima sexti duo arcus n k & m h: erunt etiã ęquales.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 16.

¶Binis orbibus circum idem cẽtrum existẽtibus: in maiori orbe multangulum æquilaterum & parilaterum inscribere / non tangẽtem orbem minorem in superficie. 16

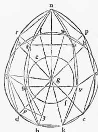
¶THEON ex Zãb. ¶Situ bini orbes a b c d, e f g h: circũ idem cẽtrum k.

Oportet in maiori circulo a b c d, multangulũ æquilaterũ & parilaterum inscribere: nõ tãgẽtẽ ipsum e f g h circulũ. Excitetur per k centrũ / recta linea b d: & a signo g ipsi d b rectæ lineę ad ãgulos rectos excitet̃ p 12 primi a g in c. Igit̃ a c tãgit ipsũ e f g h orbẽ. Secãtes iã per 30 tertij ipsã b a d circũferẽtiã diuiduer & ipsius dimidiũ bifariã / & hoc semper efficientes: p 1 decimi relinqmus quandã circũferẽtiã minorẽ ipsa a d. relinquat̃: & esto l d. & ab ipso l in b d ppẽdicularis excitet̃ p 12 primi l m: extendaturq; in n. & cõnectãtur ipsæ l d, d n, l n. Igitur l d: ipsi d n est ęq̃lis. Et quoniã parallelus est a c ipsi l n, sed a c tãgit ipsũ e f g h orbẽ: igit̃ l m nõ tãgit ipsũ orbẽ e f g h. multo minus igitur ipsæ l d, d n: tãgũt ipsum e f g h orbẽ. Si igit̃ ipsi l d rectæ lineæ æquales in cõtinuũ aptabimus in orbe a b c d: describet̃ in orbe a b c d multãgulus æqlaterus & parilaterus nõ tãgens ipsum orbẽ e f g h minorẽ. Quod facere oportuit. ❡CORRELARIVM. ❡Et inde est manifestũ: q̃ perpendicularis quæ ex l in b d, vnum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 QVab9 sphęris vnũ cẽtrũ habẽtib9 ꝓpositis: ĩtra maiorẽ earũ solidũ multarũ basiũ superficiẽ minoris sphęrę minime tãgẽtiũ figuraliter cõstituere. Quo cõstituto si i miori sphęra siue ĩ q̃libet alia sphęra simile corp9 intelligibiliter constituat̃: erit ꝓportio corp9is multarũ basiũ intra maiorẽ sphærã cõstituti ad corpus multarũ basiũ ĩtra minorẽ sphęrã vel aliã cõstitutũ / sicut diametri maioris sphęrę ad diametrũ minoris vel alterius proportio triplicata.

❡CAMP. ❡Sint propositæ duæ sphæræ, a b c d & e f. vnũ atq; idẽ centrũ quod sit g, habẽtes. & sit maior earũ sphæra a b c d: minor vero sphęra e f. volumus autẽ intra maiorẽ earũ vnũ corpus multarũ basiũ constituere. de quibus nõ intẽdimus q̃ ipsæ bases sint æquales aut similes: sed q̃ nulla earũ tangat superficiẽ minoris sphæræ. Cũ igitur hoc voluerimus facere: secabimus simul vtrãq; propositarũ sphærarũ vna plana superficie per cõmune centrũ earũ transeũte. eruntq; ex diffinitione sphæræ & diffinitione circuli / cõmunes sectiones huius secantis superficiei & superficierũ sphærarũ ꝓpositarũ: lineę cõtinẽtes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f: quorũ cẽtrũ est cẽtrũ sphæræ de quo propositũ est q̃ ipsũ sit g. Quadrabimus igit̃ hos duos circulos duabus diametris se supra cõe centrũ eorũ orthogonaliter secãtibus: quæ sint a c & d b. postea maiori circulo sc̃dm ꝑcepta ꝑmissæ inscribemus vnũ polygoniũ æqlaterũ: nullo suorũ laterũ tãgẽs minorẽ circulũ. Et sufficiat exẽpli causa inscripsisse dodecagonũ æquilaterũ: ita q̃ in quadrante ipsius maioris circuli q̃ est c d, sint tria latera huius dodecagoni q̃ sint chordæ d h, h k, & k c. q̃ cũ sint æquales: erũt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc a duobus pũctis h & k q̃ sũt extremitates mediæ chordæ: producemus duas diametros q̃ sũt h m & k l. & sup cẽtrũ g engemus lineã g n ppẽdicularẽ ad superficiẽ circuli a b c d: quã ꝓducemus quousq; obuiet supficiei sphæræ maioris super pũctũ n. Deinde intelligã quatuor supficies secãtes sphæras propositas: quarũ vnaquæq; secet eas sup lineã g n. scilicet prima earũ: supra lineã g n & diametrũ d b. secũda: super lineã g n & diametrũ h m. tertia vero: sup lineã g n & diametrũ k l. quarta autẽ: super lineam g n & diametrum c a. eruntq; ex diffinitionibus sphæræ & circuli / communes sectiones harum superficierũ & superficiei sphæræ maioris: lineæ continẽtes circulos. & erunt portiones inscriptæ vt inter punctũ n & quatuor puncta quæ sunt d, h, k, c: quadrantes horũ circulorum. qui quadrantes sunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit: q̃ oẽs ãguli quos cõtinet linea g n cũ vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli a b c d, sunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem / recti vero anguli in centro, quartę circunferentiæ subtendantur. quod ex vltima sexti euidenter apparet.



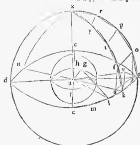
Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est: ꝙ vnusquisq; horum quatuor circulorum est æqualis circulo a b c d. nam diameter omniũ ipsorum: est diameter sphæræ maioris. Igitur per 15 quinti/ quadrantes eorum: sunt æquales. Quare quinq; arcus qui sunt d n, h n, k n, c n, & d c: sunt æquales. In vnoquoq; ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenusales chordæ quarum quælibet sit æqualis chordæ circuli prostrati: quę sunt latera polygonij sibi inscripti/ & est vna earum chorda d h. sintq; in primo quidem: d q, q r, & r n. in secũdo vero: h s, s t, & t n. in tertio autem: k v, v x, et x n. & in quarto: sint c o, o p, & p n. Et protrahãtur corausti coniungentes capita hypothenusalium chordarum quæ sint q s, s v, v o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartę parti superioris hemisphęrij maioris sphęrę quę quidẽ quarta pars est d n c: inscriptum esse corpus 9 basium. quarum tres quę coeunt in puncto n, sunt triangulæ: cæteræ autem sunt quadrangulæ. suntq; harum quadrangularum superficierum hypothenusalia latera æqualia: sed non æquidistantia. Corausti autem inter quosq; duos circulos intercepti/ sunt æquidistantes adinuicem & chordæ circuli prostrati: sed non sunt adinuicem æquales. Hoc autem scies: si perpendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis dimiseris. de quibus constat ꝙ ipsæ cadent super diametros circulorum quos corausti continuant. quod ex demonstratis in 13 vndecimi facile depræhendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti q s, demissæ duæ perpendiculares q y & s z: cadentes in diametris d b & h m. & protrahantur lineæ q g & y z. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli q y d & s z h: similes. quare proportio duarum perpendicularium q y & s z: erit sicut duarum chordarum q d & s h. Cumq; sint chordæ æquales: erunt etiam & perpẽdiculares æquales. At ipsæ sunt ęquidistãtes ex 6 vndecimi. ergo ex 33 primi coraustus q s: est æqualis & ęquidistãs lineę y z. Et quia ex secunda parte secundæ sexti linea y z est æquidistans chordæ d h, & ideo minor ea: sequitur ex 9 vndecimi vt coraustus q s sit etiam æquidistans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaq; chordæ quæ sunt latera polygonij inscripti in circulo iacenti (& ipsæ sunt omnes æquales chordæ d h) non tangant sphærã minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrangulæ sint siue trigonæ/ tangant eandem minorem sphæram/ cũ omnia hæc latera sint ipsis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico ꝙ nulla etiam harũ basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte 2 vndecimi ꝙ ipsæ sunt totæ in superficie vna/ potest aliquo sui puncto contingere minorem speram: eo ꝙ omnis linea recta ducta super quẽlibet punctum cuiusq; earũ æquidistanter corausto/ minor est necessario chorda prostrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarum maioris sphæræ tam superioris hemisphærij q̃ inferioris ad eius similitudinẽ quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur: erit maiori sphęrę corpus 72 basium superficiem minoris sphęrę minime tangentium quemadmodũ propositum fuerat/ iscriptũ. ¶Dico isuper ꝙ si in alia qualibet sphęra simile corpus statuatur: erit proportio vnius ad alterum sicut diametri vnius sphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erũt enim ex 72/ bases vtriusq; corporis: bases totidem lateratarum pyramidum / quarum omnium vertices erũt in centris ipsarũ sphęrarũ. Has autem pyramides perficies: si a singulis angulis inscriptorum corporum quæ sunt extremitates chordarum & coraustorum lineas ad centra sphærarũ produxeris. Stude itaq;: ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnius/ esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato: erit ex 8 huius proportio vniuscuiusq; earum vnius ad suam relatiuam alterius/ sicut proportio semidiametrorum sphęrarũ ipsarum triplicata. sunt enĩ semidiametri sphęrarum: latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum est ex 15 quinti vna proportio: ex 13 eiusdem facile concludes propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema. 2. Propositio. 17.

17 ¶Binis sphæris circũ idem centrum existentibus: in maiori sphęra solidum polyhedrum inscribere non tangens sphæram minorem in superficie.

¶THEON ex Zãb. ¶Intelligantur binę sphæræ circũ idem centrum a. Oportet iam in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere: non tangens sphæram minorem in superficie. Secentur sphæræ: plano aliquo per centrum. erunt igitur sectiones circuli: quoniam per 12 diffinitionem vndecimi manẽte diametro & circũducto semicirculo fit sphæra. Quare & in quauis positione intelligamus hemicyclium: quod per ipsum ęductum planum/ efficiet in superficie sphęrę circulum. & manifestum q̃ & maximũ: quoniã sphęræ diameter quę etiã est hemicyclij diameter/ & perinde circuli/ maior est per 15 tertij omnibus in circulo vel sphæra ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphæra circulus b c d e: in minori autem circulus f g h. excitenturq; ipsorũ diametri ad angulos rectos sibi inuicem b d, c e. & binis orbibus circa idem centrũ existentibus hoc est b c d e, f g h, in maiori circulo b c d e multangulum æquilaterum & parilaterum describatur per præcedẽtem non tangens sphæram minorem f g h: cuius latera sint in b e quarta parte/ b k, k l, l m, m e. & connexa k a recta linea: extendatur in n. & excitetur per 12 vndecimi ab ipso a signo ipsi ipsius b c d e circuli plano ad angulos rectos a x. & comparetur ipsi superficiei sphæræ per x & per a x. & per vtranq; ipsarum b d, k n, plana producãtur. Faciunt iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie maximos orbes. efficiãt: quorum hemicyclia sint in b d, k n, diametris/ hoc est b x d, k x n. Et quoniã x a recta est ad ipsius b c d e planũ: & omnia igitur quæ per x a plana, recta sunt ad ipsius a b c d e circuli planum. quare & b x d, k x n, hemicyclia: recta sunt ad ipsius b c d e circuli planum. Et quoniã hemicyclia b e d, b x d, k x n, sunt æqualia/ in æqualibus nãq; sunt diametris b d, k n: & b e, b x, k x, quartæ partes inter se sunt æquales. Quot igitur latera multanguli sunt in b e quarta parte. tot quoq; sunt in ipsis b x, k x, quartis partibus ipsis k b, k l, l m, m e, rectis lineis æquales. Describantur: & sint b o, o p, p r, r x, k f, f t, t y, y x. & connectantur ipsæ f o, t p, y r. Et ab ipsis o, f, in ipsius b c d e circuli planum perpẽdiculares excitentur. Caduntq; in communes sectiones planorum b d, k n: quoniam & ipsorum b x d, k x n, plana recta sunt ad ipsius b c d e circuli planũ. cadãt: & sint o, z, f, q. & cõnectãtur z, q. Et quoniã in ęqualibus hemicyclijs b x d, k x n, æquales rectæ lineæ sunt b o, k f, & perpẽdiculares ductę sunt o z, f q: æqualis igitur est o z ipsi f q, & b z ipsi k q. est autem & tota b a: toti k a æqualis. & reliqua igitur z a: reliquæ q a est æqualis. Est igitur sicut b z ad z a: sic est k q ad q a. parallelus igitur est q z: ipsi k b. Et quoniam vtraq; ipsarũ o z, f q, recta est ad ipsius b c d e circuli planũ: parallelus igitur est o z ipsi f q. patuit autem: q̃ & ipsi æqualis. & q z, f o, igitur: æquales & paralleli sunt. Et quoniam q z ipsi f o parallelus est/ sed z q ipsi k b parallelus est: & f o igitur ipsi k b parallelus est. & illas connectunt: ipsæ b o, k f. igitur b o k f quadrilaterum: in vno est plano. Quoniã per 7 vndecimi si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ/ & ab vtraq; ipsarum accipiantur contingentia signa / & ad ipsa signa annexa recta linea: in eodem est cum ipsis parallelis plano. Idq; propterea & vnũquodq; ipsorum f o p t, r y t p, quadrilaterorum: in vno est plano. Est autẽ triangulũ y r x, in vno plano. Si vero intelligamus a ipsis o, f, p, t, r, y, signis in a connexas rectas lineas: constituetur quædam figura solida polyhedra inter b x, k x, circũferentias/ ex pyramidibus comprehensa/ quarum bases quidẽ

sunt k b o s, s o t p, p t i y, quadrilatera/ & y r x triangulum/ vertex autem a signum. Si autem & in vnoquoq; ipsorum k l, l m, m e, laterum, sicut in b k eadem construamus / & insuper in reliquis tribus quartis partibus/ & in reliquo hemisphærio: constituetur figura solida polyhedra descripta in sphæra/ contenta ex pyramidibus quarum bases sunt prędicta quadrilatera & triangulum y x r, & quę in eodē ordine eis / vertex autē a signū.



Dico q; prædicta polyhedra non tanget minorē sphæram in superficie: in qua est circulus f g h. Excitetur per 11 vndecimi ab ipso a signo/ in ipsius k b o s quadrilateri planū/ perpendicularis a v: & comparetur ipsi plano per v signum, & connectantur b v, v k. Et quoniā a v recta est ad ipsius b k o s planum: & ad omnes igitur ipsum tāgentes rectas lineas & existentes in ipsius quadrilateri plano recta est a v per 2 diffinitionē vndecimi. Igitur a v: recta est ad vtranq; ipsarum b v, v k. Et quoniam per 15 diffinitionē primi a b ipsi a k est æqualis: æquū est & quod ex a b ei qđ ex a k. Et ipsi quidē quod ex a b: ęqualia sunt per 47 primi ea quę ex a v, v b. rectus enim: qui ad v. Ipsi autem quod ex a k: æqualia sunt quæ ex a v, v k. Quæ igitur ex a v, v b: æqua sunt eis quæ ex a v, v k. Commune auferatur quod ex a v. reliquū igitur quod ex b v: reliquo quod ex v k est ęquale. ęqualis igitur est b v: ipsi v k. Similiter iam demonstrabimus q; & quæ ab v ad o s connexæ rectæ lineæ: æquales sunt vtriq; ipsarum b v, v k. Centro igitur v, & spacio altero ipsorum b v, v k, circulus descriptus, ibit etiā per o, s: & quadrilaterum k b o s erit in circulo. Et quoniam k b maior est ipsa q z, æqualis autē est q z ipsi s o: maior igitur est b k ipso s o. Aequalis autem est k b: vtriq; ipsarum k s, b o. & vtraq; igitur ipsarum k s, b o: ipso s a maior est. Et quoniā in circulo quadrilaterū est k b o s, & b k, b o, k s, ęquales/ & minor o s, & ex centro circuli est b v: igitur quod ex k b, eo quod ex b v maius est q̄ dimidium. Excitetur per 12 primi ab ipso k: in b z perpendicularis k z. Et quoniā b d ipsa d z minor est q̄ dupla/ estq; sicut b d ad d z sic quod ex d b, b z, ad id quod sub d z, z b, descripto autē ab ipsa b z quadrato completoq; in altero parallelogrammo: & quod sub d b, b z, igitur eo quod sub d z, z b, minus est q̄ duplum, & connexa k b: quod sub d b b z, æquum est ei quod ex k z. Igitur quod ex k b: eo quod ex k z minus est q̄ duplum. Sed quod ex k b: eo quod ex b v maius est q̄ duplum. maius igitur est quod ex . k z: eo quod ex b v. Et quoniam per 15 diffinitionem primi b a: ipsi k a est æqualis: æquum est & quod ex b a ei quod ex k a. Et autem quod ex a b: per 47 primi æqualia sunt quæ ex b v, v a. Et autem quod ex k a: per 47 primi æqua sunt quæ ex k z, z a. Quæ igitur ex b v, v a: æqualia sunt eis quæ ex k z, z a. quorum quod ex b z: maius est eo quod ex b v. Reliquū igitur quod ex z a: maius est eo quod ex v a. Maior igitur est a v ipsa a z. multo igitū maior est a v ipsa: a g. Estq; ipsa a v in vna ipsius polyhedri basi: & a g in minoris sphærę superficie. Quare & polyhedrum non tangit sphæram in superficie. Quod facere oportebat.



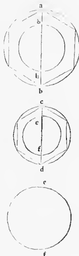
¶ Ostēdendum iam & aliter ac expeditius: q; maior est a v, ipsa a g. Excitetur per 11 primi ab ipso g ipsi a g ad angulos rectos g: & connectantur, a. l Secantes iam per 30 tertij ipsam e b circūferentiam diuidue/ & dimidium ipsius diuidue/ & hoc semper facientes: relinquemus quādā circunferentiam quę est minor circunferentia contenta sub b c d e circulo & æquali ipsi g l. relinquatur: & esto k b circūferētia. Minor igitur est & k b recta linea: ipsa g l. Et quoniam in circulo est b k s o quadrilaterum / & æquales sunt o b, b k, k s, & minor est o s: angulus igitur qui sub b v k obtusus est. maior igitur est b k: ipsa b v. Sed ipsa k b maior: est ipsa g l. multo maior igitur est g l: ipsa b v. maius igitur est & qđ ex g l: eo quod ex b v. Et quoniā per 15 diffinitionē primi/ a l ipsi a b est ęqua

lis:& quod ex a l igitur ei est æquũ quod ex a b. Sed ei quod ex a l: æqua sunt quæ ex b v, v a. Quę igitur ex a g, g l: ęqualia sunt eis quę ex b v, v a. Quorũ quod ex b v: minus est eo quod ex g l. & reliquum igitur quod ex v a: maius est eo quod ex a g. Maior igitur est a v: ipsa a g. Binis igitur sphęris circũ idẽ centrum existentibus: in maiori sphæra solidum polyhedrum descriptum est/ non tangens minorem sphæram in superficie. Quod facere oportuit.

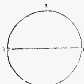
¶ CORRELARIVM. ¶ Si vero & in altera sphæra q̃ sit in b c d e sphęra/ solido polyhedro simile solidum polyhedrum inscribatur: in ipsa b c d e sphæra solidum polyhedrum ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrũ triplam habet rationem/ q̃ ipsius b c d e sphæræ dimetiens ad ipsius alterius sphęræ dimetientẽ. Distributis nãq; solidis in numero ęquales & ęqualis ordinis pyramidas: pyramides similes erũt. Similes vero pyramides: per 8 duodecimi adinuicem in tripla sunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est k b o s quadrilaterum/ vertex autem a signum: ad eã quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplã habet rationẽ/ q̃ similis rationis latus ad similis rationis latus. hoc est q̃ a b q̃ eius ex centro sphęrę quæ circũ a centrum: ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & vnaquęq; pyramis quæ in sphæra quę circũ centrum a: ad quãlibet pyramida eiusdem ordinis in altera sphæra/ triplam habebit rationem q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Et sicut vnum antecedentium ad vnum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polyhedrũ quod in sphæra quæ circũ centrũ a: ad totum solidũ polyhedrũ quod in altera sphæra/ triplam rationẽ habebit q̃ a b ad eam quæ ex centro alterius sphæræ/ hoc est quæ b d diameter ad alterius sphęrę diametrũ. Quod ostẽdere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 Omnium duarum sphęrarum est proportio alterius ad alteram: tanquã suæ diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

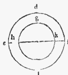


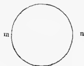
¶ CAMP. ¶ Sint duæ sphæræ a b & c d: quarum diametri sint a b & c d. Dico q̃ proportio earum: est sicut suarũ diametrorũ proportio triplicata. Cuius demonstratio est. Quoniam neq; ad minorem sphæram q̃ sit sphæra c d, neq; ad maiorem/ est proportio sphærę a b: sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidẽ proportio sphæræ a b ad sphæram e f: sicut diametri a b sphęræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonstrabo itaq; q̃ sphæra e f non potest esse minor neq; maior q̃ sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem: imaginabor eam includi a sphæra c d, & circũduci ab eodem cẽtro. & inscribam sphærę c d iuxta pręcepta præmissę: vnum corpus multarum basium non tangentium superficiem sphęræ e f minoris. dicaturq; istud corpus nomine sphæræ cui inscribitur/ c d. Postea simile corpus multarũ basium inscribam sphærę a b: quod etiã nomine suæ sphæræ dicatur a b. Constat itaq; ex secunda parte præmissæ & 11 quinti: q̃ proportio sphæræ a b ad sphæram e f, est sicut corporis multarum basium quod est a b, ad corpus multarum basiũ quod est c d. vtraq; enim: est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem: ex hypothesi. illa vero: ex secunda parte pręmissę. Quare permutatim proportio sphæræ a b ad corpus multarum basium a b: est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b: erit etiam sphæra e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autem est impossibile. nam ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autem dicat aduersarius eam esse maiorem: cõfutabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphæram a b: sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem sphęræ c d: ad sphæram g h. eritq; ex 14 quinti sphæra g h, minor sphæra a b: eo q̃ sphæra c d posita est minor sphæra e f. Quare proportio sphæræ c d ad aliquam sphæram minorem sphæra a b: est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile. nã ex hoc sequitur: q̃ pars sit maior suo toto vt demõstratũ est prius. Itaq; sphęra e f nõ est maior neq; minor q̃ sphęra c d. Igitur ex 7 quinti cõclude propositã cõclusionẽ: q̃ imponit finẽ libro duodecimo.



¶Sphæræ adinuicem: in triplici ſunt ratione propriorum dime-tientium. 18

¶THEON ex Zamberto. ¶Intelligantur ſphæræ a b c, d e f: diametri vero ipſarum ſint b c, e f. dico q ſphæra a b c ad ſphærã d e f: triplam habet rationem q̃ b c ad e f. Si autem non: habebit igitur a b c ſphæra ad minorem aliquam ipſa d e f ſphęra/triplam rationem/vel ad maiorem/q̃ b c ad e f. Habeat prius ad minorem g h k. & intelligatur d e f ſphęra: ipſi g h k circũ idem centrum. deſcribaturq; per præcedentem/in ſphæra maiori d e f: ſolidum polyhedrum non tangens minorem ſphæram g h k in ſuperficie. Deſcribatur autẽ per eandem & in a b c ſphęra: ei quod in d e f, ſolido polyhedro ſimile ſolidum polyhedrum. Igitur per correlarium euſdem ſolidum polyhedrum quod in ſphæra a b c: ad id ſolidum polyhedrum quod in d e f, triplam habet rationem q̃ b c ad e f. Habet autem & a b c ſphæra: ad g h k ſphæram/triplam rationem q̃ b c ad e f. eſt igitur ſicut ſphæra a b c ad ſphæram g h k: ſic ſolidum polyhedrum quod in a b c ſphæra/ad ſolidum polyhedrum quod in d e f ſphæra. Viciſſim igitur per 16 quinti ſicut a b c ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrum: ſic g h k ſphæra ad id quod in d e f ſphæra ſolidum polyhedrum. Maior autem eſt a b c ſphæra: ei quod in ſe polyhedro. Maior igitur & g h k ſphæra: eo quod in d e f ſphæra polyhedro. Sed et minor. ab ipſo nãq; compræhenditur. quod eſt impoſſibile. Sphæra igitur a b c: ad minorem ipſa d e f ſphæra/ triplam rationem non habet q̃ b c diameter ad d f diametrum. Similiter iam demonſtrabimus: q neq; d e f ſphæra/ad minorem ipſa a b c ſphæra/ triplam habet rationem q̃ e f ad b c. ¶Dico iam q neq; ſphæra a b c: ad maiorem aliquã ipſa d e f ſphæra triplam habet rationem q̃ b c ad e f. Si enim poſſibile: habeat ad maiorem l m n. Conuerſim igitur ſphæra l m n ad ſphæram a b c triplam habet rationem: q̃ diametere f ad diametrum b c. Sicut autẽ l m n ſphæra ad a b c ſphæram: ſic d e f ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa a b c ſphęra/ſicut antea patuit. quoniam maior eſt l m n ipſa d e f. & ſphæra d e f ad minorem ipſa a b c ſphæra triplam habet rationem q̃ e f ad b c. quod eſt impoſſibile. Igitur ſphęra a b c: ad maiorem ipſa d e f ſphæra/triplam rationẽ non habet q̃ b c ad e f. Patuit autẽ q neq; ad minorem. Ipſa igitur a b c ſphæra: ad d e f ſphæram/triplam habet rationem. q̃ b c ad e f. Quod oſtendendum fuerat.





EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum Elementorum
duodecimi libri
Finis.

ℂEVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq́ facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholamæo Zāberto Veneto, Geometrica Elementa. Liber tertiusdecimus.

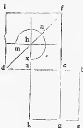
Euclides ex Campano. Propositio 1.

1 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, si maiori portioni linea in longū addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisę: quadratum lineæ ex eis duabus compositę, quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplū esse necesse est.

ℂCAMP. ℂSit linea ab diuisa in pūcto c: prout docet 29 sexti. & sit maior portio eius, linea b c: cui b c directe adiungatur linea b d, quę sit æqualis medietati totius a b. Dico ꝙ quadratū lineæ c d: erit quintuplū ad quadratū lineæ b d. Quadrabo enī lineam b d: & sit eius quadratum d e. & circūponā huic quadrato gnomonem secundum quantitatem lineæ b c: protracta diametro i b g. sitq́ circūpositus gnomo e g d. eritq́ ex 2 · sexti superficies inde composita, quæ sit h k: tanq̄ quadratū lineæ c d. Dico igitur quadratum h k: quintuplum esse ad quadratum d e. Sit igitur c l: quadratum circūpositi gnomonis. sibiq́ circūponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b vsq́ ad m: sitq́ hic gnomo c m l. & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis: secantes se super diametrum f m in puncto g. Manifestum est autem ex · 2 sexti, ꝙ compositum ex hoc secūdo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratum sit a q) est quadratū lineæ a b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum d e: eo ꝙ linea b d est medietas lineæ a b. Cūq́ sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoq́ per 43 primi superficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq́ & m l, ex b a in a c: & c l prouenit ex c b in se) & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq́ æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi: erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e: quemadmodum erat quadratum a q. Itaq́ totum quadratum h k: cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi sciētia quintuplum ad idem. Quod est propositum. ℂIdem aliter. ℂEx quarta secūdi constat: ꝙ quadratū lineæ a b, est quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per secūdā eiusdē quod fit ex a b in b c & in a c: est æquale quadrato a b. quod autē ex a b in b c: ęquū est ei quod ex b d bis in b c. quod ex prima secundi manifestum est: cum a b sit dupla ad b d. At vero quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaq́ per communē scientiam quod fit ex b d bis in b c, & quod ex b c in se: est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratū b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totū aggregatū: quintuplum, videlicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totum est æquale quadrato c d: constat verum esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

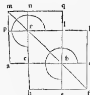
1 SI recta linea extrema & media ratiōe secetur: maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.



¶THEON ex Zamb. ¶Recta itaq; linea a b, extrema & media ratione secetur in c signo: & sit maius segmentum a c. & extendatur in rectam lineam c a, a d. & ponatur ipsius a b: dimidia a d. Dico q; quod ex c d: eius quod ex d a quincuplum potest. Describantur itaq; per 46 primi ab ipsis a b, d c: quadrata a e, d f. & in d f describatur figura. extendaturq; f c in g. Et quoniam a b extrema & media ratione diuiditur in c: igitur quod sub a b, b c, æquũ est ei quod ex a c. Est autem id quod sub a b, b c: ipsum c e. quod autem ex a c: ipsum f h. Igitur c e: ipsi f h est æquale. Et quoniam b a ipsius a d dupla est / æqualis autem est b a ipsi k a, & a d ipsi a h: igitur & k a, ipsius a h dupla est. Sicut autem k a ad a h: sic c k ad c h. Duplum igitur est c k: ipsius c h. Sunt autem & ipsa l h, h c: dupla ipsius c h. supplementa nãq;: adinuicem sunt æqualia per 43 primi. Igitur c k: ipsis l h, h c, est æquale. demonstratum autem est: q; & c e ipsi f h est æquale, totum igitur a e quadratum: æquũ est ipsi m n x gnomoni. Et quoniam b a ipsius a d dupla est: quadruplũ est quod ex b a eius quod ex a d, hoc est a e ipsius d h. Est autẽ a e: ipsi m n x gnomoni æquale: & m n x igitur gnomon: quadruplus est ipsius d h. Totũ igitur d f: quincuplum est ipsius d h. Est q; d f, quod ex c d: & d h, quod ex d a. quod ex c d igitur: quincuplũ est eius quod ex d a. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur: maius segmẽtum totius admittẽs dimidiam / quincuplũ est siue potest eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterutrius suarum portionum sit quintuplum / in longum 2
sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit / maiorq; portio eius erit linea media.



¶CAMPANVS. ¶Hæc est conuersa præmissæ. duplici quoq; modo sicut illa demõstrabitur via retrograda: eadem prorsus manẽte dispositione. Verbi gratia. sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e: & linea a b dupla ad lineam b d. Dico q; linea a b diuisa est in puncto c secundũ proportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema: & maior portio eius est linea media vt est c b. Constat autẽ ex 4 secundi: q; quadratũ a q est quadruplum ad quadratũ d e. Itaq; gnomo d g e: æqualis est quadrato a q. Cumq; duo supplemẽta l d & c e pariter accepta / sint quantum gnomo c m l, atq; eadem supplementa pariter accepta sint ex t sexti quantum a l, ideoq; quantum c q: sequitur q; c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab vtroq; / superficie l n: erit quadratũ c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, fit autem quadratum c l quadratum lineę c b: erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ / positam in principio sexti libri: conclude propositũ. ¶Item aliter. ¶Cum quadratũ c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratũ b d, quadratum vero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem / at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b: sequitur vt illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c: eo q; a b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c: est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secũdi quod fit ex a b in b c & in a c est æquale quadrato a b: sequitur ex communi scientia vt quadratum lineæ b c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione / constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

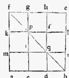
¶Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit / dupla 2
prædicti segmẽti extrema & media ratione dissecta: maius segmẽtum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. Recta enim linea a b, sui ipsius segmento a c quincuplum possit: ipsius autem a c dupla sit c d. Dico q ipsa c d extrema & media ratione diuisa: maius segmentum est c b. Describantur inquam ex vtraque ipsarum a b, c d, figuræ a f, c g: & extendatur b e. Et quoniam a f ipsius a h quincuplum est: quadruplus igitur est m n x gnomon / ipsius a h. Et quoniam d c ipsius c a dupla est: quadruplum igitur est quod ex d c eius quod ex c a, hoc est c g ipsius a h. Patuit autē: q m n x gnomon ipsius a h quadruplus est. Aequus igitur est m n x gnomon: ipsi c g. Et quoniam d c ipsius c a dupla est / æqualis autē est d c ipsi c k, & a c ipsi c h: dupla igitur est & c k ipsius c h. duplū igitur est & k b: ipsius b h. Sūt autem & l h, h b: dupla ipsius b h. Igitur k b: ipsis l h, h b, est æquale. Ostensum autē est: q & totus m n x gnomon toti c g est æqualis. & reliquū igitur h f: ipsi b g est æquale. Estque ipsum b g: id quod sub c d, d b. æqualis enim est c d ipsi d g: & h f ipsi quod ex c b. Igitur quod sub c d, d b: æquum est et quod ex c b. Est igitur sicut d c ad c b: sic c b ad b d. Maior autem est d c: ipsa c b. maior igitur est & c b: ipsa b d. Igitur c d recta linea extrema & media ratione diuisa: maius segmentum est c b. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplū potuerit: dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta / maius segmētū reliqua pars est eius quæ in principio rectæ lineæ. Qz autem dupla ipsius a c maior sit q̄ ipsa b c: sic ostendendum est. Si autem non: esto (si possibile est) b c dupla ipsius c a. quadruplum igitur est quod ex b c: eius quod ex c a. quę igitur ex b c, c a: eius quod ex c a quīcupla sunt. Supponitur autē & quod ex b a: quincuplū eius quod ex c a. Quod ex b a igitur: æquum est eis quæ ex b c, c a. quod est impossibile. Igitur c b: ipsius a c dupla non est. Similiter iā ostendemus: q neque minor q̄ ipsa b c, est dupla ipsius a c. multo enim absurdius. Ipsius igitur a c, dupla: maior est ipsa b c. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema: si minori portioni tanq̄ dimidium maioris directe iungatur / erit vt quadratū lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

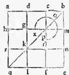
CAMP. Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionē habentē medium & duo extrema: sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico q quadratū lineæ a d: est quintuplū ad quadratū lineæ c d. Describatur enī quadratū a b, quod sit a e: in quo protrahātur diameter b f, & lineę g c & d h, itemque k l & m n, ęquidistāter lateribus oppositis: secātes se inuicem super diametrū in duobus pūctis p & q, & extra diametrū in duobus aliis locis r & s. Manifestū igitur est ex 22 sexti vel ex correlario 4 secūdi: q oēs superficies existētes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediū / sunt quadratæ. Quatuor aūt superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e: cōstāt ex 43 primi & prima sexti esse adinuicē æquales. nā duę postremę p h & s e: sunt adinuicē æquales ex 1 sexti. Quoniā igitur ex p̄senti hypothesi & diffinitiōe lineæ secūdum q proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti / quadratū c l est æquale superficiei a g, ideoque & gnomoni r f s propter id quod superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniā ex 4 secūdi quadratū c l est quadruplū ad quadratū r s quod est tanq̄ quadratū lineæ c d: sequitur ex cōmuni scientia q quadratū m h sit quītuplū quadrati r s. Cōstat enī ex gnomone quadruplo / & r s simplo. Hoc autē est propositū. Idē aliter. Cū sit linea b c diuisa per æqualia in pūcto d, & addita est ei linea a c: erit ex 6 secūdi quod fit ex a b in a c, cū quadrato c d interiacētis / æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c, ęquale est quadrato c b ex prima pte 16 sexti / hoc aūt est quadruplū ad quadratū c d: manifeste patet veritas eius quod dicitur. Potes quoque si libet / duplici modo ex cōsequēte huius suū āntecedēs cōcludere processu retrogrado. Sit enī (eadē dispositione manēte) q̄dratū m h quintuplū ad quadratū r s. eritque gnomo r f s: ęquale q̄drato c l. Verūque enī: est q̄druplū ad quadratū r s. At quia superficies a g est æq̄lis gnomoni p̄dicto: necesse est vt superficies eadē sit ęqualis q̄drato p̄dicto.



Quare ex secũda parte 16 sexti & diffinitione/ linea a b est diuisa in puncto c secundũ proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema:& maior portio eius est linea c d. ¶Idẽ aliter. Cum sit ex hypothesi quadratũ lineæ a d quintuplũ ad quadratũ lineæ c d,& ex 6 secundi idẽ ipsum quadratũ sit æquale ei quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d: sequitur vt id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, sit quintuplũ ad idẽ quadratũ c d. Ideoq; eo dempto: erit residuũ videlicet quod fit ex a b in a c, quadruplũ ad ipsum Et quia etiã ex 4 secũdi quadratũ lineæ c b est quadruplũ ad idem: necesse est vt quod fit ex a b in a c, sit ęquale quadrato c b. Quare iterũ ex secũda parte 16 sexti & diffinitione/ linea a b est diuisa secundum proportionem habentem medium & duo extrema/ in puncto c:& maior portio est linea c b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

¶Si recta linea media & extrema ratione secetur: minus segmẽ tum admittens dimidiã maioris segmenti/ quincuplũ potest eius quod a media maioris segmenti fit quadrati. 3

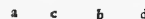


¶THEON ex Zamb. ¶Recta enim quędã linea a b, media & extrema ratione secetur in c signo: sitq; maius segmẽtũ a c. seceturq; per 10 primi a c bifariã in d. Dico q quod ex b d: quincuplũ potest eius quod d c. Describatur per 46 primi ex a b, quadratũ a e:& describatur figura. Et quoniã a c dupla est ipsius d c: quadruplum igitur est quod ex a c eius quod ex d c, hoc est r s ipsius f g. Et quoniam quod sub a b, b c, æquum est ei quod ex a c, estq; quod sub a b, b c, ipsum c e, & quod ex a c id quod r s: igitur c e ipsi r s est æquale. Quadruplum autem est r s: ipsius f g. quadruplum igitur est & c e: ipsius f g. Rursus quoniã ęqualis est a d ipsi d c: ęqualis est & h k ipsi k f. quare & g f quadratũ: æquum est ipsi h l quadrato. æqualis igitur est g k ipsi k l, hoc est m n ipsi n e. quare & m f: ipsi f e est ęquale. Sed m f: ipsi c g est æquale. & c g igitur: ipsi f e est æquale. Commune apponatur c n. Igitur x o p gnomon: æquus est ipsi c e. Sed c e: quadruplum ostensum est esse ipsius g f. & x o p igitur gnomon: ipsius g f quadruplus est. Igitur quadratum d n: quincuplum est ipsius f g quadrati. estq; d n id quod ex d b:& g f quod ex d c. Quod ex d b igitur: quincuplum potest eius quod ex d c. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

Zamb. 5.

SI secundum proportionem habentem mediũ & duo extrema qualibet linea fuerit diuisa/ eiq; in longũ directe tanq̃ maior sectio adijciatur: erit totam lineam inde cõpositam secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisam esse/ & erit eius maior portio linea prima. 4



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in pũcto c:& sit eius maior portio c b. totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ sit æqualis c b. Dico q tota a d eadem proportione diuisa est in pũcto b:& maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione/ a b ad b c: sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, sicut ad b c: igitur ex vndecima eiusdẽ a b ad b d, sicut b c ad c a. quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a: sicut a c ad c b.& coniunctim d a ad a b: sicut a b ad b c. Cũq; sit ex 7 quinti a b ad b c, sicut ad b d: erit ex vndecima eiusdẽ d a ad a b, sicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuisa est in puncto b secundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema: & maior portio eius est linea a b. Quod est propositum. ¶Eodem quoq; modo si ex maiori portione cuiuslibet lineæ secundum prædictam proportionem diuisæ tanq̃ minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa/ eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b sicut proponitur in puncto c diuisa: sitq; maior portio a c, a qua detrahatur c d æqualis c b. Dico q a c est diuisa secũdũ proportionẽ eandẽ in puncto d:& quod maior portio eius est linea d c. Cum enim sit ex diffinitione/ b a ad a c sicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b sicut ad c d: erit ex vndecima eiusdem b a ad a c, sicut a c ad c

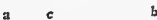


d.ideoq; per 19 quinti ficut c b refiduum ad d a refiduũ.Sed ex feptima eiufdẽ / c b ad d a:ficut c d ad d a. itaq; a c ad c d:ficut c d ad d a.Ex diffinitione ergo conftat quod diximus. Nec igitur ea quã auctor proponit additio / nec ea quam ex oppofito proponimus detractio / quãtũcũq; vtralibet in prolixum tẽdat:a proprietate diuifionis lineæ primitinæ difcordat.

Eucli ex.Camp. Propofitio 5.

5 SI fecundũ proportionem habẽtẽ mediũ & duo extrema quælibet linea fuerit diuifa : quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta/triplum funt eius quod ex maiore portione quadratum defcribitur. Zamb.4.

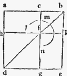
CAMP. Sit linea a b,diuifa per fępe dictã proportionẽ in puncto c: fitq; maior portio eius linea c b.Dico q quadrata duarũ linearũ a b & c a pariter acceptatriplum funt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta : funt ex 7 fecundi quãtũ quadratum c b, & duplũ eius quod fit ex a b in a c.Itemq; quia quod fit ex a b in a c eft æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 fexti:manifeftum eft propofitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema.4. Propofitio.4.

4 Si recta linea extrema mediaq; ratione fecetur : quod ex tota & quod ex minori fegmento vtraq; quadrata/ tripla funt eius quod a maiori fegmento fit quadrato. Camp.5.

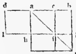
THEON ex Zamb. Sit recta linea a b, feceturq; extrema & media ratione in c:fitq; maius fegmẽtũ a c.Dico q quę ex a b,b c:tripla funt eius quod ex ipfa c a. Defcribatur per 46 primi ab ipfa a b quadratũ a d e b: & defcribatur figura.Quoniã igitur a b extrema & media ratione fecatur in c,& maius fegmẽtũ eft a c: quod igitur fub a b,b c,æquũ eft ei quod ex a c.eftq; id quod fub a b,b c,id quod a k:quod autẽ ex a c,id quod h g ęquũ igitur eft a k ipfi h g.Sed a f:ipfi f e ęquũ eft. apponatur cõmune c k,totũ igitur a k:toti c e eft æquale.Igitur a k,c e:ipfius a k dupla fũt.Sed a k,c e:funt id quod l m n gnomon & c k quadratum.Igitur l m n gnomon & c k quadratũ: dupla funt ipfius a k.Sed q a k ipfi h g fit æquale:oftenfum eft. Igitur l m n gnomon & c k quadratum:dupla funt ipfius h g,quare l m n gnomon & c k,h g, quadrata: dupla funt ipfius h g q̃drati. Et l m n gnomõ & c k, h g,quadrata:funt totũ a e,& c k,quę funt ex a b,b c,quadrata.& g h ipfum a c quadratũ.quę igitur ex b a,b c,quadrata:tripla funt eius quod ex a c q̃drati.Quod oftẽdere oportuit.



Eucli ex Zamb. Theorema 5.Propofitio 5.

5 Si recta linea extrema & media ratione fecetur / apponatur que eidem æqualis maiori fegmento: tota recta linea extrema & media ratione fecatur,& maius fegmentum eft ea quæ in principio recta linea. Camp.4.

THEON ex Zamb. Recta enim quædam linea a b extrema & media ratione fecetur in c figno:& fit maius fegmentum a c. & ipfi a c æqualis ponatur a d. Dico q d b recta linea extrema & media ratiõe fecatur in a: & maius fegmentum eft ipfa quæ in principio recta linea a b.Defcribatur enĩ per 46 primi ex a b,quadratũ a e:& defcribatur figura.Quoniã enĩ ab extrema & media ratione fecatur in c:quod fub a b,b c,æquum eft ei quod ex a c.eftq; quod fub a b,b c,id quod c e:& id quod ex a c,ipfũ c h. æquũ igitur eft c e:ipfi h c. fed ipfi quidẽ c e,ęquũ eft h e:ipfi autẽ h c,ęquũ eft d h.& d h igitur: ipfi h e eft ęquale.Cõmune adijciatur h d, totũ igitur d k:toti a e eft ęquale.eftq; d k id quod fub b d,d a.ęqualis enĩ eft a d,ipfi d l:& a e,ei quod ex a b.quod igit̃ fub b d,d a:ęquũ eft ei quod ex a b.Eft igit̃ ficut d b ad b a:fic b a ad a d.Maior autẽ eft d b:ipfa b a.maior igitur & b a:ipfa a d.ipfa igitur b d,extrema & media ratione fecatur in a:& maius fegmẽtũ eft a b.Quod erat oftendendũ.



ℭQuid sit resolutio.

ℭRESOLVTIO: est assumptio quęsiti tanquã concessi per ea quæ sequuntur in verum aliquod concessum.

ℭQuid sit compositio.

d a c b

ℭCOMPOSITIO vero: est assumptio concessi per ea quę sequuntur in quęsiti terminationem siue occupationem.

ℭRESOLVTIO primi theorematis. ℭRecta enim quædam linea a b, extre 1
ma & media ratione secetur in c: sitq́ maius segmẽtũ a c. & dimidio ipsius a
b: æqualis apponatur a d. Dico φ quod ex c d: eius quod ex a d quincuplũ est.
Quoniã eni quod ex c d eius quod ex d a quincuplũ est / at quod ex c d est ea
quæ ex c a, a d, vna cum eo quod bis fit sub c a, a d: quæ igitur ex c a, a d,
vna cum eo quod bis sub c a, a d, quincuplũ est eius quod ex a d. paret igitur
φ quod ex c a, vna cũ eo quod bis sub c a, a d: quadruplũ est eius quod ex a d.
Sed ei quod bis fit sub c a, a d: ęquum est id quod sub c a, a b. dupla eni est b a
ipsius a d. Ei autẽ quod ex a c: æquũ est quod sub a b, b c. ipsa enim a b extre
ma & media ratione secatur. quod igitur sub b a, a c, vna cũ eo quod sub a b,
b c: quadruplũ est eius quod fit ex a d. Sed quod ex a b. q̃druplũ est eius quod
fit ex a d. sed quod sub b a, a c, vna cũ eo quod sub a b, b c: est id quod ex a b.
Quod igit ex a b: eius quod ex a d quadruplũ est. dupla enĩ est a b: ipsius a d.

ℭCOMPOSITIO primi theorematis. ℭQuoniam igitur quod ex b a eius
quod ex a d quadruplũ est / sed quod ex b a est id quod sub b a, a c, vna cũ eo
quod sub a b, b c: quod igitur sub b a, a c vna cũ eo quod sub a b, b c, quadru-
plũ est eius quod ex a d. Sed quod sub b a, a c: æquũ est ei quod bis sub d a, a
c. quod aũt sub a b, b c: ei est ęquum quod ex a c. quod igitur ex a c vna cũ eo
quod bis sub d a, a c: quadruplũ est eius quod ex d a. Quare quod ex d a, a c,
vna cũ eo quod bis sub d a, a c: quincuplũ est eius quod ex d a. Quæ autẽ ex
d a, a c, vna cũ eo quod bis sub d a, a c. est id quod ex c d. quod igitur ex c d:
quincuplũ est eius quod ex d a. Quod ostendere oportuit.

d a c b

ℭRESOLVTIO secũdi theorematis. ℭRecta enĩ quædã linea c d, sui ipsius 2
segmẽto d a, quĩcuplũ possit: ipsius autẽ d a, dupla sit a b. Dico φ a b extrema
& media ratione secatur in c signo: & maius segmẽtum est a c quæ est reliqua
pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniã enĩ a b extrema & media ra-
tione secatur in c, & maius segmentũ est a c: quod igitur sub a b, b c, æquũ est
ei quod ex a c. Est autẽ & quod sub b a, a c, ęquum est ei quod bis sub d a, a c.
dupla enim est b a: ipsius a d. Quod igitur sub a b, b c, vna cũ eo quod sub b
a, a c, quod est id quod ex a b: æquũ est ei quod bis sub d a, a c, vna cum eo
quod ex a c. Quod autem ex a b: eius quod ex d a quadruplum est. quadruplũ
igitur ęst & quod bis sub d a, a c, vna cum eo quod ex a c: eius quod ex a d.
Quare quę ex d a, a c, vna cũ eo quod bis sub d a, a c, quod est id quod ex c d:
quincuplum sunt eius quod ex d a.

ℭCOMPOSITIO secũdi theorematis. ℭQuoniã igitur quod ex c d quincu-
plũ est eius quod ex d a, quod autẽ ex c d est id quod ex d a, a c, vna cum eo
quod bis sub d a, a c: quæ igitur ex d a, a c, vna cũ eo quod sub d a, a c, quĩcu-
pla sunt eius quod ex d a. manifestũ autẽ: φ quod bis sub d a, a c, vna cũ eo
quod ex c a: quadruplũ est eius quod ex a d. quod igitur bis sub d a, a c, quod
est totum quod ex b a, a c, vna cum eo quod ex a c: æquum est ei quod ex a b.
Sed quod ex a b: est id quod sub a b, b c, vna cũ eo quod sub b a, a c. quod igi-
tur sub b a, a c, vna cum eo quod sub a b, b c: ęquum est ei quod sub b a, a c,
vna cum eo quod ex a c. & sublato eo quod sub b a, a c: reliquum igitur quod
sub a b, b c, æquum est ei quod ex a c. Est igitur sicut b a, ad a c: sic a c ad c b.
Maior autem est b a: ipsa a c. maior igitur est & a c: ipsa c b. Igitur a b, extre-
ma & media ratione secatur in c: & maius segmẽtum est a c. Quod erat osten-
dendum.

a d c b

ℭRESOLVTIO tertij theorematis. ℭRecta enĩ quedã linea a b, extrema & 3
media ratione secetur in c signo: sitq́ maius segmentũ a c. & ipsius a c: dimi-
dia esto c d. Dico φ quod ex b d: ipsius c d quincuplũ est. Quoniã enĩ quod
ex b d, eius quod ex c d quincuplũ est / quod autem ex d b, est id quod sub a b,

b c, vna cum eo quod ex d c: quod igitur sub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quincuplũ est eius quod ex d c. Manifestũ igitur quod sub a b, b c: quadruplũ est eius quod ex d c. Et autẽ quod sub a b, b c: æquum est id quod ex a c. ipsa enim a b: extrema & media ratione secatur in c. quod igitur ex a c: quadruplũ est eius quod ex d c. est igitur a c: dupla ipsius d c.

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur a c ipsius d c dupla est: quadruplũ est quod ex a c, eius quod ex d c. Sed et quod ex a c: æquum est quod sub a b, b c. quod igitur sub a b, b c: eius quod ex d c quadruplũ est. Cõponẽdo per 18 quinti quod igitur sub a b, b c, vna cũ eo quod ex d c, quod est id quod ex d b: quincuplũ est eius quod ex d c. quod ostendere oportuit.

4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta inq̃ linea a b, extrema ac media ratione secetur in c: et sit maius segmẽtũ a c. Dico ꝙ quę ex a b, b c: tripla sunt eius quod ex a c. Quoniã enĩ quæ ex a b, b c, tripla sunt eius quod ex a c, sed quæ ex a b, b c, sunt id quod bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c: quod igitur bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c, triplum est eius quod ex a c, manifestum est igitur: ꝙ quod bis sub a b, b c, eius quod ex a c duplũ est. Quare totum quod sub a b, b c: æquum est ei quod ex a c. Ipsa igitur a b: extrema & media ratione secatur in c.

COMPOSITIO. Quoniã igitur a b, extrema & media ratione in c secatur/maiusq; segmentũ est a c: quod igitur sub a b, b c, ei est æquũ quod ex a c. quod bis igitur sub a b, b c: duplũ est eius quod ex a c. Cõponẽdo per 18 quĩti quod igitur bis sub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c: triplũ est eius quod ex a c. Sed quod bis sub a b, b c, vna cũ eo quod ex a c id est quod & ea q̃ ex a b, b c, sunt quadrata. Quæ igitur ex a b, b c, quadrata: tripla sunt eius quod ex a c. Quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO quinti theorematis. Recta inq̃ q̃dã linea a b, extrema &
5 media ratione secetur in c: sitq; maius segmẽtũ a c, & ipsi a c ęqualis ponatur a d. Dico ꝙ d b, extrema & media ratione secatur in a: & maius segmẽtũ est a b. Quoniã enim d b, extrema & media ratione secatur in a, & maius segmentum est a b: est igitur sicut d b ad b a, sic b a ad a d. Aequalis autẽ est a d: ipsi a c. Est igitur sicut d b ad b a: sic est b a ad a c. Conuertendo igitur sicut b d ad d a: sic a b ad b c. manifestũ igitur & sicut b a ad a d: sic a c ad c b. Aequalis aũt est a d: ipsi a c. est igitur sicut b a ad a c: sic a c ad c b. ipsa igitur a b: extrema & media ratione secatur in c.

COMPOSITIO. Quoniã a b, extrema & media ratione in c secatur: est igitur sicut b a ad a c, sic a c ad c b. Aequalis autẽ est a c: ipsi a d. est igitur sicut b a ad a d: sic a c ad c b. componendo per 18 quinti sicut b d ad d a: sic a b ad b c. Conuertendo/sicut d b ad b a: sic b a ad a c. Aequalis autem est a c: ipsi a d. est igitur sicut d b ad b a: sic b a ad a d. Ipsa igitur d b, extrema & media ratione secatur in a: & maius segmentũ est a b. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnis rationalis lineę secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisę: vtranq; portionem residuum esse necesse est.

CAMP. Sit linea a b secũdum solitã proportionẽ diuisa in pũcto c: rationalis. dico ꝙ vtraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c: cui directe adijciatur a d ęqualis dimidio totius a b. eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius: ꝙ quadratũ lineę d c, quintuplũ est ad quadratũ lineę d a. Igitur linea d c: est cõmunicãs lineę d a in potẽtia ex diffinitiõe: sed nõ in lõgitudine ex vltima parte 7 decimi. q̃re p 68 decimi linea a c est residuũ: cũ duę lineę c d & d a sint ãbę rationales potẽtialiter tãtũ cõmunicãtes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b, adiungatur superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuũ/erit latus eius secundũ linea c b ex prima pte 16 sexti: necesse est ex 92 decimi vt linea c b sit residuũ primũ. quare cõstat propositũ. Amplius autẽ si lineæ sic diuisę vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum. Verbi gratia, sit vt prius: a b diuisa in c: secundum dictam proportionem. & maior eius portio quæ est a c, sit

a d c b

rationalis; quæ diuidatur peræqualia in d. eritq; ex tertia huius quadratum d b: quintuplum ad quadratum d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidium a c: sequitur vt duæ lineæ d b & d c sint rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Quare vt prius; linea & b est residuũ. ¶ At vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur: adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ: diuisa sicut proponitur in pũcto c. & sumatur alia qua rationalis in longitudine quæ sit d e: quæ etiã diuidatur in f secũdũ prędictam proportionẽ. manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur/ incõcussa demõstratione roboratur: q̃ proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potentia: sequitur ex prima parte 10 decimi q̃ a c cõmunicet cũ d f, & c b cũ f e, in potentia. Et quia vtraq; portio lineę d e est residuũ/ vt patet ex prędictis: sequitur ex 98 decimi vt vtraq; portio lineæ a b sit etiã residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei: vt ibidẽ demõstratũ est. Quare cõstat: q̃ omnis lineæ rationalis in lõgitudine vel in potẽtia tantũ/ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ vtraq; portio est residuum.

a c b

d f e

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Et nota/ q̃ prima pars pręsentis demõstrationis qua demonstratur q̃ maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentem medium & duo extrema sit residuũ/ si tota linea sit rationalis: procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine siue in potentia tãtũ. Secũda vero pars qua demõstratur hoc de minori portione q̃ ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis: non procedit ex sufficiẽtibus / nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia aũt pars qua probatur q̃ minor portio est residuum: sufficienter procedit/ siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantũ. Ad concludendũ igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ q̃ ipsa sit residuũ: sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantũ. sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediãte maiore: sufficit ponere portionẽ maiorẽ similiter rationalẽ in potẽtia tãtũ. ad cõcludẽdũ autẽ hoc de minori portione mediãte tota: necesse est ponere totam lineã esse rationalẽ in lõgitudine / aut vtẽdum est 2 quartidecimi quẽ admodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶ Si recta linea rationalis/ extrema & media ratione secta fuerit: 6
vtrunq; segmentorum irrationale est/ appellaturq; apotome.

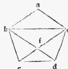
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit recta linea rationalis a b. seceturq; extrema & media ratione in c: sitq; maius segmẽtũ a c. Dico q̃ vtraq; ipsarum a c, c b, irrationalis est: appellaturq; apotome. Extẽdatur eni a b: & ponatur ipsius b a, dimidia a d. Quoniã igitur recta linea a b, extrema & media ratiõe secatur in c, maiori q; segmẽto a c apponit a d dimidia existẽs ipsius a b: quod igit̃ ex d, c, eius quod ex d a quĩcuplũ est p 1 decimitertij. Quod ex c d igitur: ad id quod ex d a, rationẽ habet quã numerus ad numerũ. Quod igitur ex c d: et quod ex d a cõmẽsurabile est. Quod aũt ex d a: rationale est. Igit̃ & d a rationalis est: dimidiũ existẽs ipsius a b rationalis existẽtis. Rationale igitur est & quod ex c d. rationalis igit̃ & c d. Et quoniã quod ex c d ad id quod ex d a rationẽ nõ habet quã q̃dratus numerus ad q̃dratũ numerũ: incõmẽsurabilis igit̃ est c d ipsi d a lõgitudine. Ipsæ igitur c d, d a: rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur a c: aptome est. Rursus quoniã a b extrema & media ratione secatur/ & maius segmentum est a c: igitur quod sub a b, b c, ei quod ex a c æquũ est. Igitur ex a aptomæ ad a b rationalẽ cõparata latitudo: efficit b c. Ab apotomę vero ad rationalẽ cõparata latitudo: primã efficit aptomen. Igitur c b: prima est apotome per 97 decimi. Ostẽsum autẽ est: q̃ & a c apotome est. Si recta igitur linea: & quę sequũtur reliqua. quod oportuit ostẽdere.

a d c b

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

SI quis pentagonus tres æquos angulos habens / fuerit 7.
æquilaterus; æquiangulus quoq; idem pentagonus esse
probatur.

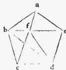
¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus a b c d e: æquilaterus. sintq́ quilibet tres eius anguli/ siue cõtinue siue incontinue sumantur: adinuicem æquales. & sint prius incontinue sumpti: sintq́ anguli a, c, d, illi tres qui ponuntur adinuicẽ æquales. Dico totum pentagonum esse æquiangulum. His angulis subtendantur chordæ b e, b d, & c e. & totus pentagonus: diuidatur in trigonum/ & quadrilaterum cuius duæ diagonales sint chordæ duorum proximorum æqualium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto f. eritq́ per 4 primi/ basis b e æqualis basi b d: & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq́ per 5 primi angulus b e d sit ęqualis angulo b d e, eo q̄ duo latera b e & b d sunt ęqualia: erit ex communi scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter probabis: totalem angulum b esse æqualem angulo totali c. est enim per 4 primi basis b c æqualis basi c e: & angulus a b e æqualis angulo d c e. per quintã autẽ eiusdẽ scilicet primi: est angulus e b c æqualis angulo e c b. igitur ex cõmuni sciẽtia totalis ãgulus b: est ęqualis totali angulo c. ¶Sint itaq́ tres anguli b, c, d, continue sumpti: æquales. & sic quoq́: erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e: & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d. quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales: cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex communi scientia erit linea f b: ęqualis lineæ f e. erat enĩ tota b d: æqualis toti c e. ideoq́ per 5 primi erit angulus f b e: æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ est angulus a b e: æqualis angulo a e b. Itaq́ per cõmunẽ scientiã angulus b totalis: est ęqualis angulo e totali. tres enĩ partiales ãguli cõponẽtes vnũ: sunt æquales tribus partialibus componentibus alium/ vnusquisq́ suo relatiuo. Manifestum est igitur: q̄ tres anguli e, b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cum autem sic: demonstratum est totum pentagonũ esse æquiangulum. vtrolibet ergo modo constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

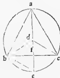
7 ¶Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim/ aut non ordinatim/ æquales fuerint: æquiangulũ erit ipsum quinquangulũ.

¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli ęquilateri a b c d e, tres anguli prius ordinatim qui ad a, b, c, signa: inuicẽ sunt æquales. Dico q̄ quinquãgulum a b c d e: æquiangulũ est. Cõnectantur enim a c, b e, & f d. Et quoniã binæ c b, b a, duabus b a, a e, sunt æquales altera alteri/ & angulus qui sub c b a ei qui sub b a e est æqualis: basis igitur a c per 4 primi basi b e est æqualis. & triangulũ a b c: triangulo a b e est ęquale. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur: qui sub b a c ei qui sub b e a, qui autẽ sub a b e ei qui sub c a b. Quare & latus a f: ipsi b f lateri est ęquale. patuit autẽ: q̄ & tota a c, toti b e est æqualis. & reliqua igitur f c: reliquæ f e est ęqualis. Est autem & c d: ipsi d e ęqualis. Binę iam f c, c d: duabus f e, e d, sunt ęquales. & cõmunis ipsorum basis: est f d. Angulus igitur qui sub f c d: angulo qui sub f e d est æqualis. Patuit autẽ: q̄ & qui sub b c a, ei qui sub a e b est æqualis. totus igitur qui sub b c d: toti qui sub a e d est æqualis. Sed qui sub b c d: æqualis supponitur eis qui ad a, b. & qui sub a e d igitur: eis qui ad a, b, angulis est æqualis. Similiter iã ostẽdemus: q̄ & qui sub c d e angulus/ eis est ęquus qui ad a, b, angulis. Aequiangulũ igitur est: a b c d e quinquãgulum. ¶Sed iã nõ sint ęquales ordinatim ipsi anguli: sed sint ęquales qui ad a, c, d, signa. Dico: q̄ & & sic quinquãgulum a b c d e æquiangulum est. Cõnectantur enĩ b, d. Et quoniã binæ b a, a e, duabus b c, c d, sunt æquales/ & æquos cõpræhendunt angulos: basis igitur b e per 4 primi basi b d est æqualis/ & triangulũ a b e: triangulo b d c est ęquale. & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: sub quibus æqualia latera subtẽduntur. Aequalis igitur est angulus qui sub a e b: ei qui sub c d b. Est autem & qui sub b e d angulus/ ei qui sub b d e æqualis: quoniam & latus b e lateri b d est æquale. Totus igitur qui sub a e d angulus: toti qui sub c d e est æqualis. Sed qui sub c d e: eis qui ad a, c, angulis supponitur æquus. & angulus igitur qui sub a e d: eis est æquus qui ad a, c. Iam id propterea & qui sub a b c: æqualis eis qui ad a, c, d, angulis. Aequiangulum igitur est: ipsum a b c d e quinquangulum, Quod ostendere oportuit.



Eucli.ex Camp. Propositio 8.

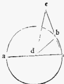
Zamb.12. Omnis trianguli æquilateri quod a latere suo quadratum describitur: triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli a quo triangulus ipse circũscribitur. 8



CAMP. Sit triangulus a b c æquilaterus: cui circũscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti. & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo ꝙ quadratum lineæ a b: triplum est ad quadratum semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c. & arcui b e: subtẽdatur chorda b e. eritq; ex 8 primi angulus b a d: æqualis angulo c a d. quare per vltimã sexti arcus b e: est ęqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicem æquales: eo ꝙ eorum chordæ quæ sunt latera trigoni / sunt æquales ex hypothesi: erit arcus b e sexta pars circũferen .ideoq; chorda b e: erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti. quare per correlariũ 15 quarti / linea b e: est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij: ꝙ angulus a b e est rectus. ideoq; quadratum lineæ a e: est ęquale quadratis duarum linearum a b & b e pariter acceptis / ex penultima primi. At vero quadratum a e, quadruplũ est ad quadratum b e ex 4. secundi: cum linea a e sit dupla b e. relinquitur ergo: quadratum a b triplum esse ad quadratum b e, & ideo ad quadratum a d. Quod est propositum. Non lateat autem nos: ꝙ linea b c quę est latus trigoni / dimidat semidiametrum d e per æqualia. Esto quidem pũctus diuisionis: f. Constat igitur ex 4. primi: ꝙ b f est æqualis f c. ideoq; per primã partem 3 tertij / omnes anguli qui sunt ad f: sunt recti. quare ex penultima primi quadratum b d, est æquale quadratis duarũ linearum d f: & f b. quadratum vero b e, æquale quadratis duarum linearum quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e: erunt ex communi scientia duo quadrata duarum linearũ b f & f d pariter accepta / æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato b f: erit ex communi scientia quadratum f d residuum / ęquale quadrato f e residuo. quare & linea f d: lineę f e, ex hac communi sciẽtia / quarum quadratum sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est: ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti / æqualis est dimidio lineæ ductæ a centro eiusdem circuli ad ipsius circũferentiam.

Eucli.ex Camp. Propositio 9.

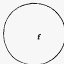
Zamb.9. Si latus hexagoni ęquilateri / latusq; decagoni ęquilateri / quos ambos vnus idẽq; circulus circũscribit / sibi inuicem in longum directũq; coniungantur: tota linea ex eis composita secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisa erit / maiorq; eius portio latus hexagoni. 9



CAMP. Sit circulus a b c cuius centrum d, & diameter a d c. sitq; arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c: cui subtendatur chorda c b, quam constat esse latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. adiungaturq; lineę c b in continuum & directum linea b e: quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maiorem eius portionem dico esse lineã b e quę est latus hexagoni. Ducantur enĩ in centrum / duę lineæ e d & b d. eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi: propter hoc ꝙ linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti. angulus quoq; d b c: est æqualis angulo c ex 5 primi. quare ex 32 primi angulus a d b: erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandẽ angulus d b c est duplus ad angulum e: sequitur vt angulus a d b sit quadruplus ad angulum e. est enĩ ex communi scientia quadruplũ: quicquid fuerit duplum dupli. Cũq; sit etiã idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex vltima sexti / eo ꝙ arcus a b est quadruplus ad arcum b c: necesse est ex communi scientia vt angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli / d e c totalis, &

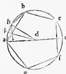
b d c partialis: cum angulus e totalis trianguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit communis vtriusq;, necesse est ex 32 primi vt ipsi sint æquianguli. quare per 4 sexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo: est sicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti/ & d c ad c b est sicut e b ad eãdem ex prima parte eiusdem: sequitur ex 11 quinti vt sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur a diffinitione conclude propositum: lineam e c esse diuisam secundũ proportionem habentem medium & duo extrema/ & maiorem portionẽ eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.

¶CAMPANVS. ¶Conuersam quoq; demonstrare cõuenit. quod facile fiet: via retrograda. eam enim assumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictionis Almagesti: ad demonstrandum quantitatem chordarum arcuum circuli. Dico itaq; ꝙ si linea quælibet secundũ proportionẽ habentem medium & duo extrema diuidatur: cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni/ eiusdẽ minor erit latus decagoni. at vero cuius minor erit latus decagoni: eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit eni (priori dispositione manente) linea e c diuisa in pũcto b secundum prædictam proportionem: & maior eius portio sit e b. dico ꝙ cuiuscũq; circuli linea e b est latus hexagoni: eiusdẽ est linea b c latus decagoni. & cuiuscũq; circuli linea b c est latus decagoni: eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis ęquilateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti: erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi: erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b sunt æquianguli. angulus ergo e, est æqualis angulo b d c: ipsos enim latera proportionalia respiciũt. Cumq; sit angulus a d b quadruplus ad ãgulum e ex 32 primi bis assumpta/ & quinta eiusdem bis: sequitur vt etiam idem angulus a d b sit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq; ex vltima sexti/ arcus a b: quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c: est latus decagoni circulo a b c inscripti. ¶Q; si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c: erit e b latus hexagoni eiusdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f. eritq; ex prædictis/ b c: latus decagoni eiusdem. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni ęquilateri duobus circuli a b c & f: quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta/ est æquiangula vt probatum est in 15 quarti libri: sequitur vtrosq; decagonos esse æquiangulos. Cumq; omnes anguli vnius pariter accepti sint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis/ sicut euidenter apparet ex demonstratis in 32 primi: necesse est ex hac communi scientia (quorũlibet æqualium decimas aut quotaslibet partes eiusdem denominationis: esse æquales) vt vnus horum decagonorum sit æquiangulus alij/ ideoq; similis ex diffinitione similium superficierum. Et quia si duæ figuræ similes duobus circulis inscribantur/ erit proportio duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum/ vt apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi: cum latera decagonorum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia/ sequitur vt diametri eorũ sint æquales/ ideoq; & semidiametri erunt æquales. Sunt autem semidiametri & latus hæxagoni: æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti: sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est: quod demonstrare voluimus. ¶Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri: quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describendum/ cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet/ ad tertium duplus existat. talis eni est vterq; triãgulorũ e d c & d c b. & simpliciter omnis: cuius duo latera sunt ęq̃lia maiori portioni alicuius lineę diuisæ secũdum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem/ vel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti/ basis vero est ęqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Quod est propositum.



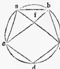
Zamb.10. Eucli ex Camp. Propositio.10.

Omne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est late 10
re hexagoni æquilateri: quantum potest latus decagoni æquilateri/si sint in eodem circulo ambo inscripti.



¶CAMP. ¶Sit circulus a b c: cuius centrũ d, & diameter a d c. inscribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus: qui sit a b e f g. & a cẽtro d protrahatur perpẽdicularis ad latus a b, quæ producatur vsq; quo obuiet circũferẽtiæ in pũcto h: sitq; d h. & protrahantur duæ chordæ a h & h b: quæ erunt æquales adinuicẽ ex secũda parte 3 tertij & 4 primi. ideoq; etiã duo arcus a h & h b: æquales adinuicẽ ex 27 tertij. Est igitur vtraq; duarũ chordarũ a h & h b: latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; q; quadratũ lineæ a b quæ est latus pẽtagoni: est æq̃le duobus quadratis duarũ linearũ b d & a h pariter acceptis. quarũ prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti: & secũda est latus decagoni. protrahatur enĩ a cẽtro d, ꝑpendicularis a lineã a h quę est latus decagoni: quæ producatur vsq; ad circũferentiã / sitq; d k q̃ secet lineã a b quæ est latus pentagoni in pũcto l, & protrahatur linea h l. Cõstat autẽ ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij: q; linea d k q̃ est perpẽdicularis ad chordã a h, simul diuidit ꝑ æqualia chordã & arcũ / ideoq; arcus a k est æqualis arcui k h. quare ex vltima sexti angulus a d l: est æqualis angulo l d h. ideoq; ex 4 primi basis a l: basi l h. igitur ex 5 primi angulus l a h: æqualis est angulo l h a. Cumq; etiam sit ex eadẽ angulus h a b ęqualis angulo h b a: sequitur vt angulus l h a sit æqualis angulo h b a. ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l: sunt æquianguli. est enĩ angulus b, maioris: æqualis angulo h, minoris. & angulus a: cõmunis est vtriq;. Itaq; per 4 sexti proportio b a ad a h: est sicut a h ad l a. quare ex prima parte 16 sexti quod prouenit ex b a in a l: est æquale quadrato lineæ a h quæ est latus decagoni. Cum sit autem semicirculus a e c ęqualis semicirculo a f c, & arcus a e arcui a f. erit arcus e c residuus æqualis arcui f c residuo. quare arcus e c: est medietas arcus e f. ideoq; æqualis arcui a h: & duplus ad arcum h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcum b h: erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h k. ideoq; ex vltima sexti angulus c d b: est duplus ad angulũ b d l. Cũq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi/ sunt enim duo latera d a & d b æqualia: erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l: ęquiangulus triangulo b a d. est enim angulus d, minoris: æqualis angulo a, maioris. & angulus b est cõmunis etriq;. ergo per 4 sexti proportio a b ad b d: est sicut b d ad l b. quare per primã partem 16 sexti quod prouenit ex a b in b l: est æquale quadrato d b. At vero probatũ est prius: q; illud quod prouenit ex a b in l a, est æquale quadrato a h. Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b: est æquale duobus quadratis duarũ linearum a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex a b in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b, est autem linea a b latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti / linea vero a h est latus decagoni æquilateri / & linea b d est ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum: inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Zamb.8. Eucli. ex Camp. Propositio 11.



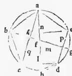
Si duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra 11
circulum descripti / a terminis suorum laterum duæ rectę lineæ subtendantur: vtraq; alteram secundum proportionem habentem medium duoq; extrema secabit / maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

¶CAMPANVS. ¶Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdem litteris signato: & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtendatur duæ rectæ lineæ a c & b e, secantes se inuicem in pũcto, f. Dico itaq; vtranq; harũ esse diuisam in pũcto f, secũdum proportionem habentem medi

dium duoq; extrema:& q maior portio vtriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex 27 tertij:q quinq; arcus circuli pentagonũ proposi-tum circũscribentis/quorum latera ipsius pentagoni sunt chordæ/sunt adinui cem æquales.ideoq; ex vltima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c,& b c a: sunt adinuicem æquales.nam arcus a b, a e,& b c: sunt adinuicem æquales. Cũq; sit arcus c d e duplus ad arcum b c: erit quoq; ex vltima sexti angulus c a e du plus ad angulum c a b. At vero ex 27 primi angulus a f e: duplus est ad angu-lum f a b. Igitur angulus a f e: est æqualis angulo f a e. quare per 6 primi linea a e: est ęqualis lineę f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, ęquianguli: per ea quæ dicta sunt & per 32 primi. est enim angulus e, maioris: ęqualis angulo a, minoris.& angulus b: cõmunis vtriq;. igitur per 4 sexti proportio e b ad b a: sicut b a ad f b. Cũq; sit e f æqualis a b, eo q ipsa (vt probatũ est) est æqua-lis a e: sequitur ex 7 quinti vt sit proportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b est diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema:& eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autẽ hoc est verum de linea e b: erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdem & diffini-tione/idem verum de linea a c. nam tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi:& portiones portionibus ex 6 primi & communi scientia. portiones enĩ a f & b f: sunt æquales ex 6 primi. ideoq; f e & f c residuæ: erunt adinuicem æquales ex cõceptione. Vel potes si libet & facilius/de linea a c demonstrare propositum: negociando circa ipsum/vt prius circa lineam e b.

Euch. ex Camp. Propositio 12.

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũscribentis/ dia-meter fuerit rationalis: eius latus pentagoni erit linea ir-rationalis/ea scilicet quæ dicitur minor. Zamb. 11.



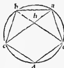
¶CAMPANVS. ¶Sit pẽtagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eis-dem literis ascripto: cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h. sitq; vtraq; ha-rum diametrorum linea rationalis in longitudine. Dico tunc q latus pẽtagoni inscripti/erit linea irrationalis: illa videlicet quæ dicitur minor. Protrahatur enĩ linea a c: quæ secet diametrũ b g in puncto k. eritq; ex vltima sexti & 4 primi linea a c: diuisa a diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k. quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, si-cut constat ex 27 tertij: erit arcus a g residuus/æqualis arcui c g residuo. ideo q ex vltima sexti angulus a b g: æqualis etiam angulo c b g. Cum itaq; duo latera a b & b k trianguli a b k sint æqualia duobus lateribus c b & b k trian-guli c b k,& angulus b vnius angulo b alterius: erit ex 4 primi basis a k ęqua lis basi k c.& omnes ãguli qui sunt ad k: sunt recti ex prima parte 3 tertij. Dia meter autem a h: secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuisa a diametro a h orthogonaliter: & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d h & a c h æquales/& arcus a c sit æqualis arcui a d: erunt duo residui semicirculorum qui sunt c h & d h, æquales. quibus si subtendantur duæ chor-dæ quæ sunt c h & d h: ipsæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d: erit ex vltima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l. ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l:& omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij. itaq; duo trianguli a c l & a f k sunt æquianguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris/ęqualis angulo k, minoris: eo q vterq; est rectus. & angulus a est communis vtriq;. quare ex 4 sexti proportio l c ad c a: est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quar tę parti semidiametri: eritq; per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quar-tam partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartam partem lineæ f a quæ est f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum) erit per 11 quinti d c ad c k: si cut k f ad f m.& cõiunctim lineę constãtis ex d c & c k, ad k c: sicut k m ad m f. & ideo per primã partem 21 sexti proportio quadrati lineæ compositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k: sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Constat autem ex premissa / q si linea a c diuidatur secundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema: maior portio eius erit æqualis lineę d c. igi

tur linea constans ex d c & c k: componitur ex maiori portione diuisæ secũdũ
proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema/ & ex medietate totius lineæ sic
diuisæ. est enim c k: medietas a c. Itaq; per primã istius 13 libri quadratũ lineæ
cõpositæ ex d c & c k: quintuplũ quoq; est ad quadratũ lineæ c k, ideoq; qua
dratũ lineę k n, quintuplũ quoq; est ad quadratũ lineæ m f: cum sit horũ qua
dratorũ & illorũ vna proportio. Est autem linea b m: quintupla ad lineam m
f. erat enĩ m f: quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratũ lineæ
k m ad quadratũ lineę m f: est sicut linea b m ad lineã m f. Et quia ex secunda
parte 18 sexti quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, est sicut lineæ k m
ad lineam m f duplicata: erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k
m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m: est medio loco proportionalis
inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio lo
co proportionalis inter eas: sumpta secundũ doctrinam 9 sexti. eritq; ex diffini
tione proportionis duplicatæ quæ posita est in principio quinti/ proportio b
m ad m f: sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p sicut n p ad m f: erit
etiã ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata. igitur ex pri
ma parte 9 quinti duæ lineæ k m & n p: sunt æquales. ideoq; ex prima parte
7 quinti & ex secunda parte eiusdem linea k m: est medio loco proportionalis
inter b m & m f. Quare ex correlario 5 sexti / proportio quadrati lineæ b m ad
quadratum lineæ m k: est sicut lineæ b m ad lineã m f. Et quia linea b m est
quintupla ad lineã m f: erit quadratũ lineę b m, quintuplũ ad quadratũ lineæ
m k. Linea aũt b m: est rationalis in lõgitudine. ergo per vltimã ptẽ 7 decimi
linea m k: est rationalis in potẽtia tantũ. Et quia linea b m est potẽtior linea m
k, in quadrato lineę sibi incõmẽsurabilis in lõgitudine vt in cõtinuo probabit:
erit linea b k residuũ quartũ ex diffinitione residui quarti. ¶ Quod autẽ probã
dũ assumpsimus: sic patet. Sit numerus r quĩtuplus ad numerũ s. sintq; t & s,
quãrũ r: ac si esset r quinq;/ s vnũ / t quatuor. & sit linea b m: potẽtior linea m
k, in quadrato lineę x. Cũ igitur sit quadratũ lineæ b m ad quadratũ lineæ m
k sicut numerus r ad numerum s: erit per euersam proportionalitatẽ quadra
dratum lineæ b m ad quadratũ lineæ x, sicut numerus r ad numerum t. quare
per vltimã partem 7 decimi/ lineas: est incõmensurabilis lineę b m in lõgitudi
ne. nõ est ergo dubiũ: quin b k sit residuũ quartũ. Manifestũ vero est ex 34 ter
tij: ꝙ illud quod fit ex b k in k g, est ęquale ei quod fit ex a k in k c. ideoq; etiã
ipsum idẽ est ęquale quadrato k c: eo ꝙ a k est ęqualis k c. ergo quadrato b k
addito vtriq;: erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale
quadrato b c. Et quia ex 1 secundi quod fit ex b k in se & in k g, est æquale ei
quod fit ex b k in g b: erit linea b c latus tetragonicũ superficiei cõtentę a dua
bus lineis g b & k b. Et quia linea g b est rationalis/ linea vero b k est residuum
quartũ/ & quia linea potens in superficiem linea rationali residuoq; quarto cõ
tentã est linea minor vt constat ex 89 decimi libri: necesse est lineã b c quæ est
latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti/ esse lineã minorẽ. quod
erat ex principio demonstrandũ. Hoc ergo modo sequitur: ꝙ latus pentagoni
æquilateri circulo inscripti sit linea minor: si diameter circuli cui inscribatur/
fuerit rationalis in longitudine. ¶ At vero si diameter circuli fuerit rationalis
in potentia tantum: adhuc necesse est vt latus pentagoni æquilateri sibi inscri
pti sit linea minor. Esto enim linea a, rationalis in potentia tantũ: supra quã
describatur circulus. eiq; descripto inscribatur pentagonus æquilaterus: cuius
vnũ latus sit b c. dicanturq; pẽtagonus & circulus: a. Dico ꝙ linea b c est linea
minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in longitudine: quæ sit d, & super
eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus: & sit vnũ latus
ipsius linea e f. dicãturq; pentagonus & circulus: d. Cõstat igitur ex hac 12: ꝙ
e f est linea minor/ cũ diameter d sit rationalis in lõgitudine. Quoniã vero pro
portio pentagoni a ad pẽtagonũ d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratũ li
neæ e f (vtraq; enĩ est ex secunda parte 18 sexti: sicut lineæ b c ad lineã e f du
plicata) pẽtagoni autẽ a ad pẽtagonum d est sicut quadrati diametri a ad qua
dratum diametri d ex prima 12: erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadra
tum lineę e f, sicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cũq; qua
drata duarum diametrorum a & d sint cõmunicantia/ quia ambo sunt ratio-

lia ex hypothesi: erunt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarũ linearũ b c & e f, cõmunicantia. ergo linea b c cõmunicat in potẽtia cũ linea e f. Et quia linea e f est minor: sequit̃ ex 100 decimi q̃ etiã b c sit linea minor. quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in lõgitudine siue in potentia tantũ: necesse est vt latus pẽtagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8.

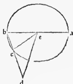
8 ¶Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ explicũt: extrema & media ratione sese inuicem dispescent: & maiora earum segmenta ipsius quinquáguli lateri sunt æqualia. Camp. 11.



¶THEON ex Zamberto. ¶Quinquãguli enim æquilateri & æquianguli a b c d e, binos ordinatim angulos qui ad a, b, rectæ lineæ a c, b e, explicent: sese inuicẽ in h signo dispecentes. Dico q̃ ipsarũ vtraq; extrema & media ratione secatur in h signo: & earũ maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquãguli lateri. Circũscribatur per 14. quarti ipsi quinquãgulo a b c d e: circulus a b c d e. Et quoniã binæ rectæ lineæ e a, a b, duabus a b, b c, sunt æquales, & angulos æquales cõpræhendunt: basis igitur b e per 4. primi basi a c est æqualis, & triangulũ a b e ipsi triangulo a b c est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur qui sub b a c: ei qui sub a b e est æqualis. Duplus igitur est qui sub a h e: eius qui sub b a h ãguli. extra enim est ipsum a b h triãgulũ. Est autẽ & qui sub e a c, eius qui sub b a c duplus: quoniam & circũferentia e d c, ipsius c b circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub h a e: ei qui sub a h e est æqualis. Quare & h e recta linea: ipsi e a, hoc est ipsi a b est æqualis. Et quoniã b a recta linea ipsi a e est æqualis: æqualis est & angulus qui sub a b e ei qui sub a e b Sed qui sub a b e: ei qui sub b a h patuit q̃ æqualis. qui igitur sub b e a: qui sub b a h est æqualis. Et ipsorum duorũ triangulorũ a b e, & a b h: cõmunis est angulus qui sub a b e. reliquus igitur qui sub b a e angulus: reliquo qui sub a h b est æqualis. Triangulũ igitur a b e: ipsi a h b triãgulo æquiangulum est. proportionale igitur est sicut e b ad b a: sic a b ad b h. Aequalis autẽ est b a: ipsi e h. maior autẽ est b e: ipsa b a. maior igitur est e h: ipsa h b. Ipsa igitur b e, extrema & media ratione in h secatur: & maius segmentũ h e æquum est ipsius quinquãguli lateri. Similiter iam ostendemus: q̃ a c extrema & media ratione in h secatur: & ipsius maius segmentum c h ipsius quinquanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Prositio. 9.

9 ¶Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum cõponantur: tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus. Camp. 9.



¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c. & in ipso circulo a b c, descriptarũ figurarum decagoni quidẽ latus esto b c, & sexanguli c d: & sint in rectas lineas. Dico q̃ tota b d, extrema & media ratione secatur in c: & maius ipsius segmẽtum est c d. Assumatur enĩ per 1 tertij centrũ circuli: signũ e. & cõnectantur e b, e c, e d. & extendatur b e in a. Et quoniã decagoni æquilateri latus est b c: quincupla igitur est a c b circũferentia ipsius c b circũferentiæ Quadrupla igitur est a c circũferentia: ipsius b c. Sicut autẽ a c circunferẽtia ad c b: sic angulus qui sub a e c ad angulũ qui sub c e b. quadruplus igitur est qui sub a e c: eius qui sub c e b. Et quoniã qui sub c b e angulus ei qui sub e c b angulo est æqualis: qui igitur sub a b c angulus, duplus est eius qui sub e c b. Et quoniã e c recta linea æqualis est ipsi c d, vtraq; enĩ ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in a b c circulo descripti & angulus qui sub c d e est æqualis: igitur angulus qui sub e c b, duplus est eius qui sub e d c. Sed eius qui sub e c b: duplum esse demõstratum est eum qui sub a e c. Igitur qui sub a e c: quadruplus est eius qui sub e d c. Ostensum est autem: q̃ & eius qui sub b e c, quadruplus est qui sub a e c. æqualis igitur est qui sub e d c: ei qui sub b e c. Cõmunis autem ipsorum binorum triangulorũ hoc est b e c & b e d: est angulus qui sub e b d. & reliquus igitur qui sub b e d ei qui sub e c b est æqualis. Aequi

angulum igitur est triangulum e b d: ipsi e b c triangulo. proportionale igitur est sicut b d ad b e: sic e b ad b c. Aequalis autē est e b: ipsi c d. Est igitur sicut b d ad d c: sic d c ad c b. Maior autē est b d: ipsa c d, maior igitur est & d c: ipsa c b. Igitur ipsa b d, recta linea extrema & media ratione secatur in c signo: & maius segmentum est d c. Quod ostēdere oportuit.

Euclı. ex Zamb. Theorema.10 Propositio 10.

Camp.10. ¶Si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. 10

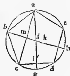
¶THEON ex Zamb. ¶Sit circulus a b c d e: & in ipso a b c d e per 11 quarti quinquāgulū describatur a b c d e. Dico ꝙ ipsius a b c d e quinquāguli latus: potest & sexāguli & decagoni latus in ipso a b c d e circulo descriptorū. Assumatur per 1 tertij/cētrum circuli: & sit f. & cōnexa a f, extendatur in g signū: & cōnectatur f b. & ab ipso f in a b perpēdicularis excitetur per 12 primi f h: & extendatur in k, & cōnectantur a k, k b. & rursus ab ipso f, in a k excitetur per 12 primi perpendicularis f l: & extendatur in m, & cōnectatur k n. Et quoniā circūferentia a b c g ipsi a e d g circunferentiæ est æqualis/quarū a b c ipsi a e d est æqualis: reliqua igitur c g circūferentia reliquæ g d circūferētię est ęqualis. Quinquāguli autem/c d: & decagoni/c g. Et quoniā f a ipsi f b per 15 diffinitionē primi est ęqualis/& perpēdicularis est f h: igitur angulus qui sub a f k, ei qui sub k f b est æqualis. quare & circūferentia a k: ipsi k b est æqualis. Dupla igitur est a b circūferentia: ipsius b k circunferentiæ. decagoni latus igitur: est recta linea a k. & id propterea & a k: ipsius k m est dupla. Et quoniā dupla est circūferentia a b ipsius circunferentiæ k b, æqualis autem est c d circūferentia ipsi a b circūferentiæ: dupla igitur est c d circūferentia ipsius b k circūferentiæ. Est autem c d circūferentia ipsius c g dupla. igitur circūferentia c g: ipsi b k circunferentiæ est æqualis. Sed b k ipsius k m dupla est: quoniā & k a. & c g igitur: ipsius k m est dupla. Sed & c b circūferentia: ipsius b k circunferentiæ dupla est. æqualis enim est c b circūferentia: ipsi b a. et tota igitur g b circūferentia: totius b m est dupla. Quare & angulus qui sub g f b: anguli qui sub b f m duplus est. Est autem qui sub g f b: eius qui sub f a b duplus. Aequalis enī est qui sub f a b: ei qui sub a b f. Qui sub b f n igitur: ei est æquus qui sub f a b. Binorū autem triangulorum a b f & b f n: cōmunis angulus est qui sub a b f. Reliquus igitur qui sub a f b: reliquo qui sub b n f est æqualis. Triangulū igitur a b f: ipsi b f n triāgulo æquiāgulum est. propotionale igitur est sicut a b recta linea ad b f: sic f b ad b n. quod igitur sub a b, b n: ei quod ex b f est æquale. Rursus quoniam æqualis est a l ipsi l k, cōmunis autem & ad angulos rectos l n: basis igitur k n per 4 primi basi a n est æqualis. & angulus igitur qui sub l k n: ei qui sub l a n est æqualis. Sed qui sub l a n: ei qui sub k b n est æqualis. & qui sub l k n igitur: ei qui sub k b n est æqualis. & ipsorum triangulorum binorum a k b & a k n: commune est quod sub n a k. Reliquū igitur quod sub a k b: reliquo quod sub k n a est æquale. Aequiangulū igitur est triangulum k b a: ipsi k n a triangulo. proportionale igitur est sicut b a recta linea ad a k: sic k a ad a n. Quod igitur sub b a, a n: æquū est ei quod ex a k. Ostensum est autem: ꝙ quod sub a b, b n, æquum est ei quod ex b f. Quod igitur sub a b, b n, vna cū eo quod sub b a, a n, quod est id quod ex b a: ei est ęquū quod ex b f vna cū eo quod ex a k, & b a quidem est latus ipsius quinquāguli: & b f sexanguli/& a k decagoni. Quinquāguli ergo latus: potest & sexanguli et decagoni latus in eodē circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

Euclı ex Zamb. Theorema.11 Propositio.11.

Camp.12. ¶Si in circulo rationalem habēte diametrum/ quinquāgulū ęquilaterum inscribatur: quinquanguli latus irrationale est/ appellaturque minor. 11

THEON ex Zamb. ¶In circulo enim a b c d e, rationalem habente diametrum: quinquangulū inscribatur a b c d e. Dico ꝙ ipsius a b c d e quinquāguli latus irrationale est: appellaturq; minor. Assumatur inq̄ & 1 tertij circuli cētrū: f signum. & connectantur a f, f b. & extendantur in g, h signa: & cōnectatur a c. ponaturq; ipsius a f: quarta pars f k. Rationalis autē a f. rationalis igitur & f k. Est autē & b f

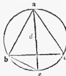
rationalis. Tota igitur b k: rationalis est. Et quoniam circũferentia a c g ipsi a d g circunferentiæ est æqualis/ quarum a b c equalis est ipsi a e d: reliqua igitur c g reliquæ g d est æqualis. Et si cõnectamus a d: ducuntur recti qui ad l anguli, & dupla est c d ipsius c l. & id propterea & qui ad m, recti sunt: & dupla est a c ipsius c m. Quoniã igitur angulus qui sub a l c ei est æquus qui sub a m f, cõmunis autem ipsorũ triangulorũ binorũ a l c, a m f, est qui sub l a c: reliquus igitur qui sub a c l ei est æqualis qui sub m f a. æquiangulum igitur est triãgulum a c l: ipsi a m f triãgulo. propornonale igitur est sicut l c ad c a: sic m f ad f a. & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipsius l c ad c a: sic ipsius m f dupla ad f a. Sed sicut ipsius m f dupla ad f a: sic m f ad ipsius f a dimidiam. & sequẽtiũ dimidia. Sicut igitur ipsius l c dupla ad ipsius c a dimidiam: sic m f ad quartam partem ipsius f a. & ipsius l c, dupla est d c: ipsius vero c a, dimidia est c m. ipsius autem f a: quarta pars est f k. Est igitur sicut d c ad c m: sic m f ad f k. Componendo per 18 quinti & sicut vtraq; d c m, ad c m: sic m k ad f k. & sicut igitur per 11 quinti quod ex vtraq; ipsarum d c m, ad id quod ex c m: sic quod ex m k ad id quod ex k f. Et quoniam per 8 decimitertij ea quæ sub duobus lateribus pentagoni subtensa vt a c, extrema & media ratione secta, maius segmentũ est æquale ipsius pentagoni lateri hoc est ipsi d c, maior autem sectio totius admitẽs dimidiũ quincuplũ potest eo quod ex totius dimidia per 1 decimitertij/ & totius a c dimidia est c m: quod igitur ex d c m tanq̃ ex vna/ quincuplũ est eius quod ex c m. Sicut autem quod ex d c m sic vna/ ad id quod ex c m: sic ostẽsum est esse id quod ex m k ad id quod ex k f. quincuplum igitur est quod ex m k: eius quod ex k f, rationale autẽ quod ex k f. rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex m k. Rationalis igitur est m k. rationem enim habet quam numerus ad numerũ quod ex m k: ad id quod ex k f. Et quoniam quadrupla est b f ipsius f k: quincupla igitur est b k ipsius k f. Vigintiquincuplex igitur est quod ex b k: eius quod ex k f. Quincuplum autem id quod ex m k: eius quod ex k f. quincuplum igitur est quod ex b k: eius quod ex k m. Quod igitur ex b k: ad id quod ex m k rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est per 9 decimi b k: ipsi k m in longitudine. & ipsarum vtraq; rationalis est. Ipsę igitur b k, k m: rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Si autẽ a rationali rationalis auferatur potentia tantũ cõmẽsurabilis subsistẽs toti: reliqua irrationalis est/ vocatur autẽ apotome per 63 decimi. igitur m b: apotome est. Congruẽs autẽ ei: est m k. Dico q; & quarta. Quo enim maius est id quod ex b k eo quod ex k m: ei æquũ esto quod ex n. Igitur ipsa b k: ipsa k m maius potest ipso n. Et quoniã per 16 decimi cõmensurabilis est k f ipsi f b, & componendo per 18 quinti commensurabilis est k b ipsi b f, sed b f ipsi b h longitudine est cõmensurabilis: & b k igitur ipsi b h commensurabilis est. Et quoniam quod ex b k eius quod k m quincuplũ est: quod igitur ex b k, ad id quod ex k m rationem habet quam quinq; ad vnum. Conuertẽdo igitur per correlarium 18 quinti quod ex b k ad id quod ex n: rationem habet quã quinq; ad quatuor, non quã quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est b k: ipsi n. Igitur b k: ipsa k m maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili. & tota b k: ipsi b h rationali expositæ commensurabilis est. Quod autem sub rationali & apotomæ quarta comprehensum rectangulũ: irrationale est/ & ipsum potẽs irrationalis est/ minorq; appellatur per 94 decimi. Potest autem quod sub h b, b m, ipsa a b: quoniam propter connexionem ipsius a h, triangulum a b h æquiangulum fit ipsi a b m. Et quoniam est sicut b h ad b a sic est a b ad b m: ipsa igitur a b quinquanguli latus/ irrationalis est minor appellata. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

12 ¶ Si in circulo triangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli.

C ¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: & in eo triangulum æquilaterum
ã describatur a b c. Dico q; ipsius a b c triãguli latus potentia triplum est eius quæ
ex centro ipsius circuli a b c. Assumatur inq̃ per 1 tertij: centrũ ipsius circuli/ d. &
p connexa a d extendatur in e: & cõnectatur b e. Et quoniam triangulum a b c equi
s. laterum est: igitur b e c circũferentia tertia pars est ipsius circuli a b c circũferen-



tiæ. igitur b e circũferentia: sexea pars est circũferentię ipsius circuli. hexagona igitur est ipsa b e recta linea. equalis igitur est ei qui ex cẽtro: hoc est ipsi d e. Et quoniam a e ipsius d e dupla est: quadruplum est quod ex a e eius quod ex e d, hoc est eius quod ex b e. Aequũ autem est id quod ex a e: eis quæ ex a b, b e. quæ igitur ex a b, b e: quadrupla sunt eius quæ ex b e. Manifestum igitur ꝙ quod ex a b: triplum est eius quod ex b e. Aequalis autem est b e: ipsi d e, quod ex a b igitur: triplum est eius quod ex d e. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

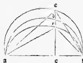
PYramidem quatuor basium triangularium & ęquilaterarũ ab assignata sphęra circũscriptibilẽ: fabricare. Huius ergo sphæræ diametros: ad latus ipsius pyramidis sesquialterã proportionem potentialiter habere probatur. 13

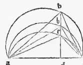
¶CAMP. ¶Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ / quæ diuidatur in puncto c: ita ꝙ a c sit dupla ad b c. & lineetur super eam semicirculus a d b. & producatur linea c d orthogonaliter super lineam a b: & producantur lineę b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrum e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d: cui ex 2 quarti libri inscribatur triangulus ęquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahantur a centro / lineæ e f, e g, e h. deinde super centrum e, erigatur (secundum ꝙ docet 12 vndecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpẽdicularis ad superficiem circuli f g h: & demittantur a puncto k hypothenusæ k f, k g, k h, eritq; cõpleta pyramis quatuor basium triangularium & æquilaterarum: quã dico esse ab assignata sphæra circũscriptibilem. & dico quadratũ diametri propositæ sphæræ: sesquialterum esse ad quadratum lateris fabricatæ pyramidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti: ꝙ linea c d est medio loco proportionalis inter a c & c b. quare ex correlario 16 eiusdem / quadratũ lineæ a c ad quadratum lineę c d: est sicut linea a c ad c b. ergo coniunctim quadratum a c & quadratum c d, ad quadratum c d: sicut linea a b ad b c. ideoq; ex penultima primi quadratũ a d ad quadratum d c: sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam: erit quoq; quadratũ a d triplũ ad quadratũ d c. Est autẽ ex 8 huius / quadratũ f g: triplum ad quadratum e f. quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f: erit ex cõmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem / linea e k continet cum singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos / quarum quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus: erit per 4 primi vnaquęq; trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifestũ est igitur: fabricatam pyramidem esse quatuor basium triangularium æquilaterarũ. ¶Ipsam autẽ esse circũscriptibilem ab assignata sphæra: sic habeto. Lineæ e k intelligatur adijci secundum rectitudinem linea e l ęqualis lineæ c b: vt tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphęræ. Hanc autem lineam inq̃ e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularem quoq; ad ipsius superficiem ex parte inferiori: sicut est e k ex parte superiori. eritq; vnaquæq; triũ linearum e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l: quẽadmodum est d c inter a c & c b. nam hæ sunt æquales illis: vnaquæq; suæ relatiuæ. Si igitur super lineã l k describatur semicirculus / circũducaturq; quousq; ad locum vnde moueri cœperat redeat: erit ex diffinitione sphærarum æqualium / sphæra descripta motu huius semicirculi / æqualis sphæræ assignatæ. sunt enim sphæræ æquales / quarum sunt æquales diametri: quẽadmodũ de circulis in principio tertij dictũ est. Hunc vero semicirculum necesse est transire per tria puncta f, g, h: quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico ꝙ semicirculus hic quoniam super lineam k l fuerit descriptus / si circũducatur quousq; ad locum redeat vnde moueri cœperat: continget circulum f g h super omnia pũcta circũferẽtiæ ipsius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit quæ inter partes eius cui superstat vel circũstat medio loco proportionalis po

natur/fueritq; super eam lineam cui perpendicularis superstat/semicirculus descriptus: circunferentia ipsius per extremitatem lineæ medio loco proportionalis positæ perpēdiculariter necessario transibit. Cum igitur cunctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportionales inter partes ipsius quæ sunt k e & e l: sequitur vt semicirculus descriptus super k l, si circūducatur transeat per omnia puncta circunferētiæ f g h, & per omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; a diffinitione eius quod est figuram inscribi figuræ/ pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quam semicirculus per lineam k l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra descripta/est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionem æqualium sphærarum: sequitur ex communi scientia vt hæc pyramis fabricata/sit ab assignata sphæra circūscriptibilis. Quod est propositum.

¶ CORRELARIVM autem patet sic. ¶ Cum enim a b sit tripla ad b c: per euersā proportionalitatē erit a b sesquialtera ad a c. ideoq; ex secūda pte correlarij 8 sexti & correlario 17 eiusdē: quadratū lineæ a b erit etiā sesquialterū ad quadratum lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis/ at vero a b est diameter sphæræ: cōstat verum esse quod per correlariū dicitur.

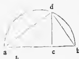
¶ Ne autem quicq̄ de vetusta veritate proposita hæsitare contingat: eam volumus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur super lineam a b, linea c d perpendicularis: quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b, quæ sint a c & c b, ita q; sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineā a b: describatur semicirculus a e b. Dico q; huius semicirculi circūferentia trāsibit per punctum d: qui est extremitas perpendicularis. Sin autem: aut secabit lineam c d, aut supertransibit eam totam ipsam transiens & includens & non contingens. Secet ergo primo eā in pūcto e: & ducantur lineæ e b & e a. eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b: rectus. itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e: sicut c e ad c b. at vero ex secūda parte 8 quinti proportio a c ad c e, est maior q̄ a c ad c d: eo q; c e est minor q̄ c d. Cum igitur sit c e ad c b sicut a c ad c e, & c d ad c b sicut a c ad c d: erit per duodecimam quinti e c ad c b maior q̄ c d ad c b. ideoq; per primā partem 10 quinti e c est maior q̄ d c: pars videlicet q̄ suum totum. quod est impossibile. Non ergo secabit circunferentia semicirculi: lineam c d. Supertranseat igitur. & producatur c d vsq; ad circunferentiam: sitq; tota c e. & ꝓtrahantur lineæ e b & e a. sequeturq; vt prius/lineam c d esse maiorem q̄ sit linea c e. quod est etiam impossibile. Cōstat ergo propositū. ¶ Similiter autem dicim9/ q; si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendatur super quam semicirculus lineætur: ipsius circunferentiam per angulum rectum transire necesse est. Conuersam hui9 proponit prima pars 30 tertij. Quod autem dicimus: sic constat. Sit enim angulus a b c, rectus: cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus. dico q; ipsius circunferentia transibit per punctum b: in quo coeunt lineæ continētes angulum rectum. Cuius demonstratio est: q; neq; transibit supra neq; infra. Sin autē: trāseat primo infra/sitq; a e c. & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad basin a c, quæ secet circunferentiam semicirculi in pūcto e: & protrahantur lineæ e a & e c, eritq; angulus a e c: rectus ex prima parte 30 tertij. at ipse est maior angulo a b c per 21 primi. hoc autem est impossibile ex tertia petitione: cum vterq; sit rectus/hic quidē ex hypothesi/ ille vero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circunferentia semicirculi: infra angulum b. Transeat itaq; supra: & sit a f c. producatur autem perpendicularis d b: quousq; obuiet circunferentiæ semicirculi a f c in puncto f. & producātur lineæ f a, f c. eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c: rectus. Cūq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus: sequitur impossibile per 21 primi sicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem necessarium est ad cognitionem eorum quæ sequuntur.

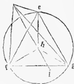




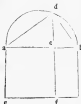
Eucli ex Zamb. Problema 1 Propositio 13.

13 ¶ Pyramidem constituere/& data sphæra comprehendere: & demonstrare q; ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.





¶THEON. ex Zamb. ¶Exponatur datæ sphæræ dimetiens a b: seceturq; in c signo/ vt a c ipsius c b dupla sit. Describaturq; super a b: semicirculus a d b. exciteturq; pe 11 primi ab ipso c signo ad angulos rectos/ c d: & cõnectatur d a. exponaturq; circulus e f g, æquam habens eam quæ ex centro ipsi d c: describaturq; in ipso e f g circulo triãgulum æquilaterum e f g. & accipiatur per primã tertij centrum circuli/ sitq; h signum: & connectatur e h, h f, & h g. Et cõstituatur per 11 vndecimi ab ipso h signo ipsius e f g circuli plano ad angulos rectos recta h k: & ponatur ipsa h k ipsi a c rectæ lineç æqualis. & connectantur k e, k f, k g. Et quoniam k h recta est ad ipsius e f g circuli planum: & ad omẽs igitur ipsam tangentes rectas lineas/ & in eodem ipsius e f g circuli plano rectos efficit angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Tangit autem ipsam: vnaqueq; ipsarum h e, h f, h g. Igitur h k: ad vnãquãq; ipsarum h e, h f, h g, recta est. Et quoniam æqualis est a c ipsi h k, & c d ipsi h e, & rectos cõpræhendunt angulo: basis igitur d a per 4 primi basi k e est æqualis. & id ꝓpterea & vtraq; ipsarum k f, k g: ipsi d a est æqualis. Tres igitur k e, k f, k g: inuicẽ sunt æquales. Et quoniam dupla est a c ipsi9 c b: tripla igitur est a b ipsius b c. Sicut autẽ a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c. sicut ostendetur. Qñ enim est sicut b a ad a c, sic quod ex d a ad id quod ex a c: conuertendo per correlarium 19 quinti sicut a b ad b c, sic quod ex a d ad id quod ex a c. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est ꝙ ex a d: eius quod ex d c. Est autem & quod ex f e: eius quod ex e h triplũ. & æqualis est d c: ipsi e h. æqualis igitur est d a: ipsi e f. Sed d a: vnicuiq; ipsarũ k e, k f, k g, ostensa est æqualis. æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula: hoc est e f g, k e f, k f g, k g h. Pyramis igitur cõstruitur ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris: cuius basis est e f g triangulum/ fastigium vero est signũ k. ¶Oportet iam ipsam data sphæra compræhendere: ostendereq; ꝙ ipsius sphæræ diameter potẽtia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extendatur enim i rectas lineas ipsius k h, recta linea k l: & ipsi c b æqualis ponatur h l. Et quoniam est sicut a c ad c d sic c d ad c b, æqualis autem est ipsa quidẽ a c ipsi k h, & c d ipsi h e, & c b ipsi h l: est igitur sicut k h ad h e, sic e h ad h l. quod igitur sub ipsis k h, h l: æquũ est ei quod ex e h. Et rectus est vterq; ipsorũ k h e, e h l, angulorum. Igitur semicirculus descript9 super k l: veniet & per e. quoniam si connectamus e l, rectus fit qui sub l e k ãgulus: eo quia triangulum e l k vtriq; ipsorum e l h, e h k, triangulorum æquiangulum fit. Si iam manẽte l k circunducatur semicirculus/ & in idem vnde duci icœpit rursus steterit: veniet & per signa f, g, cõnexis ipsis f l, l g. & rectis similiter factis iis q ad f, g, angulis: pyramis data sphæra cõpræhensa erit. Igitur k l ipsius sphæræ dimetiens/ æqualis est datæ sphæræ diametro: qñ ipsi quidem a c æqualis ponitur k h, ipsi autẽ c b ipsa h l. ¶Dico iam ꝙ ipsius sphæræ dimetiẽs: lateris ipsius pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã eteni dupla est a c ipsius c b: tripla igitur est a b ipsius b c. Conuertendo igitur per correlarium 18 quinti sesqualter est a b: ipsius a c. Sicut autẽ b a ad a c, sic quod ex b a ad id quod ex a d: qñ cõnexa ipsa b d, est sicut b d ad a d sic d a ad a c, ꝓpter ipsorum d a b, d a c, triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiam sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex b a: eius quod ex a d. Et b a quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter: & a d æqualis est lateri ipsius pyramidis. ipsius igit̃ sphæræ diameter: ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostendendum. ¶Ostendendum iam: ꝙ est sicut a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c. Exponatur ipsius semicirculi descriptio. & ab ipsa a c describatur per 46 primi quadratum: & compleatur f b parallelogrãmum. Quoniã igitur triangulum d a b ipsi d a c triangulo æquiangulũ est: est sicut b a ad a d, sic est d a ad a c. Igitur quod sub b a, a c: æquũ est ei quod ex a d. Et qñ est sicut a b ad b c sic est e b ad b f, & est quidem ipsum e b id quod sub b a, a c, (æqualis enim est e a ipsi a c: & b f ei quod sub a c, c b) sicut igitur a b ad b c, sic quod sub ipsis b a, a c, ad id quod sub ipsis a c, c b. Et quod sub b a, a c: æquum est ei quod ex a d. quod autem sub a c, c b: æquũ est ei quod ex d c. ipsa enim d c perpendicularis/ basis segmentorum a c, c b, media est proportionalis: qñ qui sub a d b rect9 est. Sicut igitur a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

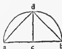
14 Z ā b . 15 AB assignata sphæra circunscriptibilem cubum constituere. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse: manifestũ erit.

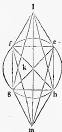
CAMPANVS. Assignatæ sphęrę diameter sit a b: super quam lineam semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in puncto c, prorsus secundum conditionem præmissæ: videlicet vt linea a c sit dupla ad lineam c b. & producatur c d perpendicularis ad a b: & protrahantur d b & d a. Postea fiat vnũ quadratum cuius omnia latera sint ęqualia lineæ b d: sitq; e f g h. super cuius quatuor angulos erigantur vt docet 12 vndecimi/ quatuor lineæ perpẽdiculares ad superficiẽ ipsius quadrati: quarum quęlibet ponatur etiam æqualis lineæ b d, sintq; e k, f l, g m, h n. eruntq; hæ quatuor perpendiculares/ singulæ singulis æquidistantes ex 6 vndecimi: & anguli quos continent cum lateribus quadrati/ recti ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad superficiem. Deinde coniungantur extremitates istarum perpendicularium protractis lineis k l, l m, m n, n k: eritq; completus cubus/ sex superficiebus quadratis contentus. constat enim ex 34 primi: quatuor superficies ipsum ambientes (& ipsæ sunt quarũ opposita latera sunt quatuor perpendiculares) sunt omnes quadratæ de basi autem: hoc positum est. at vero de suprema eius superficie quæ est k l m n, ipsa quoq; sit quadrata: cõstat ex 34 primi & 10 vndecimi. ideoq; ex quarta vndecimi manifestum est singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt autem cubũ hunc ab assignata sphæra circunscriptibilẽ esse demonstremus: in vna suarum superficierum protrahatur diagonalis/ verbigratia in basi eius/ sitq; e g. & ab huius diagonalis altera extremitate: protrahatur diameter cubi e m. eritq; ex penultima primi quadratũ e g duplum ad quadratum f g. ideoq; & ad quadratum g m: eo q g m est æqualis f g. sunt enim omnia latera cubi: adinuicẽ æqualia. Et quia rursus ex penultima primi/ quadratum e m est æquale quadratis duarum linearũ e g & g m, propter hoc q angulus e g m est rectus ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem: erit quadratum e m triplum ad quadratum m g. constat enĩ ex duplo & simplo. Cumq; ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem quadratũ quoq; a b sit triplum ad quadratum b d, eo q linea a b tripla est ad lineam b c, sit autẽ b d æqualis f g: sequitur ex cõmuni scientia vt e m quæ est diameter cubi sit æqualis a b quæ est diameter sphæræ. Itaq; si super e m lineã semicirculus circunducatur q; quousq; ad locum vnde fuit initium motus/ redeat: sphæra descripta/ erit ex diffinitione sphærarũ æqualiũ æqualis sphæræ assignatæ. At vero quia hic semicirculus transitum faciet per pũctum g eo q angulus e g m est rectus/ eadẽq; ratione per cęteros singulos rectos angulos cubi/ quod ex antecedente ante hanc 14 imediate præmisso manifestum est: constat constitutũ cubum ab assignata sphæra (eo q a sua æquali) circũscriptibilẽ esse. Quod demõstrare oportebat. Correlarij vero demõstratio: in istius demõstrationis pcessu ppatuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

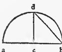
15 Z ā b . 14 COrpus octo basium triangularium & æquilaterarum a sphera proposita circũscriptibile: componere. Eritq; palã eiusdẽ sphæræ diametrum lateri ipsius corporis duplicẽ esse potentialiter.

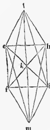
CAMPANVS. Diameter sphæræ ppositę sit a b: q diuidatur per æqualia in pũcto c. & sup eã lineã semicircul9 a d b: & pducat c d ppẽdicularis ad a b, & iũgatur pũct9 d cũ a & cũ b. describaturq; vnũ quadratũ cui9 singula latera sint ęqualia lineę b d. sitq; quadratũ hoc e f g h: in quo ptrahatur diametri duę e g & f h, se cãtes seinuicẽ in pũcto k. Cõstat igitur ex 4 primi/ q vtraq; istarũ diametrorũ sit ęqualis lineę a b q est diameter sphęrę: cũ ãgulus d sit rect9 ex prima pte 30 tertij & singuli quoq; ãguli e, f, g, h, recti ex diffinitiõe q̃drati. Cõstat rursus: q eędem diametri e g & f h diuidũt seinuicẽ per æqualia in pũcto k. Hoc aũt ex 5 primi & 32 & 6 eiusdẽ facile ẽ elicere. Erigatur itaq; sup pũctũ k, linea k l ppẽdicularis ad supficiẽ q̃drati: q ponat ę q̃lis medietati diametri e g vel f h. & demittãt hypothenusę l e, l f, l g, l h. eruntq; ex his q̃ posita sunt/ & penul. primi quotiẽs oportuerit re





petita)singulę harũ hypothenusarũ ęquales sibi inuicē & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidē quatuor æquilaterarũ triãgularũq; basiũ: super quadratũ cõstitutã. Huic itaq; sub ipso quadrato similē pyramidē: hoc modo appone. Lineã l k producas/ perforãdo quadratũ/ vsq; ad m: ita ꝙ k m existēs sub quadrato sit æqualis l k existēti supra. & ã ge pũctũ m cũ singulis ãgulis quadrati: producendo 4. alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h. de quibus quoq; manifestũ est ex penultima primi/ quēadmodũ de alijs quę sunt in superiori parte: ꝙ ipsæ sint æquales adinuicē & lateribus quadrati. Cõpleuimus igitur corpus 8 basium triangularũ & æquilaterarũ. ¶ Hoc autē ab assignata sphæra circũscriptibile esse: sic habeto. Constat enim: ꝙ linea l m est ęqualis diametro assignatę sphæræ. nã vtraq; earũ est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineã semicirculus q circũuoluatur quousq; ad locũ suũ redeat: sphæra quã motu suo describet/ erit ęq̃lis assignatæ sphæræ/ vt ex diffinitione ęqualiũ sphærarũ colligit̃. Hic vero semicircul⁹ trãsibit per quatuor ãgulos q̃drati/ & simpliciter ꝑ oĩa pũcta circũferētię circuli circũscribētis quadratũ: eo ꝙ semidiameter quadrati vt linea t k, & portiões lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicem æquales. quare ex diffinitione eius quod est figuram vnã alij figuræ inscribi: fabricatum corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaq; & sphæræ assignatæ ex cõceptiõe: cũ ipsæ sint adinuicē æquales ex diffinitione. Correlariũ vero manifeste constat. sunt enim duæ lineæ d b & d a: æquales ex 4 primi. ideoq; quadratũ lineæ a b: duplum est ad quadratum lineæ b d ex penultima primi. latus aũt fabricati corporis: est æquale lineę b d. Verum est ergo correlarium.





Eucli ex Zamb. Problema 2 Propositio 14.

¶ Octahedrum construere/ & data sphęra comprehēdere ea qua pyramidem: ostendereq; ꝙ ipsius sphęrę dimetiens potentia lateris ipsius octahedri duplus est. 14

¶ THEON. ex Zamb. ¶ Exponat̃ datæ sphæræ diameter a b, seceturq; ꝑ 10 primi diuidue i c, & describatur sup a b semicirculus a d b. Exciteturq; per 10 primi ab ipso c ipsi a b ad rectos angulos c d: & connectatur d b. Exponaturq; quadratũ e f g h, æquum habens vnumquodq; latus ipsi b d: & connectantur f h, e g. Exciteturq; per 12. vndecimi ab ipso k signo ad ipsius e f g h quadrati planum ad angulos rectos recta linea k l: & extendatur in alteram partem per l m, vt sit k m. auferaturq; ab vtraq; ipsarum k l, k m, vni ipsarum k e, k f, k g, k h, æqualis vtraq; ipsarum k l, k m: & connectantur l e, l f, l g, l h, m e, m f, m g, m h. Et quoniam k e ipsi k h est æqualis/ & angulus qui sub e k h rectus est; igitur quod ex h e duplum est eius quod ex e k. Rursus quoniam l k ipsi k e est æqualis/ & angulus qui sub l k e rectus est: quod igitur ex e l, duplum est eius quod ex e k. Ostensum autē est ꝙ & quod ex h e, duplum est eius quod ex e k. Igitur quod ex l e: ei quod ex e h est æquale. Ipsa igitur l e: ipsi e h est æqualis. Idq; propterea iam & l h: ipsi h e est æqualis. Triangulum igitur l e h: ęquilaterum est. Similiter iam demõstrabimus ꝙ vnumquodq; reliquorum triãgulorum quorum bases quidem sunt ipsa e f g h quadrati latera/ fastigia vero l, m, signa: æquilaterum est. Octahedrum igitur constitutum est: sub octo triangulis æqualia habentibus latera compræhensum.

¶ Oportet iam & illud sphæra data compræhendere: ostendereq; ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniã enim ipsæ tres l k, k m, k e, inuicē sunt æquales: super l m igitur descriptus semicirculus veniet & per e. & id propterea si manente l m, circunducatur semicirculus / & in idem vnde circunduci cœpit steterit: veniet & per f, g, h, signa / & octahedrum sphæra erit compræhensum. ¶ Dico ꝙ & data. Quoniam nãq; æqualis est l k ipsi k m, communis autem k e, & angulos rectos compræhēdunt: basis igitur l e per 4. primi basi e m est æqualis. Et quoniam angulus qui sub l e m rectus est/ in semicirculo enim: quod igitur ex l m, duplum est eius quod ex l e. Rursus quoniam ac ipsi c b est equalis: dupla est a b ipsius b c. Sicut autem a b ad b c: sic quod ex a b ad id quod ex b d. Duplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b d. Ostensum est autem/ ꝙ & quod ex l m duplum est eius quod ex l e: & quod ex b d, ei est ęquũ quod ex l e. æqualis enim ponitur e h: ipsi d b. Quod igitur ex a b: ei quod ex l m est æquale. ipsa igitur e b: ipsi l m est æqualis. estq; a b: datæ sphæræ dimetiens.

ipsa igitur l m: æqualis est datæ sphæræ diametro. Cōpræhenditur igitur octahedrum data sphæra: & simul ostensum est ꝙ ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 15.

15 ¶ Cubum construere & data sphæra compræhendere vel ea qua prius: ostendereq; ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponatur datę sphæræ diameter a b. seceturq; in c: vt a c dupla sit ipsius c b. Describatq; super a b, semicirculus a d b: & ab ipso c ipsi a b per 11 primi ad angulos rectos excitetur c d, & connectatur d b. Exponaturq; quadratū e f g h, ęquum habens latus ipsi d b: & ab ipsis e, f, g, h, ipsius e f g h quadrati signis ad planū ad āgulos rectos excitentur per 12 vndecimi e k, f l, g m, h n. & auferat ab vtraq; ipsarum e k, f l, g m, h n, vni ipsarū e f, f g, g h, h e, æqualis vnaq̄q; ipsarū e k, f l, g m, h n: cōnectāturq; ipsę k l, l m, m n, n k. cubus igitur f n: cōstructus est sub sex quadratis æqualibus cōpręhēsus. ¶ Oportet iā sphæra data cōpræhendere: & ostendere ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplex est ipsius cubi lateris. Connectātur enī ipsæ k g, e g. Et quoniā angulus qui sub k e g rectus est / eo quia k e recta est ad planū e g videlicet & ad rectam lineā e g: igitur super k g descriptus semicirculus veniet & per e signū. Rursus quoniam g f recta est ad vtranq; ipsarum f l, f e: & ad f k igitur planum recta est ipsa g f. Quare & si connectamus ipsam f k: ipsa g f recta erit ad ipsam f k. ac per hoc rursus super g k descriptus semicirculus: transiet & per f. similiter & per reliqua signa ipsius cubi veniet. Si enim manente ipsa k g, circūductus semicirculus in idē steterit vnde circunduci cępit: cubus sphæra compræhēsus erit. ¶ Dico iam ꝙ & data. Quoniā enim æqualis est g f ipsi f e, & angulus qui ad f rect9 est: quo igitur ex e g, duplum est eius quod ex e f. Aequalis autem est e f ipsi e k. quod igitur ex e g: duplum est eius quod ex e k. Quare quod ex g e, e k: triplum est eius quod ex e k. Et quoniam a b ipsius b c triplex est / sicut autem a b ad b c sic quod ex a b ad id quod ex b d: triplum igitur est quod ex a b, eius quod ex b d. patuit autem ꝙ & quod ex k g, triplum est eius quod ex k e. & æqualis posita est k e: ipsi b d. æqualis igitur est & k g: ipsi a b. Et a b: est datæ sphæræ dimetiēs. & k g igitur: æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra comprehenditur cubus: & vna ostenditur ꝙ sphæræ diameter potentia tripla est ipsius cubi lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 Corpus viginti basium triangularium atq; æquilaterarum a data sphæra diametrum rationalem habente circunscriptibile: fabricare. Eritq; palā: latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem / eam scilicet quæ dicitur minor.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq; diameter assignatę sphæræ a b: quę ponatˀ esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum. & diuidatur in puncto c, itaq; a c sit quadrupla ad c b, & lineetur super eam semicirculus a d b: & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b. deinde secundū quātitatem lineæ d b lineætur circulus e f g h k supra centrū l: cui inscribatur pētagonus æquilaterus eisdē literis annotatus / ad cuius angulos a centro l ducātur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rursus in eodem circulo inscribatur decagonus ęquilaterus. diuidātˀ enī cūcti arcus quorū chordæ sunt latera pentagoni p æqualia: & a pūctis medijs ad extremitates cūctorū laterū inscripti pētagoni lineæ rectæ dirigātur. Itēq; sup singulos angulos pētagoni erigatur cathetus scdm ꝙ docet 12 vndecimi quorum quilibet sit etiā æqualis lineæ b d: & cōtinuētur extremitates horū quinq; cathetorū / quinq; corauslis. erūtq; ex 6 vndecimi quinq; catheti erecti: adinuicē æquidistātes: cūq; ipsi sint æquales erūt quoq; ex 33 primi quinq; corausti eorū extremitates iūgētes æquales laterib9 pētagoni. Demitte igitur a sūmitatibus singulis singulorū cathetorū: binas & binas hypothenusas ad duos circūstātes āgulos iscripti

decagoni. & harū decē hypothenusarū a quinq́z extremitatib9 cathetorū ad 5 pūcta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni/ descendentiū extremitates cōtinua: aliū pentagonū rursus ipsi circulo inscribēdo/ qui quoq́z erit æquilaterus ex 23 tertij. Cū hoc itaq́z feceris: videbis te perfecisse decē triāgulos/ quorū latera sūt decē hypothenusę & 5 coraustı & 5 latera hui9 secūdi pētagoni īscripti. Hos ergo decē triangulos: æquilateros esse sic collige. Cū enī tā semidiameter descripti circuli q̄ qlibet erectorū cathetorū sit æqualis lineę b d ex hypothesi: erit ex correlario 15 quarti/ quilibet cathetorū æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius semidiameter est æqualis lineæ b d, inscripti. Quia vero ex penultima primi vnaq́q́z decē hypothenusarū tanto est potētior catheto q̄tū pōt latus decagoni/ at vero ex 10 hui9/ lat9 quoq́z pentagoni est tanto potentius eodē q̄tū pōt idē latus decagoni: erit ex cōi sciētia vnaq́q́z harū hypothenusarū æqualis lateri pentagoni. De coraustis aūt/ iam patuit: q̄ ipsi sint æquales laterib9 pentagoni. Itaq́z cuncta latera horū decē triangulorū: aut sunt latera pētagoni æquilateri secūda vice circulo īscripti/ aut illis æqualia. sunt igiť æquilateri trianguli. Ampli9 aūt sup centrū circuli qd est pūctū l, erige aliū cathetū æqualē priorib9 q sit l m: eiusq́z superiorē extremitatē q̄ est m, iūge cū singulis extremitatib9 priorū/ per quinq́z coraustos. eritq́z ex 6 vndecimi/ hic centralis cathetus: singulis cathetorum angularū æqdistans. ideoq́z ex 33 primi hi quinq́z coraustı erūt semidiametro circuli æquales: & ex correlario 5 quarti q̄libet eorū tanq̄ latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex vtraq́z parte adijciať linea vna ęqualis lateri decagoni. supra quidē adijciatur ei: m n deorsum aūt sub circulo adijciatur sibi a centro circuli: l p. postea demittanť a pūcto n, 5 hypothenusæ ad 5 superiores angulos decē triāgulorū qui sunt ī circuitu: & a puncto p, alię 5 ad alios 5 inferiores. Erūt hæ decē hypothenusæ æquales adīuicē lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius: quēadmodū de alijs decē pri9 demōstratū est. Habes ergo corp9 20 basiū triangulariū atq́z eqlaterarū: cuius cūcta latera sunt æqualia lateribus pētagoni/ ei9 vero diameter est linea n p. horū autē 20 triangulorū: decē cōsistūt in circuitu supra circulū/ quinq́z autē cōsurgunt sursum ad punctū n cōcurrētes/ atq́z quinq́z reliqui deorsum emergunt sup pūctū p coeuntes. ¶ Hoc aūt icosedron corpus a data sphæra circūscriptibile esse: sic erit manifestū. Cū linea l m sit æqualis lateri hexagoni/ & m n lateri decagoni æquilaterorū quos circulus e f g circunscribit: tota l n erit ex 9 huius diuisa secundum ꝓportionem habētē mediū & duo extrema in pūcto m, & maior portio ei9 erit linea l m. Diuidatur itaq́z l m ꝑ æqualia in q. eritq́z ex cōi sciētia p q, æqualis q n: nā p l posita est æqualis lateri decagoni/ quēadmodū m n. quare q n est medietas n p: quēadmodū est q m medietas m l. Cū ergo quadratū n q sit ex 3 huius quintuplū ad quadratū q m: erit quoq́z ex 15 quinti quadratum p n quintuplū ad quadratū l m. est enī ex 4. secundi quadratū p m, quadruplum ad quadratū q n quadratū quoq́z l m, q̄druplū ad quadratū q m ex eadē. quadruplū aūt ad quadruplū: est vt simplū ad simplū/ teste 15 quinti. at vero quadratum a b: quintuplū est ad quadratū b d ex secūda pte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdē. est etiā a b, quintupla ad b c: eo q̄ a c fuit ad eandē quadrupla. Quia ergo l m est ex hypothesi æqualis b d: erit ex cōi sciētia a b æqualis n p. Itaq́z si super lineā n p semicirculus describať qui tandiu q̄ locū primū repetat circūuoluatur: sphæra ipsius motu descripta/ erit a diffinitiōe sphærarū æqualium/ æqualis sphęrę ꝓpositæ. Et qm̄ linea l m est medio loco ꝓportionalis inter l n & n m/ ideo q̄ inter l n & p l: erit quoq́z q̄libet semidiameter circuli/ medio loco ꝓportionalis inter l n & l p. Et cū l m sit æqualis semidiametro circuli: itaq́z semicircul9 sup p n descriptus transibit ꝑ oīa pūcta circūferētiæ circuli e f g, ideoq́z & ꝑ singulos āgulos solidi fabricati/ in illa circūferētia cōsistentes. Et q̄ a eadē ratione singuli coraustı cōnnuātes extremitates angulariū cathetorū cū extremitate centralis/ sunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo q̄ quilibet eorū est æqualis l m: sequitur vt idem semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figurę icosedræ statutę. Est igitur corpus hoc inscriptibile sphæræ cuius diameter p n: ideoq́z & sphæræ cuius diameter a b. ¶ Latus autē huius solidæ figuræ dico esse lineā minorē. Cōstat enī q̄ linea b d est rationalis in potētia: cū eius quadratū sit subquincuplū ad quadratū lineæ a b quæ posita est rationalis siue in longitudine siue in potentia tantū. Itaq́z semidiameter atq́z diameter circuli e f g est etiā rationalis in potētia:

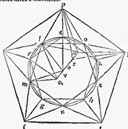
nā eius semidiameter est æqualis b d. Igitur ex 12 huius lat⁹ pētagoni æquilateri huic circulo inscripti est linea minor. at vero (sicut in huius demonstrationis processu patuit) latus huius figuræ est quantū latus pentagoni. ergo latus hui⁹ figuræ 20 alchaidarū id est basiū est linea minor: quēadmodum proponitur.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 16.

16 ¶ Icosahedrum construere / & data sphæra compræhēdere / qua & dictas figuras: ostendereq̧ ꝙ ipsius icosahedri latus irrationale est / appellaturq̧ minor.



¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponaꝰ datæ sphæræ diameter a b, seceṫq̧ in c, vt a c quadrupla sit ipsius c b: & describatur super a b semicirculus a d b. & excitetur per 11 primi ab ipso c, ipsi a b ad angulos rectos recta linea c d: cōnectaturq̧ d b, ponaturq̧ circulus e f g h k: cuius quæ ex centro / æqualis esto ipsi d b. & in ipso e f g h k circulo describatur per 11 quarti quinquangulū æquilaterū & æquiangulū e f g h k. Et secenꝰ ef, f g, g h, h k, k e, circunferentiæ bifariam in signis l, m, n, x, o: cōnectanturq̧ e l, l f, f m, m g, g n, n h, h x, x k, k o, o e, similiter e f, f g, g h, h k, k o. æquilaterum igitur est quinquangulū l m n x o: & decagoni latus est e o recta linea. Cōstituātur per 12 vndecimi ab ipsis e, f, g, h, k, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ e p, f r, g ſ, h t, k y, æquales existentes ei q̄ ex centro ipsius e f g h k circulum: & cōnectantur ipsæ p r, r ſ, ſ t, t y, y p, p l, l r, r m, m ſ, ſ n, n t, t x, x y, y o, o p. Et quoniā vtraq̧ ipsarū e p, k y, eidē plano ad āgulos est rectos: parallelus igitur est per 6 vndecimi e p ipsi k y. est autem & ei æqualis. æquales aūt & parallelos cōnectentes ad easdē partes rectę lineę: æquales & paralleli per 33 primi sūt. Igitur p y: ipsi e k æqualis & parallelus est. pentagoni aūt æquilateri latus est ipsa e k. pentagoni ergo æquilateri est & p y: in e f g h k circulo descripti. & iā id ꝑpterea: & vnaquęq̧ ipsarū p r, r ſ, ſ t, t y, pētagoni est æquilateri in circulo e f g h k descripti. pentagonū igitur p r ſ t y: ęquilaterū est. Et quoniā p e hexagoni est / decagoni autem e o, & angulus qui sub p e o rectus est: pētagoni igitur est p o. pētagoni enī latus: potest & hexagoni & decagoni in eodē circulo descriptorū latus per 10 decimitertij. Iam id ꝑpterea & o y: pētagoni latus est. est etiā p y: pētagoni latus. Aequilaterū igitur: est p o y triangulum. Iam id ꝑpterea: & vnūqdq̧ ipsorum p l r, r m ſ, ſ n t, t x y, æquilaterū est. Et qm̄ ostensū est vtrāq̧ & p l & p o pentagoni esse, est aūt & l o pentagoni: æquilaterū igitur est p l triangulū. Iam id ꝑpterea & vnūquodq̧ ipsorū l r m, m ſ n, n t x, x y o, triāgulorū: æquilaterū est. Assumatur per 1 tertij centrū circuli e f g h k: & sit v signū. & ab ipso v ad ipsi⁹ circuli planū ad rectos angulos per 12 vndecimi excitetur v ω. extendaturq̧ ex vtraq̧ parte vt v q. & auferatur ipsius quidē hexagoni v z, decagoni aūt vtrūq̧ ipsorū v q, z ω: & connectātur p ω, p z, y ω, y z, e v, l v, l q, q m. Et qm̄ vtraq̧ ipsarū v z, p e, ad circuli planū ad rectos angulos est: parallelus igitur est v z ipsi p e. Sunt autem æquales. & ipsę igitur e n, p z: æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autē: est e v. hexagoni ergo & p z. Et qm̄ hexagoni quidem est p z, decagoni vero z ω, & rectus est qui sub p z ω angulus: pētagoni igitur est p ω. iā id ꝑpterea & y ω: pentagoni est. Qm̄ si cōnectamus ipsas v k, z y: ęquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa v z ex centro existens: hexagoni. hexagoni igitur est & ipsa z y. Decagoni autē & z ω: & qui sub y z ω rectus est. pētagoni igitur est ipsa y ω. Est autem & p y: pentagoni. Igitur triangulum p y ω: æquilaterum est. Iam id propterea & vnūquodq̧ reliquorum triangulorum quorum bases sunt p r, r ſ, ſ t, t y, rectæ lineę / fastigium vero ω signum: æquilaterū est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa v l, decagoni autem ipsa v q, & rectus est qui sub l v q angulus: pentagoni igitur est l q. Iam id propterea si cōne-



ctamus ipsam m v hexagoni/ducaturq; ipsa m q pentagoni/ est autem & l m pentagoni: triangulum igitur l m q æquilaterum est. Similiter iam ostēdetur/ q vnumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt m n, n x, x ω, ω l, fastigium autem q signum: æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum: sub viginti triangulis æqualia latera habentibus compræhensum.

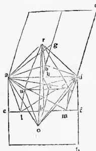
¶ Oportet iam illud quoq; data sphæra compræhendere: ac demonstrare q latus icosahedri est irrationale/ appellaturq; minor. Quoniā enim hexagoni est ipsa v z, decagoni autem ipsa z ω: ipsa igitur v ω extrema & media ratiōe secatur in z, & ipsius maius segmentum est v z. Est igitur sicut ω v ad v z: sic v z ad z ω. æqualis autem est v z ipsi v l: & z ω ipsi v q. est igitur sicut ω v ad v l: sic l v ad v q. & recti sunt anguli: qui sub ω v l, l v q. Si cōnectamus igitur ipsam l ω rectam lineam: rectus erit āgulus qui sub q l ω, ꝓpter ipsorū q l ω, v l ω, triangulorū similitudinē. Semicirculus igitur super q ω descriptus: veniet & per l. iam id ꝓpterea quoniā est sicut ω v ad v z: sic v z ad z ω. æqualis autē ipsa quidē ω v ipsi q z: & v z ipsi z p. est igitur sicut q z ad z p, sic p z ad z ω. Ac per hoc rursus si connectamus ipsam p q: rectus erit qui ad p angulus. Igitur super q ω descriptus semicirculus: veniet & per p. & si manente q ω, circunductus semicirculus in illud idem vnde circūduci cœpit steterit: veniet & per p, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphęra cōpræhēsum erit ipsum icosahedrū. ¶ Dico q & data. Secetur per 10 primi v z diuidue ī a. Et quoniā recta linea v ω extrema & media ratione secatur in z, & minus segmentū illius est ω z: ipsa igitur ω z admittens dimidium maioris segmenti z a, quincuplū potest eius quod fit ex dimidia maioris segmenti per 3 hui9. Quincuplū igitur est quod ex ω a: eius quod ex a z. Ipsius autem ω a: dupla est ω q. ipsius autem a z: dupla est v z. Quod igitur ex ω q: quincuplū est eius quod ex z v. Et quoniā ac ipsius c b est quadrupla: quincupla igitur est a b ipsius c b. Sicut autē a b ad b c: sic quod ex a b ad id quod ex b d. quincuplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b d. Patuit autē q quod ex ω q: quincuplum est eius quod ex v z. Et d b æqualis est ipsi v z. vtraq; enim ipsarum: ęqualis est ei quæ ex centro ipsius e f g h k circuli. æqualis igitur est & a b ipsi q ω. Et a b: est ipsius datæ sphæræ diameter. & q ω igitur: datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphęra: icosahedrum compræhensum est. ¶ Dico iam q ipsius icosahedri latus irrationale est: appellaturq; minor. Quoniam enim rationalis est ipsius sphæræ diameter/ & potētia quincuplum est eius quę ex centro circuli e f g h: irrationalis igitur est & ea quę ex cētro circuli e f g h. Quare & diameter illius: irrationalis est. Si vero in circulo rationalem habente diametrū/ quinquangulum æquilaterum descriptū fuerit: latus pētagoni irrationale est/ & appellatur minor per 11 hui9. Latus aūt ipsius e f g h k pentagoni: est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus: irrationale est/ minor appellatū. Quod facere & ostendere oportebat.

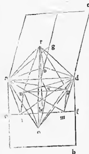
¶ CORRELARIVM. ¶ Ex hoc igitur est manifestū: q sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli a quo icosahedrum describitur. & q sphęrę diameter componitur et ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propositio 17.


Orpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphara circunscriptibile: constituere. Eritq; palam: latus eiusdem corporis irrationale esse/ id quod residuum dicitur. 17

¶CAMPANVS. ¶Fiat cubus secundum quod docet 14 huius: circũscriptibilis ab assignata sphæra. sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c. imaginemur aũt nunc/ quod a b sit suprema superficies cubi: & a c sit vna ex lateralibus. sitq; linea a d: cõmunis istis duabus superficiebus. Diuidantur itaq; in superficie a b duo opposita latera per æqualia: videlicet d b & latus ei oppositum. & puncta diuisionis cõtinuentur per lineam e f. latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidantur per æqualia: & puncta diuisionis cõtinuentur linea recta cuius medietas sit g h. sitq; punctus h: medius punctus lineę a d. similiter linea e f diuidatur pe æqualia in k: & protrahatur h k. Quãlibet igitur triũ linearum e k, k f, & g h, diuide secũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q: sintq; maiores portiones earum/ l k, k m, & g q. quas manifestũ est esse æquales: cum totæ lineæ diuisę sint ęquales/ videlicet quælibet earum medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis l & m, erige perpendiculares vt docet 12 vndecimi/ ad superficiem a b, quarũ vtrãq; ponas æqualẽ lineæ k l: sintq; l n & m p. similiter a puncto q, erige perpendiculariter q r ad superficiem a c: quam ponas æqualem g q. protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifestum est igitur ex quinta huius: quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplum ad lineam k l. ideoq; etiam ad lineam l n: cum k l & l n sint æquales. At vero k e: est æqualis e a. igitur duæ lineæ a e & e l: sunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi/ a l: est potẽtia tripla ad l n. ideoq; per eandem/ a n est potẽtia quadrupla ad l n. Cũq; omnis linea sit potentia quadrupla ad medietatem sui: sequitur ex cõmuni sciẽtia quod a n sit dupla in longitudine ad l n. Et quia l m dupla est ad l k, at k l & l n sunt æquales: erit a n æqualis l m. sunt enim earum dimidia: ęqualia. Et quia ex 33 primi/ l m est equalis n p: erit a n æqualis n p. Eodẽ modo ꝓbabis: tres lineas p d, d r, & r a, esse æquales sibi inuicẽ & duabus p̃dictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis: pẽtagonũ æquilaterũ q est a n p d r. ¶Sed fortasse dices ipsum non esse pentagonum/ quia nec forsan est totus in superficie vna: quod esset necessarium ad hoc vt esset pentagonus. Qz ergo sit totus in superficie vna: sic habeto. Prodeat equidem a puncto k, linea k f, perpendicularis ad superficiem a b: quæ sit æqualis l k. eritq; ob hoc: æqualis vtriq; duarum l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistãs vtriq; earum ex sexta vndecimi ideoq; cũ ambabus in eadem superficie ex diffinitione linearum æquidistantium: necesse est vt punctus f sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f. sunt itaq; duo triãguli k f h & q r h: super vnum angulum videlicet k h q constituti. & est proportio k h, ad q r: sicut k f ad q h. nam vt g h ad q r: sic k h ad q r ex 7 quinti. & vt r q ad q h: sic k f ad q h ex eadẽ. sed g h ad q r, vt q r ad q h: eo quod q r est æqualis g q. ergo per 30 sexti linea r h f est linea vna. Quare ex secunda vndecimi/ totus pẽtagonus de quo disputamus: est in superficie vna. ¶Ipsum quoq; dico esse æquiangulum. Cum enim e k sit diuisa secũdum proportionem habentem medium duoq; extrema/ & k m sit æqualis maiori portioni eius: erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secundum proportionem habentẽ medium duoq; extrema/ maior quoq; portio eius linea e k. ideoq; per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p: nã m p est æqualis m k) sunt potentia triplum ad lineam a e. nam a e est æqualis e k. Itaq; tres lineæ a e, e m, & m p: sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimã primi bis assumptam: quod linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p. itaq; a p: est potentia quadrupla ad lineã a e. Latus vero cubi cum sit duplum ad lineã a e: est potentia quoq; quadruplũ ad ipsam ex 4 secundi. igitur ex cõmuni sciẽtia a p: est lateri cubi æqualis. Cũq; a d sit vnum ex lateribus cubi: erit a p ęqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d: est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a: quia probabis lineam d n esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his/ pentagonus sit æquilaterus: & habeat tres angulos æquales: ipse erit ęquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac via rationeq; consimili & super vnumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus: perficietur solidum 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contẽtum. cubus enim





habet 12 latera. ¶Reliquũ antem est demonstrare: solidũ hoc esse a data sphæra circũscriptibile. Protrahantur igitur a linea f k, duæ superficies secãtes cubũ: quarum vna secet ipsum super lineam h k, & aliam super lineã e f, eritq; ex 40 vndecimi: vt cõmunis sectio harum duarum superficierum secet diametrum cubi, & secetur viceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cõmunis sectio earum vsq; ad diametrum cubi linea k o; ita q; o sit centrum cubi. & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r Constat autem: q; vtraq; duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoq; æquales. de linea aũt o k: constat ex 40 vndecimi q; ipsa est æqualis e k, videlicet medietati lateris cubi. Et quia k f est æqualis k m: erit o f diuisa in puncto k, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/& maior portio eius erit linea o k quę est æqualis e k. Itaq; per 5 huius erunt duæ lineæ o f & f k (ideoq; o f & f p, eo q; f p (ad quos hæc demonstratio non extenditur) est æqualis k f) triplum in potentia ad lineã o k: & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi: linea o p: est potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario antem 14 huius constat: q; semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi quem circũscribit eadem sphæra. Itaq; o p: est quanta semidiameter sphæræ circũscribentis cubum propositum. Eadem ratione: cunctæ lineæ ductæ a puncto o, ad angulos singulos pentagonorum omnium super latera cubi descriptorum ad singulos angulos inq̃/qui proprij sunt pentagonis: non autem cõmunes eis & superficiebus cubi/ quales sunt in pentagono statuto tres anguli n, p, r. de illis autem lineis quæ veniunt a puncto o ad angulos singulos pentagonorum qui sunt cõmunes pentagonis & superficiebus cubi/quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d: constat q; ipsæ sunt æquales semidiametro sphæræ circũscribentis cubum, ipsę enim sunt semidiametri cubi ex 40 vndecimi. at vero semidiameter cubi: est tanq̃ semidiameter sphæræ ipsum circũscribentis / quẽadmodũ ex ratiocinatione .4. apparet. Igitur omnes aliæ ductæ a puncto o ad singulos angulos dodecedri: sunt ęquales ad inuicẽ & semidiametro sphæræ. Semicirculus itaq; super totã diametrũ sphæræ vel cubi lineatus/ sic circũducatur: transibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipsum est ab assignata sphæra circũscriptibile. ¶Dico iterũ q; latus huius figuræ est linea irrationalis/ista videlicet quæ residuũ dicitur: si diameter sphæræ ipsum circunscribentis fuerit rationalis in longitudine vel in potẽtia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi: erit latus cubi rationale in potentia/si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine vel in potentia. Constat autem ex 11/q; linea r p diuidit lineam a d quę est latus cubi/secũdum proportionem habentem medium duoq; extrema: & q; portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuũ/ex sexta huius: manifestum est latus figuræ duodecim basium/esse residuum. Quod demõstrare volumus.

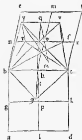
CAMPANVS. ¶Fabricata sunt igitur per 13 & quatuor eam sequẽtes/quinq; corpora æquilatera atq; æquiangula: quorum vnũquodq; est circunscriptibile ab assignata sphæra. Sũt aũt hæc solida. primũ quidem quatuor basiũ triangulariũ: & dicitur tetrachedron. Secundũ est sex basium quadratarum: & dicitur cubus siue hexaedron. Tertiũ octo basiũ triangularium: & dicitur octoedron. Quartũ autem est solidum icosedron: & est viginti basiũ triangularium. Quintum vero ex 12 basibus pentagonis consistit: diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; solida/regularia dicuntur: quoniam ipsa æquiangula sunt atq; æquilatera/& a sphæra atq; abinuicem circunscriptibilia. Plura vero his quinq; æquilatera quæ sunt & æquiangula: esse est impossibile. Ad constitutionem cuiuslibet anguli solidi: necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus: nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt ęquales quatuor angulis rectis/at vero heptagoni & cuiuslibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur/omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste 21 vndecimi: ĩpossibile est tres angulos hexagoni atq; heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen

atq; æquiangulæ: solidum angulum constituere. Ideo nulla solida figura æquilatera atq; æquiangula: potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterũ cõstitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quéq; solidum angulum excedunt quatuor: & plures multo fortius eundem excedũt. Tres autem angulos pentagoni æquilateri atq; æquianguli minores esse quatuor rectis angulis manifestum est: & quatuor esse maiores. quare ex tribus angulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli possibile est solidum angulum cõstitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. Ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangulis constitutum est: illud videlicet quod dodecedron dicitur: in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiũt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis: quæ in pentagonis. omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangulaq; fuerit: ipsa erit quadrata a diffinitione. nam omnes eius anguli: erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ: possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propterea q ex talibus figuris superficialibus (quæ cũ quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atq; æquiangulæ) vnicu solidum quod cubũ dicim9 fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorum sex anguli: sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi. pauciores ergo, minores: & plures, maiores. igitur ex sex angulis talium trigonorũ aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor basium triangularium atq; æquilaterarũ. Cum vero quatuor cõsurgunt: corpus octo basium quod octoedron diximus. At vero si quinq; triangulorũ æquilaterorum anguli solidum angulum contineant: fiet corpus icosedron viginti basium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia, & quare plura his non sint: dictum est.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 17

17 ¶ Dodecahedrum cõstruere & data sphæra cõprehendere qua & prędictas figuras: ostendereq; q dodecahedri latus irrationale est, & appellatur apotome.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur prædicti cubi bina plana inuicẽ ad angulos rectos, a b c d, c b e f: seceturq; per 11 primi vnũquodq; ipsorum laterum a b, b c, c d, d b, e f, e b, f c, diuiduc in g, h, k, l, m, n, x. & conectãtur ipsę g k, h l, sese secantes in signo o: & m h, n x, seinuicem secantes in signo p. seceturq; vnaquęq; ipsarum n o, o x, h p, extrema & media ratiõe in r, t, s, signis: sint q; ipsarum maiora segmenta r o, o s, t p. & constituantur per 12 vndecimi ab ipsis r, s, t, signis ad ipsius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipsius cubi ipsæ r y, s v, t z, exponanturq; æquales ipsis r o, o s, t p: conectanturq; ipsę y b, b z, z c, v y. Dico q y b z c v pentagonum ęquilaterũ est, & in vno plano, & isuper æquiangulum. Cõnectãtur itaq; r b, s b, v b. Et quoniã recta linea n o extrema & media ratione secatur in r, & maius segmentũ est r o: quæ igitur ex n o, n r: tripla sunt eius quod ex r o. Aequalis autem est o n ipsi n b: & o r ipsi r y. Quæ igitur ex b n, r n: tripla sunt eius quod ex r y. Eis autẽ quæ ex b n, n r: æquum est id quod ex b r. quod igitur ex b r: triplũ est eius quod ex r y. quare quæ ex b r, r y: quadruplum sunt eius quod ex r y. Eis vero quæ ex b r, r y: æquũ est id quod ex b y. quod igitur ex b y: quadruplum est eius quod ex y r. Dupla igitur est b y: ipsius r y. Est autẽ & v y dupla ipsius y r: quoniã & s r ipsius o r hoc est ipsius r y dupla est. Aequalis igitur est b y: ipsi y v. Similiter iam ostẽdetur: q & vnaquęq; ipsarum b z, z c, c v, vtriq; ipsarum b y, y v, est æqualis. quinquangulũ igitur b y v c z: ęquilaterum est. ¶ Dico q & in vno est plano. Excitetur enim per 31 primi ab ipso o, vtriq; ipsarum r y, s v, parallelus ad exteriores partes cubi o q: & connectantur q h, h z. Dico q ipsa q h z recta linea est. Quoniã enim h p, extrema & media ratione secatur in t, & maius segmentum est p t: est igitur sicut h p ad p t, sic p t ad t h. ęqualis autem est h p ipsi h o: & p t vtriq; ipsarum t z, o q. est igitur sicut h o ad q o: sic z t ad t h. & est parallelus quidem h o ipsi t z: vtraq; enim ipsi b d plano ad angulos re-



ctos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad vnũ angulum (vt ſunt ipſa q o h & o t z) bina latera binis lateribus ꝑportionalia habentia: quoniam ipſorum latera eiuſdem ſunt rationis & parallela/reliq̃ rectæ lineæ in rectas lineas erunt per 32 ſexti. Igitur q h: ipſi h z in rectam lineam eſt. Omnis aũt recta linea: in vno eſt plano. In vno igiť plano: eſt ipm y b r c v quinquangulũ. ¶ Dico iã ꝙ & æquiangulũ eſt. Qm̃ eni recta linea n o extrema et media ratione ſecatur in r, & maius ſegmentum eſt o r: eſt igitur ſicut vtraq; n o, o r, ſimul ad o n, ſic o n ad o r. Aequalis autẽ eſt o r: ipſi o ſ. Eſt igitur ſicut ſ n ad n o, ſic n o ad o ſ. Ipſa igitur ſ n, extrema & media ratiõe ſecatur in o: & maiꝰ ſegmentum eſt n o. quæ igitur ex n ſ, ſ o: tripla ſunt eius quod ex n o. Aequalis autem eſt n o ipſi n b: & ſ o ipſi ſ v. q̃ igitur ex n ſ, ſ v, quadrata: tripla ſunt eius quod ex n b, quare quæ ex v ſ, ſ n, n b: quadrupla ſunt eius quod ex n b. Eis autem quæ ex ſ n, n b: æquale eſt per 47 primi id quod ex ſ b. quæ igitur ex b ſ, ſ v, hoc eſt quod ex b v (rectus enim eſt qui ſub v ſ b angulus) quadruplum eſt eius quod ex n b. dupla igitur eſt b v: ipſiꝰ b n. Eſt autem & b c: ipſius b n dupla. æqualis igitur eſt b v: ipſi b c. Et quoniam binæ b y, y v, duabus b z, z c, ſunt æquales/& baſis b v baſi b c eſt æqualis: angulus igitur qui ſub b y v, angulo qui ſub b z c per 8 primi eſt æqualis. Similiter iam demonſtrabimus: ꝙ & angulus qui ſub y v c, ęqualis eſt ei qui ſub b z c. Tres igitur anguli qui ſub b z c, b y v, y v c: inuicem ſunt æquales. Si autem quinquanguli ęquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint: æquiangulũ erit per 7 decimitertij quinquangulum. Quinquangulũ igitur b y v z c: æquiangulũ eſt. Patuit aũt: ꝙ & æquilaterũ. Igitur pentagonum b y v c z æquilaterum & æquiangulum eſt. eſtq; ſuper b c vno cubi latere. Si igitur ab vnoquoq; ipſius cubi duodecim laterum eadem cõſtruamus: conſtituetur figura quædam ſolida cõprehenſa ſub duodecim quinquangulis æqualia habẽtibus latera & angulos æquos. ¶ Oportet iam ipſum ſphæra data cõprehendere: & demõſtrare ꝙ dodecahedri latus irrationale eſt/& appellatur apotome. Extẽdatur q o: & ſit q ω. coincidit igitur q ω, ipſi cubi diametro: & bifariam ſe inuicem diſpeſcunt. hoc enim patuit in penultimo vndecimi theoremate ſecẽtur in ω. Igitur ω centrũ eſt ſphæræ cubum cõprehendentis: & dimidia eſt o ω lateris cubi. Connectatur autem y ω. Et quoniam recta linea n ſ extrema & media ratione ſecatur in o, & maius illius ſegmentum eſt n o: quæ igitur ex n ſ, ſ o, tripla ſunt eius quod ex n o. Aequalis autem eſt n ſ, ipſi q ω: quoniam & ipſa n o ipſi o ω eſt ęqualis, & q o ipſi o ſ. ſed o ſ ipſi q y: quoniã & r o. quæ igitur ex ω q, q y: tripla ſunt eius quod ex n o. Eis autem quę ex ω q, q y: ęquum eſt per 47 primi quod ex y ω. Quod igitur ex y ω: triplum eſt eius qđ ex n o. Eſt aũt & quæ ex centro ſphæræ ipſius cubum ipſum comprehendentis: potentia triplex dimidij ipſius cubi lateris. antea enim oſtenſum eſt cubum conſtruere/ac ſphæra cõprehendere; ac demõſtrare ꝙ ſphæræ dimetiens potentia triplex eſt lateris cubi per 15 decimitertij. Si autem tota totius: & dimidia dimidiæ. Et n o: dimidia eſt lateris cubi. Ipſa igitur y ω æqualis eſt ei q̃ ex centro ſphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubum comprehendentis centrum: eſt ω. Igitur y ſignũ: ad ſuperficiem eſt ipſius ſphærę. Similiter iam oſtendemus: ꝙ & vnumquiſq; reliquorum ipſius dodecahedri angulorum/eſt ad ipſius ſphæræ ſuperficiem. Igitur dodecahedrum: data ſphæra comprahenſum eſt. ¶ Dico iam ꝙ ipſius dodecahedri latus irrationale eſt; appellaturq; apotome. Quoniam enĩ ipſa n o extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ ẽ r o, ipſa autẽ o x extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentum eſt o ſ: tota igitur n x extrema & media ratione diuiſa/maius ſegmentũ eſt r ſ. Et quoniam eſt ſicut o n ad o r, & o r ad n r, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandem habent rationem) ſicut igitur n x ad r ſ, ſic r ſ ad vtranq; ipſarum n r, ſ x, ſimul. Maior autem eſt n x: ipſa r ſ. maior igitur eſt & r ſ, vtraq; ipſarum n r, ſ x, ſimul. Igiť n x, extrema & media ratione diuiditur: & maius ſegmẽtũ eſt r ſ. Aequalis aũt eſt r ſ: ipſi y v. Ipſa igitur n x, extrema & media ratione diuiſa: maius ſegmentum eſt y v. Et quoniã rationalis eſt ipſius ſphęræ diameter/potentiaq; triplex eſt ipſius cubi lateris: rationalis igitur eſt n x, latus cubi exiſtens. Si autem rationalis linea extrema & media ratione ſecta fuerit; vtrũq; ſegmentorũ irratio-

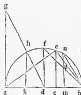
nale est/appellaturq; apotome per 6 decimitertij. Igitur y v latus existens do decahedri/irrationalis est: & apotome appellatur. Quod ostẽdere oportuit: & fieri postulabatur.

CORRELARIVM. Ex hoc itaq; est manifestũ: q; cubi latere extrema & media ratione diuisa/maius segmẽtum est dodecahedri latus. quod erat ostẽdendum.

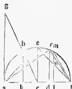
Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 Latera quinq; corporum premissorũ ab eadem sphęra circũscriptibilium/cuius sphęrę sola diametros nobis proposita fuerit: per ipsam propositam diametrũ inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphærę/nobis ꝓposita: ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidam⁹ igitur hãc diametrum in c, ita q; a c sit dupla ad c b: & per æqualia in d. & lineemus super eam semicirculum a f b: ad cuius circunferentiam protrahãtur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quæ sint c e & d f. & iungamus e cum a & cũ b: & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione 13: q; a e est latus figuræ quatuor basium triangularũ & æquilaterarum. & ex demonstratione 14: q; e b est latus cubi. & ex demõstratione 15: q; f b est latus figuræ octo basium triangularium & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a, linea a g perpẽdicularis ad a b, & æqualis eidem a b: & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circunferentiam semicirculi, & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d: erit ex quarta sexti h k dupla ad k d. sunt enim duo trianguli g a d & h k d, æquianguli ex 32 primi: eo q; angulus a, maioris/est æqualis angulo k, minoris. nã vterq; rectus: & angulus d, est cõis vtriusq;. igitur ex 4. secundi / h k: est potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima primi h d: est potẽtia quincupla ad k d. Cumq; d b sit æqualis h d, est enim d cẽtrum semicirculi: erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At vero cum tota a b sit dupla ad totam b d, quẽadmodum a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractam ex secunda b d: erit ex 19 quinti b c residua primæ / dupla ad c d residuam secundæ. ideoq; tota b d: est tripla ad d c. Igitur quadratum b d: est non cuplum ad quadratum d c. Et quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum k d: erit ex secunda partæ decimæ quinti/ quadratum d c minus quadrato k d. ideoq; d c: minor k d. Sit g d m æqualis k d. & ꝓdeat m n vsq; ad circũferentiam/quæ sit perpendicularis ad a b: & iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m sint æquales: erũt (ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a centro/ideoq; æquales adinuicem ex secunda parte 13 tertij & ex secũda parte tertiæ eiusdem. Itaq; m n est æqualis m k: nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k, & quadratum b d quincuplum ad quadratum d k: erit ex 15 quinti quadratum a b similiter quincuplum ad quadratum k m. est enĩ quadratum dupli ad quadratum dupli: sicut quadratũ simpli ad quadratum simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestum est: q; diameter sphæræ est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basium. ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basiũ. nã diameter sphæræ quæ est a b: est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ/q̃ ad k m. Rursus quoq; ex demõstratione eiusdem manifestum est: q; diameter sphæræ constat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cum ergo k m sit tanq̃ latus hexagoni/at vero a k sit æqualis m b, nam ipsa sunt residua ęqualium dẽptis æqualibus: erit m b tanq̃ latus decagoni. Quia igitur m n est tanq̃ latus hexagoni/nam ipsa est æqualis k m: erit ex penultima primi & 10 huius/n b tanq̃ latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet q; latus pẽtagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium: constat li



neā n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est lat⁹ cubi/ ab assigna
ta sphæra circumscriptibilis/ secundum, proportionē habentem medium duo
q; extrema ī pūcto p: sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demonstra
tione premissę: q p b est latus figurę 12 basium. Inuēta ergo sunt latera 5 præ
missorū corporū ex diametro sphęræ nobis proposita. est enim: a e latus pyra
midis 4 basiū. e b: latus cubi. f b: latus octoedri. at vero n b: latus icosedri. li
nea autē p b: latus dodecedri. ¶ Quę autē horū laterū sint maiora alijs: sic ha
betur. Constat enim: q a e est maior f b. nam arcus a e: est maior arcu f b. Itē
f b, est maior e b: & e b, maior q̄ n b. at vero n b: dico etiam esse maiorem
q̄ p b. Cum enim sit a c dupla ad c b: erit ex 4 secundi quadratum a c quadru
plum ad quadratum c b. Constat autem ex secūda parte correlarij 8 sexti &
ex correlario 17 eiusdem: q quadratum a b triplum est ad quadratū b c. Sed
per 21 sexti quadratum a b ad quadratū b c, est sicut quadratū b e ad quadra
tum c b: ex eo q proportio a b ad b c, est sicut b e ad b c ex secūda parte corre
larij 8 sexti. Itaq; per 11 quinti quadratū b e: triplum est ad quadratum c b.
Et quia quadratū a c quadruplū est ad idem quadratū / vt ostensū est: erit ex
prima parte 10 quinti: quadratū a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c: ma
ior est linea b e. ideoq; a m: multo maior b e. Manifestum vero ex 9 huius/ q
si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem mediū duoq;
extrema: erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At vero cū b e
diuiditur secundum eādem proportionē videlicet habentē medium duoq; ex
trema: maior eius portio est linea p b. Cū itaq; a m tota sit maior tota b e: erit
m n quæ est ęqualis maiori portioni a m, maior q̄ p b q̄ est maior portio b e.
Hoc autem manifestū est ex 2 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum
quę sequūtur firma demōstratione solidatur. ergo per 19 primi a fortiori n b:
maior est q̄ p b. Quare patet: latera horum 5 corporum pręmissorum fere eo
ordine quo corpora seinuicem sequūtur/ seinuicē excedere. In cubo enim dū-
taxat & octoedro habet hic instantias, nā latus octoedri excedit latus cubi: q̄-
uis cubus antecedat octoedron. Cubum autem pręmittunt idcirco octoedro:
quia eadē diuisione diametri assignatæ sphęrę/ latus pyramidis 4 bases tri-
angulas habentis/ & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis: ma
ius lateribus cęterorum corporum. post ipsum autē: est f b latus octoedri ma-
ius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine
e b: latus cubi. Quarto vero loco est n b: latus icosedri. Minimū autem est om-
nium p b: latus dodecedri.



Latus pyramidis

Latus cubi

Latus octahedri

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18.

¶ Latera quinq; figurarum exponere: & adinuicem comparare. 18

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponatur datæ sphæræ diameter a b. seceturq; in
c, vt a c ipsi c b sit ęqualis: & in d, vt a d ipsi⁹ d b dupla sit. & super a b descri
batur semicirculus a e b. & ab ipsis c, d, ipsi a b per 11 primi ad angulos re-
ctos excitentur c e, d f: & cōnectātur a f, b e. ¶ Et quoniā dupla est a d ipsius
d b: tripla igitur est a b ipsius d b. conuertendo igitur per corrolarium 18 quin
ti: sesqualtera est b a ipsius a d. Sicut autem b a ad a d: sic quod ex b a ad id
quod ex a f. æquiangulum enim est a f b triangulum: ipsi a f d triangulo. ses-
qualterum igitur est quod ex b a: eius quod ex a f. Est autem & ipsius sphæræ
diameter: potentia sesqualtera lateris pyramidis. & a b: ipsius sphæræ diame
ter est. Igitur a f: ęqualis est lateri ipsius pyramidis. ¶ Rursus quoniā dupla
est ad ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius b d. Sicut autē a b ad b d: sic quod
ex a b ad id quod ex f b. triplū igitur est quod ex a b: eius quod ex f b. Est au-
tem & ipsius sphęrę diameter: potentia triplas lateris ipsius cubi per 15 deci
miterij. & sphęrę diameter: est a b. igitur b f: cubi est latus. ¶ Et quoniā ęqua
lis est a c ipsi c b: dupla igitur est a b ipsius c b. Sicut autem a b ad c b: sic quod
ex a b ad id quod ex b c. Duplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b e. Est
autem & ipsius sphęrę diameter : potētia dupla lateris ipsius octahedri. &

a b datę sphæræ diameter est. ¶ Igitur b e: octahedri est latus. Excitetur iā per 11 primi ab ipso a signo ipsi a b rectę lineæ ad angulos rectos: a g. Ponaturq; ipsa a g æqualis ipsi a b. & connectatur g c. seceto; g c circūferentiam semicir culi in signo h: & ab ipso h, in ipsā a b per 12 primi perpendicularis excite tur h k. Et quoniā dupla est g a ipsius a c (æqualis eni est g a ipsi a b) sicut au tem g a ad a c sic h k ad k c: dupla igitur est & h k ipsius k c. Quadruplum igi tur ex quod ex h k: eius quod ex k c. Quæ igitur ex h k, k c, q̄ idem sūt ei quod ex h c: quincuplum est eius quod ex k c. Aequalis autem est h c: ipsi c b. quin cuplū igitur est quod ex b c: eius quod ex c k. Et quoniā dupla est a b ipsi⁹ b c, quarū a d ipsius d b dupla est: reliqua igitur b d, reliquę d c est dupla. Tripla igitur est b c: ipsius c d. noncuplū igitur est quod ex b c: ei⁹ quod ex c d. quin cuplū aūt est quod ex b c: ei⁹ quad ex c k. mai⁹ igitur est quod ex c k: eo quod ex c d. maior igitur est c k: ipsa c d. ponatur per 2 primi ipsi c k æqualis c l: & ab ipso l ipsi a b ad angulos rectos excitetur l m. & cōnectatur m b. Et quoniā quod ex c b eius quod ex c k quincuplū est, & ipsi⁹ b c dupla est a b: ipsius au tem c k dupla est k l: quincuplum igitur est quod ex a b ei⁹ quod ex k l. Est au tem sphæræ diameter potentia quincupla: eius quæ ex centro ipsius circuli quo icosahedrum describitur. estq; a b: ipsius sphæræ diameter. ipsa igitur k l: ex centro est circuli a quo icosahedrum describitur. Ipsa igitur k l: hexa goni est latus dicti circuli. Et quoniam sphæræ diameter componitur ex hexa goni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus per correlariū 16 decimi tertij, estq; ipsa quidem a b ipsius sphæræ diameter, & k l hexagoni latus/& æqualis est a k ipsi l b: vtraq; igitur ipsarum a k, l b, decagoni lat⁹ est descripti in circulo a quo icosahedrum circūscribitur. Et quoniā decagoni qui dem l b, hexagoni autē m k (æqualis enim est ipsi k l: quoniā & ipsi k h, æqua liter enim distant a centro) et vtraq; ipsarum h k, k l, dupla est ipsius k c: quin quanguli igitur est m b. Quod autem pentagoni est: & icosahedri. Icosahedri ergo est m b. ¶ Et quoniam f b est latus cubi: secetur extrema & media ratione in n, sitq; maius segmentum n b. Igitur n b: dodecahedri est latus.

Latus icosaedri

Latus dodecahedri

¶ Et q̄m ostēsū est ꝙ ipsius sphæræ diameter potentia est sesqualtera ipsius a f lateris pyramidis/ipsius autem b e lateris octahedri potentia dupla/ipsius au tem f b cubi potentia tripla: ipsius igitur sphæræ diameter sex/ipsius autem py ramidis latus quatuor/Octahedri vero latus trium/cubi vero duorum. Latus igitur ipsius pyramidis; lateris octahedri potentia est epitritū. Cubi autem la teris: potentia est duplum. Octahedri autem latus: lateris cubi potentia est he miolium. Ipsa quidem igitur prædicta trium figurarum latera: hoc est pyrami dis & octahedri & cubi adinuicem: in rationibus rationalibus subsistunt. Reli qua vero duo & icosahedri & dodecahedri: neq; ad inuicem neq; ad prædicta in rationibus rationalibus existunt. irrationalia sunt etenim: hoc est minor & apotome. ¶ Qz autem maius est icosahedri latus m b, dodecahedri latere n b: sic ostendemus. Quoniam triangulum f d b ipsi triangulo f a b æquiangulum est: ꝓportionale est sicut b d ad ca, sic b f ad b a. Et q̄m tres rectę lineæ ꝓpor tionales sunt: est igit̄ sicut prima ad tertiā/sic q̄d ex prima ad id q̄d ex secun da. Est igitur sicut d b ad b a: sic quod ex d b ad id quod ex b f. Cōuersim igit̄ sicut a b ad b d: sic quod ex f b ad id quod ex b d. Tripla autē est a b: ipsi⁹ b d. triplum igitur quod ex f b: eius quod ex b d. Est autem & quod ex a d: eius q̄d ex d b quadruplū. dupla enim est a d: ipsius d b. Maius igitur est quod ex a d: eo quod ex f b. & maior igitur est a d: ipsa f b. multo igitur maior est a l: ipsa f l. Et ipsa quidem a l, extrema & media ratione diuisa/ maius segmentū est k b: quoniam ipsa quidem l k hexagoni est, & k a decagoni. ipsa autē f b extrema & media ratione diuisa: maius segmentū est n b. Maior igitur est k l: ipsa n b. Aequalis autem est k l: ipsi l m. maior igitur est l m: ipsa n b. Ipsa autem l m: ma ior est m b. multo igitur maior est m b latus existens icosahedri: ipsa n b latere existente ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit.

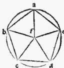
Comparatio.5.laterum

¶ Aliter: ꝙ maior est m b ipsa n b.

¶ Quoniam enim dupla est a d ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius d b. Sicut autē a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod ex b f: quoniam triāgulum f a b ipsi

f d b triangulo æquiangulum est. quod igitur ex a b : eius quod ex b f triplum est. Quinq; igitur quæ ex k l: tribus quæ ex f b sūt æquales. Sed tria q̄ ex f b: sex quę ex n b sunt maiora. & quinq; igitur q̄ ex k l : sex quæ ex n b sunt maiora. Quare & vnum quod ex k l: vno quod ex n b maius est. maior igitur est k l: ipsa n b. æqualis autem est k l: ipsi l m. maior igitur est & l m: ipsa n b. multo igit̃ maior m b: ipsa n b. quod ostendere oportuit. ℂQz autem tria quæ ex f b, sex quæ ex n b sūt maiora: sic ostendemus. Quoniam enim maior est b n ipsa n f: quod igitur sub f b, b n, maius est eo quod ex b f, f n: quæ igitur sub f b, b n, vna cum eo quod sub b f, f n, maius est q̄ duplū eius quod sub b f, f n. Sed qđ sub b f, f n: æquū est ei quod ex n b. extrema nāq; & media ratione secat̃ ipsa b f in n: & quod sub extremis æquum est ei quod a media per 17 sexti. Quod igitur ex f b: eo quod ex b n maius est q̄ duplum. vnū igitur qđ ex f b: duob⁹ quæ ex b n maius est. quare & tria quæ ex f b: vno eorum quæ ex b n, sūt maiora. Quod ostendere oportuit.

ℂDico iam q̄ præter prædictas quinq; figuras : nō construetur alia figura cō-p̄hensa sub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualibus. Sub binis namq; triangulis/neq; sub duobus alijs planis; solidus angulus non construitur. Sub tribus triangulis: q̄ pyramis. sub quatuor: q̄ octahedri. sub quinq; : q̄ icosahedri. Sub sex triangulis æquilateris & æquiangulis ad vnum signum cōstitutis: non erit solidus angulus. existente namq; æquilateri trianguli angulo duarum partiū recti: erunt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Omnis nāq; solidus angulus: sub paucioribus q̄ quatuor rectis cōprę hēditur per 21 vndecimi. Iam id p̄pterea: neq; sub pluribus q̄ sex planis angulis solidus construitur angulus. Sub quadratis tribus: cubi angulus comprę hēditur. Sub quatuor: est impossibile. erunt enim rursus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis tribus: dodecahedri. At sub quatuor: impossibile. existente nāq; quinquanguli æquilateri angulo recto & quinto: erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores. quod est impossibile. Neq; sub polygonis alijs figuris compræhē detur solidus angulus; qm̄ absurdum esset. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura solida non construetur: sub æquilateris & æquiangulis compræhensa. quod erat ostēdendum. ℂQz autem æquilateri & ęquianguli quinquāguli angulus rectus est & quintum: sic ostendendum. Sit inq̄ quinquangulum æquilaterum & æquiangulū a b c d e. & circūscribatur per 14. quartidecimi ei circulus a b c d e. & accipiatur per 1 tertij illius centrum/sitq; f : cōnectanturq; f a, f b, f c, f d, f e. Bifariam igitur secāt ipsius pētagoni angulos: ad ipsa a, b, c, d, e, signa. Et quoniam quinq; anguli qui ad f, quatuor rectis sunt æquales/ & sunt æquales: igit̃ vnus ipsorū (sicut qui sub a f b) vni⁹ recti est quasi quītū. reliqui igitur qui sub f a b, a b f: vnius sunt recti & quintum. Aequalis autē est qui sub f a b ei qui sub f b c. totus igitur q sub a b c pentagoni angulus: vni⁹ recti est & quintum. Quod ostendere oportuit.



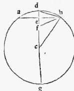
EVCLIDIS MEGARENSIS DECIMI-tertij libri, necnon Theonis in eun-dē & 12 pręcedētes com-mentariorum,
Finis.

¶EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO philosopho Mathematicorumq; facile principi deputatus liber de regularium corporum proportione Campano commentatore: qui in ordine est quartusdecimus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

1 

Mnis perpendicularis a cētro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsum descripti dimidio: lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidijs in longum directumq; coniunctis æqualis esse probatur. Patet igitur q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni: est æqualis perpendiculari ductæ a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.



¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo cuius centrum c: & ducatur a centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ p secundā partem tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia/ & arcū eius etiā per æqualia ex 4 primi & 27 tertij. sitq; hæc perpendicularis linea c d: secans a b ī puncto e, & arcū eius in puncto d. Est igitur vt diximus linea a e æqualis lineæ e b: & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b: de qua cōstat q ipsa est latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti/ cum ipsa subtēdatur medietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; q linea e c est ęqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longū directūq; cōiunctis. Compleatur quidem diameter d c: sitq; d c g, & sit e f æqualis e d: & protrahatur b f, eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f: erit æqualis angulo b f d, Constat autem ex vltima sexti/ q angulus g c b quadruplus est ad angulū b c d: eo q arcus g b quadruplus est ad arcū b d, at vero angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulū b d c: nā ipse est extrinsecus duobus qui sūt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi. igitur angulus b d c: duplus est ad angulū b c d, quare angulus quoq; b f d: duplus est ad angulū b c f. Sed angulus b f d: est æqualis duobus intrinsecis qui sunt b c f & c b f per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f: sunt æquales. ideoq; per 6 primi c f: est æqualis b f. ideoq; etiā c f: est æqualis b d, nā b d & b f: sunt æquales adinuicē. Quare dimidiū c d cū dimidio b d: est quantū dimidiū c d cū dimidio c f. at vero dimidiū c d cū dimidio c f: est quantū dimidiū c f bis cū dimidio f d. dimidiū autē c f bis/ est q̄tū c f: & dimidiū f d, est q̄tū e f. Itaq; e c. est q̄tū dimidiū c d cū dimidio c b & d b. qđ est propositū. ¶Correlariū autē sic cōstat. Manifestū est enī ex 8 tredecimi libri: q perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est æqualis dimidio lineæ ductæ a centro ad circunferētiā. Hoc quidē ibi demōstratū est: & quasi correlariū cōclusū. Cū igitur ex hac prima istius 14 libri pateat q perpendicularis ducta a cētro circuli ad latus pētagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ a cētro ad circunferentiā & dimidio lateris decagoni: sequitur q perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis perpendiculari ductæ a centro ad latus triāguli dimidioq; lateris decagoni intra eundē circulū descripti. Et hoc est qđ ex correlario pponit.

¶CAMPANI annotatio. Nunc ergo explicandū est qđ ait Aristæus in libro ītitulato Expositio sciētiæ quinq; corporū: necnō & Apollonius i dono sedo i proportionalitate figuræ 12 basiū ad figurā 20 basiū dicēs q pportio superficierū figuræ habētis 12 bases ad superficies figuræ habētis 20 bases est tanq̄ proportio corporis 12 basiū ad corpus 20 basium. linea etenim ducta a centro circuli

pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circũferẽtiã eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figuræ viginti basiũ icosedri ad circunferentiã eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij verba. Intelligẽda autẽ sunt de figura 12 & figura 20 basiũ ab vna eadẽq; sphæra circũscriptibiliũ. Est eni proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron/ cũ ambo vna eadẽq; sphæra circũscribit: sicut proportio omniũ superficierũ dodecedri pariter acceptarũ/ ad oẽs superficies icosedri pariter acceptas. quẽadmodũ Apollonius præmissorũ verborũ prima parte cõmemorat: quod & 10 huius decimiquarti libri solida demõstratione stabilitur. Et est circulus circũscribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũscribenti trigonũ icosedri/ cũ dodecedron & icosedron eadẽ sphæra circunscribit: quẽadmodũ ipse Apollonius secunda parte præmissorũ verborũ cõmemorat/ qđ etiã in 5 huius libri demõstratione firmat. Præmittenda sunt igitur antecedẽtia: ad tantorũ virorũ eloquia/ incõcussa veritate corroboranda.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.



QVicquid accidit vni lineæ diuisæ secũdum proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema: omni lineæ similiter diuisæ probatur accidere. 2

¶CAMPANVS. ¶ Sit vtraq; duarum linearũ a b & d e diuisa secũdũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq; extrema: hæc quidẽ in c, illa vero in f. sintq; maiores portiones/ huius quidẽ/ a c: illius autẽ/ d f. Dico itaq; ꝙ ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio: itẽq; ambarũ ad sui minores portiones est proportio vna. at quoq; maiorũ portionũ ad minores vna. & econtrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim. nichil enim aliud est: quicquid vni earũ accidit/ idẽ quoq; alij accidere. constat enim ex diffinitione lineæ secundũ proportionẽ habentem medium duoq; extrema diuisæ & ex prima parte 16 sexti/ ꝙ illud quod fit ex a b in b c: est æquale quadrato a c. eodẽq; modo quod fit ex d e in e f: est æquale quadrato d f. Ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c: est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f. vtraq; enim est proportio æqualitatis. Igitur quadruplũ eius qđ fit ex a b in b c ad quadratũ a c: sicut quadruplũ eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f. qđ ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestũ est. Quare coniunctim quadruplũ eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c, ad quadratũ a c: sicut quadruplũ eius qđ fit ex d e ĩ e f cũ quadrato d f, ad quadratũ d f. Adiungatur autẽ secundũ rectitudinẽ ad lineã a b, vna linea quæ sit æqualis b c: quæ dicatur b g. & ad d e adiũgatur æqualis e f: quæ dicatur e h. Manifestũ est igitur ex octaua secũdi: ꝙ quadruplũ eius qđ fit ex a b in b g cũ quadrato a c, est æquale quadrato lineæ a g. At vero similiter quadruplũ eius quod fit ex d e in e h cum quadrato d f: est æquale quadrato d h. At vero ex cõmuni scientia quadruplũ eius quod fit ex a b in b c, æquũ est quadruplo eius quod fit ex a b in b g: eo ꝙ b c & b g sunt æquales. similiter quoq; quadruplũ eius qđ fit ex d e in e f, æquũ est quadruplo eius qđ fit ex d e in e h: eo ꝙ e f & e h sunt etiã æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti/ quadratũ a g ad quadratũ a c: sicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex secunda parte 21 sexti/ proportio lineæ a g ad lineam a c: est sicut lineæ d h ad lineã d f. & coniunctim a g & a c ad a c: sicut d h & d f ad d f. At vero a g cũ a c, sunt tanq̃ duplum a b: & d h cũ d f, tãquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c: sicut duplũ d e ad d f. & permutatim duplum a b ad duplum d e: sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e: sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e: sicut a c: ad d f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiũctim & coniunctim. Quod oportebat ostendere.

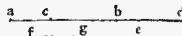
a c b g
d f e h

Eucli. ex Camp. Propositio 3.



DIuiso latere hexagoni scđm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema: maior eius portio erit latus decagoni circunscripti a circulo ipsum hexagonum circũscribẽte. 3

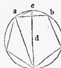
¶CAMPANVS. ¶Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli/ diuisa secūdum proportionē habentē mediū duoq; extrema in puncto c: sitq; maior portio eius b c. Dico φ cuiuscunq; circuli a b est latus hexagoni: eiusdē/b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b: quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni. eritq; ex 9 tredecimi/linea a d diuisa secundū proportionē habentē mediū duoq; extrema: & maior portio eius erit linea a b. Cum igitur vtraq; duarum linearum a b & a d sit diuisa secundū proportionem habentem mediū duoq; extrema: igitur erit per præmissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; d a ad a b quæ est eius maior portio: sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio. sed d a ad a b: sicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionem habentem medium duoq; extrema. & maior portio eius igitur ex vndecima quinti a b ad b d: sicut a b ad b c. Quare per secundā partem 9 quinti b d & b c: sūt æquales. Cum ergo d b sit latus decagoni: erit quoq; ex communi scientia b c latus decagoni. ¶Vel aliter. ¶Ad lineā a b adiungat̃ b d æqualis b c. eritq; ex 4 tredecimi tota a d diuisa secundū proportionem habentē mediū duoq; extrema: & maior portio eius linea a b. Itaq; per conuersam 9 tredecimi quā continue post ipsam demonstrauimus / cuius circuli linea a b est latus hexagoni: eiusdem linea b d (ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. ¶Possumus iterū idem alia via (si libet) demōstrare. Sit enim e f æqualis a b: quæ etiā diuidatur in g secundā proportionē habentē mediū duoq; extrema/ & sit maior portio eius linea f g. Cōstat igitur ex præmissa φ quēadmodū a b est æqualis e f: sic a c est æqualis e g, & c b æqualis g f. Cūq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni: erit (sicut prius dictū est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa secundū proportionē habentē mediū duoq; extrema/ & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmissam a b ad b d: sicut f g ad g e. quare per primam partem 15 sexti quod fit ex a b in g e: æquum est ei quod fit ex b d in f g. Cūq; a b sit æqualis e f: & erit quod fit ex e f in g e æquū ei qđ fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e: æquū est quadrato f g ex diffinitione lineæ diuisæ secūdū proportionē habētē mediū duoq; extrema/ & ex prima parte 16 sexti. igitur quod fit ex b d in f g: est æquale quadrato f g. ideoq; ex prima sexti linea b d: est æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b: erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 Vadratū lateris pētagoni intra circulū descripti/quadratūq; lineæ quæ illius pētagoni angulo subtēditur/ambo hæc quadrata pariter accepta: quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

¶CAMPANVS. ¶Sit in circulo a b c cuius centrū d: inscriptus vnus pentagonus æquilaterus cuius vnū latus sit a b. & protrahatur diameter c d e: diuidēs lineā a b & eius arcū per æqualia. Est igitur arcus a e: medietas quintæ partis circūferentiæ illius circuli. quare arcus a c: est duæ quintæ totius circūferētiæ. Protrahantur itaq; duæ lineæ a e & a c. eritq; a e latus decagoni æquilateri: eo φ eius arcus est medietas qntæ partis circūferentiæ. linea vero a c, erit q̃ subtēditur vni ex angulis pētagoni prædicti: eo φ arc⁹ a c est duę qntæ partes circū ferētiæ circuli. Dico itaq; φ quadrata duarū linearū a b & a c pariter accepta: quincuplū sunt ad quadratū lineæ d e. Est enim ex 4 secundi quadratum lineæ c e: quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cū autē angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertij: eruntq; ex penultima primi quadrata duarū linearum c a & a e quadruplū ad quadratū d e. igitur quadrata triū linearū c a & a e & d e: quincuplū sūt ad quadratū lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & d e: sequit̃ vt quadrata duarū linearū a b & c a sint quincuplū ad quadratū d e. qđ est propositum.

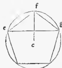


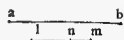
¶CORRELARIVM. ¶Manifestū est ergo/φ quadratū lateris cubi atq; quadratū lateris figuræ duodecim basiū/cū cubū & figurā duodecī basiū eadē sphę

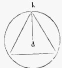
ra circũſcribit: ambo q̃drata pariter accepta qncuplũ ſũt q̃drati medietatis dia metri circuli qui circunſcribit pẽtagonũ eiuſdem figuræ duodecim baſium. ¶ Iſtud correlariũ vere manifeſtũ eſt. conſtat enim ex demonſtratione 17 tredecimi: ꝙ latus cubi ſubtenditur angulo pẽtagoni dodecedri / cũ cubũ & dodecedron vna eadẽq; ſphera circũſcribit. itaq; ꝑ hãc 4. ſine obice cõſtat correlariũ.

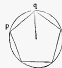
Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

Pentagonus figuræ duodecim baſium / trianguluſq; figuræ viginti baſium / quos eadem ſphæra circunſcribit: vno eodemq; circulo circunſcribuntur. 5









¶ CAMPANVS. ¶ Sit ſphæra cuius diameter a b, circũſcribẽs duas ſolidas figuras: videlicet dodecedron cuius vnus ex duodecim pẽtagonis ſit c, & icoſedron cuius vnus ex 20 triãgulis ſit d. pentagono autẽ c, & trigono d, ſuper duo centra d & c, circũſcribantur duo circuli: huic quidem f c ex 14 quarti / illi vero f d ex 5 eiuſdẽ. Dico itaq; ꝙ hi duo circuli ſphæræ propoſitæ / quorũ alter circunſcribit pentagonũ c, alter vero trigonũ d: ſunt æquales. Signẽtur enim duo latera pentagoni c, vnũ ex ſuis angulis continentia / literis e f & f g: & protrahantur / linea e g quæ ſubtendat angulum f, & ſemidiameter circuli quæ ſit c f. Vnum quoq; ex lateribus trigoni d, ſignetur litteris k h: & protrahatur ſemidiameter ſui circuli quæ ſit d k. Dehinc ſumatur linea l m, ad quã ſit linea a b quæ eſt diameter ſphæræ aſſignatæ / quincupla in potentia: quæquidẽ l m diuidatur in n ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema / ſitq; maior portio eius linea l n. & ſecundũ quantitatem totius l m: lineetur circulus p q. Itaq; ſemidiameter circuli p q: erit ęqualis lineę l m. eritq; ex correlario 15 quarti / linea l m: tanq̃ latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti. ideoq; per tertiam huius / linea l n: erit tanq̃ latus decagoni æquilateri eidẽ circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti inſcribatur pentagonus æquilaterus circulo p q: cuius vnũ latus ſit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratũ lineę p q: æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. Conſtat autem ex demonſtratione 16 tredecimi: ꝙ h k eſt æqualis p q. ergo quadratũ h k: eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At vero ex demonſtratione 17 tredecimi / manifeſtũ eſt ꝙ e g eſt latus cubi ab eadẽ ſphæra circũſcriptibilis. quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ eſt diameter ſphæræ: potentialiter eſt tripla ad e g quæ eſt latus cubi. Si autẽ e g diuidatur ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: patet ex demõſtratione tredecimi ꝙ e f eſt tãq̃ maior portio eius. igitur ex ſecunda huius / e g ad l m: ſicut e f ad l n. nã vt tota ad totã: ſic maior portio ad maiorem. Itaq; per 22 ſexti quadratum e g ad quadratũ l m: ſicut quadratũ e f ad quadratũ l n. quare per 13 quinti / quadrata duarum linearũ e g & e f pariter accepta / ad quadrata duarum linearum l m & l n pariter accepta: ſicut quadratũ e g ad quadratum l m. Ergo per 15 quinti & permutatã proportionalitatẽ / & æquam / triplum duorũ quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorũ ad quadrata duarum linearũ l m & l n pariter acceptа: ſicut triplũ quadrati e g ad quadratũ l m. Triplum autẽ quadrati e g: eſt tanq̃ quadratum a b ex correlario 14 tredecimi. at quadratum a b: eſt per hypotheſin quincuplum ad quadratum l m. ergo triplum quadrati e g: quincuplũ quoq; eſt quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum: eſt quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatum eſt ꝙ quadratum h k eſt æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis: ſequitur ex cõmuni ſcientia vt triplum quadratorum e g & e f ſit quincuplum ad quadratum h k. Conſtat autem ex 8 tredecimi: ꝙ quincuplum quadrati h k eſt quindecuplum ad quadratum d k, nam ſimplum eſt triplum. Et ex quarta huius conſtat: ꝙ triplum quadratorum e g & e f, eſt quindecuplum quadrati c f, nam ſimplum eſt quincuplum. Itaq; quindecuplum quadrati c f: eſt ęquale quindecuplo quadrati d k, ideoq; per 15 quinti quadratum c f: eſt æquale quadrato d k, quare etiã linea c f: eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium / circulus circunſcribens pentagonum c: eſt æqualis circulo circunſcribenti trigo-

num. nam semidiametri horum circulorum sunt æquales: videlicet c f & d k quod erat ex principio demonstrandum.

6 Eucli ex Camp. Propositio 6.



Vadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circunscribentis pentagonum figuræ duodecim basium ad latus pentagoni/ atq; sub latere ipsius pentagoni continetur: omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse æquale ex necessitate conuincitur.

¶CAMP. ¶Sit pentagonus a, vna ex 12 basibus figuræ dodecedri: & vnum ex eius lateribus sit b c. sibiq; ex 14 quarti circũscribatur circulus supra centrũ a: & protrahantur lineæ a b & a c, & a d perpendicularis ad b c. Dico ergo ꝙ trigincuplũ eius quod fit ex a d in b c: est ęquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Cõstat enim: pentagonum d esse diuisibilem in quinq; triangulos æquales triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes sunt æquales & similes pentagono a) diuisibiles sunt in 60 triangulos: quorum quisq; per 8 primi est æqualis triangulo a b c. Quod autē fit ex a d in b c: est duplum per 41 primi/ ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c: est sexagincuplum ad triangulum a b c. nam vt simplum ad simplum: sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplũ ad triangulum a b c: sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

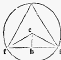


7 Eucli ex Camp. Propositio 7.



Vadratum quoq; quod est triangulũ alias trigincuplũ tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ viginti basium/ atq; sub ipso latere trianguli continetur: ęquale est omnibus superficiebus figuræ viginti basium pariter acceptis.

¶CAMP. ¶Esto enim hic trigonus e, vna ex 20 basibus figuræ icosedri: & vnum ex eius lateribus sit f g. sibiq; ex 5 quarti circũscribatur circulus super cētrum e: & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur ꝙ trigincuplum eius quod fit ex e h in f g: est æquale omnibus sũpficiebus icosedri pariter acceptis. Cõstat enim: trigonum esse diuisibilem in tres trigonos quorũ quilibet per octauã primi/ est æqualis trigono e f g. Itaq; omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti (cũ cũcti sint ęquales et similes trigono e) sunt tã ğ sexagincuplũ trigoni e f g. Et quia per 41 primi quod fit ex e h in f g est duplũ trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius est æquale sexagincuplo illius: sequitur vt trigincuplum e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.



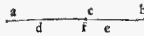
¶CORRELARIVM. ¶Manifestũ igitur est ꝙ/ proportio superficierũ figuræ duodecim basiũ in aliqua sphæra cõtentæ ad superficies figurę viginti basium in eadē sphæra conclusæ: est tanq̃ proportio tetragoni cõtenti sub latere pētagoni ipsius figuræ duodecim basiũ & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni/ ad tetragonũ contētũ sub latere trianguli ipsius figuræ viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsum latus triãguli corporis viginti alchaidarũ. ¶Quod per illud correlariũ cõcluditur verũ esse: siue figura 12 basiũ & figura 20 basiũ sint ab eadē sphęra circũscriptibiles vt proponitur/ siue etiam fuerint circũscriptibiles a diuersis sphæris, proponitur autem prout hę figurę sunt circũ scriptibiles ab eadē sphęra: qm̃ hoc modo valet & sufficit ad ꝓpositũ. Eius ergo cõmunis veritas sic patet. Cõstat eni ex 6 huius: ꝙ trigincuplũ a d in b c, ęquũ est oĩbus sũpficiebus dodecedri pariter acceptis cuius pētagonus a est vna ex 12 sũpficiebus. Et ex hac 7 cõstat similiter: ꝙ trigincuplũ e h in f g, ęquũ est oĩbus sũpficiebus icose



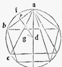
dri pariter acceptis/ cuius trigonus e est vna ex 20 basibus: siue illud dodecedron & istud icosedron eadẽ sphæra circũscribat/ siue diuersæ. itaq; proportio trigincupli a d i b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas: est sicut trigincupli e h i f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas. vtrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplũ a d in b c ad trigincuplũ e h in f g: sicut omnes supficies illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri. & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum: est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti ꝙ proportio omniũ superficierũ illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri: est eius quod fit ex a d in b c ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

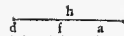
Eucli. ex Camp. Propositio 8.

PRoportio cunctarũ superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basiũ pariter acceptas/ quæ ab vna sphæra ambo circũscribuntur: est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadẽ sphæra/ ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium. 8



¶CAMPANVS. ¶ Vt ab huius 8 demõstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat: istud præscire oportet. Qz si aliqua linea secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema fuerit diuisa/ & ex medietate eius tanq̃ dimidiũ suæ maioris portionis detrahatur: ipsa quoq; medietas secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema diuisa erit/ & eius maior portio est tanq̃ dimidiũ maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ in c: & maior eius portio sit a c. & sit d e tanquam dimidiũ a b: & d f tanq̃ dimidiũ a c. Dico ergo ꝙ d e diuisa est in f secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius est d f. constat enim ex 15 quinti ꝙ ꝓportio a b ad a c: est sicut d e ad d f, videlicet duplũ ad duplũ tanq̃ simplum ad simplũ. Quare permutatim a b ad d e: sicut a c ad d f. igitur per 19 quinti c b ad f e: sicut a b ad d e. Estq; c b: dupla ad f e. sic enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit dupla ad totã d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e: erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema/ linea d e diuisa in f, quẽadmodum proponitur. ¶Nunc igitur demõstrationi eius qđ propositũ est insistamus. Ad cuius exẽplũ sit a b c circulus cuius centrũ d: circũscribens pentagonũ dodecedri & trigonũ icosedri/ quæ ambo pariter eadẽ sphæra circũscribit & concludit. nã ex 5 huius manifestũ est: ꝙ idẽ circulus huius pentagonũ & illius trigonũ circũscribit. Sit autẽ linea a b, latus pẽtagoni: & linea a c, trigoni. sitq; linea h: tanq̃ latus cubi ab eadẽ sphæra circũscripti. Dico itaq; ꝙ ꝓportio oĩm supficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri pariter acceptas: est sicut linea h ad lineã a c. ꝓducatur quidẽ a cẽtro d, perpẽdicularis ad a b: quæ trãseat vsq; ad circũferentiã/ secãs a b in puncto e, & arcũ eius in pũcto f. hãc autẽ perpẽdicularẽ cõstat diuidere per æqualia tã lineã a b q̃ eius arcũ: chordã quidẽ a b per secundã partem 3 tertij/ arcum vero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circunferẽtiæ. Subtẽdatur itaq; sibi chorda a f: quæ erit latus decagoni ęquilateri eiusdẽ circuli. erit igitur ex 9 tredecimi linea cõstãs ex d f, f a, diuisa secundũ proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema: & maior portio eius erit linea d f. At vero ex prima huius/ d e: est æqualis dimidio d f dimidioq; f a in lõgũ directũq; cõiunctis. Sit igitur d g: perpendicularis ad a c. eritq; ex correlario 8 tredecimi/ g d: tanq̃ dimidiũ d f. Itaq; si a linea d e quæ est tãquã dimidiũ d f a, cũ d f & f a sit linea vna/ detrahatur æqualis d g quæ est tãquã dimidiũ d f: erit per illud quod ante hoc probatũ est/ linea d e diuisa secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema/ & maior portio erit tanq̃ g d. Ex demonstratione autẽ 17 tredecimi cõstat/ ꝙ si linea h quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema: maior portio eius erit tanq̃ a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basiũ. Itaq; per secundã huius/





proportio h ad a b: est sicut d e ad g d, quare per primã partẽ 15 sexti/ quod prouenit ex h in g d: æquũ est ei quod fit ex a b in d e. ℂ Ex correlario autẽ præmissæ manifestum est/ q̃ proportio omniũ superficierũ dodecedri cuius latus a b pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri cuius latus a c pariter acceptas: est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdẽ/ proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: est sicut omnium superficierũ illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At vero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d: est per primã sexti sicut h ad a c. Itaq̃ per 11 quinti proportio oĩm superficierũ illius dodecedri ad oẽs huius icosedri: est sicut h ad a c. quod est propositũ. ℂ Hoc ipsũ aliter probare poterimus: si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus/ quod est.

ℂ Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur: rectã gulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius lineæ angulum ipsius pentagoni subtendentis cõtinetur/ eidem pentagono æquum esse ex necessitate oportet.

ℂ Maiores nostri vnũquodq̃ integrũ in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiserunt: oẽsq̃ eas simul hoc est ipsum totum/ assem vocauerũt. vndecim vero earũ: dixerũt deuncẽ, decem autẽ: dextantẽ. nouẽ: dodrantẽ. octo vero: bisse. at septẽ: septãtẽ vel septuncẽ. sex autẽ semis. quinq̃: quicuncem. quatuor: trientem. tres autẽ: quadrantẽ. duas vero: sextantẽ. vnã autẽ: appellauerũt vnciã. easq̃ p ordinẽ talibus designauere figuris: q̃ sæpissime inueniunt i antiq̃s libris.

As Deunx Dextans Dodrans Bisse Septunx

Semis Quincunx Triens Quadrans Sextans Vncia

ℂ Vnciã quoq̃ quã duodecimã partẽ assis fore diximus: in alias rursus 12 fractiones/ sed alia via diuiserũt. nã medietatẽ vnciæ: dixerũt semunciã. tertiam vero: duellã. quartã: sicilicũ. sextã: sexculã. octauã: dragmã. duodecimã: semisiclã. decimãoctauã: tremissem. vigesimãquartã: scrupulũ. quadragesimãoctauã: obulũ. septuagesimãsecundã: bissiliquã. nonagesimãsextã: ceracẽ. Vltimã vero quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius vnciæ: siliquã nominauerũt. His autẽ 12 fractionibus vnciæ posteriores adiunxere calcũ. est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars vnciæ. cuius additionis causa fuit: vt vsq̃ ad minimũ extremũ diatesseron & diapẽte symphoniarũ tonorũ semitonorũq̃ interuallis distinctarũ/ harũ fractionũ denominatio cõscẽderet vel contenderet. & ipsas omnes secundũ ordinẽ talibus annotauere figuris.

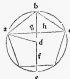
2 3 4 6 8 12 18

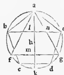
Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Hemissecla Tremissis

24 48 72 96 144 192

Scrupulus Obulus Bissiliqua Ceraces Siliqua Calcus

ℂ Eius ergo quod dicitur: sensus est. Q si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus iscribatur: illud qđ fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq̃ sextas lineæ subtẽdẽtis vnũ ex angulis inscripti pẽtagoni/ æquale est pẽtagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c sup centrũ d: eiq̃ ex 11 quarti inscribatur pentagonus æqlaterus/ cuius duo latera vnũ ex suis angulis cõtinẽtia sint a b & b c. & angulo b subtẽdatur linea a c: & protrahatur diameter b d e secãs lineã a c p æqualia in pũcto g. sitq̃ d f medietas d e. & g h dupla ad h c. eritq̃ b f dodrãs diametri: est enĩ tres quartæ ipsius. & a h erit dextãs vel sextãs a c: est enĩ 5 sextæ eius. protrahatur autẽ linea a d. dico q̃ illud qđ prouenit ex b f i a h: est æquale pẽtagono inscripto circulo. Cũ enĩ a g sit perpẽdicularis ad b d: erit ex 41 primi & illud qđ ꝓuenit ex b d in a g, duplũ ad triãgulũ a b d. ideoq̃ quod ꝓuenit ex b f in a g: triplũ erit ad eũdẽ triãgulũ. & qđ ꝓuenit ex b f in h g: duplũ. & ex b f in totã a h: quincuplũ. Cũ itaq̃ totus pẽtagonus quintuplus sit ad eũdẽ triãgulũ: cõstat q̃ illud qđ fit ex b f i a h, est æquale pẽtagono. Et illud

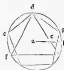




erat demõstrandum. ¶Quod igitur ex principio propositum est: nunc alia via (sicut promisimus) demõstremus. Sint itaqꝫ circulo cuius centrum h, inscripti / pentagonus figuræ 12 basium & trigonus figuræ 20 basium: quas eadem sphæra circũscribit. Constat enim ex 5 huius: ꝙ huius dodecedri pentagonus/& illius icosedri trigonus: ab eodẽ circulo circũducentur. sitqꝫ pentagonus a b c d e: & trigonus a f g. & angulo a pẽtagoni subtendatur linea b e: quæ ex demonstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem sphæra cõcludit. protrahatur itaqꝫ diameter a h k: secans orthogonaliter & per æqualia vtrãqꝫ duarũ linearũ b e & f g. hanc quidem in puncto l: illam vero in puncto m. Dico ergo ꝙ proportio omniũ superficierum dodecedri ad omnes icosedri: quorum pẽtagonus & trigonus proposito circulo sunt inscripti: est sicut lineæ b e, quæ est latus cubi ab eadem sphæra conclusi/ad lineam f g quæ est latus trigoni icosedri. Cõstat enĩ ex correlario 8 tredecimi: ꝙ linea h m est dimidium lineæ a h. ideoqꝫ a n erit dodrãs diametri a k: est enim eius tres quartæ. Sit ergo l n: dupla ad n e. eritqꝫ b n dextans b e: est enĩ quĩqꝫ eius sextę. Itaqꝫ per præmissum antecedẽs/quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e: quod autem prouenit ex a m in m f, est æquale triangulo a f g. Igitur ex prima sexti/proportio pẽtagoni ad trigonũ: est sicut b n ad m f. quare duo decupli illius pẽtagoni ad vigincuplum istius trigoni: sicut duodecupli lineę b n ad vigincuplũ lineę m f. quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem b n: est tanq̃ decuplũ b e. nam 12 dextantes: coęquãt 10 asses hoc est 10 tota. vigincuplũ vero m f, est tanq̃ decuplum f g: nam f g, est dupla ad m f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad vigincuplũ istius trigoni: est sicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies dodecedri / vigincuplũ autẽ huius trigoni est oẽs supficies icosedri/ & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g sicut b e simplæ ad f g simplam: erit per 11 quinti proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies icosedri pariter acceptas/sicut b e ad f g. Et hoc est quod oportuit nos demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

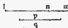
DIuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema: erit proportio lineæ potentis supra totam lineam eiusqꝫ maiorem portionem ad lineã potentem supra totam eiusdemqꝫ minorem portionẽ/tanq̃ proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti basiũ vna cum cubo ipso in eadem sphæra contenti. 9





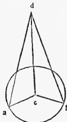
¶CAMP. ¶Sit linea a b diuisa secũdum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema: & maior portio sit linea a c. & super centrũ a secundũ quãtitatem lineæ a b describatur circulus d b e: eiqꝫ inscribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius vnum latus sit d e, & ex secunda eiusdem triangulus ęquilaterus cuius vnum latus sit d f. & vni ex angulis pentagoni qui sit d: subtendatur linea e g. Constat igitur ex 5 huius: ꝙ sphæra circunscribens dodecedron cuius pentagoni latus est d e, circunscribit simul icosedron cuius trianguli latus est d f. & ex demõstratione 17 tredecimi manifestum est, ꝙ eadẽ sphæra circũscribit cubum cuius latus est e g. Sumatur ergo linea h potens super totam a b & eius maiorem portionem a c: & sumatur k potens super totam a b & minorem eius portionem b c. Dico itaqꝫ ꝙ proportio e g ad d f, hoc est lateris cubi ad latus trianguli icosedri vna cũ ipso cubo ab ipsa sphæra contenti: est sicut h ad k. Constat quidẽ quod ex correlario 15 quarti: ꝙ a b est tanq̃ latus hexagoni ęquilateri circulo b d e inscripti. Igitur ex tertia huius/a c: est tãq̃ latus decagoni eiusdẽ circuli. Itaqꝫ per 10 tredecimi/d e: potens est super totam a b & eius maiorem portionem a c. quare d e: est æqualis h. nam quadratum vtriusqꝫ earum: tantum est quantum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi: ꝙ d f est tripla potentialiter ad a b. at vero ex 5 eiusdem patet: ꝙ k quoqꝫ tripla est potentialiter ad a c. Ergo ex secũda parte 21 sexti proportio d f ad a b: est sicut k ad a c. quare permu-

tatim d f ad k: sicut a b ad a c. Et quia ex demonstratione 17 tredecimi manifestū est ꝙ si e g diuidatur secūdum proportionē habentem medium duoq; extrema / maior portio eius erit tanq̃ d e: erit per secūda huius proportio e g ad d e, sicut a b ad a c. quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e: sicut d f ad k. & permutatim e g ad d f: sicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti d e ad k sicut h ad k, eo ꝙ d e & h sunt æquales: erit per 11 quinti e g ad d f, sicut h ad k. Quod est propositum. ¶Non solum autem est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k: immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alteram / quarum altera potest super totam quālibet lineam diuisam secūdū proportionē habentem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionē / altera vero super totam & eius minorem portionem. nam singularū linearum taliū est proportio vna. Verbi gratia. maneãt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k. & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secūdum proportionem habentem medium duoq; extrema in n: & portio maior sit l n. sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorem portionem l n: & linea q sit potens super totam l m & eius minorem portionem m n. Dico ergo ꝙ proportio p ad q: est sicut h ad k. Constat enim ex secūda huius: ꝙ b a ad a c, est sicut l m ad l n. ergo per primã partem 21 sexti / quadrati b a ad quadratū a c: est sicut quadrati m l ad quadratum n l. quare coniunctim quadrati h ad quadratum a c: sicut quadrati p ad quadratum l n. & permutatim quadrati h ad quadratum p: sicut quadrati a c ad quadratum l n. Eodem argumētationis genere sequitur ꝙ proportio quadrati k ad quadratum q: est sicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex secunda huius et prima parte 21 sexti quadratum a c ad quadratum l n sicut quadratū c b ad quadratum m n: erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, sicut quadratum k ad quadratum q. quare per secundã partem 21 sexti h ad p: sicut k ad. Et permutatim h ad k: sicut p ad q. Quod erat demonstrandum. ¶Et ne quisq̃ dubitationis locus ea quæ demōstranda restant obfuscet: præmittenda adhuc duximus quædam / quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.



¶Si aliqua plana superficies sphæram quālibet secet: communis sectio planæ superficiei secantis & curuæ superficiei sphæræ erit circūferentia continens circulum.

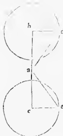
¶Sit igitur aliqua plana superficies secans sphæram: & sit linea a b cōmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ. dico ꝙ linea a b est circūferentia circuli. Aut enim centrum sphæræ est in plana superficie secãte: aut extra. Q; si fuerit in ea: ponatur vbicūq; contigerit / & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ / & quia omnes lineæ ductæ a centro sphæræ ad ipsius circūferētiam sunt æquales quēadmodum constat ex diffinitione sphæræ: sequitur vt omnes lineæ ductæ a puncto c ad lineã a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus: & eius centrum est c, videlicet idē quod cētrum sphæræ. Si autem centrum spæræ fuerit extra superficiem secantem: ponatur ergo vbilibet quod sit d, a quo secundū doctrinam 11 vndecimi ducatur linea d c perpendicularis ad superficiem secãtem. & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocūq; contingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b: & iungatur c cū a & cum b. eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales: eo ꝙ ipsæ sunt a centro sphæræ ad superficiē eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad superficiem / manifestū est: ꝙ anguli d c a & d c b sunt recti. ideoq; ex penultima primi / & ista communi sciētia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarū linearum c d & c a pariter accepta: æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis. dempto itaq; vtrinq; quadrato d c: erit quadratū c a æquale quadrato c b. quare & linea c a: lineæ c b. Eodē argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b: esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli / superficies quam continet linea a b, est circulus: & eius cētrum est c. quod est propositum. ¶Ex hoc itaq; manifestum est / ꝙ cum superficies secat sphæram super centrum eius: sector proueniens in superficie sphæ-



ræ est linea continens circulum cuius cẽtrum est centrum sphæræ. Cum autem superficies secat sphæram non super centrum eius: sector quoq; prouenĩens in superficie sphærę: est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro sphæræ ad superficiem secantẽ.

¶Amplius autem dico

¶Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales: perpẽdiculares ductæ a centro sphæræ ad superficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.



¶Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales: quorum superficies protrahantur a centro sphæræ videlicet a pũcto a, perpendiculares secundum q; docet 11 vndecimi. ad hunc quidem/a b: ad illum autem/a c. Dico q; duæ lineæ a b & a c: sunt æquales. Protrahantur enim a punctis b & c, singulæ lineæ rectę ad circũferentias illorum circulorum prout libuerit. in hoc quidem/ b d: in illo autem/c e. & iungatur a cum d & cum e. eritq; ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter stantis: vterq; duorũ angulorũ a b d, a c e, rectus. Atvero ex secũda parte præmissi correlarij manifestũ est/ q; duo puncta b & c sunt centra circulorũ b, c: ideoq; duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorũ. qui circuli cũ ponãtur æquales: sequit̃ ex diffinitione equalium circulorũ has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e sunt æquales/ quia sunt ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem: erunt ex penultima primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

PRopositio corporis dodecedri ad corpus icosedri/ quę ambo vna eadẽq; sphæra includit: est sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas. 10

¶CAMP. ¶Hoc est quod superius post demonstrationem 1 huius / auctoris Aristei & Apollonij cõmemorauimus: cuius demõstratio ex ijs q̃ præmissa sunt/ euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifestum est/ q; circuli quorũ alter circũscribit pẽtagonũ dodecedri/ reliquus vero trigonũ icosedri/ q̃ ãbo corpora sphæra vna coercentur sunt adinuicẽ æq̃les. Itaq; erũt perpẽdiculares a centro sphærææ ad superficies omniũ circulorũ circũscribẽtiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icosedri in eorũ cẽtra cadẽtes: adinuicẽ ęquales/ sicut ex premissis manifestũ est. nã oẽs hi circuli: teste 5 huius sicut dictũ est/ ęq̃les sunt sibi adinuicẽ. Pyramides igit̃ quarũ sunt bases pẽtagoni dodecedri & coni earũ similiter cẽtrũ sphærę/ ac pyramides quarũ bases sunt trigoni icosedri et coni earũ similiter centrũ sphærę: sunt æq̃ altæ. Cũctarũ quidẽ pyramidũ altitudinẽ mẽsurãt vel determinãt a conis ad bases perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ ęq̃ altas/ suis basibus ꝓportionales esse oportet: quẽadmodũ i 6 duodecimi ꝓbatũ est. Itaq; proportio pyramidis cuius pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius basis trigon⁹ icosedri: est sicut istius pẽtagoni ad hũc trigonũ. ideoq; p 24 quinti/ ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pẽtagonus dodecedri/ ad pyramidẽ cuius basis trigonus icosedri: sicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ. eę autẽ 12 pyramides quarũ sunt bases 12 pẽtagoni dodecedri/ sunt tãq̃ totum corpus ipsius dodecedri: at 12 pentagoni tanq̃ oẽs superficies eius. itaq; ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus icosedri: est sicut ꝓportio oĩm supficierũ dodecedri ad trigonũ icosedri. Quare rursus ex 24 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad vigicuplũ illius pyramidis cuius basis est trigonus icosedri: est sicut oĩm supficierũ dodecedri ad vigicuplũ trigoni icosedri. Cũ igit̃ vigicuplũ huius pyramidis sit tanq̃ totũ corpus icosedri/ at vigicuplũ istius trigoni tãq̃ oẽs supficies ipsius icosedri: erit proportio corpis dodecedri ad corpus icosedri q̃ ãbo vna eadẽq; sphęra cõcludit/ sicut ꝓportio oĩm supficierũ corpis dodecedri pter acceptarũ ad oẽs supficies corporis icosedri pter acceptas. Hoc autẽ est prædictorũ philosophorũ de ꝓportiõe horũ duorũ corporũ sentẽtia: fixa, solidaq; demõstratiõe roborata.

Cui quoq; adiiciendum est hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icosedri vna cum ipso cubo ab eadem sphæra conclusi / sit sicut proportio omnium superficierum corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies ipsius icosedri in eadem sphæra conclusi / sicut ex 8 huius demonstratum est: erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo sphæra vna circũuoluit tanq̃ proportio lateris cubi eidemq; sphæræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni icosedri. Amplius autem / quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema / est proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionẽ sicut lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni corporis icosedri ab eadem sphæra circũducti / sicut ex 9 huius demonstratum est: erit etiam ex 11 quinti vt diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema sit proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionẽ ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem / veluti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo vna atq; eadem sphæra circũscribit. Ex dictis igitur manifestũ est / q proportio lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti / item proportio cunctarum superficierum dodecedri ad cunctas superficies icosedri quę ambo eadem sphæra circũscribit / & rursus propotio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineam potentem super eandem & super eius minorem portionem / itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo vna eadẽq; sphæra coercet: est proportio vna. ❡Mirabilis itaq; est potentia lineæ secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisæ. Cui cũ plurima philosophantium admiratione digna cõueniant: hoc principium vel præcipuũ ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura / vt tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tũ etiã figura / irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratum est / q proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra vna coambit: est quasi proportio lineæ potentis super quãlibet lineã secũdũ præfatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem / ad quãlibet lineam potẽtem super eandem & eius minorem partem. ❡Quoniã vero de tribus ceteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus: studeamus de ipsis aliquid dicere.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 IN omni triangulo æquilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basin ducatur: latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularem potentialiter sesquitertium esse conueniet.



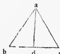
❡CAMP. ❡Sit enim triangulus æquilaterus a b c: ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico q a b est potentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi / duo anguli b & c æquales. Et quia ãguli ad d sunt recti: erit per 26 primi linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 secundi quadratum b c: quadruplum ad quadratum b d. ideoq; etiam quadratum a b: quadruplum est ad quadratum b d. est enim triangulus æquilaterus. Quare per penultimã primi quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta: quadruplum sunt ad quadratum b d. Itaq; quadratum a d: triplum est ad quadratum b d. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale: superficies medialis esse probatur.

❡CAMP. ❡Sit vt prius / triangulus a b c æquilaterus: & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico itaq;: q ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicularis a d: a b angulo a, ad basin. eritq; ex pręmissa & ex 6 decimi & diffinitione superficiei rationalis / quadratum lineæ a d rationale: & linea a d rationa

lis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte decimę mediãte præmissa erit incommẽsurabilis lineæ a b:ideoq; & linea b d, quæ est tanq̃ eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales/potentialiter tantũ cõmunicantes. igitur ex 19 decimi superficies vnius earũ in alterã: est medialis. Cũq; superficies vnius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c: constat verum esse quod diximus.



Eucli. ex Camp. Propositio 13.



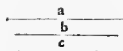
CVnctæ superficies vtriuslibet duorum solidorum quorũ alterum est pyramis quatuor basium triangularium & æquilateratum/ reliquum vero est corpus octo basiũ triãgularium & æquilaterarum/ pariter acceptæ: si diameter sphæræ ea circunscribentis rationalis fuerit / componunt superficiem medialem. 13

¶CAMP. ¶Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorum corporum circũscribẽtis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tãtum: erit ex correlario 13 tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia/ & ex correlario eiusdem 15 latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia. quare per præmissam/trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis: erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt æquales: erunt ex 21 decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter acceptæ cõponentes superficiem medialem/quemadmodum proponitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

SI tetrachedron & octoedron vna eademq; sphæra circũscribat: erit vna ex basibus tetrachedri sesquitertia ad vnam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas/sesquialteram proportionem habere: necesse est. 14

¶CAMP. ¶Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b: & octoedron cuius latus c. Dico itaq; q͂ triangulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulum æquilaterum cuius latus c: & q͂ superficies quam cõponunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus c, sesquialtera est ad superficiẽ quã cõponunt quatuor triãguli æquilateri cuiusq; quorum est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi: q͂ quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4. igitur ẽuerso quadratum b ad quadratum a: sicut 4 ad 6. Ex correlario vero 15 eiusdem manifestũ est: q͂ quadratũ a ad quadratum c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c: sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c: est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonũ æquilaterum cuius latus c. vtrobiq; enim: est sicut b ad c proportio duplicata ex secũda parte 18 sexti. igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c: sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. ¶Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b: sicut tria ad quatuor. ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni ęquilateri cuius latus b: est sicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij. hoc autem: sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni ęquilateri cuius latus c, est omnes bases octocedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesqualtera: sequitur vt superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam cõponunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



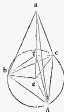
Eucli. ex Camp. Propositio 15.



PYramide quatuor basium triangularium atq; ęquilaterarum intra sphæram quãlibet collocata/ si a quolibet angulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basin 15

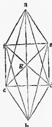
ducatur: in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere/ atq; eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

¶CAMPANVS. ¶Sit pyramis a b c d, 4 basiũ triangularium atq; æquilateratum: intra sphæram aliquam cuius centrum sit f, collocata. & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius/ & quilibet quatuor triangulorũ esse basis: imaginemur nũc eius solidum angulum a esse conum/ & triangulum b c d imaginemur esse basin/ atq; huic basi intelligamus circunscriptũ esse circulũ b c d. dehinc a puncto a quẽ imaginati sumus conum pyramidis/ ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntem per punctum f qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidem de qua disputamus: & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis/ super punctum e. Dico igitur ꝙ punctum e est centrum circuli b c d: & ꝙ linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphęrę cuius centrum f, propter hoc ꝙ illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidem: erũt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicem ęquales. sunt enim ductæ a cẽtro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b trianguli a f b, sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a c, nã pyramis posita est æquilatera: erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c. ideoq; per 13 primi angulus quoq; b f e: erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e: esse æqualem angulo c f e. necesse est enim ex 8 primi: vt angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e: erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli b f e, c f e, d f e, adinuicem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d: sequitur ex 4 primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales. ideoq; per 9 tertij punctus e i est centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphęrę ad superficiem cuiuslibet circuli eã secantis/ cadit super centrũ eiusdem circuli sicut ex ijs quę premissa sunt videlicet ex ijs quæ 10 huius immediate præcedunt didicisti: conuincitur lineam a f e esse perpendicularem ad superficiem circuli a b c. quẽadmodum proponitur. Sin autem: erunt eiusdem circuli duo centra. quod natura tanq̃ impossibile exhorruit.



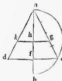
Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 Solidum octo basium triangularium atq; æquilateratũ quod ab aliqua sphæra circũscribitur: diuisibile est in duas pyramides æque altas quarum altitudo æqualis est semidiametro sphæræ/ basis autem vtriusq; quadratum quod est subduplum quadrato diametri sphæræ.



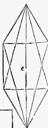
¶CAMP. ¶Esto corpus octo basium triangularium atq; æquilateratũ cuius sex anguli sint a, b, c d, e, f: circũscripta a sphæra cuius cẽtrum g. Constat itaq; ꝙ sex puncta a, b, c, d, e, f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum sex punctorum: erunt duæ lineæ iũgentes ipsum eis adinuicem æquales/ cum ipsæ sint a centro sphæræ ad superficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi sit diameter sphæræ potentialiter dupla ad latus huius corporis: erit ex 4 secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphæræ. Quadratũ ergo e f: duplum est ad quadratum ipsius c e. ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g & g f. Itaq; per penultimã primi ãgulus c g f: est rectus. eadem ratione quisq; angulorum f g d, d g e, & e g c: est rectus. quare per 14 primi/ & c g d, & f g e: est linea vna. igitur ex 2 vndecimi quinq; puncta c, f, d, e, g: sunt in superficie vna. Manifestũ est autẽ ex 5 primi & 32 eiusdem: ꝙ quilibet quatuor angulorũ c, e, d, e, f, est rectus. igitur ex diffinitione quadrati: superficies c e d f est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis: constat ex correlario 15 tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione constat vtrãq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 vn-

decimi vtrãq; earum esse perpendicularem ad superficiem c e d f. & ambas scilicet a g & g b per 14 primi cõponere lineam vnã. Diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem a c f d e cuius basis quadratum c e d f quod est subduplum quadrato diametri sphæræ/ & etiam altitudo linea a g quæ est semidiameter sphæræ: & in pyramidem b c f d e cuius basis est prædictum quadratum/ & eius altitudo linea g b quæ est semidiameter sphæræ. Et hoc est quod oportebat ostendere.

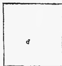


Eucl. ex Camp. Propositio 17.

Pyramidem quatuor basiũ triangularium atq; æquila- 17
terarum sphæra aliqua circunscribente/ erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter subsesquitertia ad dodrãtem lateris ipsius pyramidis & sub linea superquincupartiente vicesimasseptimas eius dodrantis cõtinetur/ ad quadratum diametri sphæræ: sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarum/ quæ ambo eadem sphæra circunducantur.





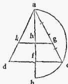




CAMP. Sit sphæra cuius diameter a b & centrũ h: circũscribens pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octobasium triangularium atq; æquilaterarum quod sit e, sitq; linea l m potentialiter subsesquitertia ad dodrantẽ lineæ a c quæ est latus pyramidis: & linea m n contineat dodrantem prædictũ & eius quinq; vicesimasseptimas. sitq; p: quadratum diametri a b. Dico itaq; q proportio pyramidis a c d ad octoedron e: est sicut superficiei l m in m n, ad quadratum p. Imaginemur enim solidum angulum a esse conum pyramidis: & basin pyramidis cuius vnũ latus est d c, secare diametrum sphæræ in puncto f. eritq; (quẽadmodum ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestum est) a f dupla ad f b. Cũq; etiã a b sit dupla ad b h: erit ex 19 quinti b f dupla ad h f. ideoq; a f: quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiem secantem pyramidem a c d, super centrum sphæræ æquidistanter basi ipsius: sitq; linea g k cõmunis sectio huius superficiei & trianguli a c d. eritq; ex 17 vndecimi proportio c a ad a g: sicut f a ad a h. igitur c a ad a g: sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa proportionalitate: f a ad a h. Constat etiam ex secunda parte 29 primi/ & 16 vndecimi/ & 10 eiusdem/ & prima parte 2 sexti/ & diffinitione similiũ superficierũ & similium corporum: q pyramis a g k est similis pyramidi a c d. ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: est sicut c a ad a g triplicat . quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui: q proportio 4 ad 3 triplicata/ est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k: est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triangulus æquilaterus q r f ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantem lineæ a c: & producatur linea q t perpendicularis ad r f. erit ex 11 huius linea q t potentialiter subsesquitertia ad lineam q r: ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r f linea f x: ita q proportio r x ad r f sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per ęq̃lia in v: vt sit r v 32 de partibus illis de quibus r f est 27, aut r x 64. eritq; r v ęqualis m n. Et ducantur lineę q v & q x. eritq; ex 1 sexti/ proportio triãguli q r x ad triangulũ q r f: sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulum q r v, at ex 41 primi quod fit ex q t in r v duplum quoq; sit ad triangulum q r v: erit quod fit ex q t in r v (& ipsum est æquale superficiei l n) ęquale triangulo q r x. quare proportio superficiei l n ad triangulum q r f: est sicut 64 ad 27. ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidem a g k. Manifestum est autẽ ex 15 huius: q linea a f est perpendicularis ad basin pyramidis a c d. ideoq; per 19 vndecimi linea a h: est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis: est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaq; octoedoron e: quẽadmodũ proponit præmissa. erit itaq; vtraq; duarum pyramidum in quas ipsum e diuiditur: æque alta pyramidi a g k. nam singularum altitudo: est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ/ suis basibus sunt

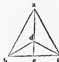
proportionales vt in 6 duodecimi demonstratum est: erit proportio pyramidis a g k ad vtrãq; earũ in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totũ octoedron e: est sicut suę basis quam constat esse æqualem triangulo q r s, ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur e pariter acceptas/quas constat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam/videlicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonum q r s, videlicet 64 ad 27/ & pyramidis a g k ad octoedron e sicut trigoni q r s ad quadratũ p: erit per æquã proportionalitatem proportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratum p. Et hoc erat demonstrandum.

¶CORRELARIVM. ¶Ex premissis igitur manifestũ est/ ꝙ perpendicularis veniẽs a centro sphęrę ad pyramidẽ quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum circũscribentis ad quãlibet basin ipsius pyramidis: æqualis est sextę parti diametri sphæræ.



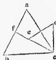
¶Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes sint similes & æquales: erunt quoq; circuli ipsos circũscribentes/æquales, ideoq; perpendiculares a centro sphæræ ad eosdem circulos in eorum centra: erunt etiam æquales. perpẽdiculares autem cadentes ad circulos: sunt perpendiculares ad bases pyramidis. itaq; perpendiculares ad bases: sunt adinuicẽ æquales. Linea autẽ h f: est perpendicularis ad basin pyramidis a c d. quam h f quia constat ex prædictis esse sextam partem diametri a b, relinquitur ergo esse verum quod per correlariũ concluditur. ¶Idem aliter demonstrare contingit: si prius hoc antecedẽs fuerit stabili ratione firmatum.

¶In omni triangulo æquilatero linea descendens ab vno angulorum eius orthogonaliter supra basin: tripla est ad perpendicularem quæ a cẽtro circuli trigonum ipsum circũscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

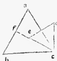


¶Sit enim triangulus a b c æquilaterus, sitq; d centrum circuli ipsum circũscribentis: a quo ducantur lineæ ad singulos angulos, quas manifestum est esse æquales: cum sint a centro circuli ad circũferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circũferentia circuli ipsum trigonum circũscribentis. protrahatur autem a d in continuum & directum: quousq; obuiet lateri b c super punctum e. Constat igitur ex 8 primi: ꝙ angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e: est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi/ b e est æqualis e c: & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpendicularis est ad b c: veniens a cẽtro circuli circũscribentis trigonũ a b c. & a e perpendicularis est etiã ad b c: veniens ab vno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo: ꝙ a e tripla est ad e d. Constat enim ꝙ tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d e: tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c: erit q; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonum d e in e b, sicut a e ad e d: erit a e tripla ad e d. Quẽadmodum proponitur.

¶Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum: transeat per centrum circuli trigonum ipsum circũscribentis.



¶Nunc itaq; quod promisimus absoluamus, Ad hoc autẽ imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c: circũscriptam esse a sphæra cuius centrum d. & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c: quam constat cadere in cẽtrum circuli dictum trigonum circũscribentis. Dico igitur lineam d e: esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem cir-



cunscribentis. producam enim lineam d c: & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e/ & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Constat autem ex 4 secundi q̄ secundum q̄ quadratũ diametri sphæræ cuius centrum d, est 36: et quadratum semidiametri d c, 9. ex correlario autem 13 tredecimi est quadratũ b c: 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmissum antecedens/ quadratum c e: 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratum d c 9/ & quadratum c e 8 prout quadratum diametri sphæræ est 36: relinquitur quadratum d e vnum/ prout quadratum diametri sphærę est 36. itaq; linea e d est vnum: prout diameter sphærę est 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demõstrationis genere demonstrabitur nobis: q̄ semidiameter sphęræ circũscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarum tripla est in potentia ad perpendicularem a cẽtro sphæræ circunscribentis ipsum/ ad quãlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodum dictũ est prius/ q̄ cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes: erunt circuli ipsas circũscribentes/ æquales. ideoq; perpendiculares a centro sphęrę in ipsorum circulorum centra cadentes: erunt adinuicem æquales. Cũq; perpẽdiculares ad circulos basium/ sint quoq; perpendiculares ad bases: sequitur vt perpendiculares a centro sphæræ ad singulas bases/ adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad vnã suarum basium probetur: relinquetur verum esse quod proponitur. Sit itaq; vt prius triangulus a b c vna ex basibus octoedri circũscripti a sphæra cuius centrum d: & cętera quoq; fiant vt prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi diameter sphæræ sit potentialiter dupla ad latus octoedri: sequitur vt latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphęræ. ideoq; cum quadratũ lineæ b c est 12: erit quadratum lineæ d c quæ est semidiameter sphæræ: 6. ex 11 autem huius cum quadratũ b c est 12: quadratum c f est 9. Et ex præmisso antecedente: quadratum c e est 4. Itaq; cum quadratum d c quæ est semidiameter sphęrę/ est 6; quadratum c e est 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c est æquale quadratis duarum linearum c e & e d; sequitur vt quadratum e d sit duo/ prout quadratum d e est 6. Constat ergo quod diximus.

Eucli ex Camp. Propositio 18.

DVplum quadrati quod ex diametro sphærę cubum circunscribentis describitur: æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ a centro sphæræ ad quãlibet ex superficiebus cubi producitur: medietati lateris cubi eiusdẽ æqualis esse ex necessitate conuincitur. 18

¶ CAMPANVS. ¶ Manifestum est enim ex correlario 14. tredecimi: q̄ diameter sphærę cubum includentis/ tripla est in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratum lateris cubi: duplũ quadrati diametri sphæræ æquum erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sũt autẽ omnes superficies cubi; sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur. itaq; duplum quadrati diametri sphæræ: æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem; ex 18 & 19 & 40 vndecimi libri facile probabis.

¶ CORRELARIVM ¶ Ex his ergo euenire necesse est; vt ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis; cubi soliditas producatur.

EVCLIDI MEGARENSI
deputati libri qui in ordine
est decimusquartus:
Finis.

Sequites hos duos libros licet Euclidi tribuantur, si Hypsiclis interpretis verbis credendum est, nō Euclidis sed Apollonij, intelligo autē Apolloniū Pergeū cuius freques mētio apud Ptolemeū lib. 12. almag. et apud Eutocium in lib. 2 Archimedis de aeque ponderalibus in fine et in lib. 2. de sphaera et cylindro, itē apud Vitruuiū lib. 1. cap. 1. et lib. cap. 9.

atte

¶EVCLIDI MEGRENSI CLARISSIMO PHIlosopho Mathematicorūq; facile principi deputatus liber de regulariū corporū proportione, traditore Hypside Alexādrino, ac Bartholamęo Zāberto Veneto interpreteq; in ordine est quartus decimus. Procœmiū.



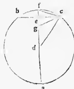
Basilides Tyrius Protarche cū Alexandriam petijsset, patriq; nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset: cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu versatus est. Et quandoq; discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphæra descriptorum comparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem, videbatur namq; Apollonius: hęc recte minime conscripsisse. ipsi vero enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perscripserant. Ego vero posterius aliū comperi librum ab Apollonio conscriptum: qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonstrationem. gauisi sunt inq̄ illi valde: in problematis indagatione. Ab Apollonio namq; edictum videtur cōmuniter considerare: nam sic circunfertur. Quod vero a nobis rursus laboriose conscriptum visum est: ea quæ ex commentatione deprȩhendi, tibi discutienda esse censui propter eā quę in omnibus disciplinis, & in Geometria præcipue promotionē adhibetur, vt prompte ea quæ dicentur possis iudicare. tum propter beneuolentiam erga patrem: tum ob amorē erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam esto procemio supersedere: & constructionem exordiri.

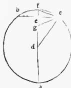
Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

1 ¶Quæ ex centro alicuius circuli in pētagoni latus in eodē circulo descripti perpēdicularis acta: dimidia est simul vtriusq; & eius quæ ex centro: & eius quæ decagoni in eodem circulo descripti.

CAMP. 1

¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Sit circulus a b c: & in ipso a b c circulo latus pentagoni æquilateri sit b c, assumaturq; per 1 tertij centrum ipsius circuli, sitq; d. & in ipsam b c per 12 primi perpendicularis excitetur d e. extendaturq; in rectas lineas ipsius d e recta linea d e f. Dico q̄ ipsa d e dimidia est & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo descriptorum. Connectantur enim d c, c f: & ponatur ipsi e f æqualis g e, & ab ipso g in c connectatur g c. Quoniam quincupla est totius circuli circunferentia ipsius b f c circūferentię, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia est circunferentia a c f, ipsius autem b f c dimidia est f c: igitur & circūferentia a c f ipsius f c circūferentiæ quincupla est. Quadrupla igitur est a c: ipsius f c. Sicut autem a c ad f c: sic qui sub a d c angulus ad eum qui sub f d c angulum. quadruplus igitur est qui sub a d c: eius qui sub f d c. Duplus autem qui sub a d c: eius qui sub e f c. duplus igitur est qui sub e f c: eius qui sub g d e. Est autem qui sub e f c: ei æquus qui sub e g c. duplus est igitur is qui sub e g c: eius qui sub g d e. æqualis igitur est d g: ipsi g c. Sed g c: ipsi f c est æqualis. æqualis igitur est d g: ipsi f c. Est autem g e: ipsi e f æqualis. æqualis igitur est & ipsa d e: simul vtriq; e f c. Communis autem apponatur & ipsa d e. Vtraq; igitur simul d f c: dupla est ipsius d e. Est

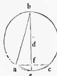




autem d f: æqualis quidem ipsius hexagoni lateri. At f c: æqualis ei quod decagoni. Igitur d e: dimidia est & eius quod hexagoni & eius quod decagoni/ in eodem circulo descriptorum. Manifestum nempe est ex iis quæ in tertiodecimo libro theorematibus/ q̃ ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta: dimidia est eius quæ ex centro circuli.

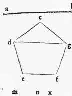
Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

2 ¶Idem circulus: compræhendit & dodecahedri quinquangulum/ & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.



¶HYPSICLES ex Zamberto. ¶Hoc insiq̃ ab Aristæo describitur in eo libro cuius index est quinq; figurarum comparatio: ab Apollonio autem in secunda traditione comparationis dodecahedri ad icosahedrum/ q̃ est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem sic & ipsum dodecahedrum ad ipsum icosahedrum/ quoniam ex centro sphæræ in dodecahedri pentagonũ & in icosahedri triangulum perpendicularis acta eadem est. Describendum quoq; a nobis est: q̃ idem circulus compræhendit & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum. Hoc descripto/ si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit: quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ sub binis pentagoni lateribus subtensa est recta linea/ quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus a b c: & in ipso a b c circulo sit latus pentagoni a c. assumaturq; per 1 tertij ipsius circuli centrum & sit d: & in ipsam a c, per 12 primi perpendicularis excitetur d f, & extendatur in b, e. & connectatur a b. Dico q̃ quæ ex b a, a c, quadrata: quincupla sunt eius quod ex d e quadrati. Cõnectatur a e. igitur a e: decagoni est. Et quoniam b e, ipsius d e dupla est: quadruplũ igitur est quod ex b e: eius quod ex d e. Ei autẽ quod ex b e: æqua sunt q̃ ex b a, a e. q̃drupla igitur sunt q̃ ex b a, a e: eius quod ex d e. quincupla igit sunt q̃ ex a b, a e, & d e: eius quod ex d e. q̃ autẽ ex d e, e a, æqualia ei quod ex a c. quincupla igitur sunt quæ ex b a, a c: quod ex d e.

CAMP. 4



¶Hoc ostenso: demonstrandum est q̃ circulus idem compræhendit & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum/ in eadem sphæra descriptorum. Exponatur ipsius sphæræ diameter a b: & in eadem sphæra describatur dodecahedrum & icosahedrum. & sit vnum quidem dodecahedri pentagonum/ c d e f g: icosahedri vero triangulum/ esto k i h. Dico q̃ quæ ex centris circulorum qui circum ipsa/ sunt æquales: hoc est q̃ idem circulus compræhendit & quinquangulum c d e f g, & ipsum k l h triangulum. Connectatur d g. Cubi igitur latus est d g: per 17 decimitertij & eius correlarium. Exponatur autem quædã recta linea m n: vt quincuplum sit quod ex a b, eius quod ex m n. Est autem & ipsius sphæræ diameter: potentia quincupla eius quæ ex cẽtro circuli a quo icosahedrũ describitur. est igitur m n: ea quæ ex cẽtro circuli a quo icosahedrũ describitur. Secetur per 30 sexti m n extrema & media ratione in x: sitq; maius segmentum m x. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa m x per 9 decimitertij. Et quoniam quod ex a b eius quod ex m n quincuplum est/ triplum autem quod ex b a eius quod ex d g per correlarium 16 decimi: tria igitur quæ ex d g æqua sunt quinq; quæ ex m n. Sicut autem tria quæ ex d g ad quinq; quæ ex m n: sic tria quæ ex c g ad quinq; quæ ex m x. tria igitur quę ex c g: quinq; quæ ex m x sunt æqualia. Quinq; autem quæ ex k l: quinq; quæ ex m n & quinq; quæ ex m x sunt æqualia per 10 decimitertij. Quinq; igitur quę ex k l: æqua sunt tribus quæ ex d g & tribus quæ ex c g. Sed tria quidem quæ ex d g, & tria quæ ex c g: sunt ęqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quę ex centro circuli ipsi c d e f g pentagono circũscripti. patuit nãq;: q̃ quod ex d g vna cum eo quod ex c g, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circũscripti ipsi c d e f g pẽtagono. Quinq; autem quæ ex k l: æqualia sunt decem & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipsi k h l triangulo circũscripti. patuit ęquidẽ per 12 decimitertij: q̃ quod ex k i, triplũ est eius quod ex ea q̃ ex cẽtro circuli ipsi k l h triãgulo circũscripti. Quindeci igitur q̃ ex ea q̃ ex cẽtro: ęqua sunt eis quidecim q̃ ex ea q̃ ex cẽtro, æquũ est igit vni eorũ quod ex cetro. dimetiẽs

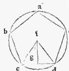
CAMP. 5.



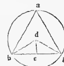
igitur: ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus compræhendit & ipsius dodecahedri: quinquangulum: & ipsius icosahedri triãgulum in eadem sphæra descriptorum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

3 ¶Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum / & cir-
C cum ipsum circulus / & ex centro perpendicularis in vnum latus a-
A cta fuerit: quod trigesies sub vno laterum & perpendiculari / æ-
M quum est ipsius dodecahedri superficiei.
P.
6 ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Esto pentagonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e: & circum quinquangulum sit per 14. quarti circulus. & capiatur per 1 tertij centrum / sitque f: & ab ipso f, in c d, perpẽdicularis agatur per 12. primi f g. Dico quod quod sub c d, g f, trigesies: æquũ est duodecim pentagonis quæ a b c d e. Connectantur c f, f d. Quoniam quod sub c d, g f, duplum est ipsius trianguli c d f: quod igitur quinquies sub c d, f g, decem triangula sunt æqualia. Decem vero triangula: bina sunt quinquangula. & quinque sexies. quod igitur trigesies sub c d, g f: decem quinquãgulis æquum est. Duodecim autem quinquãgula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub c d, f g: æquum est ipsius dodecahedri superficiei.



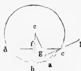
C ¶Similiter quoque demonstrabimus / quod & si fuerit triangulum æquilaterum si-
A cut a b c, & circũ ipsum circulus / & centrum circuli d, perpendicularis vero d
M e: quod trigesies sub b c, d e, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniã
P. enim rursus quod sub d e, b c, duplum est ipsius d b c: bina igitur triangula
7 æqua sunt ei quod sub d e, b c. & tres. Sex igitur triãgula d b e: æqua sunt tribus eis quæ sub d e, b c. Sex autem triangula sicut d e b: æqua sunt binis a b c. & quindecies. Quod igitur trigesies sub d e, b c: æquũ est viginti triãgulis a b c, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic quod sub c d, f g, ad id quod sub b c, d e.



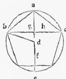
¶CORRELARIVM. ¶Ex hoc nempe manifestum est / quod sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ: sic quod sub latere pẽtagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli in ipsam perpendiculari acta / ad id quod sub latere icosahedri & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli in ipsam perpendiculari acta: in eadem sphæra descriptorũ icosahedri & dodecahedri.

Eucli ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

4 ¶Hoc demonstrato ostendendum est / quod erit vt dodecahedri su-
C perficies ad icosahedri superficiem: sic cubi latus ad icosahedri
A latus.
M
P.
S ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur per 2 theorema circulus compræhẽdens & dodecahedri quinquãgulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum: sitque d b c. & in ipso d b c, describatur trianguli æquilateri latus c d: quinquanguli vero a c. & assumatur per 1 tertij centrum circuli: & sit e. et ab ipso e, in ipsas d c, c a, perpendiculares excitentur e f, e g: & extendatur in rectas lineas ipsius e g recta linea g b, & connectatur b c. ponaturque cubi latus g h. Dico quod est sicut dodecahedri superficies ad eam quæ icosahedri superficiem: sic est h g ad d c. Quoniam enim vtraque simul e b c extrema & media ratione diuisa / maius segmentum est b c, & est quidem vtriusque simul e b c dimidia e g, ipsius autem b e dimidia est e f. & ipsa igitur e g extrema & media ratione diuisa / maius segmentum est e f. Est autem & ipsius h c a extrema & media ratione diuisæ maius segmentum c a: sicut in dodecahedro ostensum est. sicut igitur h g ad c a: sic e g ad e f. æquum igitur est quod sub h g, f e: ei quod sub c a, e g. Et quoniã est sicut h g ad c d sic quod sub h g, e f, ad id quod sub c d, f e, ei autem quod sub h e f æquum est quod sub c a, g e: & sicut igitur per 11 quinti h g ad c d, sic quod sub c a, g e, ad id quod sub c d, f e. hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem; sic h g ad c d.

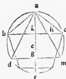


¶Aliter ostendere/ ꝙ est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti. CAMP. 8

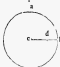


¶Esto circulus a b c. & in ipso circulo a b c describantur quinquãguli æquilateri latera a b, a c: & connectatur b c. assumaturq; per 1 tertij centrum ipsius circuli: & sit d. & ab ipso a in d cõnectatur recta linea a d: & extẽdatur in rectas lineas ipsius a d recta linea d e. ponaturq; ipsius a d rectę lineę dimidia d f: & g c ipsius c h esto tripla. Dico ꝙ quod sub a f, b h: æquum est ipsi quinquãgulo. Ab ipso enim b: in d cõnectatur b d. Quoniam dupla est a d ipsius d f: hemiolia igitur est a f ipsius a d. Rursus quoniam tripla est g c ipsius c h: dupla est g h ipsius h c. hemiolia igitur est g c: ipsius h g. Sicut igitur f a ad a d: sic c g ad g h. æquum igitur est quod sub a f, h g: ei quod sub d a, c g. Ipsa autem c g: ipsi b g est æqualis. quod igitur sub a d, b g: ęquum est ei quod sub a f, h g. Quod autem sub a d, b g: bina sunt triangula sicut a b d. & quod igitur sub a f, g h: bina sunt a b d. quinq; igitur quæ sub a f, g h: decem sunt triangula. Decem vero triangula: bina sunt pentagona. quinq; igitur quæ sub a f, g h: binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est g h ipsius h c: quod sub a f, g h, duplũ est eius quod sub a f, h c. Duo igitur quæ sub a f, c h: æqua sunt vni quod sub a f, h g, quinq; quæ sub a f, g h, hoc est bina pentagona. quare quinq; quæ sub a f, h c: æqua sunt vni quinquangulo. Quinquies autẽ quæ sub a f, h c, æqua sunt et quod sub a f, h b: quoniam quincupla est h b ipsius h c. & commune fastigium est a f. quod sub a f, b h, igitur æquum est vni pentagono.

¶Hoc demonstrato: nunc exponatur circulus comprehendes & decagoni pentagonũ & icosahedri triangulum/ in eadẽ sphęra descriptorum.



¶Describatur in ipso circulo a b c, pentagoni ęquilateri latera/ b a, a c: & connectatur b c. & assumatur centrum circuli: & sit e. & ab ipso a in e connectatur a e: & extendatur a e in f. Et sit a e, ipsius e g dupla: tripla autem k c, ipsius c h. Et ab ipso g, ipsi a f ad angulos rectos excitetur per 2 primi g m: & extendatur in rectas lineas g d ipsi g m. trianguli ergo æquilateri est d m. Connectantur ipsę a d, a m. æquilaterum igitur est ipsum a d m triangulum. Et quoniã quod sub a g, h b, æquum est ipsi quinquangulo/ quod autem sub a g d, æquum est ipsi a d m triangulo: est igitur sicut quod sub a g, h b, ad id quod sub d g a: sic quinquangulum ad triangulum. Sicut autẽ quod sub b h, a g, ad id quod sub d g a: sic b h ad d g. Et sicut igitur per 11 quinti duodecim b h, ad viginti d g: sic duodecim quinquangula ad viginti triãgula/ hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidẽ b h: sunt decem b c. nã ipsa b h, ipsius a c quicupla est: & b c ipsius c h sexcupla est. Sex igitur b h, sunt æquales quinq; b c. & duplicia. viginti vero d g: decẽ sunt d m. dupla nãq; est d m: ipsius d g. Sicut igitur decem b c ad decẽ d m: sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. & b c quidem cubi est latus: & d m ipsius icosahedri. & sicut igitur per 11 quinti dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic b c ad d m, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



¶Ostendendum iam/ ꝙ (recta linea secta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod a tota & quod a maiori segmento ad potentem quod a tota & minori segmento: talẽ habet rationem cubi latus ad icosahedri latus. CAMP. 9

¶Esto circulus a b compræhendens & dodecahedri pẽtagonũ & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum. capiaturq; per 1 tertij centrum circuli & sit c. & extendatur quædam ab ipso c vtcumq; recta linea b c: seceturq; per 30 sexti extrema & media ratione in d, & maius segmentum sit c d. Decagoni igitur est latus ipsa c d: in eodem circulo descripti. Exponatur icosahedri latua & sit e. dodecahedri vero: & sit f. cubi autem: & sit g.

e cubi latus
f dodecahedri
g Icosahedri

Igitur e, triãguli latus est ęquilateri: & f, pentagoni in eodẽ circulo descripti. & f: ipsius g extrema & media ratione diuisę maius est segmẽtũ. Et quoniã e ęqualis est ipsi ęquilateri triãguli lateri/ trianguli autẽ ęquilateri latus per 12 decimitertij potẽtia ipsius b c triplum est: triplũ igitur est quod ex e, eius quod ex b c. Sunt autem & quæ ex b c, b d, eius quod ex c d tripla. & vicissim per 16 quinti sicut igitur quod ex e ad ea quæ ex c b, b d: sic quod ex c b ad id quod ex c d. Sicut autem quod ex b c ad id quod ex c d: sic est quod ex g ad id quod ex f. maius nãq; est segmentum f: ipsius g. Et sicut igitur per 11 quinti quod ex e ad ea quę ex c b, b d: sic quod ex g ad id quod ex f, et vicissim per 16 quinti. Ac cõuersim sicut igit quod ex g ad id quod ex e: sic quod ex f ad ea quæ ex c b, b d. Ei autem quod ex f: ęqua sunt quæ ex b c d. quinquanguli nãq; latus: per 10 decimitertij potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex g ad id quod ex e: sic quæ ex b c, c d, ad ea q̃ ex c d b. Sicut autẽ quę ex b c d ad ea q̃ ex c d b: sic (recta linea extrema & media ratione diuisa vtcũq;) potẽs quod ex tota & ex/maiori segmento/ad potentem quod ex tota & ex minori segmẽto. & sicut igitur per 11 quinti quod ex g ad id quod ex e: sic (recta linea vtcũq; extrema & media ratione diuisa) quod ex tota potens & ex maiori segmẽto / ad potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem g, latus cubi: & e, icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit: erit sicut potẽs totã & maius segmentum ad potentem totam & minus segmẽtum/ sic cubi latus ad icosaheri latus in eadem sphæra descriptorum.

Camp. 10

Ostendendum iam nunc est / ꝙ sicut cubi latus ad icosahedri latus: sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

Quoniam enim æquales circuli compræhendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum/ in sphæris autem æquales circuli æqualiter distant a centro (a centro nãq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt: & in centra circulorum cadunt) quare a centro sphæræ in centrum circuli compræhendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt/ perpendiculares in q̃: æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides bases habentes dodecahedri pẽtagona/ & bases habẽtes icosahedri triangula. Aequalis autẽ fastigij pyramides: adinuicem sunt sicut bases per 5 duodecimi. Sicut igitur quinquãgulum ad triãgulum: sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum/ vertex autem centrũ sphæræ / ad pyramida basin quidẽ habentem triangulũ/ verticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur per 11 quinti duodecim pentagona ad viginti triangula: sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes/ ad viginti pyramides triangula bases habẽtes. Et duodecim pentagona/ sunt dodecahedri superficies: & viginti triãgula/ icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic duodecim pyramides pentagona bases habentes/ad viginti pyramides triangula bases habẽtes. Suntq; duodecim quidem pyramides pentagona bases habentes: solidũ ipsius dodecahedri, viginti autem pyramides triangula bases habentes: solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur per 11 quinti dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem: sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad superficiẽ icosahedri: sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur per 11 quinti cubi latus ad icosahedri latus: sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Camp. 2

Qꝫ sic bin rectæ lineę extrema & media ratione sectę fuerint/ in proportione sunt subiecta: sic ostendemus.

Secetur enĩ per 30 sexti a b recta linea extrema & media ratione in c: maius autem segmentum eius sit a c. similiter quoq; & d e per 30 sexti extrema & media ratione secetur in f: & maius segmentum eius esto d f. Dico ꝙ est sicut tota a b ad maius segmentum ipsius a c: sic tota d e ad maius segmentum ipsius d f. Quoniam & enim quod sub a b c æquum est ei quod ex a c, quod autem sub d e f æquum est ei quod ex d f: est igitur sicut quod sub a b, b c, ad id quod ex a c, sic quod sub d e, e f, ad id quod ex d f. Et sicut quod quater igitur sub a b c, ad id quod ex a c: sic quod quater sub d e f, ad id quod ex d f.





Et componendo per 18 quinti sicut quod quater sub a b c vna cum eo quod ex a c, ad id quod ex a c: sic quod quater sub d e f vna cum eo quod ex d f, ad id quod ex d f. Quare & sicut quod ex vtraq; ipsius d e f simul ad id quod ex d f, & longitudine sicut vtraq; simul a b c ad a c: sic vtraq; simul d e f ad d f. Cōponēdo per 18 quinti sicut vtraq; a b c. vna cum a c ad a c, a b: sic vtraq; d e f vna cum d f ad ipsam d f, hoc est binę d e ad d f. & ātecedētiū dimidia hoc est sicut a b ad a c: sic d e ad d f. ¶ In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex vtraq; simul a b c ad id quod ex a c: sic quod ex vtraq; simul d e f ad id quod ex d f. & longitudine sicut vtraq; simul a b c vna cum a c hoc est binæ a b ad a c: sic vtraq; simul d e f vna cum d f, hoc est binæ d e ad d f. & dimidia sicut a b ad a c: sic d e ad d f.

¶ Hoc demōstrato q (recta linea vtcūq; extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento ad potentem quod ex tota & ex minori segmento talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus / hoc etiam demonstrato q sicut cubi latus ad icosahedri latus sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē in eadē sphæra descriptorū / & hoc quoq; percepto q sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē sic ipsum dodecahedrū ad icosahedrum eo quia ab eodem circulo compræhenduntur & ipsius dodecahedri pentagonū & icosahedri triangulum: manifestū est q si in eadem sphęra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea vt cūq; extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento ad potētem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis / patet q si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrū inscripta fuerint: rationem habebunt sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) tota potens totam & maius segmentum ad potente totā & minus segmentū. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrū sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē hoc est cubi latus ad icosahedri latus / sicut autē cubi latus ad icosahedri latus sic (recta linea vtcunq; extrema et media ratione diuisa) potens totam & maius segmētum ad potentem totam & minus segmentū: sicut igitur dodecahedrū ad icosahedrū in eadem sphæra descriptum / sic (recta linea vtcūq; exterma & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

¶ EVCLIDI MEGARENSI
deputati voluminis: & in ordine quartidecimi ex traditione Hypsiclis Alexandrini.
finis.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorūq; facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber quintusdecimus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

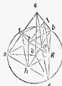
1 INtra propositū cubū: corpus habēs quatuor bases triāgulas æqualiū laterū designare.

¶CAMP. ¶Sit cubus cuius basis est quadratū a b c d: suprema vero eius superficies quadratū e f g h. Ipsum autē hac arte fabricare cōueniet. Quadrato basis secūdum quālibet lineā ex 45 primi descripto/ super singulos angulos eius ex 12 vndecimi catheti secundum mēsurā lateris ipsius quadrati erigātur: quos ex 6 vndecimi cōstat esse æquidistātes. Quinq; ergo eorū bini & bini: corausto eis imposito æquidistāter lateribus quadrati cōtinuētur. Cōstat igitur esse cōpositū cubū: nā quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 34 eiusdem & diffinitione quadrati. de suprema autē superficie manifestū est quoq; ꝙ ipsa est quadrata ex 10 imo 24 vndecimi/ & hac cōmuni sciētia ꝗ equalibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia/ & ex diffinitione q̄drati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basiū triāgularū & æquilaterarū inscribere: in basi & eius supficie suprema protrahātur duę diametri quarū vna cōtinuet duas extremitates infimas duorū cathetorū / et alia cōtinuet supremas aliorū duorū q̄s aio intelliges esse a c & h f. dehinc a duobus pūctis h & f terminātibus diametrū superficiei supremę/ demitte hypothenusaliter binas & binas diametros q̄ quatuor laterales superficies diuidant. quas imaginaberis esse ab h quidem a h & h c: at vero ab f, f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi: ne multitudo linearū confunderet intellectū. Si igitur figuram hanc vt oportet/ actu vel animo cōpleueris: videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus/ pyramidē quatuor basiū triangularū esse perfectā/ quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptā. huius autem pyramidis bases æquilateras esse cōstat: eo ꝙ ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; ęquilateras: corpus octo basiū triangularium ęqualium laterum distinguere.

¶CAMP. ¶Si itra pyramidē quatuor basiū triāgularū & ęquilaterarū/ octoedron libeat inscribere: prius conuenit pyramidē ipsam fabricare/ quæ ratione certa hoc modo cōponitur. Statuatur secundū cuiuslibet lineæ quātitatē trigonus æquilaterus qui sit a b c: cui circūscribatur circulus supra centrū d. & exeat d e perpendicularis ad superficiē ipsius trigoni ex 12 vndecimi/ quæ ponatur dupla esse in potētia ad semidiametrū circuli circūscribētis trigonū a b c: & a puncto cadant tres hypothenusæ sup tria puncta a, b, c. Est itaq; cōpleta pyramis quatuor basiū trilaterarū & ęquilaterarū. protrahatur enī d a, d b, d c. Cū igitur āguli quos continet linea e d cū singulis lineis d a, d b, d c, sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem/ cūq; quadratum lineæ e d sit ex hypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli a b c: erit ex penultima primi quadratum vniuscuiusq; trium hypothenusarum linearū e a, e b, e c, triplum ad quadratū semidiametri circuli a b c. Sed ex 8 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; trium laterum triāguli a b c: triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicē æqualia. quare ipsa est æquilaterarū basiū. Cū itaq; sibi octoedron includere voluerimus: diuidemus vnūquodq; sex laterum eius in duo media æqualia / & cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs pūctis cūctorū reliquo-



rum laterum cũ quibus ipsum continet & angulũ superficialẽ. verbi gratia/ diuidã latera basis in pũctis f, g, h: & hypothenusas cadẽtes ab e, in punctis k, l, m. & cõtinua ab o pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l. pũctũq; m: cũ eisdem g, h, k, l. & g. cũ h & cũ l. & k: cum eisdem h & l. Ecce itaq; perfectũ est corpus octo basiũ triangulariũ: ijs duodecim lineis media puncta laterũ fabricatę pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscripum/ quẽadmodum iussi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

INtra cubum assignatum figuram octo basium triangularium æqualium laterum constituere. 3

¶CAMP. ¶Cubo intendimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat: in prima huius sufficienter dictũ est. Igitur fabricato cubo/ pyramis quatuor basiũ triangulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur: ac intra ipsam pyramidẽ ex pręmissa octoedron distinguatur. quo facto: simul etiã factũ erit quod voluimus. Cõstat eĩ ex ratiocinatione primę/ latera cũcta ipsius ĩscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi: & ex ratiocinatione p̃missę liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis. quare manifestũ est: omnia ãgularia pũcta huius octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶Aliter idẽ. Cẽtris cunctarũ basiũ cubi quẽadmodũ in 9 quarti fit/ repertis: a cẽtro supremæ superficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierum quatuor hypothenusas demitte. & a cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ superficierum cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua. cẽtra quoq; quatuor laterali um quatuor rectis lineis cõtinua: ita videlicet q̃ cẽtra earũ tantũ quæ seinuicem secant continues. Verbi gratia, iunges centrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ centro sinistrę: centrũ quoq; vltimę iũges cũ eisdẽ/ hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corpus octo basiũ triãgulariũ: ijs 12 lineis quę cẽtra superficierum cubi continuãt/ complexũ. Si igitur has bases æquilateras esse probare volueris: a centris basiũ cubi ad cuncta ipsius latera perpẽdiculares protrahe. quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æq̃lia diuidere ex secũda p̃te 3 tertij. Quod planũ erit: si vnicuiq; basiũ cubi circulũ circũscripseris. atq; ideo binas & binas sup idẽ pũctũ in lateribus basiũ cubi cõstat cõcurre: easq; ex secũda parte 13 tertij patet adinuicẽ esse æquales / & æquidistantes lateribus cubi ex secũda parte 28 primi. ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 vndecimi manifestũ est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrẽtes rectum angulum continere: eo q̃ omnes superficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ centra superficierũ cubi cõtinuantes quæ & angulis quos hæc lineæ super media puncta laterum cubi concurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt/ subtẽduntur: ipsæ erunt ex 4 primi vel etiã si maius ex penultima primi adinuicẽ ęquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triangularium & æquilaterarum. quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

INtra datum corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarum cubum figurare. 4

¶CAMP. ¶Non dubites quin corpus octo basium triãgularium atq; æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta/ eam per æqualia diuide. & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe: quæ cõponant lineam vnam. eruntq; hæ duæ lineæ seinuicem secantes videlicet prima quæ super positum planum est orthogonaliter erecta/ & alia quę ipsam super eius medium punctum orthogonaliter secat: in eadem superficie sitæ sunt per primam partem 2 vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsæ sitæ sunt super communem punctum sectionis earum (quẽadmodum 12 docet vndecimi) perpendicularem erige / quam facias eandem superficiem in vtrãq; partem penetrare: & pone cunctas sex portiones harũ trium linearũ a puncto in quo

seinuicem secant/æquales, sic enim quælibet quãlibet per æqualia & orthogo=
naliter diuidet. ita q cum sint tres: quæq; duæ earũ/ salutiferę crucis veneran=
dum signum ad angulos rectos continebunt. A supremo igitur erectæ lineæ su
per positum planum puncto/quatuor hypothenusas ad extremitates duarum
linearum ipsam secantium demitte. deinde ab infimo eiusdem erectæ puncto/
quatuor alias hypothenusas ad easdem duarum secantium linearum extremi=
tates eleua. postremo quoq; harum hypothenusarũ extremitates quatuor re=
ctis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim li=
neæ videlicet quatuor hypothenusæ a supremo puncto erectæ perpendicula=
ris descendentes / quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleua=
tæ/& reliquę quatuor lineæ harum hypothenusarum extremitates continuan=
tes: ex penultima primi sine nugationis peccato pluries repetita adinuicem ę=
quales. quare constat corpus ab eisdem terminatum: octo basibus triangulari=
bus æquilaterisq; contineri. Si igitur huic corpori cubũ inscribere delectat: cẽ=
tra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex 5 quarti labora. eaq; re=
perta 12 lineis rectis hac lege cõtinua: vt centrum cuiusq; horum triangulorũ
cum centro cuiusq; trium ad ipsius latera terminatorum/per rectam lineam co
puletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideo=
q; restat: vt quod dicitur mente concipias/ipsumq; si placet actu & opere com
pleas. Videbis enim 12 lineas horum triangulorum centra posita lege cõtinu=
antes/cubum continere: quem restat vt æquilateris rectangulisq; superficiebus
demonstres esse cõclusum. nõ enim erit cubus: nisi omnes eius superficies sint
quadratæ. Ducito ergo a quolibet angulo trigonarũ superficierũ octoedri: per=
pendicularem ad latus illi angulo oppositum. has autem perpendiculares ex
11 quartidecimi constat esse adinuicem ęquales: & diuidere latera quibus per=
pendiculariter insistunt/per æqualia. ideoq; binas & binas super idem punctũ
lateris cui superstant conuenire. Easdemq; constat ex his quę in 17 quartideci
mi demonstrata sunt/transire per centra triangulorum/ ideoq; per extremita=
tes laterum inclusi corporis transire: ac eorum portiones quæ intra centra tri=
gonorum & latera ipsorum intercipiuntur/ex ijs etiam quę in eadem demon=
strata sunt constat esse æquales. angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis
& binis coeuntibus contentos: ex 8 primi patet esse ęquales. Et quia hæ perpen
diculares/suęq; portiones inter cẽtra & latera interceptæ/eosdem angulos am=
biunt: erunt quoq; anguli quos lineæ a centris trigonorum ad latera perpendi
culariter cadentes binæ & binæ continent/adinuicem æquales. Cũq; latera illi
us corporis de quo disputamus/ hos angulos subtendunt: sequitur ex 4 primi
frequenter sumpta corpus inclusum esse æquilaterũ. At quoq; rectangulũ. Pro
trahantur enim diagoni in singulis superficiebus. hos diagonos ex 4 primi om=
nes adinuicem æquales esse cõuinces: mediantibus angulis a duabus perpẽdi
cularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus cõtentis: si pri=
us hos angulos ex 8 primi æquales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur
diameter tetragonarum basium corporis huius sint adinuicem æquales/latera
quoq; earumdem basium æqualia: necesse est ex 8 primi multoties repetita
ipsas tetragonas bases esse ęquiangulas. At quia ex 32 primi oẽs anguli cuius=
q; earum sunt æquales quatuor rectis: sequitur eas esse rectangulas. itaq; ex dif
finitione quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestum
est esse cubum: sicut intendimus.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 PYramidem quatuor basium triangularium atq; æqui
laterarum: assignato corpori octo basium triãgularium
quoq; atq; æquilaterarum inscribere.

CAMP. Assignato corpori octo basium inscribe secũdũ præ=
cepta præmissę cubum: cuboq; inscripto inscribe (vt docet prima huius) py=
ramidẽ qualis proponitur. Cũ igitur huius pyramidis anguli sint etiam angu=
li cubi quẽadmodum ex demonstratione primæ manifestum est/cuncti autem
anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri: erunt quoq;
cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basiũ cui eã iu=
bemur inscribere. quare ex diffinitione manifestũ est nos fecisse quod quęritur.

Eucli, ex Camp. Propositio 6.

INtra datum corpus viginti basium & æqualium laterũ: corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter cõponere. 6

¶CAMP. ¶Corpus 20 basium non docemus hic fabricare: quoniam ex 16 tredecimi qua conuenit arte hoc fieri/ satis euidens est. Eo igitur vt ibi doceatur composito/ si sibi corpus 12 basium pentogonarũ atq; æquilaterarũ includere delectat: hac via procedendum est. Manifestum enim est 20 triangulos: 60 superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinq; superficiales conueniunt/ sicut ex demõstratione 16 tredecimi colligitur: constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in antepræmissa/ cẽtris cunctorũ triãgulorũ totũ icosedron terminantiũ/ ea 30 rectis lineis cõtinua: ita q; cuiusq; centrũ centris omniũ circuniacentium cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris: videbis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos constitui 12 angulis solidis dati icosedri oppositos. hos itaq; pentagonos quẽadmodũ in antepræmissa fecisti de basibus cubi: ęquilateros esse probabis. Necesse est enim: vt quorũlibet triangulorum duorum idem latus habẽtium: centra eodem spatio distent. restat ergo vt eos etiam æquiangulos esse syllogises. Manifestum est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi: datũ corpus viginti basium ab eadem sphæra cuius diameter est tanq̃ diameter huius corporis videlicet linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat/ esse circũscriptibile. Si igitur hæc diameter per medium secetur: punctus sectionis erit cẽtrum sphæræ ipsum circunscribentis. Ab eo itaq; ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 vndecimi ducito: & a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint/ ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito. deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorum cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiangulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circũscribentes trigonos icosedri sunt æquales: erunt omnes perpẽdiculares a centro sphæræ ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes/ æquales. omnes ergo lineæ a cẽtro sphærę ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes: sunt æquales. nam anguli pentagonorum: sunt cẽtra circulorum trigonos ipsos icosedri circũscribẽtium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in 14. syllogisauimus sectorem prouenientẽ in superficie sphæræ cum aliqua plana superficies sphęram secat non super centrum eius/ esse circunferentiam continentẽ circulum: necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendicularis ductæ a centro sphæræ ad superficies omniũ pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni/ esse adinuicẽ æquales. itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circũscriptibilis. Cum igitur ipsi sint æquilateri: conuincitur eos esse etiã ęquiangulos. quod oportebat ostẽdere.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularum: corpus viginti basium triangularium atq; ęquilaterarum fabricare. 7

¶CAMP. ¶Qualiter corpus duodecim basiũ pẽtagonarũ æquilaterarum atq; æquiangulariũ cõponere oporteat: ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basiũ triãgularũ & ęquilaterarũ sibi cõueniat inscribi: hic addisce. Suorũ pẽtagonorũ cẽtris (vt in 14. quarti fit) repertis/ ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua: vt vniuscuiusq; pentagoni centrũ centro cuiusq; pentagoni secũ in latere cõmunicantis iungatur. ita videlicet: q; vniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circuniacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris: obuient tibi viginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus contenti, eruntq; ij viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi / amplectentes corpus viginti basium triangulariũ: quas æquilateras esse demonstrabimus. & erũt 12 solidi anguli huius corporis 20 basium in cẽtris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaq; 20 triangulos æquilateros esse sic proba.

A centris pentagonorum ducito perpẽdiculares ad latera: eruntq; omnes perpẽdiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his ãgulis/ a binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpẽdiculares sint æquales/ erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorũ æquales. Quod est propositum. ℂ Perpendiculares autẽ binas & binas æquales angulos continere/ & omnes eas adinuicẽ esse æquales: sic collige. Ex 5 primi & 26 eiusdẽ cõstat singulas earũ diuidere latera pentagonorũ super quæ cadunt/ per æqualia: easq; esse adinuicẽ æquales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binę super idem latus cadentes/ in eodẽ ipsius lateris puncto coibunt: eo ꝙ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune/ per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas vsq; ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppositum/ per centra pentagonorum producito: & eisdem angulis duas lineas subtendito. quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra cum proposito dodecedro circũscriptibili. ideoq; patet eas esse æquales: eo ꝙ omnia latera cubi sint æqualia. easdemq; liquet ex nona vndecimi esse æquidistãtes: propter hoc ꝙ ambæ æquidistant cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus p æqualia diuidi. Itaq; per 33 primi cunctæ lineæ continuantes pũcta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus/ concurrunt: sunt adinuicem æquales. nam omnes sunt tanq̃ latus cubi. Igitur ex octaua primi/ anguli cõtenti a binis & binis perpẽdicularibus: sunt æquales. Quare per 4 eiusdem/ lineę quoq; continuantes centra pẽtagonorum sunt sibiinuicem æquales. Inscriptũ ergo est proposito dodecedro corpus viginti basium triangularum & æqualium laterum, sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atq; æquilaterarum proposito: intra ipsum cubum distinguere.

ℂCAMPANVS. ℂCũ dodecedron super cubi latera fabricetur vt constat ex 17 tredecimi: nimirum eo fabricato sibi cõuenit cubum inscribi. nam cum duodecim sint pentagoni / si vnius cuiusq; eorũ vni angulo (prout cubi figuram videbis exigere) chordã vnã subtenderis: ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. Aequilateras quidem eas esse: cõstat ex quarta primi. rectangulas autem: eodem argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demõstrauimus esse æquiangulas. constat quidem ex 17 tredecimi: propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo a cẽtro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies: perpendiculares vt docet 11 vndecimi protrahe. & a puncto concursus ad singulos angulos illarũ quadrilaterarũ superficierum rectas lineas dirige. ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierũ cũ centro sphæræ iunge. eruntq; hę lineę centrum sphęræ cũ angulis quadrilaterarum superficierum cõtinuantes: semidiametri sphęrę. de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis/ remanẽt ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circũscriptibiles: ideoq; necesse est eas esse æquiangulas/ cum sint ęquilaterę. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis: sequitur eas esse rectangulas. Nichil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 DAto dodecedro: sibi demum octoedron includere.

ℂCAMPANVS. ℂComposito dodecedro vt in 17 tertijdecimi: sex latera suarum superficierum ea videlicet quę cathetos super sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secantes cre-

ctos tanq̃ eorum corausti iungunt: per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicem composita continua per tres lineas: quæ seinuicem super medium punctum diameni cubi ex 48 vndecimi per æqualia secabunt, eritq;: vt quæq; duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris: prouenict tibi corpus octo basium triangularium & æqulaterarum ex 4 primi vel si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

INtra assignatum dodecedron: pyramidem quatuor basium triangularium atq; æqulaterarũ adhuc restat distinguere. 10

CAMPANVS. Assignato dodecedro inscribe cubum ex 8 huius: cuboq; pyramidem ex prima. Cũ igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi vt patet ex ratiocinatione primæ / & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erunt quoq; anguli pyramidis in angulis dodecedri. Itaq; constat quod volumus.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

PRoposito icosedro: in eo cubum figurare. 11

CAMPANVS. Icosedro inscribe dodecedron ex sexta: ac dodecedro cubum ex octaua. Cõstat autem ex demonstratione sextę / ꝙ omnes anguli dodecedri cadunt super centrũ basium icosedri: & anguli cubi sunt in angulis dodecedri. itaq; anguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

ICosedron datum: pyramidem quatuor basium triãgularium atq; æquilateratum sibi postulat inscribi. 12

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris / cuboq; ex prima pyramidẽ incluseris: quin postulationi icocedri satisfeceris hæsitandum non erit. Scire autem oportet ꝙ cũ sint quinq; regularia corpora de quorum mutua abinuicẽ inscriptione in hoc 15 libro determinetur: si vnumquodq; eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile / 20 eorundem inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq; essent cætera quatuor inscriptibilia: ideoq; quater quinq; inscriptiones quod est 20: necessario prouenirent. At vero pyramidi solum octo edron conueniens est inscribi. non enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera: in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiã dodecedri possint extrema ipsius pyramidis cõtingere. Cubus quoq; solius pyramidis & octo edri / et octoedron solius pyramidis & cubi: receptioni sũt apta. qualiter enim in eorum alterum 12 angulos icosedri / aut 20 angulos dodecedri / ita vt singuli in eorum singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti: solius octoedri nequit esse receptaculum. nam octoedri sex anguli: semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt / lineæq; eos continuantes sese per ęqualia orthogonaliter diuidunt. ita ꝙ illud gloriosum signum ad cuius intuitum consternantur dęmones / sub rectis angulis triplicatum reddãt. hos itaq; triangulos: neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere. neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera: hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum suæ ambitionis denegauit hospitiũ: immo cunctorum receptorium existit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis discipuli ascripsere cœlo: quemadmodũ pyramidis formam tribuerunt igni / eo ꝙ sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri: aeri. quippe sicut aer ignem motus paruitate sequitur: sic octoedri forma / pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti vero basium figuram aquæ di-

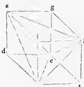
ctauerunt. nam cum ipsa basium pluralitate plus cæteris circuletur in sphærã. fluentis rei motui magis q̃ scandentis conuenire visa est. Cubum vero figurã: quidam dedere terræ. quid enim in figuris maiori ad motum violentia indiget q̃ thessera? at in elementis quid fixius constantiusq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inscriptionib9/ tres quas pyramis nõ sustinet/binasq; a quibus natura cubi & octoedri aliena est/ rursusq; vnam cui repugnat icosedri figura/reieceris: erunt reliquæ tantum 12 inscriptiones. pyramidis quidem: sola. cubi vero octoedriq;: binæ. icosedri autem: tres. dodecedri autem: quatuor. de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13

13 FAbricato quouis quinq; regularium corporum: sibi sphæram inscribere.

¶CAMPANVS. ¶Ex tertiodecimo libro itaq; manifestum est: vnumquodq; quinq; horũ corporũ esse sphæræ inscriptibile. Nũc itaq; constabit viceuersa sphæram vnicuiq; ipsorum esse inscriptibilem. A circunscribentis enim sphæræ centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant: quas intra centra circulorũ bases ipsas circunscribentium cadere necesse est. Cũq; omnes circuli eas circũscribentes sint æquales: eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundum quantitatẽ vnius earum circulum super centrũ circunscribentis sphærę descripseris/ eiusq; semicirculum quousq; ad locum vnde moueri cœperit redeat circunduxeris: quia ipsum per extremitates cunctarum perpendicularium necesse est transire/ conuinces ex correlario 15 tertij sphæram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest sphæra de basibus corporis contingere q̃ circumductus semicirculus (dũ mouebitur) contingit. Quare assignato corpori constat nos sphæram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

¶EVCLIDIS MEGARENSIS
ex Campani traditione deci
miquinti & vltimi
libri: finis.



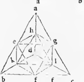
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis/ex Hypsiclis Alexandrini/ Græci philosophi traditione: Geometricorum elementorum liber decimusquintus.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.



N dato cubo pyramida describere. 1

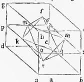
HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus C
a b c d e f g h: in quo oportet pyramida iscribere. A
connectantur a c, c e, a e, a h, e h, h c. Manife- M
stum iam; ipsa a e c, a h c, a h e, c h e, triāgula P.
æquilatera sunt. triangulorū enim: diametri sunt 1
latera. Pyramis igitur est ipsa a e c h: & describitur in dato cubo quod facere oportebat.



Eucli. ex Zāb. Proble. 2. Propō 2.

In data pyramide octahedrum describere. 2

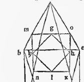
HYPSICLES ex Zamb. Esto data pyramis a b c d. seceturq; bifariam C
ipsis e, f, g, h, k, l, signis: & connectantur ipsæ h k, h l, e f, f g. & reliquæ. Et A
quoniam a b dupla est vtriusq; ipsarum h k, g f: æqualis igitur est h k ipsi g f, M
& parallelus. similiter & h g: ipsi f k est æqualis & parallelus. æquilaterū igi- P.
tur est h k f g. Dico q; & rectangulū. Si enim ab ipsa k l, perpendiculares agā- 2
tur ad plana e f b g, e f g c, e f h g, h k f g: similiter ostendemus quæ in ipsis h k f g quadrati æquilatera. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

In dato cubo octahedrum describere. 3

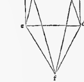
HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus a b c d e f g h. Et capiantur C
centra insidentium quadratorum: k, l, m, n. Dico q; k l m n: quadratum est. A
Excitentur paralleli per 31 primi: x o, p o. Quoniā igitur dupla est p o ipsius M
o k, & x o ipsius o l: id propterea quod ex o k igitur ei est æquū quod ex l o. P.
et per hoc & o k ipsi o l est æqualis. Quod igitur ex k l: duplū est eius quod ex 3
o l. Ac per hoc/& quod ex m l: duplū est eius quod ex l x. quod igitur ex k l: æquum est ei quod ex m l. Aequilaterum igitur est k l m n, manifestum est q; et rectangulum. Assumātur ipsi b d, e g, bina quadrata: & centra r, s: & connectātur r l, r m, r k, r n, s k, s l, s n, s m. manifestum est q; triangula efficientia octahedrum æquilatera sunt, eadem nanq; ostendemus ratione.



Eucli. ex Camp. Problema 4. Propositio 4.

In dato octahedro: cubum describere.

HYPSICLES ex Zamb. Capiātur per primam tertij/ eorum qui circū 4
a b c, a c d, a b e, a d e, triangula circulorum centra g, h, k, l: & connectan- C
tur g h, g k, k l, l h. Dico q; g h k l est quadratum. Excitentur per 31 primi p A
ipsis g, h, k, l, ipsis b c, b e, c d, d e, paralleli: m n, m o, n x, x o. Quoniā M
igitur æquilaterum est a b c triangulū: quæ ex a in h centrum/ eius qui circū P.
a b c triangulum circuli/ bifariam dispescit eū qui ad a ipsius a b c trianguli. 4
æqualis igitur est & n h ipsi h m. Ac per hoc iam & m g ipsi g o: & o k ipsi k p est æqualis. Qm̄ autē ipsa n m ipsi m o, & m o ipsi o x est æqualis: æqualis igit & n h ipsi m g, & h m ipsi g o, & m g ipsi o k, qui autē sub h m g & g o k: recti. ex quo manifestum est: q; g h æqualis est ipsi g k. Et id propterea tam & reliquæ. Quoniam igitur g h k l parallelogrammū est: in vno est plano. Et quoniam dimidium est vterq; ipsorū g sub m g h, o g k, recti: reliquus igitur qui sub h g k rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est g h k l. Possibile autem est quæ in principio assumpta g, h, k, l, centra & parallelos cōficientia m n, n x, x o, o m: connectere ipsas g h, h l, l k, g k, & dicere ipsum g h l k quadratum. Si vero assumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem: ostendemus reliqua: quadrata. habebimusq; in dato octahedro cubum descriptum, quod agendum fuerat.

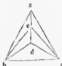


5 ¶In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

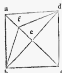
C ¶HYPSICLES ex Zamb. ¶Exponatur quinquãgulũ ipsi⁹ icosahedri/a b c
A d e: & cętra circulorũ qui circũ a f e, a f b, b f e, f c d, d f e, triãgula/sintq; g,
M h, k, l, m. cõnectãturq; g h, h k, k l, l m, m g. Et rursus cõnexæ, f g, f h, f k: extẽ
P. dantur in x, n, o. bifariam nempe ipsæ e a, a b, b c: secabuntur in ipsis x, n,
6 o, signis. Et sicut n x ad n o: sic g h ad h k. æqualis igitur est h n ipsi k o. Si-
* militer iam & reliqua ipsius g h k l m pentagoni latera: æqualia demonstrabũtur. Dico q; & æquiangula. Quoniam enim duæ n x, n o, ad binas g h, h k: quos compræhendunt angulos. & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso f ad ipsius a b c d e pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in centrum eius qui circum pentagonum circuli. Si vero ab ipso n in signũ in quod concurrit quæ ex f perpendicularis connectamus/ ac per h, parallelum agamus ad eam: manifestum q; concurrit et quæ ex f perpendiculari/ & quę ab ipso e parallelus rectum compræhendit angulum vna cum ea quæ ex f perpẽdiculari. Rursus si connectamus ab ipsis f, g, in centrum eius qui circum a b c d e pentagonum circuli: & in signum in quod concurrit quæ ex h ei quæ ex g connexa recta quo cum eadem compræhendet. Ex quo manifestum est: q; quinquangulum g h k l m in vno est plano.

¶Nos vero scire oportet: q; si quis nos interroget quot latera habet icosahedrum/ sic dicemus. Manifestum q; icosahedrum/ sub viginti triangulis compræhenditur: & q; vnumquodq; triangulum tribus rectis lineis cõstat. Oportet igitur nos multiplicare viginti triangula in ipsa trianguli latera: fiunt sexaginta. quorum medietas sunt triginta. Similiterq; & in dodecahedro. Rursus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt/ & vnũ quodq; quinquangulum quinq; continet rectas lineas: efficiemus duodecies quinq;. & fiunt sexaginta/ rursus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus/ quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulũ siue quadratum vt in cubo: ex secundo capitur. Itidẽ eadem disciplina in cubo & in pyramide. Et in octahedro eadẽ efficiens: latera comperies. Si vero velis rursus vniuscuiusq; figurarum angulorũ numerũ inuenire: rursus eadem efficiens diuide per plana compræhendentia vnum angulum solidi. Et quoniam icosahedri angulum quinq; triangula cõpræhendunt: diuide per qnq;. fiunt duodecim icosahedri anguli. In dodecahedro: tria pentagona angulum compræhendunt. diuide per tria: & viginti habebis dodecahedri angulos. Similiter autem & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab vnaquaq; quinq; solidarum figurarum vno plano compræhendentium quomodocunq; dato/ inuenitur & inclinatio: in quam adinuicem inclinantur compræhẽdentia plana vnamquamq; figurarũ. Inuentio autem (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hunc habet modum. Q; quidem in cubo per rectũ angulum dispescunt ipsum compræhendentia plana adinuicem. Manifestum inquã. in pyramide exposito vno triangulo/ centris terminis vnius lateris/ spacio vero a vertice in basin perpẽdiculari acta/ ambitiones descriptæ inuicem se secent: & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ compræhendent inclinationem planorum pyramidem compræhendẽtium. In octahedro vero a latere triãguli descripto quadrato: cẽtris terminis diagonij/ interuallo autẽ itidem trianguli perpẽdiculari/ describantur circũferẽtiæ: & rursus a communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ cõpræhendent desinẽtẽ in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porro. latere trianguli descripto pẽtagono/ cõnectatur sub binis lateribus subtensa recta linea. & centris terminis eiusdem/ interuallo autem ipsius trianguli perpẽdiculari descriptarum circũferentiarum/ quæ ex communi sectione ad centra connexæ: comprælẽdent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro vero exposito vno quinquãgulo/ cõnexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea cẽtris terminis eiusdem interuallo autem acta perpendiculari a bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pẽtagoni describantur circũferẽtiæ. & quæ a signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ: simili-

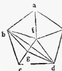
ter comprehendent desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. ¶Sic quidē clarissimus vir dictus reddidit rationem eorum quæ dicta sunt: clare in quouis patefacta demonstratione. In quo aperta fuit in ipsis demōstratio inspecta: vniuscuiusq; rationē aperte exponam/primūq; in pyramide.



¶Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa a b c d: basi a b c, fastigio vero d. & secto ipso a d latere per 10 primi bifariam in e: cōnectantur b e, e c. Et quoniā a d b, a d c, triangula equilatera sunt/& a d bifariā secatur: ipsæ igitur b e, c e, perpendiculares sunt in ipsam a d. Dico q; angulus q sub b e c: est acutus. Qm̄ enim dupla est a c ipsius a e: quadruplum est quod ex a c eius quod est a e. Sed quod ex a c: æquum est eis quæ ex a e, e c, per 47 primi. quorum quod ex a c ad id quod ex c e rationem habet quam 4 ad 3. & est equalis c e ipsi e b. quod igitur ex b c: minus est eis quæ ex b e, e c. acutus igitur est qui sub b e c. Quoniam igitur binorum planorum a b d, a d c, cōmunis sectio est a d, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in vtroq; ipsorum planorum actæ b e, e c, & acutum angulum comprehendunt: angulus igitur qui sub b e c inclinatio est planorum. & est datus. datum enim b c latus existens trianguli. & vtraq; ipsarum b e, e c, perpendicularis subsistēs equilateri trianguli: centris nimirum b, c, hoc est terminis vnius lateris/ internallo vero trianguli perpendiculari descripti ambitus: sese inuicem in e signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa b c connexæ rectæ lineæ: comprehendunt planonorum inclinationem, id autem erat dictum. Et q; centris quidem b, c, interuallo autem trianguli perpendiculari descripti circuli adinuicem se secent: perspicuum est. vtraq; enim ipsarum b e, e c, maior est dimidia ipsius b c. cētris autem b c, interuallo autem dimidia ipsius b c descripti circuli: sese inuicem tangunt. Si vero minor fuerit: neq; se tangunt neq; dispescunt. si vero maior: omnino secant. & sic in pyramide hæc cōsequens aperte apparet ratio.

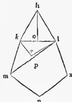


¶Intelligatur rursus in quadrato a b c d, pyramis verticē habens e. & ipsam cōprehendentia bifariam basis triāgula æquilatera. erit autem a b c d e pyramis: dimidium octahedri. secetur per 10 primi vnum latus vnius trianguli a e bifariam in f: & connectantur b f, d f. equales igitur sunt b f, d f: & perpendiculares in a e. Dico q; angulus qui sub b f d obtusus est. connectatur enim b d. Et quoniam quadratum est a c, dimetiēs autem b d: quod ex b d duplū est eius quod ex d a. Quod autem ex d a: ad id quod ex d f rationem habet (sicut in præcedēti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex d b igitur ad id quod ex d f rationē habet quam octo ad tria. æqualis autem est d f ipsi f b. Quod igitur ex d b: eis quę ex b f, f d, maius est. Obtusus igitur est qui sub b f d. Et quoniam binis planis se inuicem secātibus hoc est a b e, a d e, communis sectio est a e, & ad rectos angulos ei in vtroq; ipsorum planorum actæ sunt/ipsæ aūt b f, d f, obtusum comprehendunt: qui igitur sub b f d angulus desinit in binas rectas inclinationis ipsorum a b e, a d e, planorum. Si datus fuerit igitur qui sub b f d: datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & vnum latus octahedri est a d/& ab ipsa quadratum describitur a c: datusq; & dimetiens b d, existens ipsius quadrati. Sed & b f, f d: ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub b f e angulus datur. Descriptio igitur quadrato ex latere trianguli sicut a c, & connexa diametro sicut b d: si centris b d, interuallo autē triāguli perpendiculari circulos describamus: se inuicem in f dispescent. Et quæ ex f in centra connexę rectæ lineę: comprehendunt inclinationem eam quæ sub b f d, quæ desinit in binas rectas (sicut dictū est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuum est quidem sicut vtraq; ipsarum b f, f d, est dimidia ipsius b d maior. ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispescere necesse est. Et ex demōstratione manifestū sit sicut b d ad a f potētia rationem habet quā octo ad tria/dimidia vero ipsius b d potētia quadrupla est: & pertinde maior est vtraq; ipsarū b f, f d, dimidia ipsius b d. & hæc inq̄ de octahedro.



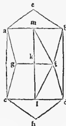
¶In icosahedro aūt intelligatur pentagonum æquilaterum a b c d e: & in eo pyramis verticem habens f. Quia triangula ipsam comprehendentia ęquilatera sunt: erit iam ipsa a b c d e pyramis pars icosahedrę figuræ. Secetur vnū latus vnius trianguli f c bifariam in g. & connectantur b g, g d, æquales existentes & perpēdiculares factæ in ipsam f c, Dico q; qui sub b g d angulus obtusus

est.& ibidem manifestum est.nã cõnexa recta linea b d: obtusum quidẽ explicat eum qui sub b c d ipsius pentagoni angulum.hoc autem: maior qui sub b g d. ipsę namq; b g,g d: ipsis b c,c d, sunt minores.similiter iam & in ijs quæ ante hunc/ q qui sub b g d angulus desinit in binas inclinationis ipsorum b f c, c f d,triangulorum: hac data/data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namq; trianguli icosahedri descripto quinquãgulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni sicut in ipsius b d datæ descriptione/similiter autẽ & ipsarum b g, g d,perpendicularium triangulorum: datur & qui sub b g d. Si enim centris limitibus eius q̃ sub binis lateribus subtensa-pentagoni sicut b d, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur: secabunt se inuicem sicut in g.& quæ ex g ad ipsam b d connexæ rectæ lineæ: comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis.& hic quidem ex descriptione manifestum est: q vtraq; ipsarum b g,g d,maior est dimidia ipsius b d.



¶Instrumentali quoq; fabrica est ostendere.Intelligatur separatim æquilaterum quidem triãgulum h k l.ab ipso autem k l, quinquãgulũ describatur k m n x l: & connectatur m l.excitetur q per 12 primi perpendicularis ipsius h k l trianguli,h o.Dico q ipsa h o maior est dimidia ipsius m l subtendentis inclinationem planorum.Acta ab ipso k in ipsam m l perpendiculari ipsa k p, quoniã qui sub k l p maior est tertio recti hoc est eo qui sub k h o: constituatur ei qui sub k h o æquus qui sub p l r.ipsa igitur p l: perpendicularis ẽ æquilateri triãguli cuius est lat9 r l.quare qd est ex r l: ad id qd ex l p,rationem habet quam 4 ad 3.maior autem ẽ k l: ipsa l r.Quod igitur ex k l: ad id quod ex l p,maiorem rationẽ habet q̃ 4 ad 3.habet autem & ad id quod ex h o: quã 4 ad 3. Ipsa igit k l: ad l p maiorem rationem habet q̃ ad h o.maior igitur est h o: ipsa l p.

¶In dodecahedro sic intelligatur vnum cubicum a quo dodecahedrum describitur & sit a b c d: & bina plana dodecahedri hoc est a e b f g, g d h c f. Dico iã & hic datam esse/binorum quinquangulorum inclinationem.Secetur per 10 primi f g bifariam in k: & ab ipso k ipsi f g per 11 primi ad angulos rectos excitẽtur in vtroq; planorum k l,k m,& connectatur m l.Aio primum q qui sub m k l angulus obtusus est.Ostensum autem est in decimotertio elementorum volumine/siue statu dodecahedri: q quæ ex k perpendicularis acta in a b c d quadradratum dimidia est lateris pentagoni.quare minor est dimidia ipsius m l.& id propterea qui sub m k l angulus obtusus est.Simulq; ostensum est in eodẽ theoremate q & quod quidem ex k l,æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pẽtagoni.quare quoniam eadẽ k l & k m sunt æquales/& maiores sunt dimidia ipsius m l: dato igitur angulo sub m l k,desinens in binas rectas inclinatio erit planorum videlicet data.Quoniam igitur latus a b c d quadrati subtendens est bina latera pentagoni/daturq; & pẽtagonum: datur ergo & m l.Datr autem & vtraq; ipsarum m k,k l.perpendiculares etenim sunt a bifaria sectiõe a b sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni vt f g.Datur igitur qui sub l k m desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitę inclinationis.Bene igitur in instrumentali fabrica dixit sicut oportet dato pẽtagono/connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri: si centris limitibus ipsius/interuallo vero ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelũ eidem pẽtagoni latus/sicut in descriptione k l,k m,descriptæ circũferentiæ: & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum. q enim ipsa l k perpẽdicularis maior est dimidia ipsius m l: dictum est/sicut i elementis simul etiã est ostensum.



¶EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHIlosophi Mathematicorũq; facile principis, primũ ex Cãpani, deinde ex Theonis in priores tredecim,& Hypsiclis Alexandrini i duos posteriores, Grecorũ philosophorũ traditionibus, Bartholamæo Zãberto Veneto interprete: geometricorum Elementorum librorum quindecim. Finis.

QVAE INTER LEGENDVM ANNOTATA FVERVNT.

Folio	Facie	Linea	
3	1	tates	lege.cos recipiens
3	1		in margine vbi secundo habetur Linea recta lege.Superficies plana
3	2	qualia	ege.eadem tamen.
4	1	bet	lege.tertius
4	1	merus	lege.sicut magnitudo in infinitum minuitur.
4	2	¶Planus	abundat in fine:syllaba.gen.
5	2	quod est	lege.lineæ b a & b d vsq;
5	2	linea a h	lege.in puncto b
6	2	super	lege.per conuersionem penultimæ conceptionis.
6	2	tur	lege.per penultimam conceptionem
25	1	sunt	lege.quæ ex a c & c b
25	1	quod bis	lege .quod bis fit sub a c & cb
25	1	c b	lege.bis fit sub a c & cb
46	2		in vltima figura loco h pone e: & loco e pone h.Item loco g pone c:& loco e pone g.
62	2	¶Conuersa	lege.¶Permutata
62	2	¶Permutata	lege.¶Conuersa
94	2	positis	lege a b & c d
151	1		in secunda figura loco f pone d. loco d pone e.loco e pone f
192	1	fa	lege.duabus f b,fc,
192	1	& basis	lege.basi f c.& in fine sub fb
192	1	b	lege.c est æqualis
220	2		in figuris duc lineas f m & k n.
247	2		in vltima figura duc lineam a f
248	2		in vltima figura duc lineam e g

Hæc sunt quæ recognitione digna comperimus:quippe quæ Mathematicam intelligentiam offendere aut interturbare possent. Si qua sunt alia quæ omiserimus:candidi ipsi lectores inter legendũ vel facile castigabunt.

Codices quaterni.

a.b.c.d.e.f.g.h.i.k.l.m.n.o.p.q.r.s.t.v.x.y.A.B.C.D.E.F.G.H.

Terni.

z &

Quinternus

I